

01;07

Вихревые свойства потока фотонов в диэлектрическом волноводе

© И.В. Дзедолик

Таврический национальный университет им. В.И. Вернадского,
Симферополь, Украина
e-mail: dzedolik@crimea.edu

(Поступило в Редакцию 6 февраля 2004 г.)

Теоретически и экспериментально показано, что энергия потока фотонов в диэлектрическом волноводе зависит от модового состава поля и соотношения числа фотонов с правой и левой спиральностью.

В последнее время большое внимание уделяется вихревым свойствам электромагнитного поля, распространяющегося как в свободном пространстве, так и в среде [1–8]. Это связано с возникновением и развитием технологий захвата и транспортировки диэлектрических микрочастиц вихревым электромагнитным полем, конструированием датчиков физических величин на оптических вихрях, нанотехнологий с использованием уединенных вихрей и вихревых решеток [6]. Одним из направлений, вызывающих интерес в указанной области, является трансляция вихревого электромагнитного поля через диэлектрические волноводы, в частности, через оптическое волокно [2–5,7,8].

Для электромагнитных вихрей характерна циркуляция энергии, т.е. прецессия вектора Пойтинга вокруг продольной оси волновода [4,5,7]. Из электродинамических соображений ясно, что в этом случае угловой момент системы „диэлектрический волновод–электромагнитное поле“ перераспределяется между волноводом и полем в зависимости от условий возбуждения вихревого поля в волноводе и характеристик волновода. При этом поле передает волноводу часть своей энергии. С точки зрения квантовой теории электромагнитный вихрь образуется фотонами, обладающими некоторым суммарным угловым моментом относительно продольной оси, т.е. энергия потока фотонов в диэлектрическом волноводе будет зависеть от соотношения числа фотонов с левой и правой спиральностью, а также модового состава поля. Целью данной работы является теоретический, с позиций квантовой оптики, и экспериментальный анализ зависимости энергии прошедшего волновода электромагнитного поля от его поляризации и модового состава, т.е. вихревых свойств излучения в диэлектрическом волноводе, в частности, в маломодовом оптическом волокне со ступенчатым профилем показателя преломления.

Рассмотрим распространение монохроматического поля в диэлектрическом волноводе кругового сечения в линейном режиме. Для неподвижной стационарной диэлектрической среды при отсутствии свободных зарядов и токов можно использовать гамильтонову калибровку для потенциалов $\Phi = 0$ [9, с. 16, 10, с. 76]. Тогда уравне-

ния поля запишем в виде [8]

$$\nabla^2 \mathbf{A} - \frac{\varepsilon}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} = \nabla(\nabla \mathbf{A}), \quad (1)$$

где $\varepsilon = \varepsilon(r)$ — диэлектрическая проницаемость волновода, зависящая от радиальной координаты. Решение уравнения (1) с учетом осевой симметрии задачи выбираем в форме $A = \mathbf{F}(r) \exp[i(\omega t - \beta z + \kappa \ell \varphi)]$, где $\kappa = \pm 1$, $\ell = 0, 1, 2, \dots$. Граничными условиями являются непрерывность тангенциальных компонент электрического $E_{\varphi,z} = -\partial A_{\varphi,z}/c \partial t$ и магнитного $B_{\varphi,z} = (\nabla \times \mathbf{A})_{\varphi,z}$ полей на боковой поверхности волновода с радиусом r_0 . Функции \mathbf{F} представляют собой соответствующие полиномы в зависимости от профиля ε , а постоянные распространения β_ℓ волноводных мод удовлетворяют характеристическому уравнению, полученному из граничных условий при $r = r_0$.

Разложим поле внутри волновода по модам с правой и левой циркулярной поляризацией ($\kappa = \pm 1$)

$$\mathbf{A} = \frac{\sqrt{\pi} c}{\sqrt{V}} \sum_{j,\ell,\kappa} \mathbf{1}_j F_j(R) \left\{ a_{j\ell\kappa}(t) \exp[i(\beta_\ell z - \kappa \ell \varphi)] + a_{j\ell\kappa}^*(t) \exp[-i(\beta_\ell z - \kappa \ell \varphi)] \right\}, \quad (2)$$

где амплитуды $a_{j\ell\kappa}(t) \sim \exp(-i\omega t)$, V — объем поля, $j = r, \varphi, z$. Для перехода к квантовой теории произведем преобразование переменных, позволяющих записать уравнения поля в форме уравнений Гамильтона. Введем обобщенные координаты и импульсы [11, с. 20]

$$Q_{j\ell\kappa} = \frac{1}{2}(a_{j\ell\kappa} + a_{j\ell\kappa}^*), \quad P_{j\ell\kappa} = \frac{\omega}{2i}(a_{j\ell\kappa} - a_{j\ell\kappa}^*). \quad (3)$$

В новых переменных (3) векторный потенциал (2) приобретает вид

$$\mathbf{A} = \frac{\sqrt{4\pi} c}{\sqrt{V}} \sum_{j,\ell,\kappa} \mathbf{1}_j F_j(R) (Q_{j\ell\kappa} \cos \phi_{\ell\kappa} - \omega^{-1} P_{j\ell\kappa} \sin \phi_{\ell\kappa}), \quad (4)$$

где $\phi_{\ell\kappa} = \beta_\ell z - \kappa \ell \varphi$.

Найдем гамильтониан системы, используя классическое выражение для энергии монохроматического электромагнитного поля в диэлектрической немагнитной среде

$$\tilde{E}_L = \frac{1}{8\pi} \int_V dV (\varepsilon \mathbf{E}^2 + \mathbf{B}^2). \quad (5)$$

Подставляя выражения для электрического $\mathbf{E} = -\partial \mathbf{A}/c \partial t$ и магнитного $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$ полей в (5) произведем интегрирование по конечному объему, представляющему цилиндр с радиусом r_0 и длиной L , равной длине между ближайшими минимумами поля. Заменяем канонические переменные $P_{j\ell\kappa}$, $Q_{j\ell\kappa}$ операторами с правилами коммутации $[\hat{P}_{j\ell\kappa}, \hat{Q}_{j'\ell\kappa}] = -i\hbar \delta_{jj'}$, трансформируем выражение для энергии в гамильтониан $\tilde{E}_L \sim \hat{H}_L$ и введем операторы уничтожения и рождения

$$a_{j\ell\kappa} = \frac{1}{\sqrt{2\hbar\omega}} (\omega \hat{Q}_{j\ell\kappa} + i \hat{P}_{j\ell\kappa}),$$

$$a_{j\ell\kappa}^+ = \frac{1}{\sqrt{2\hbar\omega}} (\omega \hat{Q}_{j\ell\kappa} - i \hat{P}_{j\ell\kappa}) \quad (6)$$

с правилами коммутации $[a_g, a_{g'}^+] = \delta_{gg'}$.

Тогда получаем гамильтониан в форме

$$\hat{H}_L = \hbar\omega \sum_{\ell} \sum_{\kappa=\pm 1} \left[\frac{1}{2} \sum_{j=1,2,3} q_{j\ell} (a_{j\ell\kappa} a_{j\ell\kappa}^+ + a_{j\ell\kappa}^+ a_{j\ell\kappa}) \right. \\ \left. + \kappa \ell q_{4\ell} (a_{z\ell\kappa} a_{\phi\ell\kappa}^+ + a_{z\ell\kappa}^+ a_{\phi\ell\kappa}) \right], \quad (7)$$

где

$$q_{1\ell} = \int_0^1 dR R \left[\varepsilon(R) + \frac{c^2}{r_0^2 \omega^2} \left(r_0^2 \beta_\ell^2 + \frac{\ell^2}{R^2} \right) \right] F_{r\ell}^2,$$

$$j = (r \equiv 1, \phi \equiv 2, z \equiv 3),$$

$$q_{2\ell} = \int_0^1 dR R \left[\left(\varepsilon(R) + \frac{c^2}{\omega^2} \beta_\ell^2 \right) F_{\phi\ell}^2 + \frac{c^2}{r_0^2 \omega^2} \left(\frac{dF_{\phi\ell}}{dR} + \frac{1}{R} F_{\phi\ell} \right)^2 \right],$$

$$q_{3\ell} = \int_0^1 dR R \left[\left(\varepsilon(R) + \frac{c^2}{r_0^2 \omega^2} \frac{\ell^2}{R^2} \right) F_{z\ell}^2 + \frac{c^2}{r_0^2 \omega^2} \left(\frac{dF_{z\ell}}{dR} \right)^2 \right],$$

$$q_{4\ell} = \frac{c^2 \beta_\ell}{r_0 \omega^2} \int_0^1 dR R F_{z\ell} F_{\phi\ell}, \quad R = r/r_0.$$

Энергию системы выразим с помощью чисел фотонов $N_{j\ell\kappa}$ в моде поля

$$\tilde{E}_L = \hbar\omega \sum_{\ell} \sum_{\kappa=\pm 1} \left[\sum_{j=1,2,3} q_{j\ell} \left(N_{j\ell\kappa} + \frac{1}{2} \right) \right. \\ \left. + \kappa \ell q_{4\ell} \left(\sqrt{N_{z\ell\kappa}(N_{\phi\ell\kappa} + 1)} + \sqrt{N_{\phi\ell\kappa}(N_{z\ell\kappa} + 1)} \right) \right]. \quad (8)$$

В случае, когда в линейно поляризованной моде число фотонов с правой спиральностью ($\kappa = 1$) равно числу фотонов с левой спиральностью ($\kappa = -1$), члены с коэффициентом q_4 в (8) при суммировании по κ исчезают. В противном случае, когда поле представляет собой суперпозицию циркулярно поляризованных мод при $\ell \neq 0$, члены с q_4 не сокращаются и энергия поля (8) зависит от соотношения числа фотонов $N_{\phi\ell\kappa}$, $N_{z\ell\kappa}$ с левой и правой спиральностью в соответствующей моде. Последнее можно трактовать как зависимость энергии системы от „спин–орбитального взаимодействия“ электромагнитного поля в волноводе, если орбитальный момент поля (характеризуемый индексом ℓ моды) при суперпозиции мод в волноводе отличен от нуля, а спин фотонов характеризует поляризацию моды [1,5].

Классическая интерпретация данного явления может быть дана, если моде с индексом $\ell > 0$ поставить в соответствие луч (нормальный к волновому фронту в данной точке), который распространяется по право- либо лево-вращающейся спирали при отражении от стенок волновода. Если при этом направление вращения циркулярной поляризации моды совпадает с направлением кручения спиральной траектории луча, то энергия поля увеличивается и наоборот, т.е. асимметрия, проявляющаяся в зависимости энергии прошедшего цилиндрическую систему излучения от его поляризации, возникает в результате нарушения симметрии при возбуждении волновода.

Другой вариант классической интерпретации рассматриваемого явления может быть дан на основе теории генерации в волноводе циркулярных устойчивых CV и неустойчивых IV оптических вихрей, переносящих различный угловой момент, и анализа динамики углового момента излучения в результате взаимодействия волноводных мод [2,3,5].

Отношение энергии системы при линейной $\tilde{E}_{L\ell}$ и циркулярной $\tilde{E}_{C\ell}$ поляризации мод

$$\frac{\tilde{E}_{L\ell}}{\tilde{E}_{C\ell}} = \sum_{j=1,2,3} q_{j\ell} \left(N_{j\ell} + \frac{1}{2} \right) \left\{ \sum_{j=1,2,3} q_{j\ell} \left(N_{j\ell\kappa} + \frac{1}{2} \right) \right. \\ \left. + \kappa \ell q_{4\ell} \left(\sqrt{N_{z\ell\kappa}(N_{\phi\ell\kappa} + 1)} + \sqrt{N_{\phi\ell\kappa}(N_{z\ell\kappa} + 1)} \right) \right\}^{-1}$$

зависит от числа фотонов в компонентах моды (здесь число фотонов в моде с линейной поляризацией равно числу фотонов в моде с циркулярной поляризацией $N_{j\ell+} + N_{j\ell-} = N_{j\ell}$), т.е. $\tilde{E}_{L\ell}/\tilde{E}_{C\ell}$ меньше либо больше единицы в зависимости от направления вращения соответствующей циркулярно поляризованной моды ($\kappa = \pm 1$).

Элементарный анализ позволяет выявить связь момента импульса и энергии поля в диэлектрической среде. Момент импульса потока фотонов циркулярно поляризованной моды, распространяющейся вдоль оси z , равен $L_z = N_C \hbar$, где $N_C = \tilde{E}_C/\hbar\omega$ — число фотонов. С другой стороны, работа в единицу времени, которая

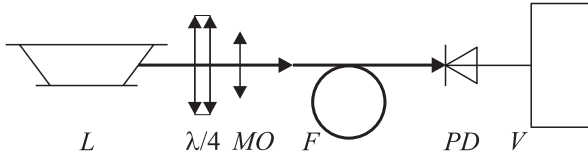


Рис. 1. Не–Не лазер с длиной волны излучения $\lambda = 0.632 \mu\text{m}$, $\lambda/4$ — кристаллическая пластинка, MO — микрообъектив, F — оптическое волокно, PD — фотодиод, V — цифровой вольтметр.

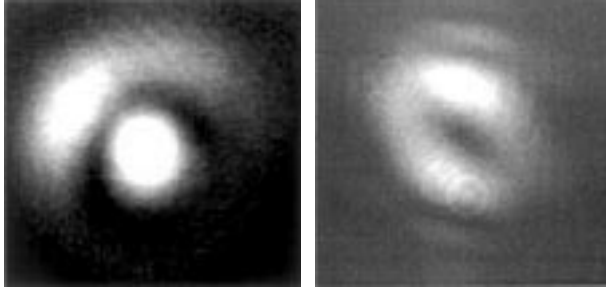


Рис. 2. Основная мода (слева) и суперпозиция высших мод (справа) ступенчатого волокна. Вокруг пятна основной моды наблюдается излучение оболочки волокна.

производится над классическим электроном в данном атоме среды полем электромагнитной волны, равна

$$\frac{d\tilde{E}_C}{dt} = -e\mathbf{E}v,$$

где $v = \omega r$ — скорость вращения электрона, r — его смещение относительно центра вращения под действием поля волны. Вращательный момент для электрона $\mathbf{M} = -\mathbf{r} \times (e\mathbf{E})$ равен изменению момента импульса $\frac{d\mathbf{L}}{dt} = \mathbf{M}$. Сравнивая уравнения для работы и момента, получаем соотношение для продольной компоненты момента импульса и энергии циркулярно поляризованной волны $\frac{dL_z}{dt} = \frac{1}{\omega} \frac{d\tilde{E}_C}{dt}$, т. е. $dL_z = \frac{1}{\omega} d\tilde{E}_C$. Линейно поляризованная волна, распространяющаяся вдоль оси z , момента импульса не переносит, так как является результатом интерференции левополяризованной и правополяризованной мод с равным числом фотонов, ее средний суммарный момент импульса равен нулю.

Для проверки на практике рассматриваемого явления был проведен относительно простой эксперимент, схема которого представлена на рис. 1. Линейно поляризованное излучение лазера L с длиной волны $\lambda = 0.632 \mu\text{m}$ направлялось на кристаллическую пластинку $\lambda/4$. При соответствующей ориентации пластинки излучение приобретало циркулярную либо линейную поляризацию. С помощью микрообъектива MO в маломодовом оптическом волокне F со ступенчатым профилем показателя преломления возбуждалась основная мода ($\ell = 0$) либо высшие моды ($\ell = 1, 2, \dots$) (рис. 2). Модовый состав излучения контролировался по распределению поля после пластинки $\lambda/4$ и на выходном торце волокна с помо-

щью CCD камеры и монитора. Излучение, прошедшее волокно, направлялось на фотодиод PD , подсоединенный к цифровому вольтметру V . Показания вольтметра для циркулярной поляризации и линейной поляризации излучения обрабатывались согласно методам теории ошибок.

Для основной моды ($\ell = 0$) отношение показаний вольтметра при линейной и циркулярной поляризации излучения равно единице в пределах ошибки эксперимента $\tilde{E}_{L0}/\tilde{E}_{C0} = 1.027 \pm 0.067$, а для комбинации высших мод ($\ell = 1, 2, \dots$) отношение меньше единицы $\tilde{E}_{L\ell}/\tilde{E}_{C\ell} = 0.893 \pm 0.053$ с относительной ошибкой 6.5% в доверительном интервале 95% (в последнем случае в волокне были возбуждены моды с $\kappa = 1$).

Проанализируем, что дает учет нелинейных процессов при распространении излучения по диэлектрическому волноводу. Учтем нелинейный отклик диэлектрической среды — плавленого кварца, из которого изготовлено оптическое волокно. В этом случае в уравнения поля и в выражение для энергии добавим нелинейные члены [8]

$$\nabla^2 \mathbf{A} - \frac{\varepsilon}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} = \nabla(\nabla \mathbf{A}) + \frac{\alpha_3}{c^4} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right)^3, \quad (9)$$

$$\tilde{E}_{NL} = \frac{1}{8\pi} \int_V dV \left(\varepsilon \mathbf{E}^2 + \frac{\alpha_3}{2} \mathbf{E}^4 + \mathbf{B}^2 \right), \quad (10)$$

где $\alpha_3 = 4\pi\chi_3$ — коэффициент, характеризующий кубичную по полю диэлектрическую восприимчивость среды [12].

Полагая нелинейный отклик среды слабым, т. е. сохраняющим в целом структуру мод, представим гамильтониан в виде $\hat{H} = \hat{H}_L + \hat{H}_{NL}$, где \hat{H}_L имеет вид (7), а

$$\begin{aligned} \hat{H}_{NL} = & 8(\hbar\omega)^2 \\ & \times \sum_{\ell} \sum_{\kappa=\pm 1} \tilde{q}_{\ell} \left[\sum_j \sum_{j'} (a_{j\ell\kappa} a_{j\ell\kappa}^+ a_{j'\ell\kappa}^+ a_{j'\ell\kappa} + a_{j\ell\kappa}^+ a_{j\ell\kappa} a_{j'\ell\kappa}^+ a_{j'\ell\kappa}) \right. \\ & \left. + a_{j\ell\kappa} a_{j\ell\kappa}^+ a_{j'\ell\kappa} a_{j'\ell\kappa}^+ + a_{j\ell\kappa}^+ a_{j\ell\kappa} a_{j'\ell\kappa} a_{j'\ell\kappa}^+ \right], \end{aligned} \quad (11)$$

$\tilde{q}_{\ell} = \alpha_3 \int_0^1 dR R \left(\sum_j F_{\ell}^2 \right)^2$. Энергия системы в нелинейном случае описывается выражением $\tilde{E} = \tilde{E}_L + \tilde{E}_{NL}$, где линейное слагаемое \tilde{E}_L описывается выражением (8), а нелинейное слагаемое \tilde{E}_{NL} находим из выражения (11) в виде

$$\begin{aligned} \tilde{E}_{NL} = & 48(\hbar\omega)^2 \\ & \times \sum_{\ell} \sum_{\kappa=\pm 1} \tilde{q}_{\ell} \left\{ \sum_{j,j'} [N_{j\ell\kappa} (N_{j'\ell\kappa} + \frac{1}{2}) + \frac{1}{2} N_{j'\ell\kappa}] + 2 \right\}. \end{aligned} \quad (12)$$

Из выражения (12) следует, что нелинейный вклад в энергию поля в данном приближении не зависит от спиральности фотонов κ .

Таким образом, энергия электромагнитного поля, распространяющегося в диэлектрическом волноводе кругового сечения зависит от соотношения числа фотонов с левой и правой спиральностью, т.е. модового состава и поляризации мод. При возбуждении волновода циркулярно поляризованным излучением энергия поля в волноводе может быть как больше, чем энергия при возбуждении линейно поляризованным излучением, так и меньше, что связано с передачей углового момента циркулярно поляризованного поля волноводу. Слабые нелинейные эффекты в диэлектрическом волноводе не вносят в энергетическую зависимость излучения от его поляризации. На основе рассмотренного энергетического эффекта возможно проектирование волноводных датчиков физических величин.

Список литературы

- [1] *Lieberman V.S., Zel'dovich B.Ya.* // Phys. Rev. 1992. Vol. A 45. N 8. P. 5199–5207.
- [2] *Воляр А.В., Фадеева Т.А.* // Письма в ЖТФ. 1996. Т. 22. Вып. 8. С. 57–67.
- [3] *Воляр А.В., Фадеева Т.А.* // Письма в ЖТФ. 1996. Т. 22. Вып. 17. С. 69–80.
- [4] *Volyar A.V., Zhilaitis V.Z., Shvedov V.G.* // Optics and Spectroscopy. 1999. Vol. 86. N 4. P. 664–670.
- [5] *Alexeyev C.N., Soskin M.S., Volyar A.V.* // Semiconductor physics, Quantum electronics & Optoelectronics. 2000. Vol. 3. N 4. P. 500–513.
- [6] *Soskin M.S., Vasnetsov M.V.* Singular optics / Progress in Optics 42. Elsevier Science B.V. Ed. E. Wolf. 2001. P. 219–276.
- [7] *Дзедолик И.В.* // Письма в ЖТФ. 2003. Т. 29. Вып. 5. С. 43–48.
- [8] *Дзедолик И.В.* // Письма в ЖТФ. 2003. Т. 29. Вып. 17. С. 16–22.
- [9] *Славнов А.А., Фаддеев Л.Д.* Введение в квантовую теорию калибровочных полей. М.: Наука, 1988. 272 с.
- [10] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика: Теория поля. Т. II. М.: Наука, 1988. 512 с.
- [11] *Берестецкий В.Б., Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П.* Теоретическая физика: Квантовая электродинамика. Т. IV. М.: Наука, 1989. 728 с.
- [12] *Ахманов С.А., Выслоух В.А., Чиркин А.С.* Оптика фемтосекундных лазерных импульсов. М.: Наука, 1988. 312 с.