

## Поверхностные электромагнитные волны на границе раздела сверхтекучая жидкость—нормальный металл

© А.И. Ломтев

Донецкий физико-технический институт им. А.А. Галкина НАН Украины,  
83114 Донецк, Украина  
e-mail: lomtev@kinetic.ac.donetsk.ua

(Поступило в Редакцию 18 февраля 2004 г.)

Проведено исследование поверхностных электромагнитных волн, которые могут распространяться вдоль плоской границы раздела сверхтекучая жидкость—нормальный металл. Получены дисперсионные соотношения для поверхностных волн с различной поляризацией оптической анизотропии сверхтекучей жидкости и определены области их существования по частоте. Указана возможность определения анизотропного оптического вклада в диэлектрическую проницаемость сверхтекучей жидкости из экспериментов по возбуждению поверхностных электромагнитных волн.

До настоящего времени не ослабевает интерес к исследованию поверхностных электромагнитных волн, распространяющихся вдоль плоских границ раздела сред с различными диэлектрическими свойствами [1–3]. Термин „поверхностная волна“ был впервые введен в связи с теорией распространения радиоволн над земной поверхностью. В работе [4] в 1907 г. теоретически показано, что вдоль проводящей поверхности земли (или моря) может распространяться медленная поверхностная волна в радиодиапазоне частот. Эта волна принципиально не отличается от поверхностной волны, распространяющейся вдоль провода.

Известно также, что по границе раздела между двумя средами соответственно с положительной и отрицательной диэлектрическими проницаемостями ( $\varepsilon_1$  и  $-\varepsilon_2$ ) может распространяться поверхностная  $H$ -волна ( $P$ -поляризация), затухающая в глубь обеих сред [5].

В сверхтекучей жидкости возможны два типа макроскопического движения со скоростями нормальной  $v_n$  и сверхтекучей  $v_s$  компонент. Поэтому тензор диэлектрической проницаемости может зависеть от относительной скорости  $w = v_n - v_s$ . Тем самым в однородной, термодинамически равновесной жидкости возможно появление оптической анизотропии, определяемой соотношением [6]

$$\delta\varepsilon_{ij} = \lambda w_i w_j. \quad (1)$$

Здесь  $\delta\varepsilon_{ij}$  — нескаларная часть диэлектрической проницаемости;  $\lambda$  — постоянная оптической анизотропии, точнее функция температуры и давления.

В фоновой области сравнительно низких температур постоянная оптической анизотропии определяется выражением [6]

$$\lambda_p = -(\varepsilon_1 - 1)^2 \frac{\rho_{pn}}{\rho} \frac{1}{s^2}, \quad (2)$$

где  $\varepsilon_1$  — изотропная часть диэлектрической проницаемости,  $\rho$  — плотность жидкости,  $\rho_{pn}$  — фоновая часть плотности нормальной компоненты,  $s$  — скорость звука.

В высокотемпературной ротонной области постоянная оптической анизотропии дается выражением [6]

$$\lambda_R = -(\varepsilon_1 - 1)^2 \frac{\rho_{Rn}}{\rho} \frac{p^0}{5T\Delta}, \quad (3)$$

где  $\rho_{Rn}$  — ротонная нормальная плотность,  $p_0$  и  $\Delta$  — импульс и энергия ротонов,  $T$  — температура.

Полный тензор диэлектрической проницаемости сверхтекучей жидкости  $\tilde{\varepsilon}_{1ij} = \varepsilon_1 \delta_{ij} + \lambda w_i w_j$  может быть приведен к главным осям, когда он представлен в виде

$$\tilde{\varepsilon}_{1ij} = (\varepsilon_1 + \lambda w_i^2) \delta_{ij}. \quad (4)$$

Его главные значения положительны, так как  $\varepsilon_1 \geq 1$ , а анизотропный член  $|\lambda w_i^2| \ll 1$ .

Диэлектрическая проницаемость нормального металла записывается в виде [7,8]

$$\tilde{\varepsilon}_{2ij} = \varepsilon_2 \delta_{ij} = [1 - \omega_p^2 / \omega(\omega + i/\tau)] \delta_{ij}, \quad (5)$$

где  $\omega_p = (4\pi n e^2 / m^*)^{1/2}$  — электронная плазменная частота,  $n$  — плотность электронов,  $e$  — заряд электрона,  $m^*$  — эффективная масса носителей заряда,  $\tau$  — время электронной релаксации (время между последовательными столкновениями электронов с дефектами или примесями).

Форма записи диэлектрической проницаемости (5) представляет вклад внутризонных переходов в диэлектрическую проницаемость газа почти свободных электронов металла или полупроводника  $n$ -типа. В очень чистых металлах (тем более при гелиевых температурах)  $\tau \approx 10^{-9}$  с, а для типичного металла  $\omega_p \approx 10^{16}$  с $^{-1}$  [8]. Поэтому в области аномальной дисперсии металла при частотах  $\tau^{-1} \ll \omega < \omega_p$ , где  $\omega \approx 10^{15} - 10^{16}$  с $^{-1}$ , заведомо можно пренебречь мнимой частью диэлектрической проницаемости (5) и считать затухание слабым. При этом диэлектрическая проницаемость (5) будет веще-

ственной и отрицательной функции частоты

$$\tilde{\varepsilon}_{2ij} = \varepsilon_2 \delta_{ij} = -(\omega_p^2/\omega^2 - 1)\delta_{ij}, \quad (6)$$

а металл будет являться поверхностно-активной средой [9].

В качестве металла может быть использован металл щелочной группы, например Na, со сферической поверхностью Ферми, что обеспечивает изотропизацию его диэлектрической проницаемости.

Рассмотрим возможность распространения поверхностных электромагнитных  $H$ -волн вдоль границы раздела сверхтекучая жидкость—нормальный металл. В системе координат, в которой тензоры контактирующих сред (4) и (6) диагональны, выберем границу раздела в качестве плоскости  $xy$ , причем волна распространяется вдоль оси  $x$ , а поле  $H$  параллельно оси  $y$ . Для волн  $P$ -поляризации, пропорциональных  $\exp(-i\omega t)$ , с отличными от нуля компонентами  $\{E_x, H_y, E_z\}$  уравнения Максвелла записываются в виде

$$\begin{aligned} \partial H_y / \partial z &= i(\omega/c)D_x, & \partial H_y / \partial x &= -i(\omega/c)D_z, \\ \partial E_x / \partial z - \partial E_z / \partial x &= i(\omega/c)H_y, \end{aligned} \quad (7)$$

где  $D = \tilde{\varepsilon}E$ .

Пусть полупространство  $z > 0$  заполнено сверхтекучей жидкостью с положительной ( $\tilde{\varepsilon}_1$ ), а полупространство  $z < 0$  — нормальным металлом с отрицательной ( $\tilde{\varepsilon}_2$ ) диэлектрической проницаемостью. Ищем поле в затухающей при  $z \rightarrow \pm\infty$  волне в виде

$$H_1 = H_0 \exp(ikx - \kappa_1 z) \quad \text{при } z > 0, \quad (8)$$

$$H_2 = H_0 \exp(ikx + \kappa_2 z) \quad \text{при } z < 0, \quad (9)$$

причем  $k$ ,  $\kappa_1$ ,  $\kappa_2$  вещественны. Граничное условие  $H_1(z=0) = H_2(z=0)$  уже удовлетворено, а условие непрерывности  $E_x$  приводит к дисперсионному уравнению  $k = k(\omega)$

$$\frac{1}{\varepsilon_{1xx}} \frac{\partial H_1}{\partial z} = \frac{1}{\varepsilon_2} \frac{\partial H_2}{\partial z} \quad \text{при } z = 0 \quad (10)$$

или

$$\frac{\kappa_1}{\varepsilon_{1xx}} = \frac{\kappa_2}{|\varepsilon_2|}. \quad (11)$$

Как будет видно из дальнейшего  $\kappa_2 > \kappa_1$ , для существования поверхностных волн необходимо выполнение неравенства  $|\varepsilon_2| > \varepsilon_{1xx}$ , которое налагает ограничение на область допустимых частот сверху  $\omega < \omega_p/(1 + \varepsilon_{1xx})$ . Следовательно, частота поверхностной волны должна удовлетворять неравенствам  $\tau^{-1} \ll \omega < \omega_p/(1 + \varepsilon_{1xx})$ .

Согласно уравнениям Максвелла (7) для поля (9), выражение для величины  $\kappa_2$  имеет вид

$$\kappa_2^2 = k^2 + \frac{\omega_p^2 - \omega^2}{c^2}. \quad (12)$$

Теперь предположим, что относительная скорость  $w = (w_x, 0, 0)$ . Для данного направления относительной скорости выражение для величины  $\kappa_1$ , согласно уравнениям Максвелла (7) для поля (8), принимает вид

$$\kappa_1^2 = \frac{\varepsilon_1 + \lambda w_x^2}{\varepsilon_1} \left( k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_1 \right). \quad (13)$$

Дисперсионное уравнение (11) с учетом (12) и (13) можно записать в виде

$$k^2(\omega) = \frac{\omega^2(\omega_p^2 - \omega^2)\varepsilon_1[\omega^2(\varepsilon_1 + \lambda w_x^2) + \omega_p^2 - \omega^2]}{c^2[(\omega_p^2 - \omega^2)^2 - \omega^4\varepsilon_1(\varepsilon_1 + \lambda w_x^2)]}. \quad (14)$$

Если относительная скорость направлена по оси  $z$ ,  $w = (0, 0, w_z)$  и соотношение для величины  $\kappa_1$  приобретает вид

$$\kappa_1^2 = \frac{k^2\varepsilon_1}{\varepsilon_1 + \lambda w_z^2} - \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_1, \quad (15)$$

а дисперсионное уравнение (11) при учете (12) и (15) записывается в виде

$$k^2(\omega) = \frac{\omega^2(\omega_p^2 - \omega^2)(\varepsilon_1 + \lambda w_z^2)[\omega^2(\varepsilon_1 - 1) + \omega_p^2]}{c^2[(\omega_p^2 - \omega^2)^2 - \omega^4\varepsilon_1(\varepsilon_1 + \lambda w_z^2)]}. \quad (16)$$

В общем случае поляризации относительной скорости, когда  $w = (w_x, 0, w_z)$ , выражение для величины  $\kappa_1$

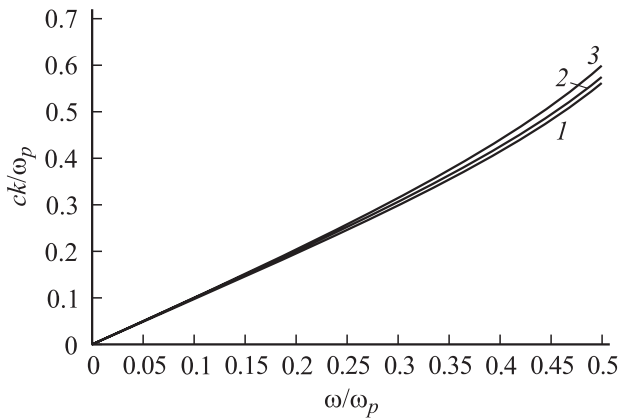
$$\kappa_1^2 = (\varepsilon_1 + \lambda w_x^2) \left( \frac{k^2}{\varepsilon_1 + \lambda w_z^2} - \frac{\omega^2}{c^2} \right) \quad (17)$$

приводит к дисперсионному соотношению (11) с учетом (12) в виде

$$k^2(\omega) = \frac{\omega^2(\omega_p^2 - \omega^2)(\varepsilon_1 + \lambda w_z^2)[\omega_p^2 + \omega^2(\varepsilon_1 + \lambda w_x^2 - 1)]}{c^2[(\omega_p^2 - \omega^2)^2 - \omega^4(\varepsilon_1 + \lambda w_x^2)(\varepsilon_1 + \lambda w_z^2)]}. \quad (18)$$

Из сравнения дисперсионных уравнений (14), (16) и (18) видно, что оптическая анизотропия сверхтекучей жидкости приводит к явлению зависимости вида спектра поверхностной волны от типа поляризации оптической анизотропии.

На рисунке приведены дисперсионные кривые поверхностных электромагнитных волн как численные решения дисперсионных уравнений (14), (16) и (18). Из рисунка следует, что наиболее существенное различие ветвей спектра, обусловленное типом поляризации оптической анизотропии жидкого гелия, наблюдается при частотах, близких к частоте  $\omega \approx \omega_p/(1 + \varepsilon_{1xx})$ . Из выражения для величины  $\kappa_2$  (12) и законов дисперсии (14), (16) и (18) следует, что глубина проникновения электромагнитного поля поверхностной волны в металл  $\delta = \kappa_2^{-1} \approx c/\omega_p = c/\sqrt{3}v_F k_s \gg r_D$ , где  $v_F \approx 10^5 - 10^6$  см/с — фермиевская скорость электронов,  $k_s^{-1} = r_D$  — дебаевский радиус экранирования. Однако длина свободного пробега электронов в металле  $l = \tau v_F = (\tau \omega_p / \sqrt{3}) r_D \gg r_D$ . Величина отношения  $\delta/l = (c/v_F)/\omega_p \tau \approx 10^{-2} - 10^{-3}$ . В силу неравенства  $\delta \ll l$  можно считать, что поверхностная волна в металле испытывает режим аномального скин-эффекта.



Зависимости приведенного волнового вектора  $ck/\omega_p$  от приведенной частоты  $\omega/\omega_p$  для поверхностных электромагнитных волн. 1 — решение дисперсионного уравнения (18), 2 — решение дисперсионного соотношения (16), 3 — решение дисперсионного уравнения (14) при значении параметров:  $\varepsilon_{1xx} \approx 1$ ,  $|\lambda|w_x^2 \approx |\lambda|w_z^2 - 10^{-3}$  в допустимой области частот  $10^{-5} \leq \omega/\omega_p < 0.5$ .

Исследованные волны с законами дисперсии (14), (16) и (18) являются поверхностными волнами типа волн [4], распространяющихся вдоль плоской поверхности раздела оптически анизотропная сверхтекучая жидкость—изотропный нормальный металл в видимом диапазоне частот.

Если объем сверхтекучей жидкости доступен в эксперименте, то определять вклад оптической анизотропии жидкого гелия проще всего, измеряя оптическое двулучепреломление для линейно поляризованного излучения [6] либо измеряя угол поворота эллипса поляризации эллиптически поляризованного света. Если же по каким-либо причинам в эксперименте доступна лишь поверхность жидкости, то из дисперсионных соотношений (14) и (16), проводя оптические эксперименты по возбуждению поверхностных волн, легко определить анизотропные вклады  $\lambda w_x^2$  и  $\lambda w_z^2$  в диэлектрическую проницаемость сверхтекучей жидкости.

Важно отметить, что распространение поверхностных  $E$ -волн ( $S$ -поляризация) с компонентами  $\{H_x, E_y, H_z\}$  вдоль границы раздела сверхтекучая жидкость—нормальный металл, как легко убедиться, вообще невозможно.

В заключение выражаю признательность С.В. Тарасенко за полезную консультацию и благодарность Ю.В. Медведеву и И.Б. Краснюку за внимание и поддержку.

## Список литературы

- [1] Falko V.L., Khankina S.I., Yakovenko V.V. // Phys. Lett. A. 1995. Vol. 209. N 1–2. P. 118–122.
- [2] Pascual M.F., Zierau W., Leskova T.F., Maradudin A.A. // Optics Commun. 1998. Vol. 155. N 4–6. P. 351–360.

- [3] Dmitruk N.L., Mamykin S.V., Rengevych O.V. // Appl. Surf. Sci. 2000. Vol. 166. N 1–4. P. 97–102.
- [4] Вайнштейн Л.А. Электромагнитные волны. М.: Сов. радио, 1957. § 63. 581 с.
- [5] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982. § 88. 620 с.
- [6] Андреев А.Ф. // Письма в ЖЭТФ. 1980. Т. 31. Вып. 3. С. 191–193.
- [7] Пайнс Д. Элементарные возбуждения в твердых телах. М.: Мир, 1965. 382 с.
- [8] Платцман Ф., Вольф П. Волны и взаимодействия в плазме твердого тела. М.: Мир, 1975. 436 с.
- [9] Поверхностные поляритоны. Электромагнитные волны на поверхностях и границах раздела сред / Под ред. В.М. Аграновича, Д.Л. Миллса. М.: Наука, 1985. 525 с.