

01;09

Поверхностные электромагнитные волны на границе раздела двух диэлектрических сверхрешеток

© А.А. Булгаков,¹ А.В. Мериуц,² Е.А. Ольховский²

¹ Институт радиофизики и электроники им. А.Я. Усикова НАН Украины, 61085 Харьков, Украина
e-mail: bulgakov@ire.kharkov.ua

² Национальный технический университет „Харьковский политехнический институт“, 61002 Харьков, Украина

(Поступило в Редакцию 20 августа 2003 г.)

Исследованы электродинамические свойства контакта двух периодических диэлектрических сверхрешеток. Показано, что вдоль границы раздела возможно распространение электромагнитной волны, поля которой убывают по экспоненте в обе стороны от плоскости раздела решеток. Проанализирован характер распределения полей, потоков энергий и зависимость глубины проникновения электромагнитного поля от частоты.

Введение

Слоистые среды длительное время привлекают внимание исследователей. Это связано с тем, что они часто встречаются в природе, а их свойства отличаются от однородных материалов. Искусственные слоистые структуры представляют собой новые материалы, свойствами которых можно управлять технологическим путем. Интерес представляют периодические, квазипериодические и случайные слоистые структуры. Несколько последних десятилетий были посвящены изучению физических свойств периодических структур. Особенность таких материалов состоит в том, что нарушение симметрии приводит к возникновению новых типов волн. Такими являются, например, поверхностные волны, энергия которых локализована в области нарушения симметрии.

Для изучения безграничных периодических структур используются теоремы Флоке [1] и Блоха [2]. Однако при нарушении симметрии эти теоремы неприменимы. Проблема ограниченных сред рассматривалась в [3]. Несколько позже была доказана теорема Абелеса [4]. Задаче о полуограниченных периодических средах посвящены работы [5,6]. В [6] показано, что соотношение между компонентами полей в полуограниченной решетке остается таким же, как и в безграничной среде.

Поверхностные волны на границе однородной и периодической сред теоретически изучались в ряде работ. По-видимому, в одной из первых была статья И.Е. Тамма, в которой предсказывалось существование поверхностных состояний на границе кристалла [5]. Акустические поверхностные волны типа волн Рэлея описаны в работах [6,7]. Оптические поверхностные волны рассматривались в [8]. Экспериментальное наблюдение было проведено в работах [9,10]. Электромагнитные волны в полупроводниковых сверхрешетках изучались в работах [4,11].

В данной статье теоретически проказана возможность распространения электромагнитных волн вдоль границы двух различных диэлектрических решеток. Изучены

электродинамические свойства этих волн. Интерес к свойствам таких волн связан с возможностью передачи информации вдоль границ раздела слоистых сред в информационных системах, бесконтактного анализа качества периодических структур в технологическом процессе и т. п.

Дисперсионное уравнение

Рассмотрим контакт двух полубесконечных слоисто-периодических структур. Предположим, что каждая из структур образована периодическим повторением двух слоев диэлектриков с различными значениями проницаемости ε . Пусть диэлектрические проницаемости одной из решеток — ε^{l1} и ε^{l2} , а для другой решетки — ε^{r1} и ε^{r2} . Геометрические размеры и выбор системы координат представлены на рис. 1. Нас будут интересовать собственные электромагнитные волны, распространяющиеся в указанной структуре. Эти волны можно найти,

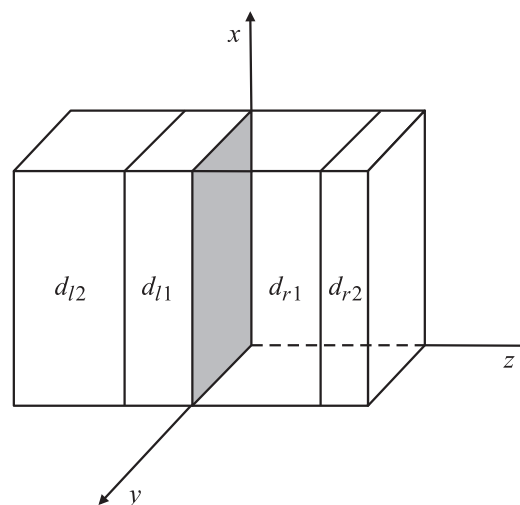


Рис. 1. Геометрия задачи (заштрихована граница раздела).

решив уравнения Максвелла

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \operatorname{rot} \mathbf{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (1)$$

для каждого слоя структуры.

На границах раздела слоев и на границе, разделяющей обе структуры, должны выполняться граничные условия, состоящие в непрерывности тангенциальных составляющих электрического и магнитного полей. Учитывая, что вдоль оси y слои предполагаются однородными, можно положить $\partial/\partial y = 0$. Тогда уравнения Максвелла распадаются на две системы уравнений для двух независимых поляризаций с компонентами полей: H_x, H_z, E_y и E_x, E_z, H_y . В дальнейшем исследуется вторая поляризация.

Рассмотрим распространение плоских волн, предполагая, что все поля пропорциональны $\exp(ik_x x + ik_z z - i\omega t)$. Подставляя эту формулу в уравнения Максвелла, получим значения поперечных волновых чисел для каждого слоя

$$k_z^\alpha = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_\alpha - k_x^2} \quad (\alpha = l1, l2, r1, r2), \quad (2)$$

где c — скорость света.

Поля внутри слоев запишем в следующем виде:

$$H_y^\alpha = A_\alpha \exp(ik_z^\alpha z) + B_\alpha \exp(-ik_z^\alpha z). \quad (3)$$

Компоненты E_x^α и E_z^α выражаются через H_y^α из уравнений Максвелла. Для описания периодической структуры удобно представить поля через их значения в точке $z = 0$. В дальнейшем воспользуемся матрицей преобразования m [4,12], например, для левой сверхрешетки

$$\begin{pmatrix} H_y^{l1}(0) \\ E_x^{l1}(0) \end{pmatrix} = m^{(L)} \begin{pmatrix} H_y^{l2}(d_L) \\ E_x^{l2}(d_L) \end{pmatrix}, \quad (4)$$

где d_L — период соответствующей структуры.

Запишем матрицу m для левой сверхрешетки

$$m^{(L)} = \begin{cases} m_{11}^{(L)} = \cos(k_z^{l1} d_{l1}) \cos(k_z^{l2} d_{l2}) - \\ \quad - \frac{k_z^{l2} \varepsilon^{l1}}{\varepsilon^{l2} k_z^{l1}} \sin(k_z^{l1} d_{l1}) \sin(k_z^{l2} d_{l2}), \\ m_{12}^{(L)} = -\frac{i\omega \varepsilon^{l2}}{k_z^{l2} c} \sin(k_z^{l2} d_{l2}) \cos(k_z^{l1} d_{l1}) - \\ \quad - \frac{i\omega \varepsilon^{l1}}{k_z^{l1} c} \sin(k_z^{l1} d_{l1}) \cos(k_z^{l2} d_{l2}), \\ m_{21}^{(L)} = \frac{k_z^{l1} c}{i\omega \varepsilon^{l1}} \sin(k_z^{l1} d_{l1}) \cos(k_z^{l2} d_{l2}) + \\ \quad + \frac{k_z^{l2} c}{i\omega \varepsilon^{l2}} \cos(k_z^{l1} d_{l1}) \sin(k_z^{l2} d_{l2}), \\ m_{22}^{(L)} = -\frac{k_z^{l1} \varepsilon^{l2}}{\varepsilon^{l1} k_z^{l2}} \sin(k_z^{l2} d_{l2}) \sin(k_z^{l1} d_{l1}) + \\ \quad + \cos(k_z^{l1} d_{l1}) \cos(k_z^{l2} d_{l2}). \end{cases} \quad (5)$$

Аналогичным образом записывается матрица преобразования для правой сверхрешетки.

Для получения дисперсионного соотношения необходимо приравнять тангенциальные компоненты полей на

границе двух решеток при $z = 0$. Получим два уравнения с четырьмя неизвестными коэффициентами. Еще два уравнения можно найти, если установить связь между компонентами E_x^α и H_y^α внутри каждой из структур с помощью теоремы Флоке,

$$\begin{pmatrix} H_y^L(0) \\ E_x^L(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_y^L(0) \exp(i\bar{k}_L d_L) \\ E_x^L(0) \exp(i\bar{k}_L d_L) \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Аналогичную формулу получим для правой сверхрешетки. В этих формулах $\bar{k}_{L,R}$ — блоховские волновые числа обеих решеток, которые могут быть найдены из характеристического уравнения для каждой структуры

$$\exp(2i\bar{k}_{L,R} d_{L,R}) - (m_{11}^{(L,R)} + m_{22}^{(L,R)}) \exp(i\bar{k}_{L,R} d_{L,R}) + 1 = 0. \quad (7)$$

В нашем случае решетки являются полубесконечными, поэтому применение теоремы Флоке, как было сказано во Введении, оправдывается изложенным в работе [6]. Окончательно получаем однородную систему уравнений с четырьмя неизвестными. Приравняв нулю определитель этой системы, найдем дисперсионное соотношение

$$\frac{m_{12}^{(R)} \exp(i\bar{k}_R d_R)}{(1 - m_{11}^{(R)} \exp(i\bar{k}_R d_R))} + \frac{m_{12}^{(L)} \exp(i\bar{k}_L d_L)}{(1 - m_{11}^{(L)} \exp(i\bar{k}_L d_L))} = 0. \quad (8)$$

Необходимо отметить, что существование поверхностных волн, распространяющихся вдоль границы решеток, связано с условием убывания полей от границы раздела в глубь периодических структур. Это условие выполняется в том случае, если запрещенные зоны обеих решеток хотя бы частично совпадают. Выбор корней уравнения (8) производится таким образом, чтобы \bar{k}_L и \bar{k}_R лежали в запрещенных зонах, а $\exp(i\bar{k}_L z)$ и $\exp(i\bar{k}_R z)$ убывали в направлении от границы раздела структур.

На рис. 2 представлена зонная структура обеих решеток, полученная численным решением (8) для следующих значений параметров: $d_{l1} = 2.7 \cdot 10^{-4}$ м, $d_{l2} = 1.1 \cdot 10^{-4}$ м, $d_{r1} = 3.1 \cdot 10^{-4}$ м, $d_{r2} = 1.7 \times 10^{-4}$ м, $d^{l1} = 10.5$, $\varepsilon^{l2} = 4.35$, $\varepsilon^{r1} = 8.5$, $\varepsilon^{r2} = 2.5$. На этом рисунке оси частот для обеих сверхрешеток совмещены, а оси абсцисс направлены в противоположные стороны. Зоны, в которых возможно распространение электромагнитных волн, заштрихованы. Такой способ изображения позволяет показать наличие частично совпадающих запрещенных зон для обеих сверхрешеток. Необходимо отметить, что существует два типа запрещенных зон: 0-зона и π -зона. 0-зона располагается между линиями, которым соответствует $\operatorname{Re} \bar{k} d = 2\pi n$, а π -зона — между линиями, для которых $\operatorname{Re} \bar{k} d = 2\pi n + \pi$. На данном графике также представлены световые линии $k_z'^2 = 0$ (обозначена цифрой 1) и $k_z^{l1} = 0$ (обозначена цифрой 2).

Решение дисперсионного уравнения (7) было получено численно. Результаты представлены на рис. 2. На этом рисунке утолщенными линиями отмечены дисперсионные кривые поверхностных волн, которые расположены

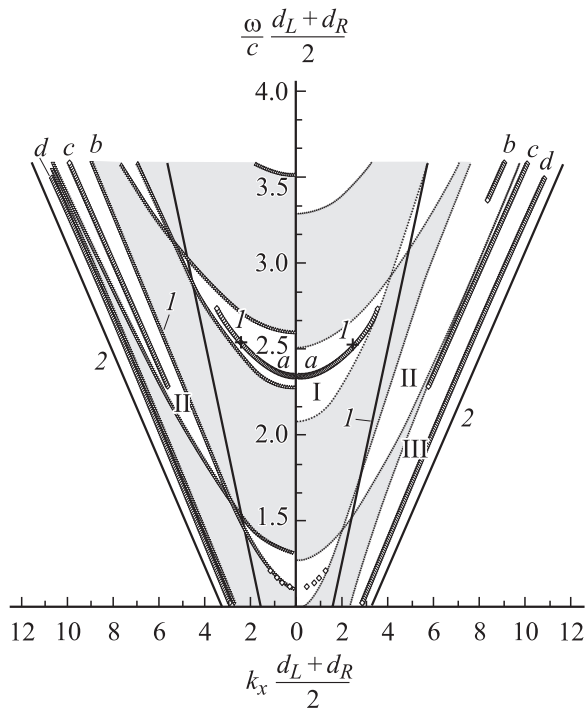


Рис. 2. Зонная структура контактирующих решеток и дисперсионные кривые поверхностных волн.

в запрещенных зонах обеих сверхрешеток. Известно, что дисперсионные кривые не могут обрываться [13]. На данном рисунке видно, что точки окончания кривых связаны с тем, что в одной из сверхрешеток (на левом или на правом графиках) эти кривые переходят в зоны пропускания. Это означает, что волна теряет поверхностный характер в одной из сверхрешеток.

Поля и потоки поверхностных волн

В данном разделе рассмотрим распределение полей в слоях сверхрешеток для поверхностных волн различных зон. Для нахождения полей необходимо записать граничные условия на границах первых периодов каждой решетки и учесть связь между компонентами полей $E_x^{L,R}$ и $H_y^{L,R}$ (6). В результате получается система уравнений восьмого порядка. Эти соотношения являются однородными алгебраическими уравнениями. Выразим компоненты полей через какой-либо один коэффициент, например A_{11} , который будем считать равным единице, при этом можно исключить одно из уравнений. Решая систему уравнений седьмого порядка, находим необходимые коэффициенты (см. Приложение).

Исследование полей поверхностных волн для различных зон не пропускания проводилось численно для параметров, перечисленных ранее. Волновые числа $k_z^{l1}, k_z^{l2}, k_z^{r1}, k_z^{r2}$ могут быть действительными или мнимыми. Это существенно влияет на характер распределения полей в слоях. Если значение какого-либо

поперечного волнового числа мнимое, то распределение поля в соответствующем слое будет носить поверхностный характер, т.е. амплитуды полей будут принимать максимальные значения на границах соответствующего слоя.

В запрещенных зонах блоховские волновые числа $\bar{k}_{L,R}$ принимают мнимые значения. Например, поля для поверхностных волн в первой зоне представлены на рис. 3. Видно, что в левой решетке поля убывают от границы раздела пропорционально $\exp(\text{Im}\bar{k}_L z)$, а в правой — пропорционально $\exp(-\text{Im}\bar{k}_R z)$. В данном случае период повторения полей совпадает с периодом решеток. Это связано с тем, что $\text{Re}\bar{k}_{L,R} = 2\pi N$. Такую поверхностную моду можно назвать „0-модой“.

Если в сверхрешетках блоховские волновые числа в обеих запрещенных зонах могут быть представлены в виде $\bar{k}_{L,R} + (2N + 1)\pi/d_{L,R}$, то имеет место „ π -мода“, поля которой по обе стороны от общей границы повторяются через два периода соответствующей сверхрешетки.

На рис. 3 представлен вариант, когда контакт между сверхрешетками осуществляется при максимальных значениях диэлектрических проницаемостей на границе раздела ($\epsilon^{l1} = 10.5, \epsilon^{r1} = 8.5$). Отметим, что в этом случае магнитное поле при $z = 0$ имеет максимум, а электрическое обращается в нуль. Рис. 4 соответствует случаю контакта сверхрешеток с минимальными значениями ϵ ($\epsilon^{l1} = 4.35, \epsilon^{r1} = 2.5$) в области контакта. В этом случае в точке $z = 0$ максимум имеет электрическое поле, а магнитное поле обращается в нуль.

Дисперсионная кривая c в левой сверхрешетке проходит во второй запрещенной зоне, в которой $\text{Re}\bar{k}_L = \pi$, а в правой структуре попадает в третью запрещенную зону, где $\text{Re}\bar{k}_L = 2\pi$. В соответствии с этим (рис. 2) в левой структуре распределение полей повторяется через

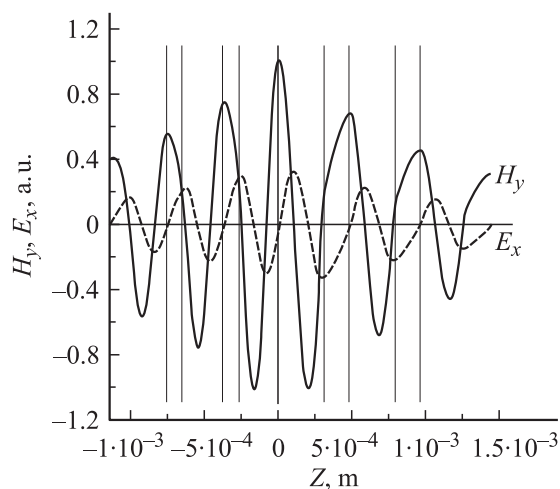


Рис. 3. Распределение электромагнитных полей для случая, когда контакт между сверхрешетками осуществляется на границе раздела при максимальных значениях ϵ (точка 1 на рис. 2).

два периода, а в правой — через период. Кроме того, в данном случае поля отличаются тем, что в слоях $l1$ и $r1$ их распределение носит волноводный характер, а в слоях $l2$ и $r2$ — поверхностный. Можно сказать, что поля просачиваются („туннелируют“) через слои $l2$ и $r2$. Это случай «смешанной» поверхностной моды.

На рис. 5 представлен график распространения потока энергии вдоль оси x для точки l на рис. 2. Расчет потоков производился по формуле

$$P_x = -\frac{c}{4\pi} \operatorname{Re}((H_y^\alpha)^* E_z^\alpha). \quad (9)$$

Максимальный поток энергии наблюдается в слоях первого периода, т.е. в слоях, прилегающих к границе

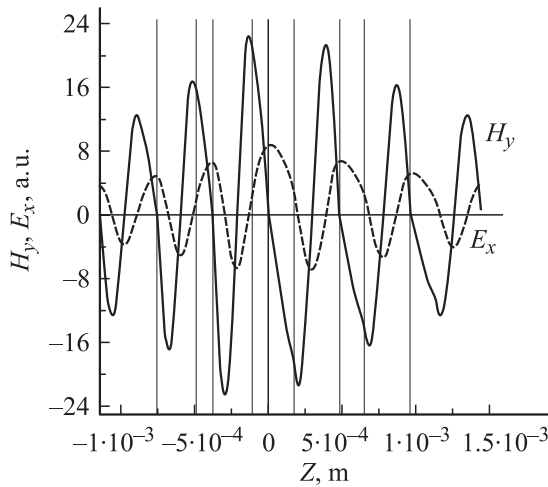


Рис. 4. Распределение электромагнитных полей для случая, когда контакт между сверхрешетками осуществляется на границе раздела при минимальных значениях ϵ .

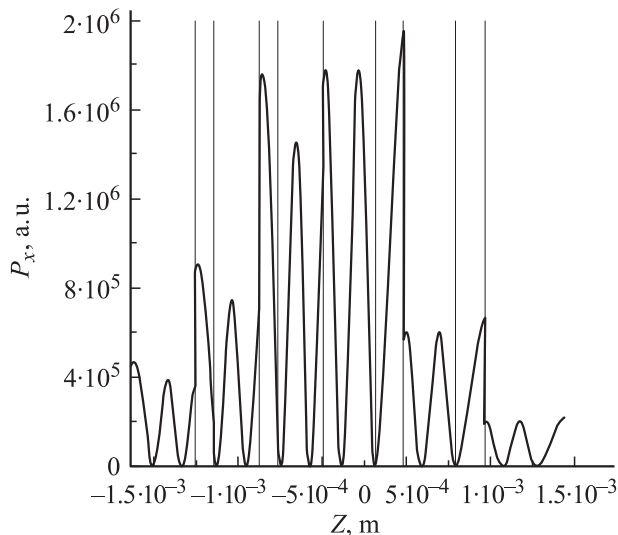


Рис. 5. Поток энергии для точки l на рис. 2.

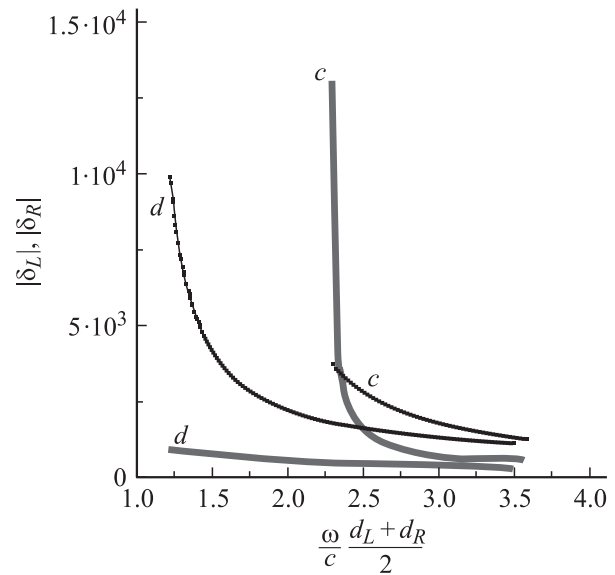


Рис. 6. Глубина проникновения для кривых c, d на рис. 1 (утолщенные линии для правой сверхрешетки, тонкие — для левой).

раздела. В глубь структуры поток энергии экспоненциально убывает. Поток в направлении оси z оказывается мнимым, и, следовательно, распространение энергии вдоль оси z отсутствует.

Интерес представляет глубина проникновения поверхностной электромагнитной волны в глубь сверхрешеток ($\delta_{L,R} = 1/\bar{k}_{L,R}$). Глубина проникновения увеличивается по мере приближения дисперсионной кривой к границам запрещенных зон и обращается в бесконечность, когда волна из поверхностной переходит в объемную (рис. 6). На этом рисунке представлены графики для кривых c и d , которые расположены в II и III зонах.

Выводы

В данной работе теоретически показана возможность распространения поверхностных электромагнитных волн вдоль границы двух различных сверхрешеток с амплитудами полей, убывающих по экспоненте в обе стороны от плоскости раздела решеток. Показано, что существует три типа поверхностных волн: 0-моды, π -моды и смешанные моды. Характер распределения полей в 0-моды повторяется в сверхрешетках через один период, в π -моды — через два периода, а распределение полей в смешанной моде в одной из сверхрешеток повторяется через один период, а в другой — через два периода. Проанализировано распределение потока энергии в поверхностной волне по слоям решеток. Также произведен расчет глубины проникновения поля в сверхрешетку. Показано, что глубина проникновения уменьшается при удалении дисперсионной кривой поверхностной волны от границы зоны пропускания.

Приложение

Коэффициенты в формулах для электромагнитного поля в первом слое левой сверхрешетки

$$A_2 = -iA_1$$

$$\begin{aligned} & \cos(k_z^{l1} d_{l1}) \cos(k_z^{l2} d_{l1}) \exp(i\bar{k}_L d_L) + \frac{k_z^{l1} \varepsilon^{l2}}{\varepsilon^{l1} k_z^{l2}} \sin(k_z^{l1} d_{l1}) \times \\ & \times \frac{\sin(k_z^{l2} d_{l1}) \exp(i\bar{k}_L d_L) - \cos(k_z^{l2} d_L)}{\sin(k_z^{l1} d_{l1}) \cos(k_z^{l2} d_{l1}) \exp(i\bar{k}_L d_L) - \frac{k_z^{l1} \varepsilon^{l2}}{\varepsilon^{l1} k_z^{l2}} \cos(k_z^{l1} d_{l1}) \times} \\ & \times \sin(k_z^{l2} d_{l1}) \exp(i\bar{k}_L d_L) + \frac{k_z^{l1} \varepsilon^{l2}}{\varepsilon^{l1} k_z^{l2}} \sin(k_z^{l2} d_L) \end{aligned} \quad (1)$$

во втором слое левой сверхрешетки

$$B_1 = A_1 \frac{\cos(k_z^{l2} d_L)}{\exp(i\bar{k}_L d_L)} + iA_2 \frac{k_z^{l1} \varepsilon^{l2}}{\varepsilon^{l1} k_z^{l2}} \frac{\sin(k_z^{l2} d_L)}{\exp(i\bar{k}_L d_L)}, \quad (2)$$

$$B_2 = iA_1 \frac{\sin(k_z^{l2} d_L)}{\exp(i\bar{k}_L d_L)} + A_2 \frac{k_z^{l1} \varepsilon^{l2}}{\varepsilon^{l1} k_z^{l2}} \frac{\cos(k_z^{l2} d_L)}{\exp(i\bar{k}_L d_L)}. \quad (3)$$

Для правой сверхрешетки формулы получают соответствующей заменой индексов.

Список литературы

- [1] Floquet G. // Ann de l'Ecole Normale. Serie 2. 1883. Vol. 12. P. 47–88.
- [2] Bloch F. // J. Physik. 1928. Vol. 52. P. 555–610.
- [3] Бриллюэн Л., Пароди М. Распространение волн в периодических структурах. М.: ИЛ, 1959. 458 с.
- [4] Басс Ф.Г., Булгаков А.А., Тетервов А.П. Высокочастотные свойства полупроводников со сверхрешеткой. М.: Наука, 1989. 288 с.
- [5] Тамм И.Е. // ЖЭТФ. 1933. Т. 3. Вып. 1. С. 34–38.
- [6] Лившиц И.М., Розенцвейг Л.Н. // ЖЭТФ. 1948. Т. 18. Вып. 11. С. 1012–1022.
- [7] Maradudin A.A. // Surface Waves. Festkörperprobleme. 1981. Vol. 20. P. 25–116.
- [8] Kossel D. // J. Opt. Soc. Amer. 1966. Vol. 56. P. 1434.
- [9] Ng W., Yeh P., Chen P., Yariv A. // Appl. Phys. Lett. 1978. Vol. 32. P. 370.
- [10] Булгаков А.А., Ковтун В.Р. // Опт. и спектр. 1984. Т. 56. Вып. 5. С. 769–771.
- [11] Романов Ю.А. // ЖТФ. 1972. Т. 42. Вып. 5. С. 1804–1810.
- [12] Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Мир, 1973. 720 с.
- [13] Физическая акустика / Под ред. У. Мэзона. Т. 1. М.: Мир, 1966. 592 с.