

01;05;07;12

Влияние детерминированного хаоса на светосбор в оптических системах

© С.В. Найденев

Институт монокристаллов НАН Украины,
61001 Харьков, Украина
e-mail: naydenov@isc.kharkov.com

(Поступило в Редакцию 13 января 2004 г.)

В рамках динамического подхода рассмотрена проблема светосбора в оптических системах и влияние детерминированного хаоса на фотометрию и флуктуации регулярного и хаотического сбора. Получены фотометрические соотношения, обобщающие формулу светомерного шара, в применении к хаотическому сбору. Предсказан универсальный закон для световых шумов регулярного светосбора, который хорошо подтверждается имеющимися экспериментальными данными. Изученные закономерности могут найти применение при разработке нового дизайна детекторов, световодов, светодиодов и др. в целях повышения их КПД и снижения шумовых характеристик.

Светосбор как физическое явление играет важную роль для многих оптических систем [1–4]. Устранение захваченности света, вызванного, например, полным внутренним отражением, и увеличение световых выходов позволяют существенно повысить КПД светодиодов и лазерных резонаторов, увеличить апертуру световодов и эффективность сцинтилляционных детекторов. Подавление флуктуаций (шумов) светосбора улучшает собственное энергетическое разрешение детекторов, пороговую чувствительность ФЭУ, контрастно-частотную характеристику волоконно-оптических элементов и др.

Оптимизация светосбора предполагает установление его общих закономерностей. Тогда выбор необходимого дизайна оптических систем будет более целенаправленным. На наш взгляд, ключевую роль здесь играет тип хаотической и (или) регулярной динамики световых лучей. Поэтому для исследования светосбора удобно использовать динамический подход. Распространение световых лучей следует рассматривать не в обычном (конфигурационном), а в фазовом пространстве (однозначных состояний) соответствующей динамической системы — бильярда [5–7]. Фазовыми координатами лучей могут быть, например, канонически сопряженные переменные, т. е. обычная координата и импульс (направление) луча. Характеристики светосбора определяются суммированием световых потоков в фазовом пространстве. Отметим, что это соответствует наиболее полному пространственно-угловому описанию светового поля в оптической системе.

Получим общее выражение для коэффициента светосбора τ (отношение выходящего светового потока к начальному). В отличие от развитых ранее методов (численных, компьютерных и др.) (см., например, [8–12]), вычисления проведем в фазовом, а не в конфигурационном пространстве. Каждый отдельный луч изображается точкой фазового пространства Φ . Существование, что не каждый луч выходит из системы. Поэтому из всего Φ вырезается совокупность (множество Φ_L) тех начальных лучей, которые когда-нибудь достигают выходного окна.

„Светосбор“ Φ_L зависит от „входа“ Φ_{in} и „выхода“ Φ_{out} , где Φ_{in} соответствует вспышкам (детектор, оптический резонатор, светодиод) или входящему свету (световод), а Φ_{out} — лучам, падающим на выходное окно. При распространении лучей они испытывают поглощение. Потери интенсивности зависят экспоненциально от (дискретного) числа отражений. Поэтому удобно перейти к дискретному суммированию световых потоков (это обеспечит быструю сходимость возникающих аналитических разложений). Для этого следует выделить из Φ_{in} лучи, которые достигают выходного окна сразу после одного, двух или более отражений, т. е. разбить полный поток на потоки, соответствующие многократным отражениям. В результате получим

$$\tau = \tau_0 + (1 - q_0)T_0 \sum_{m=1}^{+\infty} T^m S_m; \quad S_m = q_m \prod_{n=1}^{m-1} (1 - q_n), \quad (1)$$

где $\tau_0 = q_0 T_0$ определяет прямой свет; T_0 и T — потери (в среднем) для прямого и многократнотраженного света (между двумя последовательными отражениями); использовалось приближение слабых потерь, $1 - T \ll 1$.

Амплитуда многократного рассеяния $S = S[q] = \sum_n S_n$ зависит от последовательности $\{q_m\}$ парциальных апертур выхода в фазовом пространстве. Каждая величина q_m — это доля света (в фазовом пространстве), выходящего на m -м шаге многократных отражений по сравнению с предыдущим шагом. Другими словами, q_m определяет темп или скорость световых выходов, причем m играет роль дискретного времени. Прямым светом можно управлять независимо. Например, как в фотометрическом шаре, его можно вовсе устранить. Поэтому фактор q_0 выделен среди прочих. Величину S можно представить иначе, заменив суммирование потоков их „мультиплицированием“. Перегруппировка членов ряда приводит к формуле

$$S = 1 - \Pi, \quad \Pi = \prod_{m=1}^{+\infty} (1 - q_m). \quad (2)$$

В отсутствие поглощения ($T \equiv 1$) только S определяет светосбор, $\tau = S + \tau_0(1 - S)$.

Фазовое пространство бильярда в общем случае содержит регулярную (одну или несколько) и хаотическую компоненты [5–7]. В соответствии с этим выделяются „регулярный“, „хаотический“ и „смешанный“ типы светосбора. Управляя хаосом, можно управлять и светосбором. Его динамические особенности ярче всего проявляются в отсутствие потерь. Используя представление (2), легко решить вопрос о том, при каком распределении потоков сбор будет максимальным. Предельному $\tau_{\max} = 1$ соответствует $\Pi = 0$. Бесконечное произведение Π равно нулю, если ряд $\sum_m q_m = \infty$ расходится. Наоборот, оно мультиплицируемо, $\Pi \neq 0$, если этот ряд сходится, а его общий член стремится к нулю, $q_m \rightarrow 0$ при $m \rightarrow \infty$. Последнее возможно лишь при достаточно быстром убывании парциальных вкладов многократно отраженных потоков. Тогда $\tau < 1$ (вклад прямого света, $\tau_0 < 1$, всегда неполный, если только не излучает вся поверхность). Первый случай имеет место для хаотического сбора. Второй типичен для сбора с регулярной компонентой световых лучей. Темп световых выходов, как можно проверить на конкретных примерах, здесь обычно спадает степенным образом, $q_m \propto m^{-\gamma}$ ($\gamma > 1$).

Хаотическая динамика означает перемешивание фазовых траекторий [5,6]. Хаотический светосбор имеет место в зеркально-отражающих системах с геометрией хаотического бильярда: „стадион“, „гантеля“, „звезда“ и др. К нему также сводится сбор в диффузных системах с близкой к косинусной индикатрисой рассеяния. Снаружи такую диффузность можно обеспечить специальным матированием, бороздованием или окраской отражающей поверхности. Внутри такое рассеяние вызывается наличием неоднородностей, примесей, структурных дефектов или искусственным введением светорассеивающих центров в исходный оптический материал. Перемешивание обеспечивает свойство

$$q_1 \approx q_2 \approx \dots \approx q_\infty = q; \quad q = \lim_{N \rightarrow \infty} \left[(1/N) \sum_{m=1}^N q_m \right]. \quad (3)$$

Это означает, что многократно отраженные потоки почти равномерно распределены (перемешаны) в фазовом пространстве, а корреляция (различие между q_m) сохраняются только в нескольких первых порядках. Из условия (3) следует $\sum_m q_m = \infty$, т.е. хаотический сбор будет полным, $\tau_{\max} = 1$. С учетом поглощения его световых выходов (после суммирования геометрической прогрессии в формуле (1)) равен

$$\tau = q_0 T_0 + (1 - q_0) [1 + (1 - T)/qT]^{-1}. \quad (4)$$

Это — обобщение известной „формулы светометрического шара“ (ФСШ) [1]. Принципиально, что средняя апертура q (вероятность выхода после одного отражения) здесь определяется не в конфигурационном, а в фазовом

пространстве. Это улучшает точность и расширяет область применимости формулы (4). Апертуру q можно определить численно или аналитически по известной индикатрисе рассеяния отражающей поверхности. Так, для азимутально-симметричной индикатрисы

$$f(\theta) = (2\pi)^{-1} \sum_{k=0}^{+\infty} (k+1) f_k \cos^k \theta,$$

(f_k — амплитуды с нормировкой $\sum_k f_k = 1$; θ — полярный угол) вычисления дают

$$q = fg, \quad f = \sum_{k=0}^{+\infty} f_k \left\{ 1 - [1 - n^{-2}]^{(k+1)/2} \right\}, \quad g = S_{\text{out}}/S, \quad (5)$$

где n — относительный показатель преломления, S_{out} и S — площадь выходного окна и всей поверхности соответственно.

Произведение угловой f и геометрической g апертур определяет полную апертуру выхода q . В отсутствие полного внутреннего отражения, когда $n = 1$, апертура становится чисто геометрической, $f = 1$ и $q = g$. Отметим, что ранее в приложениях ФСШ в качестве апертуры фигурировала или только f (средний телесный угол, под которым видно выходное окно из произвольной точки внутри оптической системы), или только g , а не их полное произведение.

Для систем с соизмеримыми размерами формулу (4) можно упростить. Тогда $q_0 \approx q$, $T_0 \approx T$ и

$$\tau = \tau_{\text{chaos}} = qT/[1 - (1 - q)T]. \quad (6)$$

Это — универсальная зависимость, так как световых выходов определяется одной и той же формулой для систем разной геометрии, но только при условии их сильной хаотичности, т.е. хаотический сбор обладает фотометрической универсальностью. „Прозрачность“ $T = \exp(-l_{\text{BIL}}/l_{\text{BAL}})$ зависит от средней длины l_{BIL} пробега луча между отражениями (в теории бильярда $l_{\text{BIL}} = 4V/S$, где V — объем системы) и длины объемного поглощения фотона l_{BAL} . В первом порядке разложения по $l_{\text{BIL}}/l_{\text{BAL}} \ll 1$, для косинусной индикатрисы $f(\theta) = \pi^{-1} \cos \theta$ из формул (5) и (6) получим

$$\tau = [1 + n^2(l_{\text{eff}}/l_{\text{BAL}})]^{-1}, \quad (7)$$

где $l_{\text{eff}} = l_{\text{BIL}}/g$ — эффективная длина пробега.

Полученная формула, например, пригодна для оценки влияния светосбора на КПД светодиодов. В них с равной яркостью излучает свет практически вся ($g = 1$) внешняя оболочка, охватывающая полупроводниковый элемент. С ростом показателя преломления n происходит резкое падение световых выходов. Чтобы компенсировать эти потери, необходимо или увеличивать прозрачность системы или уменьшать ее размеры. В обоих случаях увеличивается отношение $l_{\text{BAL}}/l_{\text{BIL}}$. Образуется как бы сильно разреженный „газ световых лучей“. Выход

его излучения максимален. Например, при $n \simeq 2$ и $l_{BAL}/l_{BIL} \simeq 16$ световыход достигает 80%.

Лучевой хаос в оптической системе является необходимым условием применимости ФСШ. Любая потеря стохастичности, например ухудшение диффузности рассеивающей поверхности фотометрического шара, существенно ухудшает точность измерений, основанных на ФСШ. В приближении (3) эта точность определяется дисперсией

$$Dq = \lim_{N \rightarrow \infty} \left[(1/N) \sum_{m=1}^N (q_m - q)^2 \right].$$

Точность тем лучше, $Dq \ll 1$, чем ближе средняя апертура выхода к нулю или к единице, т.е. при $q \ll 1$ (малое в сравнении с размером системы выходное окно или сильное полное внутреннее отражение) или при $1 - q \ll 1$ (в оптическом контакте излучает вся поверхность системы). Используя формулы (1) и (6), легко оценить относительные (среднеквадратичные) флуктуации хаотического сбора

$$\delta\tau = T\delta q, \quad \delta\tau = (D\tau)^{1/2}/\tau, \quad \delta q = (Dq)^{1/2}/q, \quad (8)$$

где $D\tau$ — дисперсия коэффициента светосбора.

Эти флуктуации (шумы) светосбора вызваны тем, что коэффициент светосбора зависит от расположения первичных источников (вспышек) света. Вместе с тем хаотические траектории внешне неотличимы друг от друга только в одной и той же системе, но для разных систем сильно отличаются по ряду своих характеристик (например, показателя Ляпунова и др.). Это вызвано экспоненциальной чувствительностью хаотических систем к изменению начальных или внешних условий. В результате вариации (неоднородности) апертур выхода δq существенно зависят от типа системы, ее геометрии, характера отражения. Поэтому универсальная связь, такая как, например, для статистического пуассоновского шума, между флуктуациями и световыходом здесь отсутствует.

Регулярный светосбор возможен только в системах с зеркальными световыми потоками. Обычно это — системы правильной геометрии: прямоугольной, цилиндрической, сферической или с геометрией полиэдров (многогранников с рационально-соизмеримыми углами). Смешанный сбор происходит в системах с геометрией бильярда со смешанной динамикой (присутствуют обе — хаотическая и регулярная компоненты движения) или в диффузных системах с существенным вкладом регулярной компоненты зеркально-отраженного света (например, окрашенный цилиндрический световод). Для регулярного или смешанного сбора члены последовательности q_m убывают достаточно быстро. Например, $q_m \propto m^{-2}$ в длинном цилиндре с источником на оси, выходом на торце и зеркальным отражением от границ. Сходимость суммы $\sum_m q_m < \infty$ приводит к $\tau_{\max} < 1$. Физически это происходит из-за „светозахвата“ части

лучей, принадлежащих регулярной компоненте движения. Для хаотической компоненты захват отсутствует, так как ему препятствует перемешивание лучей. Благодаря перемешиванию любой „неблагоприятный“ луч с течением времени все-таки попадает в область световыхода Φ_{out} , тогда как многие из лучей регулярного движения могут всегда оставаться вне ее.

Средняя апертура при светозахвате всегда равна нулю

$$q_{\text{reg}} = \lim_{N \rightarrow \infty} \left[(1/N) \sum_{m=1}^N q_m \right] = 0.$$

Световыход чувствителен к распределению многократно отраженных потоков. Поэтому универсальная зависимость типа формулы (4) здесь отсутствует. На рис. 1 для сравнения построены графики для хаотического и регулярного световыхода. Регулярный сбор рассмотрен для систем правильной геометрии, в оптическом контакте с приемником. В качестве апертуры выступает геометрическая апертура, т.е. $q = g = S_{\text{out}}/S$. Вычисления q_m опускаем. Не только качественно, но и количественно регулярный сбор значительно отличается от хаотического. Из рис. 1 также видно, что при высокой прозрачности лучше хаотический сбор. С усилением поглощения их роли меняются (хаотический сбор меньше регулярного). Это происходит из-за диффузного замедления хаотического луча (для сравнения отметим, что у броуновской частицы только квадрат смещения пропорционален времени движения). В результате гораздо сильнее происходит его ослабление до ожидаемого выхода из системы.

Что касается флуктуаций регулярного светосбора, от они-то как раз подчиняются универсальной закономерности в отличие от хаотического сбора. Это является отражением того, что фазовый портрет регулярного

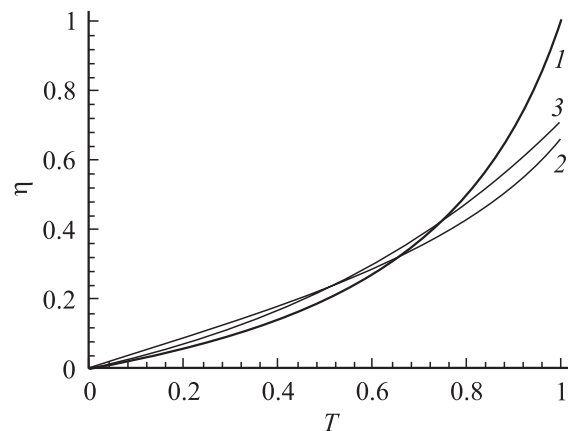


Рис. 1. Коэффициент световыхода η (теоретический) в оптической системе с хаотическим (1) и регулярным сбором (цилиндр (2) и полусфера (3)) в зависимости от оптической прозрачности T . Выходным окном служит основание (цилиндр) или диаметрально сечение (сфера). Апертура выхода везде одинаковая. $q = 1/4$ (диаметр выходного окна равен высоте цилиндра и меньше полусферы в $\sqrt{1.5} \approx 1.2$ раз).

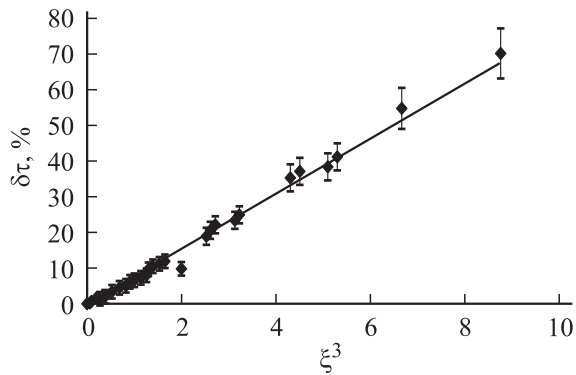


Рис. 2. Универсальная зависимость относительных флуктуаций световых выходов ($\delta\tau$) от диссипативного фактора (ξ^3) для детекторов разного вида с регулярным светосбором. Сплошная прямая — теоретический закон, значки — экспериментальные и расчетные (численные) данные. Показан их возможный разброс значений, не превышающий 10%.

сбора выглядит одинаково для систем разной геометрии. Характерное свойство регулярных траекторий — равенство нулю показателя Ляпунова. В подходящих координатах фазовый портрет регулярного сбора выглядит как набор параллельных гиперповерхностей. Аналитически для флуктуаций регулярного сбора, используя в фазовом пространстве разложение по малому параметру $\alpha \ll 1$, где $T = \exp(-\alpha)$, можно вывести соотношение

$$\delta\tau = \alpha[\delta N + \dots], \quad (9)$$

где многоточием обозначены старшие поправки; δN — относительная (среднеквадратичная) вариация в числе отражений до выхода луча из системы.

Из него после замены переменных следует зависимость

$$\delta\tau_{\text{reg}} \propto \xi^3; \quad \xi = (1 - \tau/\tau_{\text{max}})^{1/2}, \quad (10)$$

где введен новый параметр ξ — диссипативный фактор, показывающий, насколько сильно световые потери уменьшают коэффициент сбора по сравнению с его максимальным значением $\tau_{\text{max}} = \tau(\alpha = 0)$.

Эта зависимость носит характер закона. Чтобы подтвердить это, мы сравнили ее с экспериментальными и расчетными данными для флуктуаций светосбора в сцинтилляционных детекторах [4]. Рассмотрены разные сцинтилляторы (NaI(Tl), CsI(Tl), BWO, CWO), разная геометрия (цилиндр и прямая призма), разный объем (от 1 до 1000 см³) и соотношение размеров, отсутствие и наличие оптического контакта. Всего использовалось 200 расчетных точек, показанных на рис. 2. Все они с точностью не хуже 10% (обычная точность таких измерений) ложатся на общую теоретическую прямую. Константа в этой зависимости $\delta\tau = C_{\text{reg}} \times \xi^3$ оказалась равной примерно $C_{\text{reg}} \approx 7.77$.

Таким образом, в рамках динамического подхода проведено единое описание светосбора в оптических системах. Особенности светосбора существенно связаны с типом регулярной и хаотической динамики соответствующей динамической системы — биллиарда.

Хаотический светосбор обладает универсальной фотометрической зависимостью (4), (5) или (6), (7). Эта универсальность может быть полезна, например, при разработке светодиодов белого света, так как позволяет независимо управлять пропорцией смешивания цветов от нескольких монохроматических источников. Световой ход регулярного сбора (с типичным для него светозахватом) существенно зависит от геометрии системы и такой универсальностью не обладает. Быстрое убывание его парциальных апертур выхода q_m с ростом мультипольности m означает, что большую часть световой энергии здесь переносят лучи с небольшим числом отражений до выхода из системы. Поэтому регулярный светосбор может быть полезен в системах, где требуется большее быстроедействие при передаче световых сигналов. Для флуктуаций (шумов) регулярного сбора предсказан универсальный закон (10). Наоборот, хаотический сбор такой универсальностью не обладает. Можно сказать, что фотометрические и флуктуационные закономерности регулярного и хаотического сбора дуальны друг другу. Универсальность шумов регулярного сбора важна в приложениях. Например, она позволяет прогнозировать ожидаемые шумы (энергетическое разрешение) детекторов только по измеренному световыходу. Дальнейшее развитие предложенного подхода предполагает изучение этих и других закономерностей, связанных с особенностями нелинейной динамики световых лучей. Это может быть полезно для разработки дизайна новых высокоэффективных детекторов, световодов, светодиодов, лазерных резонаторов и др.

Список литературы

- [1] Цирлин Ю.А. Светособирание в сцинтилляционных счетчиках. М.: Атомиздат, 1975. 264 с.
- [2] Вейнберг В.Б., Саттаров Д.К. Оптика световодов. Л.: Машиностроение, 1977. 320 с.
- [3] Nocel J.U., Stone A.D. // Nature 1997. Vol. 385. P. 45–47.
- [4] Глобус М.Е., Гринев Б.В. Неорганические сцинтилляторы. Харьков: Акта, 2000. 408 с.
- [5] Корнфельд И.П., Синай Я.Г., Фомин С.И. Эргодическая теория. М.: Наука, 1980. 383 с.
- [6] Заславский Г.М., Сагдеев Р.З. Введение в нелинейную физику. От маятника до турбулентности. М.: Наука, 1988. 368 с.
- [7] Найденов С.В., Яновский В.В., Тур А.В. // Письма в ЖЭТФ 2002. Т. 75. Вып. 8. С. 499–504.
- [8] Кукушкин Л.С., Ратнер А.М. // ЖТФ 1958. Т. 28. Вып. 2. С. 345–350.
- [9] Derenzo S.E., Rilers J.K. // IEEE Trans. Nucl. Sci. 1982. Vol. NS-29. P. 191–194.
- [10] Carrier C., Lecomte R. // Nucl. Instrum. and Meth. 1990. Vol. A294. P. 355–364.
- [11] Бердников Я.А., Гребеничиков В.В., Космач В.Ф. и др. // ПТЭ 2002. № 4. С. 49–54.
- [12] Gentit F.-X. // Nucl. Instrum. and Meth. 2002. Vol. A486. P. 35–39.