

Измерение нестационарных тепловых потоков градиентными датчиками на основе анизотропных монокристаллов висмута

© С.З. Сапожников, В.Ю. Митяков, А.В. Митяков

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет,
195251 Санкт-Петербург, Россия
e-mail: tot@pef.spbstu.ru

(Поступило в Редакцию 28 ноября 2003 г.)

Описаны градиентные датчики теплового потока, выполненные на основе анизотропных монокристаллов висмута чистоты 0.9999. Показано, что их постоянная времени составляет 0.05 ms. Предложен способ учета нестационарности температуры, измеряемой с помощью датчиков.

Введение

В большинстве тепловых процессов температуры и тепловые потоки зависят от времени, причем характерная частота, на которой меняются эти величины, составляет от единиц герц до нескольких килогерц. Даже в традиционных „стационарных“ задачах теплообмена толщина пограничного слоя подвержена флуктуациям, что выражается в колебаниях температуры и теплового потока на поверхности.

Нестационарная составляющая несет важную информацию о физике процесса, поэтому измерения (с минимальным искажением) пульсаций теплового потока представляют важную и интересную задачу. На пути ее решения встает в первую очередь ограниченная номенклатура и недостаточное быстродействие разработанных к настоящему времени датчиков теплового потока.

Классификация датчиков теплового потока, предложенная О.А. Герашенко [1], выделяет среди них группу, названную „датчиками типа вспомогательной стенки“. Такие устройства представляют собой пластинку, размещаемую на поверхности тела-объекта или в теплопроводной среде так, чтобы вектор теплового потока был перпендикулярен рабочим плоскостям датчика.

Принцип действия большинства этих датчиков прост: они представляют собой многоспайную термопару (рис. 1, *a*); векторы термоэдс и теплового потока оказываются коллинеарными. По терминологии А.В. Митякова [2], датчики отнесены к продольному типу. Именно датчики продольного типа, а лучшие их конструкции были разработаны в 1960–1970 гг. в институте технической теплофизики АН УССР (ныне ИТТФ НАН), применяются чаще всего в отечественных исследованиях. Зарубежные аналоги реализуют в основном тот же принцип действия и существенными преимуществами не обладают.

Для повышения чувствительности датчиков продольного типа их приходится делать достаточно толстыми (до 1–2 mm), что приводит к двум принципиально неустранимым недостаткам: термическое сопротивление датчиков имеет порядок $10^{-3} \text{ m}^2\text{K/W}$, что существенно искажает поле температур в зоне измерения и, как следствие, вносит методическую погрешность, оценить которую непросто; высокая чувствительность достигается ценой низкого быстродействия: постоянная времени может достигать 10 ... 100 s и более.

В Санкт-Петербургском государственном политехническом университете в 1996–2003 гг. авторы развивают принципиально иной подход. Датчики, названные градиентными, тоже представляют собой „вспомогательную стенку“, но принцип их действия совершенно иной, а технические показатели во многом выше, чем у датчиком продольного типа.

В градиентных датчиках теплового потока (ГДТП) использован: поперечный эффект Зеебека: появление термоэдс в направлении, нормальном вектору теплового потока, поэтому ГДТП должны быть отнесены к поперечному типу (рис. 1, *b*).

Теория и конструкция ГДТП

Действие ГДТП основано, как отмечено выше, на поперечном эффекте Зеебека — появлении термоэдс с вектором напряженности, нормальным к вектору теплового потока, в средах с анизотропией теплопроводности, электропроводности и коэффициента термоэдс. Элементарная теория ГДТП обобщена в работах [3–5].

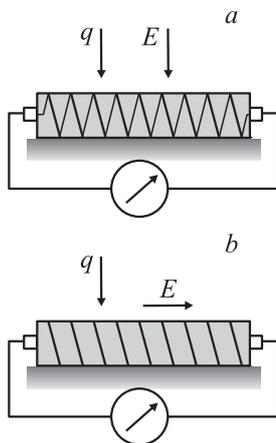


Рис. 1. Датчики теплового потока продольного (*a*) и поперечного типов (*b*).

Поперечная термоэдс возникает, когда вектор теплового потока не совпадает с главными осями кристалла, обладающего анизотропией теплопроводности и коэффициентов термоэдс. К числу таких анизотропных материалов относят висмут.

На рис. 2 приведен прямоугольный параллелепипед, вырезанный из монокристалла висмута. Его называют анизотропным термоэлементом, а показанную на рисунке плоскость — тригональной.

Поскольку термоэлемент обладает анизотропией теплопроводности, вектор теплового потока во всех сечениях, кроме плоскости 1–2–3–4, будет отклоняться от оси Z . Это означает, что разность температур возникнет не только вдоль оси Z , но и вдоль оси X , а вектор теплового потока в каждом сечении повернется относительно первоначального направления на некоторый угол.

Под воздействием внешнего теплового потока в термоэлементе возникает поперечное электрическое поле напряженностью

$$e_x = (\varepsilon_{33} - \varepsilon_{11}) \sin \theta \cos \theta \cdot l \frac{\partial T}{\partial z},$$

которая пропорциональна проекции градиента, т.е. на основании закона Фурье плотности теплового потока

$$e_x = \frac{(\varepsilon_{33} - \varepsilon_{11}) \sin \theta \cos \theta}{\sqrt{\lambda_{33}^2 \sin^2 \theta + \lambda_{11}^2 \cos^2 \theta}} F \cdot q_z. \quad (1)$$

Здесь ε_{11} , ε_{33} — компоненты тензора дифференциальной термоэдс; λ_{11} , λ_{33} — компоненты тензора теплопроводности; $F = l \cdot b$ — площадь элемента в плане; q_z — средняя плотность внешнего теплового потока. Таким образом, термоэдс e_x линейно связана с плотностью теплового потока q_z и площадью элемента F , а ее величину определяет выбор угла θ (для висмута оптимальное значение $\theta_{\text{opt}} = 53.4^\circ$).

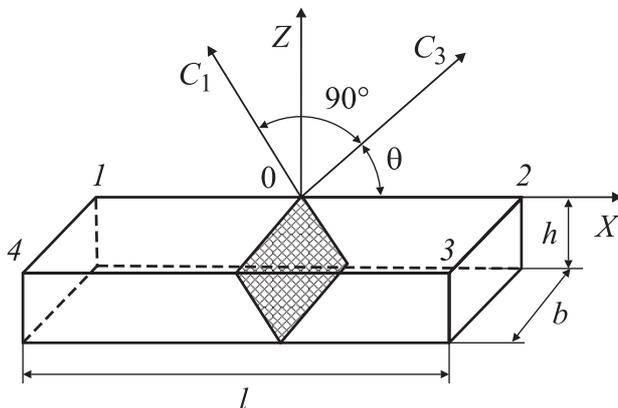


Рис. 2. Анизотропный термоэлемент размером $l \times b \times h$; C_1 , C_3 — главные кристаллографические оси; θ — угол, под которым термоэлемент вырезан из монокристалла.

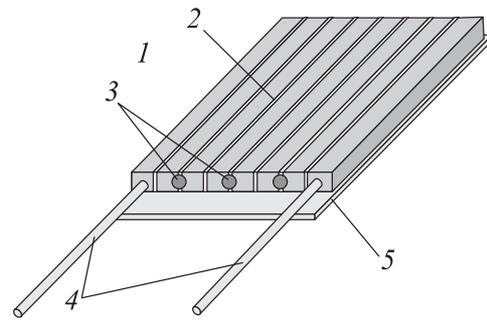


Рис. 3. Конструкция ГДТП: 1 — пластинка из анизотропного висмута, 2 — прокладки, 3 — спаи, 4 — токовыводы, 5 — подложка.

Основной характеристикой такого термоэлемента является вольт-ваттная чувствительность (V/W)

$$S_0 = \frac{e_x}{q_z F}. \quad (2)$$

Одиночная пластинка висмута имеет толщину $0.1 \dots 0.2 \text{ mm}$, ее площадь в плане F и сигнал e_x оказываются весьма малыми. Именно поэтому термоэлементы (как и термопары в датчиках продольного типа) соединяют последовательно. Полученные в результате батареи и составляют конструкцию ГДТП.

На рис. 3 схематически показан ГДТП, изготовленный из пластинок висмута 1. Пространственное расположение тригональных плоскостей в двух соседних элементах обеспечивает суммирование действующих в них конечных термоэдс.

Датчик монтируют на подложках 5 из слюды. Пластины 1 изолируют одну от другой тонкими ($5 \mu\text{m}$) прокладками из лавсана 2 и склеивают с подложкой из слюды 5 клеем БФ-2. Спаи 3 выполнены чистым висмутом и соединяют пластины 1 в последовательный контур. Крайние пластины снабжают токовыводами 4.

Термоэдс ГДТП такой конструкции

$$E = q_z E S_0 n, \quad (3)$$

где n — число элементов (пластинок 1), составляющих датчик.

Толщина ГДТП, доведенная до $0.1 \dots 0.2 \text{ mm}$, что при эффективной теплопроводности, близкой к $7.45 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$, обеспечивает термическое сопротивление $10^{-5} \text{ m}^2 \text{ K}/\text{W}$ — на 1–2 порядка ниже, чем у датчиков продольного типа.

В наших опытах ГДТП выполнялись на основе монокристаллов висмута чистоты 0.9999; для них $S_0 = 5 \dots 20 \text{ mV}/\text{W}$, а рабочий диапазон температур составляет $20 \dots 540 \text{ K}$ (верхняя граница близка к точке плавления висмута). Разработанная методика [3] позволяет градуировать ГДТП по джоуль-ленцеву тепловому потоку с погрешностью не более 1%; линейность зависимости (1) соблюдается с точностью не менее 5% во всем

диапазоне температур и давления до 30 МПа. Тепловые шумы ГДТП из висмута сопоставимы с шумами в других чистых металлах. Сопротивление типичных батарейных ГДТП составляет 0.1 ... 10 Ω, что позволяет регистрировать сигнал любой аппаратурой, используемой в комплексе с традиционными термопреобразователями.

Динамические характеристики ГДТП

Равенство (1) получено в предположении, что задача теплопроводности стационарна и плотность теплового потока q_z не зависит от времени. Нестационарные процессы требуют значения динамических характеристик датчика, в первую очередь его постоянной времени τ_{\min} .

Для экспериментов был создан специальный стенд (рис. 4) на основе импульсного лазера модели Delta-201, который работает в режиме модулированной добротности при следующих параметрах: длина волны 1.06 μm; длительность импульса 0.15 ms, мощность излучения 1250 KW/m², интервал между импульсами 60 ms.

От лазера 1 луч 2 с начальным диаметром 0.1 mm проходит через специальную оптическую систему 3 и зеркало 4; при этом луч 2 „разводится“ до диаметра 15 mm. Затем луч 2 попадает на фотодиод 5, ГДТП 6 и приемник лазерного излучения 7, закрепленные на подложке 8 с помощью теплопроводной пасты и подключенные к запоминающему осциллографу 9. Фотодиод 5 с постоянной времени около 1 μs использован в схеме для запуска осциллографа 9 практически одновременно с началом облучения. Для независимого измерения мощности излучения рядом с ГДТП 6 помещался быстродействующий пленочный приемник излучения 7 с постоянной времени 1 μs.

Сначала в опытах использовался ГДТП с размерами 4 × 7 × 0.2 mm и чувствительностью 9.3 mV/W. Поверхность датчика была покрыта специальным составом со степенью черноты 0.98. В результате получена зависимость сигнала ГДТП от времени при импульсном облучении датчика тепловым потоком постоянной плотности.

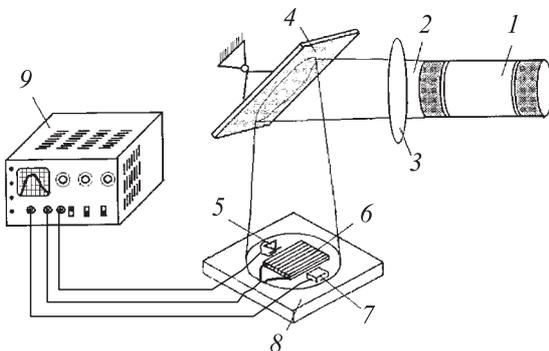


Рис. 4. Стенд экспериментального исследования динамических характеристик ГДТП: 1 — лазер, 2 — луч, 3 — специальная оптическая система, 4 — зеркало, 5 — фотодиод, 6 — ГДТП, 7 — приемник лазерного излучения, 8 — массивная алюминиевая подложка, 9 — осциллограф.

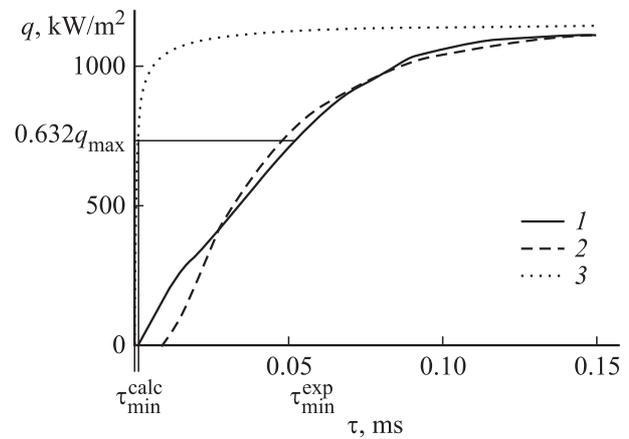


Рис. 5. Динамические характеристики ГДТП из висмута. 1 — расчет по уточненной модели составного тела с дефектным слоем, 2 — эксперимент, 3 — расчет по модели однородного тела.

Затем исследовалась динамика ГДТП толщиной 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5 и 4.0 mm с теми же размерами в плане (4 × 7 mm) и той же степенью черноты. Результаты опытов для всех датчиков оказались практически одинаковыми. Так впервые проявилось коренное различие датчиков продольного и поперечного типов.

Постоянную времени датчиков продольного типа определяет их эффективная температуропроводность a и толщина h

$$\tau_{\min} = \frac{4}{\pi^2} \frac{h^2}{a},$$

физически это вполне объяснимо: структура материала „почти однородна“, а сигнал формируется по разности температур на противоположных сторонах датчика.

Мы предположили, что за сигнал ГДТП „отвечает“ тонкий поверхностный слой анизотропного материала, отделенный от поверхности датчика лишь зоной технологического травления толщиной около 30 μm.

В работе [6] показано, что экспериментальная (2) и расчетная (3) динамические характеристики ГДТП располагаются так, как показано на рис. 5; расчетная кривая, построенная для „идеального“ ГДТП, не имеющего вытравленного слоя. Такой датчик в принципе можно изготовить, выращивая отдельные монокристаллические элементы из расплава, постоянная времени для него окажется предельно достижимой для анизотропного висмута.

В расчетах предполагалось, что на поверхности полуограниченного массива действует тепловой поток плотностью q_{\max} . В этом случае, как известно из линейной теории теплопроводности, на глубине δ_0 плотность теплового потока составит $q(\delta_0, \tau) = q_{\max} \operatorname{erfc} 0.5(a \cdot \tau / \delta_0^2)^{-0.5}$. Постоянную времени определим из соотношения $[q_{\max} - q(\tau)] / q_{\max} = 1 / \exp(1) \approx 0.368$.

Найдем на экспериментальной кривой 2 точку с ординатой, равной $(1 - 0.368)q_{\max}$; абсцисса этой точки и определит постоянную времени $\tau_{\min} = 0.05$ ms. Для „идеального“ ГДТП таким же образом определим предельно достижимое значение $\tau_{\min}^{\text{расч}} = 0.01$ ms.

С учетом сказанного можно утверждать, что для ГДТП чувствительность не связана с толщиной (и быстродействием) датчика, а толщина в свою очередь определяется только технологией производства и практически составляет 0.1 ... 0.4 mm; постоянная времени не зависит от толщины датчика и определяется только физическими свойствами и толщиной поверхностного („рабочего“) слоя; термическое сопротивление (и вызываемое им искажение поля температуры) обычно ниже, чем в датчиках продольного типа.

Теплометрия в нестационарных процессах

Теплометрией на основе ГДТП мы занимаемся с 1996 г. Результаты исследования свободно-конвективного теплообмена на вертикальной пластине [7], вынужденно-конвективный теплообмен при обтекании гладкого цилиндра и цилиндра с турбулизаторами [8], сферической лунки [9], а также сложного теплообмена в камере сгорания дизельного двигателя [10] позволили как тестировать методику на классических задачах, так и получить ряд приоритетных результатов.

На рис. 6 показаны измерения ГДТП пульсаций теплового потока q'_φ на поверхности цилиндра, омываемого поперечным потоком воздуха; плотность теплового потока $q = q_\varphi + q'_\varphi$. Цилиндр обогревается насыщенным водяным паром, температура его поверхности близка к 100°C , воздух имеет температуру около 20°C , угол φ между вектором скорости потока и направлением радиус-вектора, задающего место установки ГДТП, составляет 150°C .

Значительный интерес представляют измерения теплового потока в таких резко нестационарных системах, как волны в ударных трубах [11].

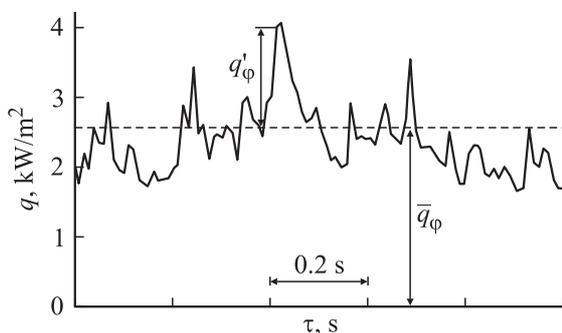


Рис. 6. Пульсации теплового потока на поверхности поперечно омываемого цилиндра ($\varphi = 150^\circ$, число Рейнольдса $Re = 5 \cdot 10^4$).

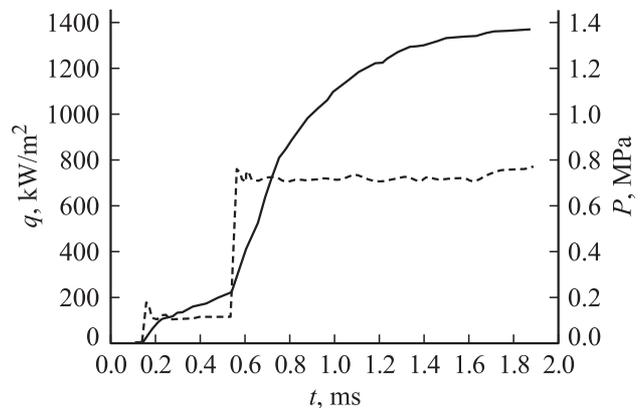


Рис. 7. Изменение во времени теплового потока (сплошная линия) и давления (штрих) в ксеноне на боковой стенке ударной трубы в сечении, отстоящем от ее торца на расстоянии 100 mm.

В опытах на ударных трубах Физико-технического института им. А.Ф. Иоффе РАН и Санкт-Петербургского государственного политехнического университета исследовались ГДТП размером $4 \times 7 \times 0.2$ mm с вольт-ваттной чувствительностью 9.4 ... 9.8 mV/W.

На ударной трубе ФТИ опыты проводили в атмосфере ксенона, нагреваемого ударной волной с числом Маха $M = 6$. Датчик располагали заподлицо с внутренней стенкой цилиндрического канала трубы в сечениях, отстоящих от закрытого торца на расстоянии 100 и 425 mm. В этих же сечениях устанавливался пьезоэлектрический датчик давления с диаметром чувствительного элемента 4 mm.

Данные измерений в сечении, отстоящим от торца трубы на 100 mm, показаны на рис. 7. Сигнал датчика давления (штриховая линия) резко возрастает в момент прохождения через измерительное сечение падающей ($\tau = 0.15$ ms) и отраженной ($\tau = 0.55$ ms) ударных волн. Кривая изменения теплового потока (сплошная линия) полностью коррелирует во времени с сигналом датчика давления. Плотность теплового потока в области за отраженной ударной волной (температура газа $T \sim 7000$ K) достигает 1.4 MW/m². Оба датчика предварительно тарировались: погрешность измерения теплового потока составляет $\sim 2\%$, давления — не более 10%.

На ударной трубе СПбГПУ опыты проводились на воздухе ($M = 1.9$) по той же схеме. ГДТП размещали на внутренней цилиндрической стенке трубы в сечении, удаленном на 3 m от закрытого торца, а также в центре торцевой заглушки канала. Как и в предыдущих опытах, начало импульсов совпадает с приходом к датчику ударной волны. Датчик на боковой стенке (кривая 1 на рис. 8) регистрирует возрастание теплового потока в момент прохождения падающей ударной волны, температура за которой составляет 460 K, и его последующее уменьшение после прихода в это сечение холодного газа за контактной поверхностью.

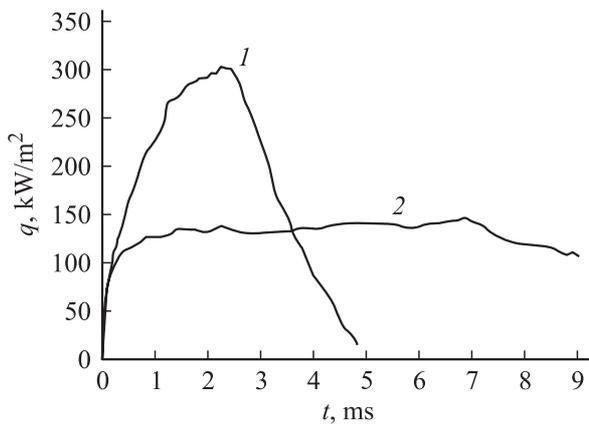


Рис. 8. Изменение теплового потока за ударной волной в воздухе: 1 — на боковой стенке в 3 м от торца трубы, 2 — на торцевой поверхности трубы.

Датчик в торце трубы (кривая 2) в момент прихода (и отражения) ударной волны сразу оказывается в области неподвижного газа с температурой 900 К. Примерно через 1.5 мс после отражения ударной волны тепловой поток стабилизируется и остается практически неизменным вплоть до 7 мс, когда к торцу трубы приходит контактная поверхность. Обращает на себя внимание более чем двукратное превышение максимального уровня теплового потока к цилиндрической стенке канала (сплошная линия) над уровнем теплового потока к торцу (штриховая линия). Это, по-видимому, свидетельствует о различных механизмах теплообмена на боковой и торцевой стенках канала. На торцевой поверхности теплообмен протекает так же, как между двумя полуограниченными стержнями, в то время как на цилиндрической стенке преобладает конвективный теплообмен. Этот вывод подтверждается результатами измерений теплового потока за отраженной ударной волной в описанных выше опытах на ударной трубе ФТИ (рис. 7). Датчик в этих опытах находился в пограничном слое, образованном спутным потоком за падающей ударной волной, и отраженная ударная волна, двигаясь навстречу спутному потоку, взаимодействовала с этим слоем. Поэтому газ у стенки не находился в состоянии покоя, как это имело место у торца трубы, и, следовательно, существовал конвективный теплообмен.

Возможности ГДТП в термометрии

Зависимость омического сопротивления ГДТП от температуры близка к линейной, что позволяет считать их разновидностью термометров сопротивления и использовать в мостовых или иных традиционных схемах термометрии, „погружая“ в исследуемую среду целиком, чтобы избежать влияния поперечной термоэдс. В этом случае инерционность ГДТП (в виде пластины толщиной h) определяется числом Фурье $Fo = a\tau/h^2$. Такую термометрию назовем „активной“, поскольку че-

рез термометр приходится пропускать ток от внешнего источника.

Но сама способность ГДТП формировать сигнал при прохождении теплового потока позволяет предложить иную, „пассивную“ схему термометрии: поскольку датчик является источником эдс, достаточно измерить ток и падение напряжения в его цепи, а затем рассчитать сопротивление по закону Ома

$$I = \frac{E}{R_{sh} + R_0(1 + \chi T)}, \quad (4)$$

где I — ток в цепи; R — сопротивление нагрузки (шунта); R_0 — сопротивление ГДТП при начальной температуре (например, при 0°C); χ — температурный коэффициент сопротивления для материала ГДТП, определяемый градуировкой в термостате.

Таким образом, достаточно смонтировать ГДТП в требуемом месте, проложить провода до зоны регистрации, а затем определить тепловой поток по формуле (3) и температуру по формуле (4).

Можно, наконец, реализовать схему измерения нестационарной температуры. В нестационарной термометрии принято считать, что истинные значения температуры среды

$$T_f = T_f(\tau) = T(\tau) + \tau_{min}^* \frac{dT}{d\tau}, \quad (5)$$

где $T(\tau)$ — показания достаточно инерционного термометра, τ_{min}^* — постоянная времени этого термометра.

Пусть два ГДТП D_1 и D_2 толщиной h каждый закреплены на массивной подложке так, как показано на рис. 9. Температуру T рассчитаем по формуле (4). Постоянную τ_{min}^* либо определим экспериментально,

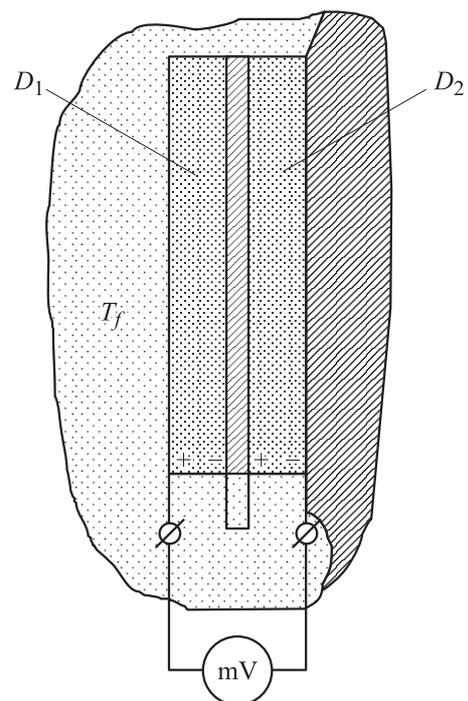


Рис. 9. Схема нестационарной термометрии.

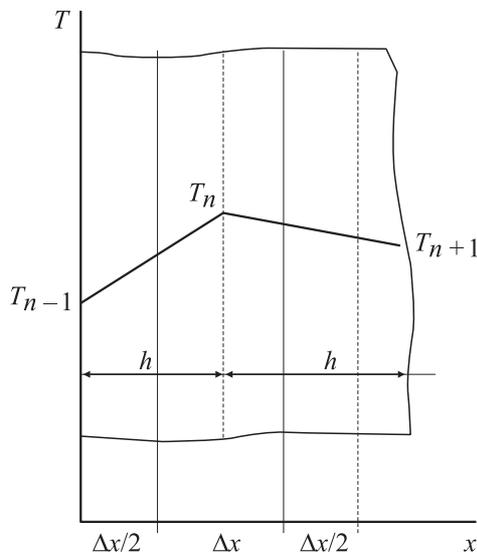


Рис. 10. Конечно-разностная схема Шмидта.

либо вновь воспользуемся теорией теплопроводности; остается определить производную $dT/d\tau$. Используем явную конечно-разностную схему Шмидта, согласно которой

$$\frac{dT}{d\tau} \approx \frac{a}{\Delta x} \left[\left(\frac{\Delta T}{\Delta x} \right)_+ - \left(\frac{\Delta T}{\Delta x} \right)_- \right], \quad (6)$$

где Δx — толщина n -го слоя (в нашем случае $\Delta x = h$); $(\Delta T/\Delta x)_+$, $(\Delta T/\Delta x)_-$ — конечно-разностные аналоги производных dt/dx справа и слева от срединной плоскости слоя соответственно (рис. 10).

Положим, что $(\Delta T/\Delta x)_+$, $(\Delta T/\Delta x)_-$ линейно связаны с сигналами датчиков D_1 и D_2 , равными соответственно E_1 и E_2 . В этом случае

$$\frac{dT}{d\tau} \approx a \frac{E_2 - E_1}{h \cdot S_0 \cdot F \cdot \lambda} = \frac{E_2 - E_1}{\rho \cdot c \cdot F \cdot h \cdot S_0}, \quad (7)$$

где λ , ρ , c — теплопроводность, плотность и удельная массовая теплоемкость „материала“ ГДТП соответственно.

Окончательно рассчитаем температуру $T_f(\tau)$, используя формулы (4) и (7),

$$T_f(\tau) = \frac{1}{R_0\chi} \left[\frac{E}{I} - (R_{sh} + R_0) \right] + \tau_{min}^* \frac{E_2 - E_1}{\rho \cdot c \cdot F \cdot h \cdot S_0}.$$

Таким образом, ГДТП позволяют контролировать не только тепловой поток, но и температуру, зависящую от времени.

ГДТП на мировом рынке датчиков

Данные о технических возможностях современных датчиков теплового потока весьма ограничены, а достоверность их небезупречна. Мы использовали данные

сайтов сети „Интернет“ и для наглядности представили результаты на рис. 11. Здесь же приведены данные наших ГДТП из висмута.

Как видим, ГДТП на два и более порядков опережают датчики продольного типа по быстродействию, а по теплостойкости уступают лишь датчикам фирмы „Vatell“. Отметим также, что размер ГДТП в плане может составлять от 1×1 mm и более; верхняя граница размеров ограничена лишь трудоемкостью изготовления.

Заключение

Предложенные, разработанные и доведенные до стабильного технологического и приемлемого технического уровня ГДТП представляют собой измерительные средства, свободные от принципиальных недостатков датчиков продольного типа. Экспериментально определена не зависящая от толщины постоянная времени ГДТП; она составляет $50 \mu s$ и может быть снижена до $10 \mu s$. Это позволяет измерять с их помощью пульсации теплового потока на частотах до 20 kHz.

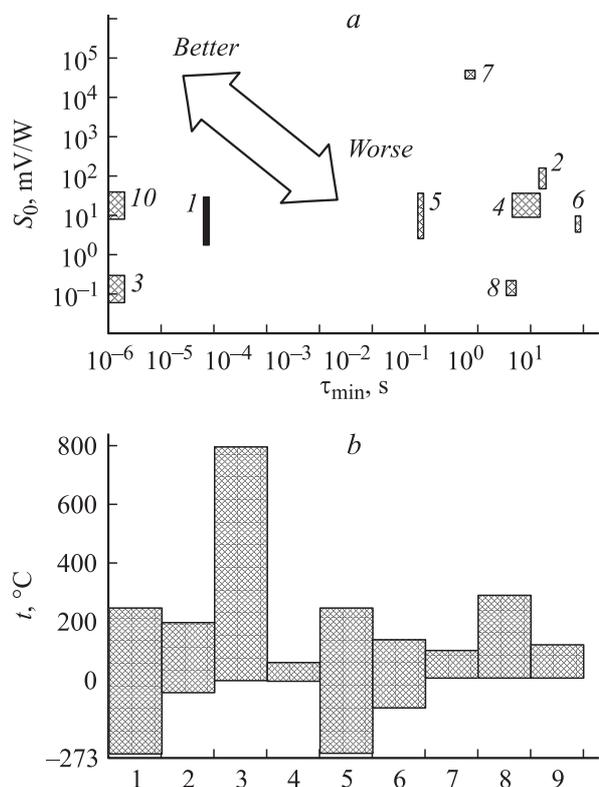


Рис. 11. Характеристики современных датчиков теплового потока по чувствительности и быстродействию (a) и по температурному диапазону (b). 1 — ГДТП, 2 — датчик ИТТФ НАН Украины, 3 — фирмы „Vatell“ (США), 4 — фирмы „Wuntronic“ (ФРГ), 5 — фирмы „Captec“ (Франция), 6 — фирмы „Hukseflux“ (Голландия), 7 — лаборатории физической электроники (Швейцария), 8 — фирмы „Newport“ (США), 9 — фирмы „TNO“ (Голландия), 10 — фирмы „FORTECH HTS“ (ФРГ).

ГДТП использованы в различных задачах теплообмена, включая такие заведомо нестационарные, как процессы в ударных трубах. При этом подтверждена достоверность измерений на традиционных моделях и получен ряд приоритетных результатов.

Помимо измерения тепловых потоков, ГДТП можно использовать в термометрии. При этом удастся отказаться от внешних источников питания и корректно измерять существенно нестационарные температуры.

По основным показателям ГДТП превышают большинство разработанных к настоящему времени аналогов и открывает новые возможности в технике эксперимента.

Список литературы

- [1] *Геращенко О.А.* Основы теплотметрии. Киев: Наукова думка, 1971. 192 с.
- [2] *Митяков А.В.* Канд. дис. СПбГТУ, 2000. 149 с.
- [3] *Дивин Н.П.* Датчик теплового потока. АС. № 9959 с приоритетом 10 августа 1998 г. БИ. 1999. № 5.
- [4] *Divin N., Sapozhnikov S.* // Proc. Intern. Symposium in Power Machinery. Moscow, 1995. P. 79–81.
- [5] *Divin N., Kirillov A., Sapozhnikov S.* // Messtechnik zur Untersuchung von Vorgängen in thermischen Energieanlagen. XXVIII. Kraftwerkstechnisches Kolloquium und 6. Kolloquium Messtechnik für Energieanlagen. Dresden, 1996. P. 26–28.
- [6] *Sapozhnikov S.Z., Mitiakov V.Y., Mitiakov A.V.* // 3^d European Thermal Since Conf. Heidelberg (Germany), 2000. P. 688–690.
- [7] *Митяков А.В., Сапожников С.З., Чумаков Ю.С.* и др. // ТВТ. 2002. Т. 40. № 4. С. 669–674.
- [8] *Mitiakov V.Y., Sapozhnikov S.Z., Chumakov Y.S.* et al. // 5th World Conf. on Experimental Heat Transfer, Fluid Mechanics and Thermodynamic (EXHFT-5). Thessaloniki (Greece), 2001. P. 111–116.
- [9] *Сапожников С.З., Митяков В.Ю., Митяков А.В.* // 4 Минский международный форум по тепломассообмену. Минск, 2000. С. 357–360.
- [10] *Сапожников С.З., Митяков В.Ю., Митяков А.В.* // Известия высших учебных заведений и энергетических объединений СНГ. Энергетика. 1997. № 9–10. С. 53–57.
- [11] *Сапожников С.З.* и др. // Письма в ЖТФ. 2004. Т. 30. Вып. 2. С. 76–80.