01;04;09

Радиочастотные источники плазмы малой мощности для технологических приложений. III. Геликонные источники плазмы

© К.В. Вавилин,[1] А.А. Рухадзе,[2] М.Х. Ри,[1] В.Ю. Плаксин[1]

[1] Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова,
119992 Москва, Россия
[2] Институт общей физики РАН,
119991 Москва, Россия

(Поступило в Редакцию 10 сентября 2003 г.)

Третья часть статьи посвящена исследованию так называемых геликонных источников плазмы — радиочастотных источников плазмы при наличии внешнего относительно слабого магнитного поля. Вместе с тем магнитное поле является достаточно сильным, чтобы ларморовская частота вращения электронов была много больше резонансной для промышленной частоты ($\omega = 8.52 \cdot 10^7\,\mathrm{s}^{-1}$). Как и в [1,2], рассмотрены удлиненные цилиндрические источники плазмы в продольном (вдоль оси цилиндра) магнитном поле и плоские дискообразные источники в поперечном (перпендикулярно плоскости диска) магнитном поле. Проводится сравнение результатов с результатами работы [3], полученными без использования геликонного приближения. Исходя из сравнения делается вывод о перспективности использования удлиненных геликонных источников в плазменных технологиях.

Введение

В настоящей статье, являющейся продолжением [1,2], развивается аналитическая теория радиочастотных источников плазмы во внешнем относительно слабом магнитном поле, известных в литературе как источники геликонного типа. Источник плазмы геликонного типа впервые был предложен Р.В. Босвеллом [4] и первая теория таких источников была развита Ф. Ченом [5]. Экспериментальные исследования [6] не полностью подтвердили теорию Ф. Чена, о чем указано в обзоре [7] (обзорные статьи по источникам плазмы см. в сборнике [8], где приведена подробная библиография). Правильная теория таких источников была построена в работах [9–11], в общих чертах которым мы и следуем.

Ниже будут рассмотрены источники плазмы той же геометрии, что и в [1] (рис. 1), при наличии внешнего постоянного магнитного поля $\mathbf{B}_0$, параллельного оси $0Z$, т.е. $\mathbf{B}_0 \parallel 0Z$. При этом считаются выполненными условия

$$\nu_e \ll \omega \ll \Omega_e \ll \omega_{Le}, \tag{1.1}$$

где ω — частота радиочастотного поля, $\omega_{Le} = \sqrt{4\pi e^2 n_e/m_e}$ — ленгмюровская, а $\Omega_e = eB_0/mc$ — ларморовская частоты электронов, ν_e — частота их столкновений. Величины же L, R, и P_0 уже вводились в [1]. Неравенства (1.1) ограничивают напряженность магнитного поля $\mathbf{B}_0$ снизу и сверху (при $n_e \le 10^{13}\,\mathrm{cm}^{-3}$)

$$20\,\mathrm{Gs} \ll \mathbf{B}_0 \ll 10^4\,\mathrm{Gs}. \tag{1.2}$$

Как и в [1], для параметров плазмы источника считаются выполненными условия

$$\omega \gg \nu_e, k_z V_{Te}; \qquad \Omega_e \gg k_\perp V_{Te}, \tag{1.3}$$

где $k_z = \pi n/L$ (причем $n = 1, 2, 3, \ldots$) — продольная компонента волнового вектора, $k_\perp = \mu_n/R$ — поперечная компонента, причем μ_n — корни функции Бесселя либо ее производной.

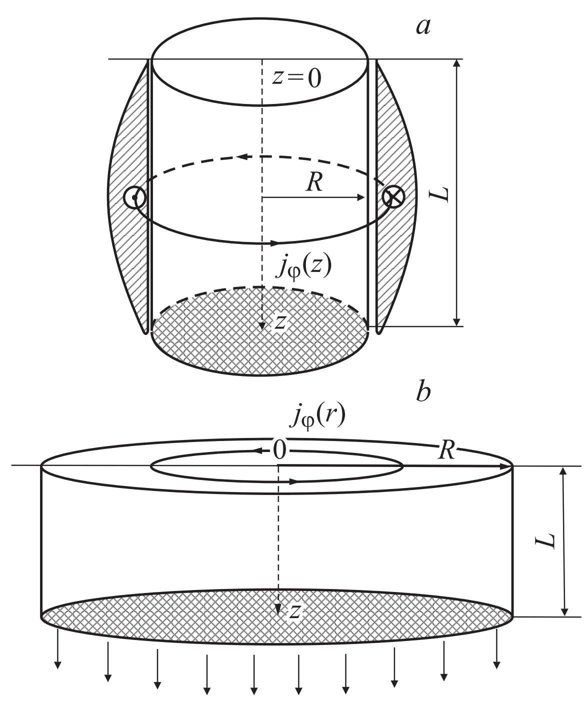

Рис. 1.

В этих ограничениях для описания плазмы мы можем воспользоваться следующим выражением для диэлектрической проницаемости [2]:

$$\varepsilon_{ij} = \begin{pmatrix} \varepsilon_\perp & ig & 0 \\ -ig & \varepsilon_\perp & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_\parallel \end{pmatrix}. \qquad (1.4)$$

Уравнения поля в компонентах (уравнениях Максвелла) для низкочастотного аксиально-симметричного поля в магнитоактивной плазме в цилиндрической системе координат записываются в виде (для зависимостей $f(r,z)\exp(-i\omega t)$)

$$-ic\,\frac{\partial E_\varphi}{\partial z} + \omega B_z = 0, \quad -ic\,\frac{\partial E_z}{\partial z} + ic\,\frac{\partial E_z}{\partial r} - \omega B_r = 0,$$

$$-ic\,\frac{\partial E_z}{\partial z} - \omega\big(\varepsilon_\perp E_r + igE_\varphi\big) = 0, \quad \frac{1}{r}\,\frac{\partial}{\partial r}\,rB_\varphi + i\omega\varepsilon_\parallel E_z = 0,$$

$$\frac{c}{r}\,\frac{\partial}{\partial r}\,rE_\varphi - i\omega B_z = 0,$$

$$-ic\,\frac{\partial B_r}{\partial z} + ic\,\frac{\partial B_z}{\partial r} - \omega\big(igE_z - \varepsilon_\perp E_\varphi\big) = -4\pi i\, j_\varphi. \quad (1.5)$$

Параметры плазмы такие же как и в статьях [1,2], т.е. $n_e = 10^{11}{-}10^{13}\,\mathrm{cm}^{-3}$, $T_e = 5\,\mathrm{eV}$, $p_0 \le 10^{-3}\,\mathrm{Torr}$, $R \ge 5\,\mathrm{cm}$, $L \ge 10\,\mathrm{cm}$. Легко показать, что в этих условиях выполняются неравенства (1.1) и (1.3).

Удлиненный геликонный источник плазмы ($L > 2R$)

В этом случае явными выражениями для компонент тензора ε_{ij} являются выражения

$$\varepsilon_\parallel = 1 - \frac{\omega_{Le}^2}{\omega^2}\left(1 - i\,\frac{\nu_e}{\omega}\right) + i\sqrt{\frac{\pi}{2}}\,\frac{\omega_{Le}^2\omega}{|k_z|^3 V_{Te}^3}\exp\left(-\frac{\omega^2}{2k_z^2 V_{Te}^2}\right),$$

$$\varepsilon_\perp = 1 + \frac{\omega_{Le}^2}{\Omega_e^2}\left(1 + i\,\frac{\nu_e}{\omega}\right),$$

$$g = \frac{\omega_{Le}^2}{\omega\Omega_e}\left(1 + 2i\,\frac{\omega\nu_e}{\Omega_e^2}\right). \qquad (2.1)$$

Ток в антенне j_φ, расположенной на боковой поверхности источника (рис. 1, a), определяется выражением

$$j_\varphi = I_0\,\frac{k_z}{2}\,\delta(r-R)e^{-i\omega t}\sin k_z z, \qquad (2.2)$$

где $k_z = \pi/L$ — продольное волновое число, I_0 — полный ток антенны.

В общем случае решение системы уравнений (1.5) связано со значительными трудностями, поскольку она описывает две связанные между собой волны, так называемые E- и H-волны. Только в случае пространственно неограниченной плазмы эти волны оказываются независимыми и представляют собой собственные моды колебаний замагниченной плазмы. Анализ системы (1.5) для цилиндрического источника в общем случае удается лишь численно. Вместе с тем в геликонном пределе, т.е. пределе достаточно плотной плазмы, в первом приближении мы можем воспользоваться соотношениями

$$E_z^h = \frac{ic}{r\omega\varepsilon_\parallel}\,\frac{\partial}{\partial r}\,rB_\varphi \to 0, \quad E_r^h = i\,\frac{g\omega^2}{c^2k_z^2}\,E_\varphi^h. \qquad (2.3)$$

Применимость соотношений (2.3) основана на неравенствах ($k^2 = k_z^2 + k_\perp^2$)

$$\frac{c^2k^2}{\omega_{Le}^2} \ll 1, \quad \frac{\omega}{\Omega_e} < \frac{\omega^2}{c^2k_z^2}\,\varepsilon_\perp \approx \frac{\omega_{Le}^2\omega^2}{\Omega_e^2c^2k_z^2} \ll 1, \qquad (2.4)$$

известных как условия применимости геликонного приближения. Отметим, что левая часть второго неравенства (2.4) определяет прозрачность плазмы для геликонного поля.

Используя условия (2.4), из системы (1.5) получаем уравнение для E_φ^h компоненты геликонного поля

$$\frac{\partial}{\partial r}\,\frac{1}{r}\,\frac{\partial}{\partial r}\,rE_\varphi^h - \left(\tilde{k}_z^2 - \frac{\omega^4 g^2}{c^4\tilde{k}_z^2}\right)E_\varphi^h = -\frac{4\pi i\omega}{c^2}\,j_\varphi \qquad (2.5)$$

которое ниже и решается аналитически. Заметим, что величина

$$\tilde{k}_z^2 = k_z^2 - \frac{\omega^2}{c^2}\,\varepsilon_\perp$$

содержит малое второе слагаемое, которое правильно учитывает поглощение геликонного поля в плазме, поскольку $\mathrm{Im}\,g$ — пренебрежимо малая величина.

Таким образом, из использованного приближения следует, что антенна с азимутальным током j_φ в плотной плазме возбуждает чисто геликонное поле (H-волну), которое затем становится источником возбуждения низкочастотной потенциальной E-волны в замагниченной плазме (косой ленгмюровской волны или моды Трайвелписа–Гоулда). В отличие от геликонной волны, которая в рассматриваемых условиях очень слабо поглощается в плазме (из-за малости $\mathrm{Im}\,g$), поле E-волны, вообще говоря, достаточно сильно диссипирует и греет плазму.

Будем решать уравнение (2.5) независимо вне плазмы (при $r > R$ и $j_\varphi = 0$) и внутри плазмы (при $r > R$ и $j_\varphi = 0$) и далее сошьем найденные решения, воспользовавшись граничными условиями, выводимыми из самой системы (1.5) путем интегрирования вблизи боковой границы источника с учетом тока,

$$\{E_\varphi^h\}_{r=R} = 0, \qquad \left\{\frac{\partial E_\varphi^h}{\partial r}\right\}_{r=R} = \frac{4\pi\omega}{c^2}\,\frac{k_z}{2}\,I_0. \qquad (2.6)$$

При выводе этих условий был использован явный вид тока антенны на боковой поверхности источника (2.2).

Общее решение уравнения (2.5) внутри и вне плазмы имеет вид

$$E_\varphi = \begin{cases} C_1 J_1(k_1 r), & r \le R, \\ C_2 K_1(k_z r), & r \ge R, \end{cases} \qquad (2.7)$$

где

$$k_1^2 = \frac{\omega^4 g^2}{c^4\tilde{k}_z^2} - \tilde{k}_z^2. \qquad (2.8)$$

Коэффициенты C_1 и C_2, согласно граничным условиям (2.6), удовлетворяют уравнениям

$$C_1 J_1(k_1 R) - C_2 K_1(k_z R) = 0,$$

$$C_1 k_1 J_1'(k_1 R) - C_2 k_z K_1(k_z R) = -\frac{2\pi\omega}{c^2} I_0. \qquad (2.9)$$

Из этих уравнений легко находим коэффициенты C_1

$$C_1 = -\frac{2\pi\omega k_z}{c^2} I_0 \times \frac{K_1(k_z R)}{k_1 J_1'(k_1 R) K_1(k_z R) - k_z J_1(k_1 R) K_1'(k_z R)} \qquad (2.10)$$

и C_2

$$C_2 = -\frac{2\pi\omega k_z}{c^2} I_0 \times \frac{J_1(k_1 R)}{k_1 J_1'(k_1 R) K_1(k_z R) - k_z J_1(k_1 R) K_1'(k_z R)}. \qquad (2.11)$$

В отличие от источников плазмы в отсутствие внешнего магнитного поля в рассматриваемом случае наличие такого поля приводит к возможности возбуждения в плазме объемных волн. Такое возбуждение имеет место при выполнении дисперсионного соотношения (которое соответствует пределу $C_{1,2} \to \infty$)

$$k_1 J_1'(k_1 R) K_1(k_z R) - k_z J_1(k_1 R) K_1'(k_z R) = 0. \qquad (2.12)$$

Это уравнение описывает объемные геликонные волны при $k_1^2 > 0$. Учитывая это условие, для удлиненного источника плазмы ($L \geq 10$ cm, $R \leq 5$ cm) перепишем уравнение (2.12) в виде

$$\frac{J_1'(k_1 R)}{J_1(k_1 R)} = \frac{k_z}{k_1} \frac{K_1'(k_z R)}{K_1(k_z R)} \approx -\frac{0.6 k_z}{k_1} \ll 1. \qquad (2.13)$$

Решения этого уравнения с хорошей степенью точности равны

$$k_1^2 R^2 \approx \pi^2 (n + 1/2)^2, \qquad (2.14)$$

где $n = 1, 2, 3, \ldots$.

Отсюда для определения резонансных значений магнитного поля (или плотности плазмы) имеем

$$\frac{\omega^2 \omega_{Le}^2 R^2}{\Omega_e^2 c^2 k_z^2} \approx \frac{\pi^2 R^2}{L^2} + \pi^2 (n + 1/2)^2. \qquad (2.15)$$

Теперь мы можем записать условия применимости геликонного приближения в явном виде, основываясь на неравенствах (2.4),

$$\frac{3 \cdot 10^{12}}{L^2} \left(1 + \frac{L^2}{R^2}\right) \ll n_e \ll 10^{11} \frac{B_0^2}{L^2}, \quad n_e > \frac{5 \cdot 10^{11} B_0}{L^2} \qquad (2.4)'$$

При $L = 15$ cm и $R = 5$ cm эти условия могут выполняться только в плотной плазме при $n_e \gg 10^{11}\,\mathrm{cm}^{-3}$ в пределе достаточно сильных полей $B_0 \gg 10$ Gs. Очевидно также, что условие существования объемной геликонной волны (2.15) не должно выходить за рамка (2.4)$'$. Для приведенных выше параметров плазмы это действительно так, если $n_e > 7 \cdot 10^{11}\, B_0/RL \geq 4 \cdot 10^{11}\,\mathrm{cm}^{-3}$.

Таким образом, в условиях (2.12)–(2.15), когда возможно возбуждение объемных геликонных волн, в области $r \leq R$ имеем

$$E_\varphi^h = C_1 J_1(k_1 r), \qquad E_r^h = \frac{i g \omega^2}{c^2 k_z^2} E_\varphi^h, \qquad (2.16)$$

где C_1 дается формулой (2.10).

При возбуждении объемных геликонных волн в удлиненном источнике плазмы поля E_φ^h и E_z^h в резонансе становятся достаточно большими из-за слабой диссипации энергии геликонного поля в плазме. Это в свою очередь приводит к тому, что геликонное поле, в частности поле E_φ^h, станет источником возбуждения в плазме низкочастотного потенциального поля E-волны (моды Трайвелписа–Гоулда). Потенциал поля E-волны при этом будет определяться уравнением Пуассона с источником

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \varepsilon_\perp \frac{\partial \Phi}{\partial r} - k_z^2 \varepsilon_\parallel \Phi = \frac{ig}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r - E_\varphi^h). \qquad (2.17)$$

Правая часть этого уравнения считается заданной, т.е. мы имеем дифференциальное уравнение колебаний с вынуждающей силой. Действительно, подставляя в (2.17) поле E_φ^h, из (2.16) получаем

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} - k_z^2 \frac{\varepsilon_\parallel}{\varepsilon_\perp} \Phi = \frac{ig}{\varepsilon_\perp} k_1 C_1 J_0(k_1 r). \qquad (2.18)$$

В результате находим вынужденное решение

$$\Phi(r) = -\frac{ig}{k_1^2 \varepsilon_\perp + k_z^2 \varepsilon_\parallel} C_1 J_0(k_1 r). \qquad (2.19)$$

Компоненты поля потенциальной волны Трайвелписа–Гоулда E_z^L и E_r^L, возбуждаемой геликоном, даются выражениями

$$E_z^L = -\frac{\partial \Phi}{\partial z} = \frac{-g k_1 k_z}{k_1^2 \varepsilon_\perp + k_z^2 \varepsilon_\parallel} C_1 J_0(k_1 r) \approx \frac{k_1 \omega}{k_z \Omega_e} C_1 J_0(k_1 r),$$

$$E_r^L = -\frac{\partial \Phi}{\partial r} = \frac{i g k_1^2}{k_1^2 \varepsilon_\perp + k_z^2 \varepsilon_\parallel} C_1 J_1(k_1 r) \approx -i \left(\frac{k_1 \omega}{k_z \Omega_e}\right)^2 C_1 J_1(k_1 r). \qquad (2.20)$$

Из этих выражений видно, что наряду с геликонным резонансом, описываемым дисперсионным уравнением (2.12), в принципе возможен и резонанс Трайвелписа–Гоулда при условии

$$k_1^2 \varepsilon_\perp + k_z^2 \varepsilon_\parallel = 0. \qquad (2.21)$$

Это уравнение представляет собой условие существования объемных потенциальных E-волн, возбуждаемых

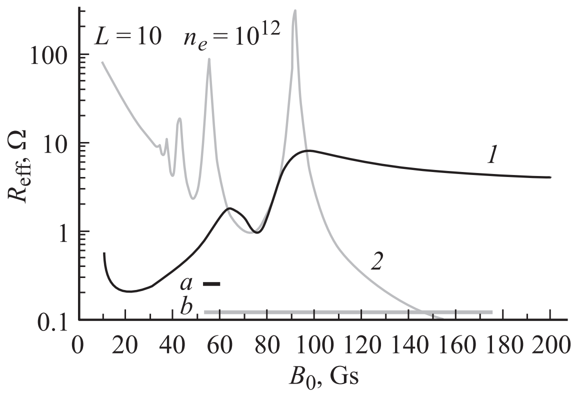

Рис. 2. Расчет: *1* — из работы [3], *2* — по формуле (2.24). *a* — область прозрачности плазмы к геликонному полю, *b* — область применимости геликонного предела.

геликонной волной. В резонансных условиях (2.21) компоненты поля E_z^L сильно возрастают, поэтому максимальная эффективность работы источника плазмы, очевидно, будет достигаться при выполнении двойного резонанса, как геликонного (2.12), так и потенциального (2.21). Вместе с тем следует отметить, что для удлиненного геликонного источника плазмы в условиях (2.4) второе слагаемое в (2.21) всегда много больше первого, поэтому это уравнение выполняться не может, или, другими словами, в геликонном приближении резонанс Трайвелписа–Гоулда невозможен. Так что выполнение двойного резонанса в источнике не реализуется.

В любом случае полные поля в плазме есть сумма геликонного и потенциального полей

$$E_z = E_z^L, \quad E_r^L = E_r^h + E_r^L \approx E_r^h, \quad E_\varphi = E_\varphi^h. \tag{2.22}$$

В заключение обсудим кратко вопрос о мощности радиочастотного поля, поглощаемой плазмой источника,

$$\mathscr{P}_W = \frac{\omega}{4\pi} \int_0^R d\mathbf{r} \Big\{ \operatorname{Im} \varepsilon_\parallel |E_z|^2 + \operatorname{Im} \varepsilon_\perp |E_r|^2 + \operatorname{Im} g \,(E_z E_\varphi^* - E_\varphi E_z^*) \Big\}. \tag{2.23}$$

Последним слагаемым в этом выражении из-за малости $\operatorname{Im} g$ можно пренебречь.

Подставляя далее в (2.23) явные выражения полей E_z и E_r после интегрирования окончательно получим

$$\mathscr{P}_W = \frac{4\pi^2\omega^2 k_z^2 I_0^2}{8c^4} \frac{\omega R^2 L K_1^2(k_z R)}{\big|k_1 J_1'(k_1 R) K_1(k_z R) - k_z J_1(k_1 R) K_1'(k_z R)\big|^2}$$
$$\times \left\{ \left(\frac{k_1 \omega}{k_z \Omega_e}\right)^2 \operatorname{Im} \varepsilon_\parallel \big(J_0^2(k_1 R) + J_1^2(k_1 R)\big) + \operatorname{Im} \varepsilon_\perp \left(1 + \frac{g^2\omega^4}{c^4 k_z^2}\right) \big(J_1^2 + J_2^2 - 2J_0^2 J_1^2 / k_1 R\big) \right\}$$
$$\equiv R_{\rm eff} I_0, \tag{2.24}$$

где $R_{\rm eff}$ — эквивалентное омическое сопротивление плазмы источника.

На рис. 2–7 приведены зависимости $R_{\rm eff}$ от магнитного поля B_0 для $R = 5\,\mathrm{cm}$ и различных значений L и n_e, рассчитанные по формуле (2.24) (кривая *2*) и взятые из статьи [3] (кривая *1*). Видно, что вблизи геликонных резонансов, определяемых приближенным условием (2.14), омическое сопротивление резко возрастает — более чем на порядок, причем основной вклад

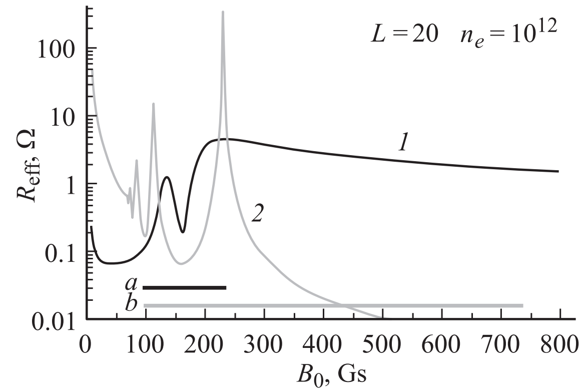

Рис. 3. То же, что и на рис. 2.

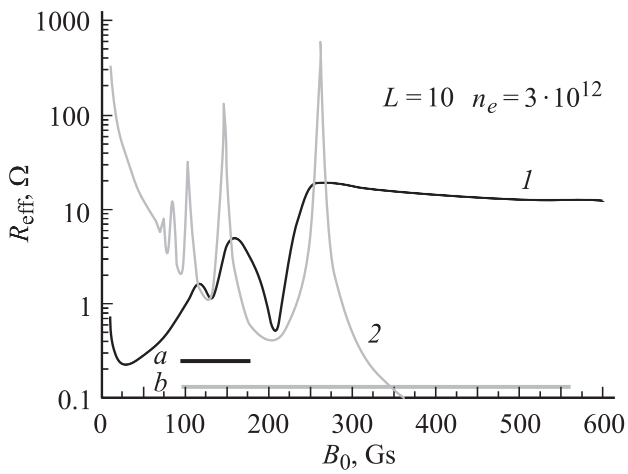

Рис. 4. То же, что и на рис. 2.

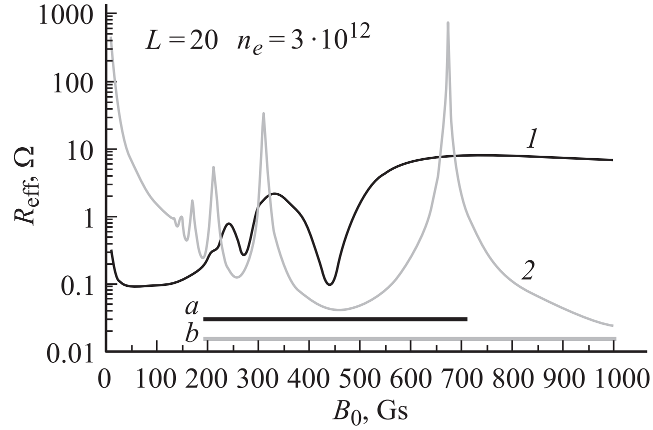

Рис. 5. То же, что и на рис. 2.

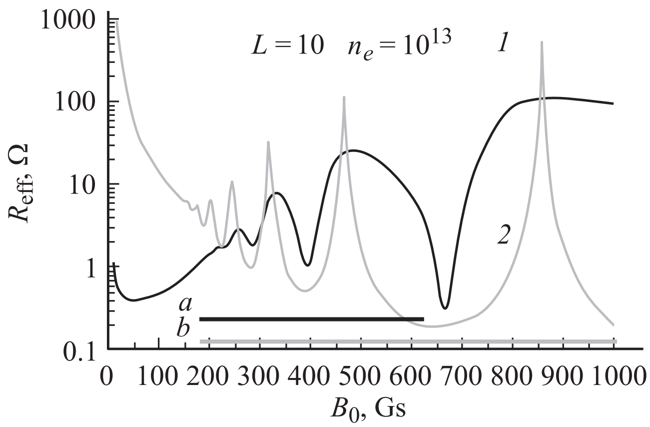

Рис. 6. То же, что и на рис. 2.

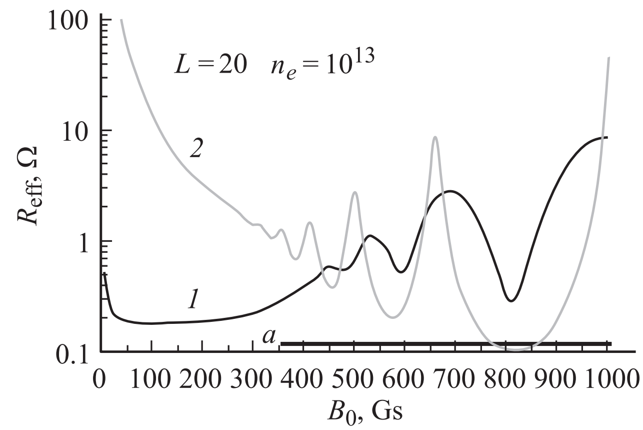

Рис. 7. То же, что и на рис. 2.

в поглощение дают E_r^h-компоненты геликонной волны и компонента E_z^L, соответствующая возбуждению в плазме потенциального поля (моды Трайвелписа–Гоулда). Отметим также, что кривые, рассчитанные в геликонном пределе, качественно согласуются с точными в условиях прозрачности плазмы для геликонного поля. Это относится к положению и величинам сопротивления в резонансах, причем внизу на рисунках линией a указана область прозрачности плазмы к геликонному полю, а линией b — область применимости геликонного предела. Однако следует заметить, что точное решение дает более гладкие кривые, чем геликонное.

Плоский дискообразный геликонный источник плазмы ($2R > L$)

Так же как и в [1,2], полагаем, что антенна с азимутальным током

$$j_\varphi = \frac{I_0 \mu \delta(z)}{R\left[1 - J_0(\mu)\right]} J_1\left(\mu \frac{r}{R}\right) e^{-i\omega t} = \frac{I_0}{R} q\delta(z) J_1\left(\mu \frac{r}{R}\right) e^{-i\omega t}, \tag{3.1}$$

где $J_0(x)$ — функции Бесселя, $J_1(\mu) = 0$ (т.е. $\mu \approx 3.8$), $q = \mu / \left(1 - J_0(\mu)\right) \approx 2.7$, расположена на верхнем торце цилиндра[1] (рис. 1, b). Боковая же поверхность цилиндра, так же как и его нижний торец, считается металлической. В плоском дискообразном источнике $2R \gg L$ уравнение для поля

$$E_\varphi^h = \widetilde{E}_\varphi^h(z) J_1\left(\mu \frac{r}{R}\right)$$

в геликонном приближении (2.4) с учетом (3.1) записываются в виде

$$\frac{\partial^2 \widetilde{E}_\varphi^h}{\partial z^2} - \frac{\mu^2}{R^2} \widetilde{E}_\varphi^h + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{\text{eff}}(\omega) \widetilde{E}_\varphi^h = 0. \tag{3.2}$$

Здесь $\varepsilon_{\text{eff}} = \varepsilon_\perp + g$ определяется формулами (2.1), причем малое слагаемое $\varepsilon_\perp \ll g$ оставлено для правильного учета поглощения геликонного поля в плазме, поскольку $\operatorname{Im} \varepsilon_\perp \ll \operatorname{Im} g$. Отметим также, что в рассматриваемых условиях радиальное поле $E_r^h(z, r) = i E_\varphi^h(r, z)$. Уравнение (3.2) пригодно как в плазме (при $0 \le z \le L$), так и вне плазмы (при $z < 0$). Поэтому мы можем его решать в соответствующих областях, а затем сшить решения, используя граничные условия

$$\left\{\widetilde{E}_\varphi^h\right\}_{z=R} = 0, \quad \left\{\frac{\partial \widetilde{E}_\varphi^h}{\partial z}\right\}_{z=0} = -\frac{4\pi i \omega}{c^2 R} q I_0 \left\{\widetilde{E}_\varphi^h\right\}_{z=0} = 0. \tag{3.3}$$

Далее мы можем общее решение уравнения (3.2)

$$\widetilde{E}_\varphi^h(z) = \begin{cases} C_1 e^{k_0 z}, & z < 0, \\ C_2 e^{i k_z z} + C_3 e^{-i k_z z}, & 0 \le z \le L, \end{cases} \tag{3.4}$$

где введены обозначения

$$k_z^2 = -\frac{\mu^2}{R^2} + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{\text{eff}}, \qquad k_0^2 = \frac{\mu^2}{R^2} - \frac{\omega^2}{c^2} \approx \frac{\mu^2}{R^2} \tag{3.5}$$

подставить в граничные условия (3.3) и найти коэффициенты C_1, C_2, C_3

$$C_1 = C_2\left(1 - e^{2 i k_1 L}\right), \quad C_3 = -C_2 e^{2 i k_1 L},$$

$$C_2 = -\frac{4\pi i \omega q I_0}{R c^2 \left(k_0 - i k_z - (k_0 + i k_z) e^{2 i k_z L}\right)}. \tag{3.6}$$

Таким образом, геликонное электрическое поле в плазме источника дается формулами

$$\widetilde{E}_\varphi^h = 2 i C_2 e^{i k_z L} \sin\left[k_z (z - L)\right], \quad \widetilde{E}_r^h(z) = i \widetilde{E}_\varphi^h(z), \tag{3.7}$$

причем амплитуда C_2 дается последним выражением (3.6).

Зная геликонное поле, как и выше, находим потенциал электрического поля, возбуждаемого им в плазме. Согласно уравнению (ср. с. (2.17)),

$$\frac{\mu^2}{R^2} \varepsilon_\perp \widetilde{\Phi} + \varepsilon_\parallel \frac{\partial^2 \widetilde{\Phi}}{\partial z^2} = \frac{i g \mu}{R} \widetilde{E}_\varphi(z), \tag{3.8}$$

[1] Плоский радиочастотный источник плазмы с такой антенной и геометрией, насколько нам известно, в литературе теоретически до сих пор по существу не изучался.

где

$$\Phi = \widetilde{\Phi}(z) J_0\left(\mu \frac{r}{R}\right).$$

Из (3.7) и (3.8) получаем продольные потенциальные электрические поля

$$E_z^L = \widetilde{E}_z^L(z) J_0\left(\mu \frac{r}{R}\right), \quad \widetilde{E}_z^L(z) = \frac{2ik_z C_2 e^{ik_z L}}{k_z^2 \varepsilon_\parallel + \frac{\mu^2}{R^2}\,\varepsilon_\perp} \cos[k_z(z-L)],$$

$$E_r^L = \widetilde{E}_e^L(z) J_0\left(\mu \frac{r}{R}\right), \quad \widetilde{E}_r^L(z) = \frac{2i\,\frac{\mu}{R}\,C_2 e^{ik_z L}}{k_z^2 \varepsilon_\parallel + \frac{\mu^2}{R^2}\,\varepsilon_\perp} \sin[k_z(z-L)]. \tag{3.9}$$

Вычислим теперь мощность радиоизлучения, поглощаемую плазмой плоского дискообразного источника, которая в общем случае дается формулой (2.24). Здесь последним слагаемым под интегралом тоже можно пренебречь, и после подстановки (3.7) и (3.8) находим

$$\begin{aligned}\mathscr{P}_W &= \frac{\omega}{4\pi} \int_0^R d\mathbf{r} \left\{ \operatorname{Im}\varepsilon_\parallel |E_z^L|^2 + 2\operatorname{Im}\varepsilon_\perp |E_r^h|^2 \right\} \\ &= \frac{2\omega R^2 L}{R^2 c^4}\,\frac{16\pi^2\omega^2 q^2 J_0^2(\mu)\cdot 4I_0^2}{k_0^2 \sin^2 k_z L + k_z^2 \cos^2 k_z L} \\ &\times \left\{ \operatorname{Im}\varepsilon_\parallel \frac{q^2\mu^2}{k_z^2|\varepsilon_\parallel|^2} + 2\operatorname{Im}\varepsilon_\parallel \right\} = R_{\text{eff}} I_0^2. \end{aligned} \tag{3.10}$$

Из приведенного выше анализа плоского дискообразного источника плазмы в геликонном приближении прежде всего следует сделать вывод, что, как и в случае удлиненного источника, объемными могут быть геликонные волны при выполнении ими условия

$$k_0^2 \sin^2 k_z L + k_z^2 \cos^2 k_z L = 0, \tag{3.11}$$

где k_0 и k_z даются формулами (3.5).

Поскольку $k_0^2 \ll k_z$, то корни уравнения (3.11) с хорошей степенью точности совпадают с корнями $\cos^2 k_z L$ т.е. (ср. с (2.14))

$$k_z^2 L^2 = \frac{L^2\omega^2}{c^2}\,g^2 \approx \pi^2(n+1/2)^2. \tag{3.12}$$

При нахождении величины k_z следует учитывать условие [1.3], согласно которого $\omega \gg k_z$, а поэтому $L \geq 10$ cm. Геликонные поля $E_e^h = E_\varphi^h \gg E_r^L$, причем продольного резонанса, соответствующего обращению в нуль знаменателей выражений (3.9), быть не может, так же как быть не может и двойного резонанса. Поле же E_z^L может дать значительный вклад в сопротивление плазмы. Расчеты для этого случая нами не проводились, так как нам неизвестны экспериментальные измерения в подобной геометрии.

По порядку величины при $L = 10$ cm, $R = 10$ cm, $B_0 = 50$ Gs и $n_e = 10^{12}$ cm^{-3} (вне резонанса) $R_{\text{eff}} \approx 1\,\Omega$. В резонансе R_{eff} возрастает более чем на порядок, как это имело место выше в случае удлиненного источника.

В заключение сделаем общий вывод: рассмотренные в предельных случаях аналитические решения геликонного источника подтвердили правильность общего точного численного решения задачи в работе [3], которое указывает на перспективность не только вблизи резонансов, но и далеко от них.

Список литературы

[1] *Вавилин К.В., Плаксин В.Ю., Ри М.Х., Рухадзе А.А.* // ЖТФ. 2004. Т. 74. Вып. 5. С. 44–49.

[2] *Вавилин К.В., Плаксин В.Ю., Ри М.Х., Рухадзе А.А.* // ЖТФ. 2004. Т. 74. Вып. 6. С. 25–28.

[3] *Alexandrov A.F., Bugrov G.E., Kralkina E.A.* et al. // J. Russian Laser Research. 2003. Vol. 24. N 4. P. 301–321.

[4] *Boswell R.W.* // Plasma Phys. Contr. Fussion. 1984. Vol. 26. N 6. P. 1147.

[5] *Chen F.F.* Plasma Phys. Contr. Fussion. 1991. Vol. 33. P. 339. Chen F.F., Chelavier G. // J. Vac. Sci. Technol. 1992. Vol. A10. N 7. P. 1389.

[6] *Alexandrov A.F.* et al. // ICPIG-22. New Jersy (USA), 1995. Proc. Contr. Papers. Vol. 4. P. 153. ICPIG-25. Nagoya (Japan), 2002. Proc. Contr. Papers. Vol. 3. P. 33.

[7] *Shamray K.P., Alexandrov A.F., Kralkina E.A.* et al. // J. de Physique. 1997. Vol. III. N 10. P. Pc-4-365–375.

[8] High Density Plasma Sources / Ed. O.A. Popov. New Jersey (USA): Neyes Public., 1995.

[9] *Воробьев Н.Ф., Рухадзе А.А.* // Физика плазмы. 1994. Т. 20. № 4. С. 1065.

[10] *Александров А.Ф., Бугров Г.Е., Кралькина Е.А.* и др. // ЖТФ. 1994. Т. 64. Вып. 1. С. 53.

[11] *Александров А.Ф., Бугров Г.Е., Кралкина Е.А.* и др. // Прикладная физика. 1995. № 1. С. 5.