

01;04;09

# Радиочастотные источники плазмы малой мощности для технологических приложений

## I. Источники плазмы в отсутствие магнитного поля

© К.В. Вавилин,<sup>1</sup> А.А. Рухадзе,<sup>2</sup> М.Х. Ри,<sup>1</sup> В.Ю. Плаксин<sup>1</sup><sup>1</sup> Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, 119992 Москва, Россия<sup>2</sup> Институт общей физики РАН, 119991 Москва, Россия

(Поступило в Редакцию 10 сентября 2003 г.)

Развита общая аналитическая теория и проведено численное моделирование радиочастотных источников плазмы малой мощности с цилиндрической геометрией, работающих на промышленной частоте ( $f = 13.56 \text{ MHz}$ ,  $\omega = 8.52 \cdot 10^7 \text{ s}^{-1}$ ). Рассмотрены чисто индуктивные поверхностные возбудители электромагнитных полей (антенны), расположенные либо на боковой поверхности цилиндра, либо на одной из торцевых его поверхностей. При этом другая торцевая поверхность цилиндра играет роль поверхности истечения плазмы из источника. Исследованы как длинные системы, в которых продольный размер цилиндра  $L$  превосходит его диаметр  $2R$ , так и плоские дискообразные системы с  $L < 2R$ . Найдены электромагнитные поля в плазме источника, возбуждаемые антенной, и вычислены эквивалентные сопротивления плазмы и выделяемая в плазме мощность радиочастотного поля.

### Введение. Конструкции источников и основные параметры плазмы

Прежде всего обсудим особенности геометрии исследуемых источников плазмы. Ниже рассматриваются цилиндрические источники, либо удлиненные вдоль оси цилиндра, т.е. с  $L > 2R$ , либо, наоборот, плоские дискообразные источники с  $L < 2R$  (рис. 1). Рассмотренные источники отличаются не только по форме, но также расположением антенн на них. В случае удлиненных источников плазмы источник поля (антенна с током) расположен на боковой поверхности (рис. 1, *a*), а в случае плоских систем антенна расположена на закрытой (неистекающей) торцевой поверхности (рис. 1, *b*).

Истекающая поверхность источника плазмы представляет собой металлическую сетку, к которой приложен ускоряющий ионы потенциал (в случае, когда источник плазмы используется как ионный имплантатор). Наличие металлической сетки позволяет записать следующие граничные условия на истекающей поверхности источника:

$$E_r|_{z=L} = E_\phi|_{z=L} = 0. \quad (1.1)$$

Такие же граничные условия удовлетворяются на верхней закрытой поверхности источника, но только в случае удлиненного источника плазмы с антенной на боковой его поверхности. В случае же плоского дискообразного источника плазмы токнесущая антенна располагается на верхней поверхности, поэтому граничные условия на ней не фиксированы, они выводятся из самих уравнений поля. Что касается боковой поверхности плоского источника, то она обычно металлическая, а поэтому на ней должны удовлетворяться следующие

условия:

$$E_\phi|_{r=R} = E_z|_{r=R} = 0. \quad (1.2)$$

Напротив, в случае удлиненного источника плазмы именно на боковой поверхности располагается антенна с током и, как следствие, граничные условия на ней не фиксированы, они выводятся из самих уравнений поля.

Обсудим теперь устройства рассмотренных ниже антенн. В наиболее общем виде плотность тока антенны, расположенной на боковой поверхности источника, мож-

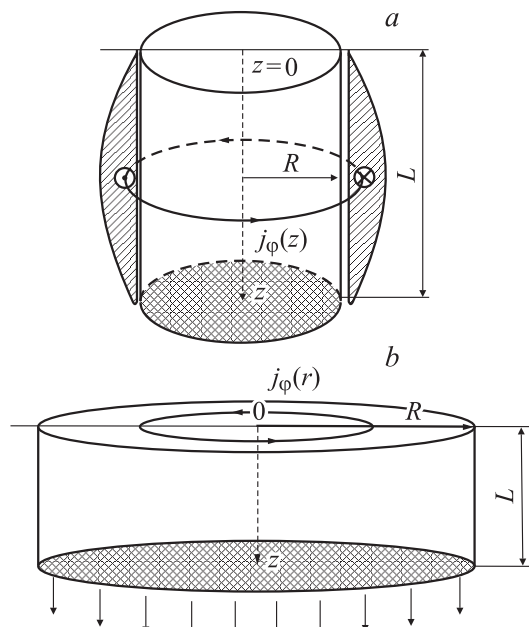


Рис. 1.

но записать как

$$\mathbf{j}(r) = \delta(r - R) \mathbf{F}_1(\varphi, z), \quad (1.3)$$

где  $F_1(\varphi, z)$  — произвольная функция аргументов, представимая в виде ряда Фурье.

Ниже задача источника плазмы решается для отдельного члена такого ряда, причем рассматривается азимутально-симметричный ток антенны, а функция

$$\mathbf{F}_1(\varphi, z) \sim \mathbf{i}_\varphi I_0 \sin \frac{\pi z}{L},$$

где  $I_0$  — полный ток антенны,  $\mathbf{i}_\varphi$  — единичный вектор в азимутальном направлении.

Аналогично записывается ток антенны на торцевой поверхности. В общем случае ток антенны можно представить в виде

$$\mathbf{j}(r) = \delta(z) \mathbf{F}_2(\varphi, r). \quad (1.4)$$

Однако ниже будет рассмотрен азимутально симметричный ток, причем функция

$$\mathbf{F}_2(\varphi, r) \sim \mathbf{i}_\varphi I_0 J_1\left(\frac{\mu r}{R}\right),$$

где  $I_0$  — полный ток антенны,  $J_1(x)$  — функция Бесселя первого порядка,  $\mu \approx 3.8$  — ее первый корень ( $J_1(\mu) = 0$ ).

Обсудим теперь вопрос о механизме диссипации энергии радиочастотного поля в плазме источника. В интересующей нас плазме с давлением нейтрального газа  $p_0 < 10^{-3}$  Торг, т.е. плотностью нейтралов  $n_0 \approx 3 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$  и плотностью заряженных частиц  $n_e \approx 10^{10} - 10^{11} \text{ см}^{-3}$ , существенными оказываются как бесстолкновительная диссипация, обусловленная черенковским поглощением поля в плазме, так и столкновительное поглощение поля, обусловленное столкновениями электронов плазмы с ионами и нейтральными частицами — атомами и молекулами газа. Частоту столкновений при этом можно представить в виде

$$v_e = v_{en} + v_{ei} \approx \sqrt{T_e(\text{eV})} 6 \cdot 10^9 p_0 + \frac{10^{-4} n_e}{T_e(\text{eV})^{3/2}}. \quad (1.5)$$

Здесь  $T_e$  — температура электронов в eV,  $p_0$  — давление газа в Торг,  $n_0$  — плотность ионов в  $\text{см}^{-3}$ . Отметим, что в плазме источников  $T_e \gg T_i \sim T_0$ , где  $T_i$  — температура ионов, а  $T_0$  — температура газа, обычно порядка комнатной. Такие параметры плазмы обусловлены большой разностью масс электронов и тяжелых частиц (ионов и нейтралов), затрудняющей передачу энергии от электронов тяжелыми частицами при столкновениях. В типичных экспериментальных условиях при  $T_e \sim 5 \text{ eV}$ ,  $V_{Te} \approx 9 \cdot 10^7 \text{ см/с}$  и при  $n_e < 10^{12} \text{ см}^{-3}$  и  $p_0 < 10^{-3}$  Торг имеем  $v_e \sim 1.5 \cdot 10^7 \text{ с}^{-1}$ . В этих условиях столкновительную диссипацию энергии радиочастотного поля в плазме можно считать слабой, поскольку  $\omega = 8.5 \cdot 10^7 \text{ с}^{-1} \gg v_e \sim 1.5 \cdot 10^7 \text{ с}^{-1}$ .

При указанных выше параметрах плазмы длина свободного пробега электрона порядка  $l = V_{Te}/v_e \approx 10 \text{ см}$ . Можно показать, что максимальная эффективность при стационарной работе источника плазмы достигается, когда длина системы не превосходит длину свободного пробега электронов  $l$ , т.е. при

$$L \leq l_e \approx 10 \text{ см}. \quad (1.6)$$

Ниже это условие считается выполненным всюду.

Второй механизм диссипации, чисто бесстолкновительный, зависит не только от теплового движения электронов, но также от геометрических размеров системы. По порядку он определяется величинами  $kV_{Te} \approx \pi V_{Te}/L$  и  $\pi V_{Te}/R$ . Характерные геометрические размеры радиочастотных источников плазмы следующие: для удлиненных источников  $L \geq 10 \text{ см}$ , а  $R \leq 10 \text{ см}$ , в то время как для плоских источников  $L \leq 10 \text{ см}$ , а  $R \geq 10 \text{ см}$ . Как следствие,  $kV_{Te} \approx 1 - 2 \cdot 10^7 \text{ с}^{-1} \ll \omega$ , а следовательно, и бесстолкновительная диссипация энергии поля в источниках оказывается слабой. Вместе с тем  $kV_{Te} \approx v_e$ , а это означает, что бесстолкновительная диссипация такого же порядка, как и столкновительная. Поэтому ниже рассматриваются оба механизма диссипации энергии поля в плазме одновременно.

Внешнее продольное поле  $\mathbf{B}_0 \parallel OZ$ . При его наличии в системе оно оказывает существенное влияние на работу плазменных источников. Легко показать, что уже в относительно слабых полях, когда  $5 \leq B_0 \leq 500 \text{ Gs}$ , выполняются следующие условия:

$$\omega_{Le} \geq 10^{10} \text{ с}^{-1} \gg \Omega_e = \frac{eB_0}{mc} \leq 10^9 \text{ с}^{-1} \gg \omega \approx 8.5 \cdot 10^7 \text{ с}^{-1}. \quad (1.7)$$

Ниже при наличии магнитного поля эти условия предполагаются выполненными. Источники с продольным магнитным полем рассматриваются в частях II и III работы. В части I исследуются источники плазмы без поля, т.е. при  $\mathbf{B}_0 = 0$ .

Наконец, обсудим вопрос о мощности радиочастотного поля, которая должна поглощаться в плазме источника (мощность, обеспечивающая работу источника). Эта мощность существенным образом зависит от массы ионов  $M$ , которую мы предполагаем порядка 30–40 масс атома водорода,  $M \sim 2 \cdot 10^{-24} \text{ г}$ . При этом скорость истечения плазмы из источника (в отсутствие дополнительного ускорения ионов в источнике) порядка скорости ионного звука

$$v_s = \sqrt{\frac{T_e}{M}} \approx 3 \cdot 10^5 \text{ см/с}.$$

Отсюда находим оценку плотности ионного тока из источника при  $n_i \approx 10^{12} \text{ см}^{-3}$

$$j = en_i v_s \approx (5 \cdot 10^{-10})(10^{12})(3 \cdot 10^5) \left(\frac{1}{3 \cdot 10^9}\right) \frac{\text{А}}{\text{см}^2} \approx 5 \cdot 10^{-2} \frac{\text{А}}{\text{см}^2}. \quad (1.8)$$

Поскольку тепловая энергия плазмы определяется температурой электронов  $T_e$ , которая порядка 5 eV, то плотность потока энергии истечения (на единицу истекающей плоскости) из источника равна

$$P_W \approx n_i v_s T_e + n_i v_s M v_s^2 \approx 2n_i v_s T_e \approx 0.5 \frac{W}{\text{cm}^2}. \quad (1.9)$$

Полная же мощность истечения из источника при этом оказывается равной

$$\mathcal{P}_W = SP_W \approx 0.5S W, \quad (1.10)$$

где  $S$  — площадь поверхности истечения в  $\text{cm}^2$ .

Для удлиненных систем с  $R < 10 \text{ cm}$  имеем  $\mathcal{P}_W < 150 \text{ W}$ , в то время как для плоского дискообразного источника с  $R > 10 \text{ cm}$  имеем  $\mathcal{P}_W > 150 \text{ W}$ .

Нетрудно оценить и полную мощность, вкладываемую в плазму разряда для поддержания стационарной работы источника. При этом следует учитывать не только нагрев электронов в плазме до температуры  $T_e \sim 5 \text{ eV}$ , но и потери энергии на ионизацию атомов нейтрального газа, а в отсутствие магнитного поля — потери, связанные с уходом плазмы на боковую поверхность. К сожалению, цена ионизации атомов газа в радиочастотном разряде очень велика, она порядка сотни электрон вольт (большая часть энергии поля расходуется на возбуждение атомов с последующим излучением энергии возбуждения в виде оптических квантов). Как следствие, полная мощность радиоизлучения, поглощаемая в плазме источника, оказывается на один либо даже на 2 порядка больше мощности полного потока истечения из источника, т. е.  $\mathcal{P}_W \approx 10^3 - 10^4 \text{ W}$ .

Несколько слов о дополнительных потерях при ускорении ионов в ионных источниках для целей имплантации. Мощность ионного ускорителя представляет самостоятельную проблему, не имеющую отношения к мощности радиоизлучения, вкладываемую в плазму источника. Поэтому в дальнейшем мы не будем касаться этой проблемы, считая, что она выходит за рамки настоящей статьи, посвященной вопросу стационарной работы радиочастотных источников плазмы.

## Удлиненный цилиндрический источник плазмы в отсутствие внешнего магнитного поля

Здесь мы рассмотрим простейшие примеры конкретных источников плазмы, чтобы прояснить проблему построения их теории.<sup>1</sup> В случае удлиненного цилиндрического источника плазмы в качестве источника поля

<sup>1</sup> В литературе нам неизвестен систематический анализ таких источников плазмы. Это утверждение, в частности, основано на содержании сборника [1], в котором приведены обзорные работы по плазменным технологиям практически всех известных научных центров.

будем рассматривать антенну на боковой поверхности с чисто азимутальным током с плотностью

$$j_\phi = I_0 \frac{k_z}{2} \delta(r - R) e^{-i\omega t} \sin k_z z. \quad (2.1)$$

Здесь  $k_z$  — продольное волновое число. Для антенны, представленной на рис. 1,  $a$ ,  $k_z = \pi/L$ , а  $I_0$  — полный азимутальный ток. В такой системе отличными от нуля являются только  $E_\phi$ ,  $B_r$  и  $B_z$  — компоненты радиочастотного электромагнитного поля. Поэтому уравнения Максвелла для компонент полей, зависящих от времени и координат как  $f(r)e^{ik_z z - i\omega t}$ , запишутся в виде

$$\begin{aligned} ck_z E_\phi + \omega B_r &= 0, & \frac{i}{r} \frac{\partial}{\partial r} r E_\phi + \frac{\omega}{c} B_z &= 0, \\ k_z B_r + i \frac{\partial B_z}{\partial r} + \frac{\omega}{c} \varepsilon(\omega) E_\phi &= 0. \end{aligned} \quad (2.2)$$

В уравнения (2.2) входит диэлектрическая проницаемость плазмы  $\varepsilon(\omega)$ , которая в интересующих нас условиях (ограниченная плазма, низкие частоты), когда наряду со столкновительной диссипацией следует учитывать бесстолкновительную черенковскую диссипацию, требует определения. Строго говоря, она находится из решения кинетического уравнения для электронов с учетом граничных условий. Естественно, мы этого здесь не будем делать, а воспользуемся известным результатом, справедливым для немагнитной плазмы в области частот,

$$v_e; \omega_{Le} \frac{V_{Te}}{c} \ll \omega \ll \omega_{Le}. \quad (2.3)$$

Правое неравенство в рассматриваемых условиях выполняется с большим запасом, левое же неравенство выполняется при плотностях плазмы в источниках  $n_e < 2 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-3}$ . Ниже мы ограничиваемся только такими плотностями плазмы в источниках, которые позволяют записать  $\varepsilon(\omega)$  в виде [2, (17), (18)]

$$\varepsilon(\omega) \approx 1 - \frac{\omega_{Le}^2}{\omega^2} \left( 1 - i \frac{v_e}{\omega} - i 4 \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\omega_{Le}^3 V_{Te}^3}{\omega^3 c^3} \right). \quad (2.4)$$

Отметим, что это выражение справедливо в условиях зеркального отражения электронов от поверхности плазмы полуограниченной и плоской геометрии<sup>2</sup> (см. Приложение). Поэтому, строго говоря, его можно использовать только для описания плоского дискообразного источника плазмы при  $L > c/\omega_{Le} \leq 5 \text{ cm}$ . Мы, однако, будем пользоваться выражением (2.4) и в случае удлиненного цилиндрического источника, что качественно оправдано, если  $R > c/\omega_{Le} \leq 5 \text{ cm}$ .

Уравнения поля (2.2) с учетом (2.4) справедливы не только в области занятой плазмой ( $r \leq R$ ), но и вне ее

<sup>2</sup> В случае диффузного отражения электронов от поверхности последнее слагаемое в скобках (2.4) заменяется на

$$\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\omega_{Le} V_{Te}}{\omega c}.$$

( $r > R$ ), поэтому их можно решать независимо в этих областях и потом найденные решения сшить, воспользовавшись граничными условиями, которые выводятся из этих же уравнений путем интегрирования по  $r$  вблизи границы по физически бесконечно малой переходной области при

$$\{B_z\}_{r=R} = -\frac{ic}{\omega R} \left\{ \frac{\partial}{\partial r} (rE_\varphi) \right\}_{r=R} = -\frac{k_z}{2} \frac{4\pi}{c} I_0. \quad (2.5)$$

Здесь  $I_0$  — полный азимутальный ток антенны, расположенной на боковой поверхности цилиндрического источника плазмы, а символ  $\{\varphi\}_{r=R}$  означает скачок функции  $\varphi(r)$  на поверхности цилиндра  $r = R$ .

Уравнение (2.2) удобно свести к одному дифференциальному уравнению второго порядка для компоненты поля  $E_\varphi$

$$\frac{\partial^2 E_\varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial E_\varphi}{\partial r} - \left( k_z^2 + \frac{1}{r^2} - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon(\omega) \right) E_\varphi = 0. \quad (2.6)$$

К этому уравнению, которое также справедливо как в области внутри ( $r \leq R$ ), так и вне ( $r > R$ ) плазмы, кроме граничного условия (2.5) следует добавить условие непрерывности  $E_\varphi$  при  $r = R$  (оно следует из второго уравнения (2.2)) и очевидные условия ограниченности

$$E_\varphi(r=0) < M, \quad E_\varphi(r \rightarrow \infty) = 0, \quad (2.7)$$

где  $M$  — произвольно большое число.

Общее решение уравнений поля (2.2) и (2.5), удовлетворяющее всем указанным условиям, можно представить в виде

$$E_\varphi = \begin{cases} C_1 J_1(k_1 r), & r < R, \\ C_2 N_1(k_0 r), & r > R. \end{cases} \quad (2.8)$$

Коэффициенты  $C_1$  и  $C_2$  связаны между собой соотношениями

$$C_1 J_1(k_1 R) - C_2 N_1(k_0 R) = 0,$$

$$C_1 k_1 J_1'(k_1 R) - C_2 k_0 N_1'(k_0 R) = -\frac{2\pi k_z \omega}{c^2} I_0, \quad (2.9)$$

причем функции  $J_1$  и  $N_1$  являются функциями Бесселя, а „штрих“ означает дифференцирование по аргументу, величины же  $k_0$  и  $k_1$  введены обозначениями

$$k_1^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon(\omega) - k_z^2, \quad k_0^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - k_z^2. \quad (2.10)$$

Из соотношений (2.9) легко находятся коэффициенты  $C_1$  и  $C_2$

$$C_1 = -\frac{2\pi k_z \omega}{c^2} I_0 \frac{N_1(k_0 R)}{k_1 J_1'(k_1 R) N_1(k_0 R) - k_0 J_1(k_1 R) N_1'(k_0 R)},$$

$$C_2 = -\frac{2\pi i \omega}{c^2} I_0 \frac{J_1(k_1 R)}{k_1 J_1'(k_1 R) N_1(k_0 R) - k_0 J_1(k_1 R) N_1'(k_0 R)}. \quad (2.11)$$

Здесь следует отметить, что  $\text{Re } k_1^2 < 0$  и  $\text{Re } k_0^2 < 0$ , а мнимые части  $k_0$  и  $k_1$  малы. Поэтому функции  $J_1(k_1 R)$  и  $N_1(k_0 R)$  являются функциями почти мнимого аргумента.

Приведем несколько оценок. Прежде всего заметим, что при  $L \approx 10$  см величина  $k_z^2 = \pi^2/L^2 \approx 10^{-1} \text{ см}^{-2} \gg \omega^2/c^2 \approx 10^{-5} \text{ см}^{-2}$ . Как следствие,  $k_0^2 \approx -(\pi^2/L^2) \approx -0.1 \text{ см}^{-2}$ , в то время как  $k_1^2 \approx -(\omega_{Le}^2/c^2) \approx -0.3 \text{ см}^{-2}$  при  $n_e = 10^{11} \text{ см}^{-3}$ . Это означает, что электромагнитное поле, возбуждаемое антенной, оказывается локализованным вблизи антенны в областях как занятой плазмой, так и вне плазмы. Размер локализации вне плазмы  $|k_0|^{-1} \approx 3$  см, а внутри плазмы для  $n_e = 10^{11} \text{ см}^{-3}$  порядка  $|k_1|^{-1} \approx 2$  см, причем с ростом плотности плазмы этот размер падает. Отметим, что именно последний определяет размер приповерхностной области цилиндрического источника плазмы, в которой происходит нагрев — он должен быть порядка 2–3 см. При плотности плазмы  $n_e = 10^{11} \text{ см}^{-3}$  величина  $|k_1|^{-1} < 2$  см. Поэтому при  $R > 5$  см почти вся энергия радиочастотного поля будет поглощаться в узком слое вблизи цилиндрической поверхности источника плазмы. Вместе с тем удлиненный цилиндрический источник с  $R \leq 3$  см вряд ли может иметь технологическое применение. Источник же с  $R \geq 5$  см не обеспечит однородных по радиусу параметров плазменного потока.

Таким образом, из приведенного выше рассмотрения следует, что удлиненный радиочастотный ( $f = 13.56$  МГц) источник плазмы в отсутствие внешнего магнитного поля может эффективно работать только при плотностях  $n_e = 5 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-3}$ , длинах  $L > 10$  см и радиусах  $R < 3$  см. С ростом плотности плазмы эффективность источника будет падать и поток плазмы окажется неоднородным в сечении.<sup>3</sup>

## Плоский дискообразный источник плазмы

В случае плоского дискообразного источника плазмы антенна с током считается расположенной на верхней торцевой поверхности цилиндра (рис. 1, б) в форме спирали Архимеда

$$\rho = a\varphi, \quad (3.1)$$

где  $a$  — радиус спирали.

В пределе  $a \ll R$  с хорошей степенью точности плотность азимутального тока в антенне можно записать

<sup>3</sup> Заметим, однако, что эта неоднородность при учете поперечной диффузии частиц расплывается. По крайней мере до  $R \approx 5$  см, пока  $R$  меньше длины пробега частиц, она может существенно и не проявляться.

в виде

$$j_\varphi = \frac{I_0 \mu \delta(z)}{R[1 - J_0(\mu)]} J_1\left(\mu \frac{r}{R}\right) e^{-i\omega t} = \frac{I_0}{R} q \delta(z) J_1\left(\mu \frac{r}{R}\right) e^{-i\omega t}, \quad (3.2)$$

где  $I_0$  — полный азимутальный ток в антенне,  $J_1(x)$  — функция Бесселя первого рода,  $\mu \approx 3.8$  — корень функции Бесселя  $J_1(\mu) = 0$ ;  $q = \mu/(1 - J_0(\mu)) \approx 2.7$ .

Уравнения поля для плоского дискообразного источника слегка отличаются от системы (2.2). Предполагая зависимость полей от времени и координат в виде  $f_r(r)f_z(z)e^{-i\omega t}$ , имеем

$$\begin{aligned} -ic \frac{\partial E_\varphi}{\partial z} + \omega B_z &= 0, & \frac{ic}{r} \frac{\partial}{\partial r} r E_\varphi + \omega B_z &= 0, \\ i \frac{\partial B_r}{\partial z} - i \frac{\partial B_z}{\partial r} + \frac{\omega}{c} \varepsilon(\omega) E_\varphi &= 0, \end{aligned} \quad (3.3)$$

где  $\varepsilon(\omega)$  дается выражением (2.4).

Что касается граничных условий в системе (3.3), то они получаются из самих уравнений (3.3) путем их интегрирования по переходному слою вблизи границ источника

$$\begin{aligned} E_\varphi|_{z=L} &= 0, & \{E_\varphi\}_{z=0} &= 0, \\ \{B_z\}_{z=0} &= \frac{ic}{\omega} \left\{ \frac{\partial E_\varphi}{\partial z} \right\}_{z=0} = \frac{4\pi q}{cR} I_0 J_1\left(\mu \frac{r}{R}\right). \end{aligned} \quad (3.4)$$

Правая часть последнего отношения (3.4) учитывает радиальную зависимость тока спиральной антенны. Поэтому и зависимость поля следует выбирать в виде

$$E_\varphi(r, z) = \tilde{E}_\varphi(z) J_1\left(\mu \frac{r}{R}\right), \quad (3.5)$$

где поле  $\tilde{E}_\varphi(z)$  удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial^2 \tilde{E}_\varphi(z)}{\partial z^2} - \frac{\mu^2}{R^2} \tilde{E}_\varphi(z) + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon(\omega) \tilde{E}_\varphi(z) = 0. \quad (3.6)$$

Общее решение этого уравнения, стремящееся к нулю при  $z \rightarrow -\infty$ , выглядит так

$$\tilde{E}_\varphi(z) = \begin{cases} C_1 e^{k_0 z}, & z \leq 0, \\ C_2 e^{k_1 z} + C_3 e^{-k_1 z}, & 0 \leq z \leq L, \end{cases} \quad (3.7)$$

где введены обозначения

$$k_1^2 = \frac{\mu^2}{R^2} - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon(\omega), \quad k_0^2 = \frac{\mu^2}{R^2} - \frac{\omega^2}{c^2} \approx \frac{\mu^2}{R^2} > 0, \quad (3.8)$$

причем использовано приближение (2.3), а поэтому  $\text{Re } k_1^2 > 0$ .

Подставляя решение (3.8) в граничные условия (3.4), находим коэффициенты  $C_1, C_2, C_3$

$$\begin{aligned} C_1 &= C_2(1 - e^{2k_1 L}), & C_3 &= -C_2 e^{2k_0 L}, \\ C_2 &= -\frac{4\pi i \omega}{R c^2} \frac{q I_0}{(k_0 - k_1) - (k_0 + k_1) e^{2k_1 L}}. \end{aligned} \quad (3.9)$$

Используя выражения (3.9), окончательно находим

$$\tilde{E}_\varphi(z) = 2C_2 e^{k_1 L} \text{sh}[k_1(z - L)]. \quad (3.10)$$

Отсюда следует, что компонента азимутального электрического поля  $\tilde{E}_\varphi(z)$  в плазме достаточно велика только при условии

$$k_1 L \approx \frac{\omega L_e}{c} L \leq 1. \quad (3.11)$$

По порядку величины для выше приведенных параметров плазмы, т.е. при  $n_e = 5 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-3}$ , имеем  $L \leq 3 \text{ см}$ . Что касается радиуса источника плазмы, то он неограничен.

Наконец, оценим мощность нагрева плазмы в плоском дискообразном источнике при выполнении условий (2.3). Примем  $R = 10 \text{ см}$ ,  $L > 3 \text{ см}$ ,  $n_e = 5 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-3}$ ,  $T_e = 5 \text{ эВ}$  и  $p_0 < 10^3 \text{ Торр}$ . Воспользуемся формулой для поглощаемой мощности радиочастотного излучения в плазме

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_W &= 2\pi \frac{\omega}{4\pi} \text{Im } \varepsilon(\omega) \int_0^L dz \int_0^R r dr |E_\varphi(z, r)|^2 \\ &\approx \frac{\omega}{4} \text{Im } \varepsilon(\omega) \frac{\alpha^2 J_0^2(\mu)}{k_1(k_0 + k_1)^2} I_0^2 \equiv R_{\text{eff}} I_0^2, \end{aligned} \quad (3.12)$$

где  $\alpha = (4\pi\omega q)/c^2$ ,  $R_{\text{eff}}$  — эквивалентное сопротивление плазмы.

Из (3.12) следует, что  $R_{\text{eff}}$  порядка  $0.5 - 5 \Omega$ , а поэтому при  $I_0 \approx 3 \text{ А}$  поглощаемая плазмой мощность  $\mathcal{P}_W$  не превышает  $5 - 50 \text{ Вт}$ .

На рис. 2 и 3 приведены численные расчеты эквивалентного сопротивления плазмы, выполненные по формуле (3.12) для различных значений  $n_e$  и  $R$ . Кривые построены до  $n_e = 5 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-3}$ , что определяется условиями (2.3) применимости выражения (2.4). Из рисунка следует, что сопротивление плазмы растет с ростом плотности плазмы и радиуса  $R$ . Что касается зависимости  $R_{\text{eff}}$  от  $L$ , то его рост быстро насыщается на длине порядка  $c/\omega L_e \sim 1/\sqrt{n_e}$  (на рисунке эти значения и приводятся).

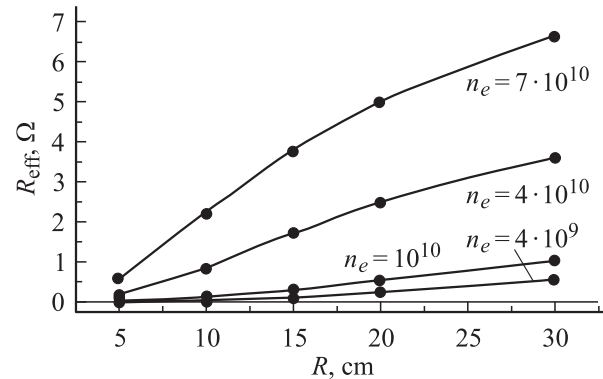


Рис. 2.

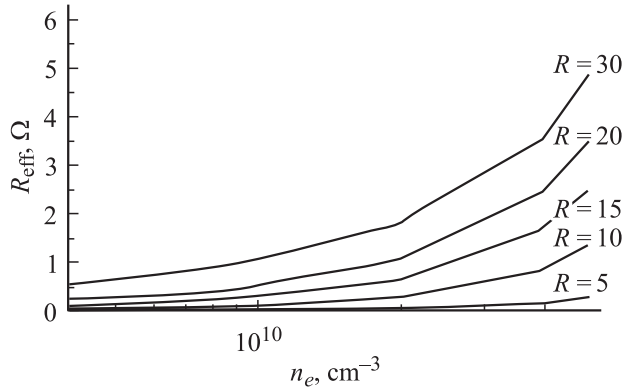


Рис. 3.

Таким образом, из проведенного выше анализа следует очень важный вывод: плоский дискообразный источник в области малых плотностей, когда выполнено условие инерциального скин-эффекта (2.3), обладает слишком малым плазменным сопротивлением, порядка  $1 \Omega$ , а поэтому будет малоэффективным — в плазму будет вкладываться малая доля радиочастотной мощности, в основном она будет выделяться в антенне (сопротивление которой превышает  $1 \Omega$ ). Наиболее перспективным представляется источник с плотностью  $0.5-1 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-3}$  при радиусе, не меньшем 20 см.

## Приложение

Обобщаем сформулированную выше задачу на случай полуограниченной электронной плазмы, занимающей область  $z \geq 0$ . При этом учтем пространственную дисперсию, ограничиваясь зеркальным отражением электронов от поверхности  $z = 0$ . Подобная задача для поперечного электромагнитного поля решалась в [2,(17),(18)], и найденным решением мы воспользуемся

$$\begin{aligned} \tilde{E}_\varphi(z) &= -\frac{\tilde{E}'_\varphi(0)}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk e^{ikz}}{k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon^{tr}(\omega, k)} \\ &= \frac{\alpha I_0}{R\pi} \left[ 1 + \frac{k_0}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk}{k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon^{tr}(\omega, k)} \right]^{-1} \\ &\times \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk e^{ikz}}{k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon^{tr}(\omega, k)}. \end{aligned} \quad (\text{П.1})$$

Здесь

$$k_0 = \sqrt{\frac{\mu^2}{R^2} - \frac{\omega^2}{c^2}};$$

$\varepsilon^{tr}(\omega, k)$  — поперечная диэлектрическая проницаемость для неограниченной изотропной плазмы с учетом столк-

новений и пространственной дисперсии [2]

$$\varepsilon^{tr}(\omega, k) = 1 - \frac{\omega_{Le}^2}{\omega(\omega + iv_e)} J_+ \left( \frac{\omega + iv_e}{kV_{Te}} \right), \quad (\text{П.2})$$

где

$$J_+(x) = x e^{-\frac{x^2}{2}} \int e^{-\frac{\tau^2}{2}} d\tau.$$

Явные предельные выражения функции  $J_+(x)$  от комплексного аргумента  $x$  можно найти в [2]. При нахождении решения (П.1) учитывалась поверхность поля  $\tilde{E}_\varphi(z)$  на границе  $z = 0$  и скачок ее производной  $\tilde{E}'_\varphi$  (см. (3.4)).

В условиях слабой пространственной дисперсии, когда при выполнении неравенств (2.3) интеграл (П.1) вычисляется и дает решение, совпадающее с (3.10) в пределе

$$\tilde{E}_\varphi(z) = -\frac{\tilde{E}'_\varphi(0)}{k_1} e^{-k_1 z} = \frac{\alpha I_0}{k_1 + k_0} e^{-k_1 z}, \quad (\text{П.3})$$

причем  $k_1$  определяется выражением (3.8), в котором  $\varepsilon(\omega)$  дается формулой (2.3).

## Список литературы

- [1] *High Density Plasma Sources* / Ed. O.A. Popov. New Jersey: Neges Publications, 1995.
- [2] *Силин В.П., Рухадзе А.А.* Электромагнитные свойства плазмы и плазмоподобных сред. М.: Атомиздат, 1961.