

01;03

О влиянии на скорость диффузиофореза крупной летучей капли коэффициента испарения и ее размера

© Г.Ю. Яламов

Московский государственный открытый педагогический университет им. М.А. Шолохова,
Институт информатизации образования,
109004 Москва, Россия
e-mail: aio.net@relcom.ru

(Поступило в Редакцию 17 июня 2003 г.)

Рассмотрена новая теория диффузиофореза крупных летучих сферических аэрозольных частиц, которая является дальнейшим развитием исследований, проведенных в работах [1-8]. Учтено влияние коэффициента испарения α жидкости капли, ее радиуса, переменного вдоль ее поверхности коэффициента поверхностного натяжения и внутренних в капле течений на скорость диффузиофореза. Полученные формулы позволяют непосредственно находить скорость движения одиночных крупных аэрозольных капель в неоднородной по концентрациям бинарной газовой смеси. Показано, что величина α и размер частицы влияют не только на абсолютное значение скорости диффузиофореза, но и на ее направление. Изменение размера капли предполагается в границах, когда этот размер значительно больше средней длины свободного пробега газовых молекул.

Капли-частицы, на поверхности которых происходит испарение или конденсация образующего их вещества, принято называть летучими [5-7]. Если же фазовый переход на поверхности не происходит, их называют нелетучими.

Если радиус сферической аэрозольной частицы R значительно больше средней длины свободного пробега молекул окружающего ее газа $\bar{\lambda}$, то частицы называются крупными. Для таких частиц число Кнудсена

$$\bar{\lambda}/R \ll 1. \quad (1)$$

Крупными, например, являются капли воды, взвешенные в воздухе при нормальных условиях, радиус которых $R \geq 6 \mu\text{m}$.

Явлениям диффузиофореза крупных нелетучих частиц были посвящены работы [2-4], а летучих [1,5-8]. Прямой учет влияния коэффициента испарения α жидкости капли на скорости диффузиофореза в [1,5-7] не проводился. В [8] было учтено влияние коэффициента испарения α жидкости капли без внутренних течений на скорости ее диффузиофореза, но в [4,6] было показано, что если вязкость внутренней области капли сравнима по величине с вязкостью окружающей каплю среды, то вклад в скорость диффузиофореза от внутренних течений становится весьма существенным. Поэтому возникла необходимость рассмотреть теорию диффузиофореза крупных сферических летучих аэрозольных частиц при прямом учете коэффициента испарения α жидкости капли с внутренними течениями и переменным вдоль ее поверхности межфазовым поверхностным натяжением. Кроме того, представляет интерес влияние размера крупной капли на скорость ее диффузиофореза, когда коэффициент испарения постоянен.

Рассмотрим сферическую каплю радиуса R , состоящую из однокомпонентной жидкости, имеющей тепло-

проводность χ_i и массу отдельной молекулы m_1 . Капля помещена в неоднородную по концентрациям бинарную газовую смесь, один из компонентов которой — пары жидкости капли. Газовая смесь имеет теплопроводность χ_e , вязкость η_{0e} и коэффициент взаимной диффузии компонентов $D_{12}^{(e)}$. На большом расстоянии от капли поддерживаются постоянные градиенты концентраций компонентов газовой смеси $(\nabla C_{1e})_\infty$ и $(\nabla C_{2e})_\infty$. Под C_{1e} и C_{2e} понимаются относительные числовые концентрации, определяемые как

$$C_{1e} = \frac{n_{1e}}{n_e} \quad \text{и} \quad C_{2e} = \frac{n_{2e}}{n_e}, \quad (2)$$

где n_{1e} и n_{2e} — числа молекул компонентов газовой смеси в единице объема, $n_e = n_{1e} + n_{2e}$.

Очевидно, что $C_{1e} + C_{2e} = 1$, а

$$\nabla C_{1e} = -\nabla C_{2e} \quad (3)$$

в любой точке газовой смеси.

Радиус капли предполагается настолько большим по сравнению со средними длинами свободного пробега молекул компонентов газовой смеси λ_1 и λ_2 , что задачу можно решать в гидродинамическом режиме [1-7]. Предполагается, что капля при движении сохраняет сферическую форму. Это справедливо, если, как показано в [7], силы внешнего давления малы по сравнению с давлением от поверхностного натяжения, что можно выразить в виде соотношения

$$\sigma/R \gg \eta_{0e} \frac{|U|}{R}. \quad (4)$$

В (4) σ — коэффициент поверхностного натяжения на границе раздела капля—бинарная газовая смесь, R — радиус капли, $|U|$ — абсолютное значение скорости газовой смеси относительно капли.

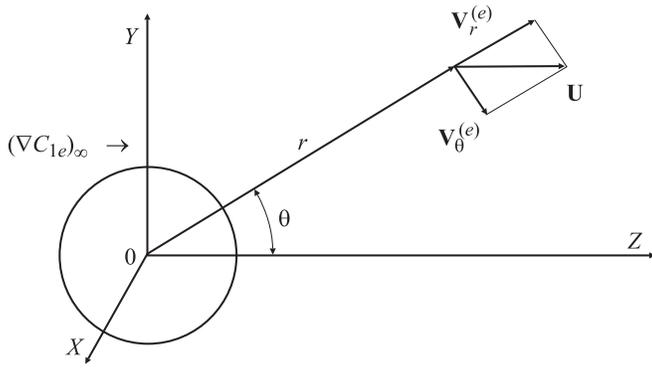


Рис. 1.

Итак, предполагается, что капля в процессе движения сохраняет сферическую форму, поэтому решение задачи удобно проводить в сферической системе координат r, θ и φ с началом в центре капли.

Полярную ось $z = r \cos \theta$ выберем вдоль вектора $(\nabla C_{1e})_\infty$. Будем считать каплю покоящейся, а центр тяжести внешней смеси движущимся относительно центра капли со скоростью \mathbf{U} при $r \rightarrow \infty$ (рис. 1) [7,8].

Распределения скоростей, давлений, температур и концентраций вне и внутри капли удовлетворяет следующей системе дифференциальных линеаризованных уравнений, записанных в векторной форме [7]:

$$\eta_{0e} \nabla^2 \mathbf{v}^{(e)} = \nabla p^{(2)}, \quad (5)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{v}^{(e)} = 0, \quad (6)$$

$$\eta_{0i} \nabla^2 \mathbf{v}^{(i)} = \nabla p^{(i)}, \quad (7)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{v}^{(i)} = 0, \quad (8)$$

$$\nabla^2 C_{1e} = 0, \quad (9)$$

$$\nabla^2 T_e = 0, \quad (10)$$

$$\nabla^2 T_i = 0. \quad (11)$$

В (5)–(11) введены следующие обозначения: индексы e и i характеризуют величины, относящиеся к областям вне и внутри капли соответственно; $\mathbf{v}^{(e)}$ и $\mathbf{v}^{(i)}$ — скорости центра инерции смеси вне и внутри капли; $p^{(e)}$ и $p^{(i)}$ — давления; η_{0e} и η_0 — средние вязкости газовой смеси и капли; C_{1e} — относительная концентрация первого компонента вне капли; T_e и T_i — температура вне и внутри капли.

На большом расстоянии от капли при $r \rightarrow \infty$ справедливы следующие граничные условия, [7,8] (см. также рис. 1):

$$v_r^{(e)} = |\mathbf{U}| \cos \theta, \quad (12)$$

$$v_\theta^{(e)} = -|\mathbf{U}| \sin \theta, \quad (13)$$

$$p^{(e)} = p_0^{(e)}, \quad (14)$$

$$C_{1e} = C_{01e} + |(\nabla C_{1e})_\infty| r \cos \theta, \quad (15)$$

$$T_e = T_{0e}. \quad (16)$$

На поверхности капли имеют место следующие граничные соотношения:

$$\left(n_{02e} v_r^{(e)} - D_{12}^{(e)} n_{0e}^2 \frac{m_1}{\rho_{0e}} \frac{\partial C_{2e}}{\partial r} \right) \Big|_{r=R} = 0, \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \left(n_{01e} v_r^{(e)} - D_{12}^{(e)} n_{0e}^2 \frac{m_1}{\rho_{0e}} \frac{\partial C_{1e}}{\partial r} \right) \Big|_{r=R} \\ = n_{0e} \alpha v \left(C_{1e}^{(H)} - C_{1e} \right) \Big|_{r=R}, \end{aligned} \quad (18)$$

$$v_\theta^{(e)} - v_\theta^{(i)} \Big|_{r=R} = \frac{K_{TSl}^{(e)}}{T_{0e} R} \frac{\partial T_e}{\partial \theta} \Big|_{r=R} + \frac{K_{Sl} D_{12}^{(e)}}{R} \frac{\partial C_{1e}}{\partial \theta} \Big|_{r=R}, \quad (19)$$

$$T_e \Big|_{r=R} = T_i \Big|_{r=R}, \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \left(-\chi_e \frac{\partial T_e}{\partial r} + \chi_i \frac{\partial T_i}{\partial r} \right) \Big|_{r=R} \\ = -n_{0e} \alpha v L m_1 \left(C_{1e}^{(H)} - C_{1e} \right) \Big|_{r=R}. \end{aligned} \quad (21)$$

Температура T_i внутри капли и концентрация C_{1e} должны принимать конечные значения.

Граничное условие (17) отражает факт непроницаемости поверхности капли для второго компонента бинарной газовой смеси, не испытывающей фазовый переход. В этом условии первый член равен радиальному конвективному потоку второго компонента, а второй член — радиальному диффузионному потоку того же компонента. Условие (18) выражает непрерывность радиального потока первого компонента (летучего) через поверхность капли. Левая часть соотношения (18) равна суммарному радиальному потоку первого компонента вне капли, представляющего собой сумму конвективного и диффузионного потоков. Правая часть соотношения (18) дает радиальный поток первого компонента, отводимый через слой Кнудсена с поверхности капли, и пропорциональный коэффициенту испарения α жидкости капли. Последний поток ранее в теории диффузиофореза летучих крупных аэрозольных частиц не учитывался [5–7]. Вывод выражения для этого потока основан на том, что радиальный поток молекул пара жидкости капли определяется на основе простых статистических соображений [9] и равен величине

$$n_{0e} \alpha v \left(C_{1e}^{(H)} - C_{1e} \right) \Big|_{r=R},$$

где

$$v = \sqrt{\frac{k T_{0e}}{2\pi m_1}}$$

— одна четвертая средней абсолютной тепловой скорости молекул пара, n_{0e} — среднее число молекул смеси в единице объема, $C_{1e}^{(H)}$ — относительная концентрация насыщенных паров летучего компонента у поверхности капли, k — постоянная Больцмана.

В граничных условиях (17), (18) n_{01e} и n_{02e} — средние значения чисел молекул компонентов газовой смеси в единице объема, m_1 и m_2 — массы молекул компонентов,

$\rho_{0e} = n_{01e}m_1 + n_{02e}m_2$ — средняя массовая плотность смеси, $n_{0e} = n_{01e} + n_{02e}$.

Соотношение (19) выражает известные явления теплового и диффузионного скольжения бинарной газовой смеси вдоль поверхности капли, пропорциональные соответственно коэффициентам теплового $K_{TSI}^{(e)}$ и диффузионного $K_{SI}^{(e)}$ скольжения [7,8,10–16].

Температура на границе раздела капля–газовая фаза непрерывна. Поэтому для температуры имеем на границе капли соотношение (20). Непрерывность потока тепла через поверхность капли дается условием (21). В правой части (21) учитывается тепло, идущее на фазовый переход, пропорциональное величине L — удельному теплу испарения (или конденсации) первой компоненты газовой смеси.

К отмеченным выше граничным условиям необходимо добавить равенство нулю радиальной составляющей конвективного потока жидкости через поверхность капли

$$v_r^{(i)} = 0 \quad \text{при} \quad r = R \quad (22)$$

и известные условия непрерывности радиальных и касательных составляющих тензора вязких напряжений на поверхности капли [7]

$$\left(-p^{(e)} + 2\eta_{0e} \frac{\partial v_r^{(e)}}{\partial r} \right) \Big|_{r=R} - \frac{2\sigma_0}{R} - 2 \frac{\partial \sigma}{\partial T_i} \Big|_{T_i=T_{0i}} (T_i - T_{0i}) \Big|_{r=R} = \left(p^{(i)} + 2\eta_{0i} \frac{\partial v_r^{(i)}}{\partial r} \right) \Big|_{r=R}, \quad (23)$$

$$\eta_{0e} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial v_r^{(e)}}{\partial \theta} + \frac{\partial v_\theta^{(e)}}{\partial r} - \frac{\partial v_\theta^{(e)}}{r} \right) \Big|_{r=R} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma}{\partial T_i} \Big|_{T_i=T_{0i}} \frac{\partial T_i}{\partial \theta} \Big|_{r=R} = \eta_{0e} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial v_r^{(i)}}{\partial \theta} + \frac{\partial v_\theta^{(i)}}{\partial r} - \frac{\partial v_\theta^{(i)}}{r} \right) \Big|_{r=R}. \quad (24)$$

В (24) σ_0 — среднее значение коэффициента поверхностного натяжения на границе раздела капля–внешняя газовая смесь. Поверхностное натяжение σ , входящее в (23) и (24), представлено в линейном приближении по общему малому параметру $|(R\nabla C_{1e})_\infty|$ и может быть записано следующим образом:

$$\sigma = \sigma_0 + \frac{\partial \sigma}{\partial T_i} \Big|_{T_i=T_{0i}} (T_i - T_{0i}). \quad (25)$$

Отметим, что поверхностное натяжение убывает с ростом температуры, т.е. $\partial \sigma / \partial T < 0$. Достаточно сослаться на экспериментальные данные [17] и простейшую теорию в этой области [18,19].

Надо подчеркнуть, что все граничные условия (17)–(24) записаны в линеаризованной форме по отмеченному малому параметру и вместо $n_e, n_{1e}, n_{2e}, \eta_e, \eta_i$ и T_e на поверхности капли подставлены их средние значения [7].

Отметим также, что насыщающая концентрация $C_{1e}^{(H)}$ является функцией температуры T_i и ее можно разложить по малому параметру $|(R\nabla C_{1e})_\infty|$ с удержанием линейных по этому параметру членов

$$C_{1e}^{(H)}(T_i) \Big|_{r=R} = C_{01e}^{(H)}(T_{0i}) \Big|_{r=R} + \frac{\partial C_{1e}^{(H)}}{\partial T_i} \Big|_{T_i=T_{0i}} (T_i - T_{0i}) \Big|_{r=R}. \quad (26)$$

Задача обтекания капли газовой смесью и внутренние течения имеют азимутальную симметрию из-за выбора направления полярной оси вдоль вектора $(\nabla C_{1e})_\infty$. Поэтому переменные величины $\mathbf{v}^e, \mathbf{v}^{(i)}, p^{(e)}, p^{(i)}, C_{1e}, T_e$ и T_i не зависят от азимутального угла φ , а $v_\varphi^{(e)}$ и $v_\varphi^{(i)}$ равны нулю [3–7].

Решения системы дифференциальных уравнений (5)–(11) в сферических координатах [7] с учетом граничных условий (12)–(15) можно представить в виде [7]

$$\mathbf{v}_r^{(e)} = \left(\frac{A_e}{r^3} + \frac{B_e}{r} + |\mathbf{U}| \right) \cos \theta + \frac{\gamma_e}{r}, \quad (27)$$

$$\mathbf{v}_\theta^{(e)} = \left(\frac{A_e}{2r^3} - \frac{B_e}{2r} - |\mathbf{U}| \right) \sin \theta, \quad (28)$$

$$p^{(e)} = p_0^{(e)} + \eta_{0e} \frac{B_e}{r^2} \cos \theta, \quad (29)$$

$$C_{1e} = C_{01e} + |(\nabla C_{1e})_\infty| r \cos \theta + \frac{\mu_e^{(c)}}{r^2} \cos \theta + \frac{\varphi^{(c)}}{r}, \quad (30)$$

$$T_e = T_{0e} + \frac{\mu_e^{(T)}}{r^2} \cos \theta + \frac{\varphi^{(T)}}{r}, \quad (31)$$

$$\mathbf{v}_r^{(i)} = (Q_i + D_i r^2) \cos \theta + \mathbf{v}_{r0}^{(i)}, \quad (32)$$

$$\mathbf{v}_\theta^{(i)} = -(Q_i + 2D_i r^2) \sin \theta, \quad (33)$$

$$p^{(i)} = p_0^{(i)} + 10\eta_i D_i r^2 \sin \theta, \quad (34)$$

$$T_i = T_{0i} + \mu_i^{(T)} r \cos \theta. \quad (35)$$

Далее, подставив решения (27)–(35) в граничные условия (17)–(24), получим систему алгебраических уравнений для нахождения неизвестных констант $A_e, B_e, |\mathbf{U}|, \mu_e^{(c)}, \mu_e^{(T)}, \mu_i^{(T)}, Q_i, D_i, \varphi^{(c)}, \varphi^{(T)}, v_{r0}^{(i)}$ и C_{01e} .

Для дальнейшего нам понадобится аналитическое выражение $|\mathbf{U}|$, где \mathbf{U} — скорость набегания потока газовой смеси на каплю. Тогда вектор скорости диффузиофореза капли относительно центра тяжести газовой смеси [7] будет равен

$$\mathbf{U}_D = -\mathbf{U}. \quad (36)$$

Используя выражение для \mathbf{U} (после перехода к векторным обозначениям), получим

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_D = & -\frac{6\eta_{0i}}{(3\eta_{0i} + 2\eta_{0e})\Delta} \left\{ K_{SI}^{(e)} D_{12}^{(e)2} [2\chi_e + \chi_i + n_{0e}\alpha\nu Lm_1 R\delta] \right. \\ & + \left[\frac{K_{TSL}^{(e)}}{T_{0e}} + \frac{R}{3\eta_{0i}} \delta_\sigma \right] D_{12}^{(e)} n_{0e}\alpha\nu Lm_1 R \left. \right\} (\nabla C_{1e})_\infty \\ & + \frac{3(\eta_{0i} + 2\eta_{0e})D_{12}^{(e)} m_1}{(3\eta_{0i} + 2\eta_{0e})\Delta \cdot \rho_{0e}} \left\{ [2\chi_e + \chi_i] n_{0e}\alpha\nu R \right\} (\nabla C_{1e})_\infty, \end{aligned} \quad (37)$$

где

$$\Delta = [2\chi_e + \chi_i] \left(2D_{12}^{(e)} + \frac{n_{02e}}{n_{0e}} \alpha\nu R \right) + 2D_{12}^{(e)} n_{0e}\alpha\nu Lm_1 R\delta, \quad (38)$$

$$\delta = \frac{\partial C_{1e}^{(H)}}{\partial T_i} \Big|_{T_i=T_{0i}}, \quad \delta_\sigma = \frac{\partial \sigma}{\partial T_i} \Big|_{T_i=T_{0i}}. \quad (39)$$

Рассмотрим ряд предельных случаев формулы (37). Если $\alpha \rightarrow 0$, т.е. коэффициент испарения жидкости капли стремится к нулю, имеем

$$\lim_{\alpha \rightarrow 0} \mathbf{U}_D = -\frac{3\eta_{0i}}{3\eta_{0i} + \eta_{0e}} K_{SI}^{(e)} D_{12}^{(e)} (\nabla C_{1e})_\infty. \quad (40)$$

Формула (40) дает скорость диффузиофореза крупной капли с учетом внутренних течений. Если $\eta_{0i} \gg \eta_{0e}$, что вполне реализуемо, то из (40) получим при $\eta_{0e}/\eta_{0i} \rightarrow 0$,

$$\lim_{\substack{\alpha \rightarrow 0 \\ \eta_{0e}/\eta_{0i} \rightarrow 0}} \mathbf{U}_D = -K_{SI}^{(e)} D_{12}^{(e)} (\nabla C_{1e})_\infty \quad (41)$$

классическую формулу для скорости диффузиофореза крупной нелетучей частицы-капли.

Если теплопроводность капли $\chi_i \gg \chi_e$, т.е. в пределе $\chi_e/\chi_i \rightarrow 0$, из (37) получим

$$\begin{aligned} \lim_{\chi_e/\chi_i \rightarrow 0} \mathbf{U}_D = & -\frac{6\eta_{0i}}{(3\eta_{0i} + 2\eta_{0e})\Delta_1} \\ & \times \left\{ K_{SI}^{(e)} D_{12}^{(e)2} \left[1 + \frac{n_{0e}\alpha\nu Lm_1 R\delta}{\chi_i} \right] \right. \\ & + \left[\frac{K_{TSL}^{(e)}}{T_{0e}} + \frac{R}{3\eta_{0i}} \delta_\sigma \right] \frac{D_{12}^{(e)} n_{0e}\alpha\nu Lm_1 R}{\chi_i} \left. \right\} (\nabla C_{1e})_\infty \\ & + \left\{ \left(\frac{3(\eta_{0i} + 2\eta_{0e})}{3\eta_{0i} + 2\eta_{0e}} \right) \frac{D_{12}^{(e)} m_1}{\rho_{0e}\Delta_1} n_{0e}\alpha\nu R \right\} (\nabla C_{1e})_\infty, \end{aligned} \quad (42)$$

где

$$\Delta_1 = \left(2D_{12}^{(e)} + \frac{n_{02e}}{n_{0e}} \alpha\nu R \right) + \frac{2D_{12}^{(e)} n_{0e}\alpha\nu Lm_1 R\delta}{\chi_i}.$$

Проведенные с помощью найденных формул оценки показали, что с ростом коэффициента испарения α

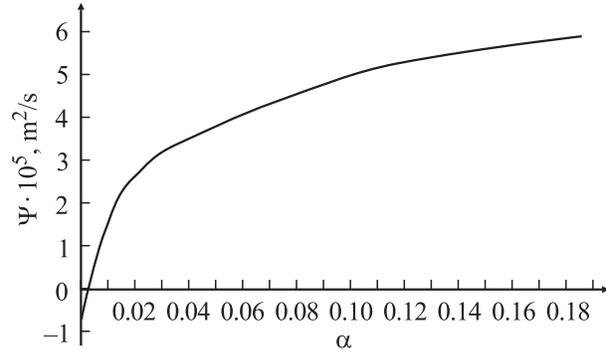


Рис. 2. Зависимость коэффициента Ψ от α при нормальных условиях.

жидкости капли скорость диффузиофореза \mathbf{U}_D изменяется как по абсолютной величине, так и по направлению. Это достаточно хорошо показывает ход приведенной на рис. 2 кривой зависимости коэффициента пропорциональности Ψ между \mathbf{U}_D и $(\nabla C_{1e})_\infty$ ($\mathbf{U}_D = \Psi(\nabla C_{1e})_\infty$) от коэффициента испарения капли воды радиусом $R = 10 \mu\text{m}$, взвешенной в воздухе при нормальных условиях. При очень малых значениях α ($0 < \alpha < 0.003$) скорость \mathbf{U}_D падает без изменения первоначального направления ($\mathbf{U}_D < 0$). Это объясняется тем, что в этом случае роль эффектов теплового и диффузионного скольжений (обусловленных неравномерным фазовым переходом при движении вдоль поверхности капли) преобладает и капля движется в сторону падения концентрации C_{1e} при $K_{SI} > 0$. При $\alpha \geq 0.003$ возрастает роль чисто реактивного эффекта испарения и переменного поверхностного натяжения ($\partial\sigma/\partial T_i < 0$) и капля движется в сторону роста концентрации C_{1e} .

С другой стороны, при постоянных значениях α крупные капли разного размера имеют и разные скорости \mathbf{U}_D , что достаточно хорошо видно из хода прямых 1–3, представленных на рис. 3. Прямая 1 показывает

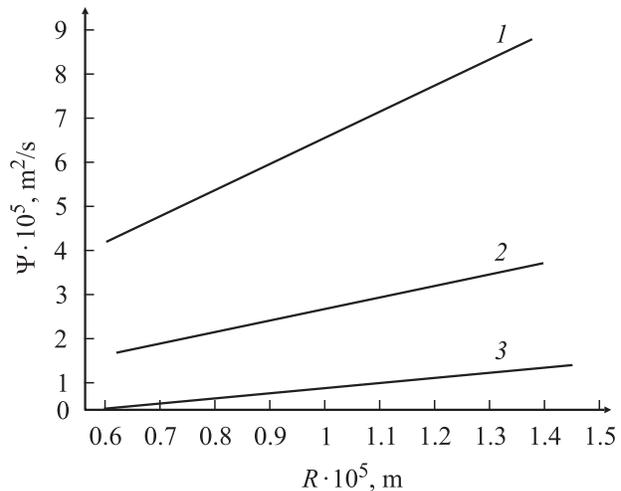


Рис. 3. Зависимость коэффициента Ψ от R при нормальных условиях.

зависимость коэффициента Ψ от радиуса R капли воды взвешенной в воздухе при нормальных условиях и $\alpha = 0.5$, прямая 2 — при $\alpha = 0.1$, а прямая 3 — при $\alpha = 0.008$. Вообще говоря, при очень малых значениях $\alpha < 0.01$ капли определенного радиуса R имеют скорость диффузиофореза $U_D = 0$. Так, из хода прямой 3 видно, что капли, имеющие радиус $6 \mu\text{m}$, неподвижны.

Таким образом, зная радиус неподвижной капли при определенных внешних условиях $(T_{0e}, P_0^{(e)})$, можно определить коэффициент испарения α ее жидкости, что представляет интерес при экспериментальных наблюдениях.

Список литературы

- [1] *Derjaguin B.V., Yalamov Yu.I.* // International Reviews in Aerosol Physics and Chemistry. Vol. 3. Pt 2. Pergamon Press, 1972. P. 1–200.
- [2] *Brock I.R.* // J. Colloid Sci. 1963. Vol. 18. N 6. P. 489–501.
- [3] *Яламов Ю.И., Обухов Б.А.* // ЖТФ. 1979. Т. 42. Вып. 5. С. 1064–1068.
- [4] *Яламов Ю.И., Санасарян А.С.* // ЖТФ. 1977. Т. 47. Вып. 5. С. 1063–1066.
- [5] *Агванян Ю.М., Яламов Ю.И.* // Коллоид. журн. 1978. Т. 40. № 6. С. 1043–1047.
- [6] *Агванян Ю.М., Яламов Ю.И.* // ИФЖ. 1979. Т. 37. № 6. С. 1083–1088.
- [7] *Яламов Ю.И., Галоян В.С.* Динамика капель в неоднородных вязких средах. Ереван: Луйс, 1985. 207 с.
- [8] *Яламов Г.Ю.* // Актуальные проблемы физики и механики аэродисперсных систем. Сб. МОПИ им. Н.К. Крупской. М., 1989. С. 128–140.
- [9] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Статистическая физика. Ч. I. М.: Наука, 1976. 583 с.
- [10] *Ивченко И.Н., Яламов Ю.И.* // Изв. АН СССР. Сер. МЖГ. 1969. № 6. С. 59–66.
- [11] *Kramers H.A., Kistemaker I.* // Physica. 1943. Vol. 10. N 8. P. 699–713.
- [12] *Кучеров Р.Я.* // ЖТФ. 1957. Т. 27. Вып. 9. С. 2158–2161.
- [13] *Яламов Ю.И., Ивченко И.Н., Дерягин Б.В.* // ДАН СССР. 1968. Т. 180. С. 330–333.
- [14] *Breton I.P.* // Phys. Fluids. 1969. Vol. 12. N 12. P. 2019–2026.
- [15] *Абрамов Ю.Ю., Гладуш Г.Г.* // ПМТФ. 1970. № 4. С. 51–55.
- [16] *Ивченко И.Н., Яламов Ю.И.* // Изв. АН СССР. Сер. МЖГ. 1971. № 4. С. 22–26.
- [17] *Варгафтик Н.Б.* Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. М.: Наука, 1972. 720 с.
- [18] *Штрауф Е.А.* Курс физики. Л., 1961. Т. I. Ч. 3. Гл. 3.
- [19] *Телеснин Р.В.* Молекулярная физика. М., 1973. Гл. 10.