

01;05;09

Модуляционная неустойчивость электромагнитных возбуждений в нелокальной джозефсоновской электродинамике тонкой пленки магнитного сверхпроводника

© А.И. Ломтев

Донецкий физико-технический институт им. А.А. Галкина НАН Украины,
83114 Донецк, Украина
e-mail: lomtev@kinetic.ac.donetsk.ua

(Поступило в Редакцию 22 ноября 2002 г. В окончательной редакции 25 марта 2003 г.)

Для джозефсоновского перехода в тонкой пленке немагнитного и магнитного (двумерного) сверхпроводника исследована модуляционная неустойчивость осциллирующих с джозефсоновской частотой плоских нелинейных волн конечной амплитуды. Получены дисперсионные уравнения для инкремента нарастания малых амплитудных возмущений. Показано, что для такого типа волн в джозефсоновском переходе в тонкой пленке немагнитного сверхпроводника модуляционная неустойчивость развивается в конечной области волновых векторов амплитудных возмущений $0 < Q < Q_B$, тогда как для возмущений амплитуды волн в переходе Джозефсона в тонкой пленке магнитного сверхпроводника при любой величине волнового вектора $0 < Q < \infty$ развивается модуляционная неустойчивость.

1. В настоящее время известно большое число магнитных сверхпроводников, проявляющих новые уникальные свойства [1–3], интерес к изучению которых не потерял и поныне. Существование магнетизма и сверхпроводимости, кроме тройных соединений [4], установлено в ВТСП материалах типа REBaCuO, RECuO и др., где RE — редкоземельный ион. Достаточно сильная антиферромагнитная корреляция спинов меди в CuO₂ плоскостях в сверхпроводящем состоянии является одной из главных черт ВТСП материалов [5].

Давно возник, но до сих пор также не ослабевает интерес к исследованию широкого круга явлений неустойчивости волн в различных нелинейных системах и средах [6,7]. Известно, что сжатие нелинейной волны может происходить как в поперечном, так и в продольном направлении по отношению к направлению распространения волны. В качестве примеров можно привести самофокусировку света, предсказанную Аскарьяном [8], неустойчивость типа разбития волны на пакеты и самосжатия волновых пакетов — модуляционную неустойчивость, которая была впервые изучена Лайтхиллом [9]. Модуляционная неустойчивость электромагнитных волн в оптических волокнах описывается неустойчивостью решений нелинейного уравнения Шредингера [10], в распределенных джозефсоновских переходах — неустойчивостью решений уравнения sine-Gordon [11,12]. Наряду с теоретическим интересом явление модуляционной неустойчивости имеет ряд практических приложений. Например, оно используется для генерации цепочек сверхкоротких оптических импульсов с высокой частотой повторения [10], разработки новых логических устройств [13].

Во многих ситуациях при исследовании модуляционной неустойчивости необходимо рассмотреть пространственно нелокальные модификации нелинейного уравнения Шредингера [14] и уравнения sine-Gordon [15–26].

Так, в работах [15,16] показано, что эффекты пространственной нелокальности могут быть существенными даже в контактах массивных сверхпроводников с большой толщиной $d \gg \lambda$ (λ — лондоновская глубина проникновения) вдоль магнитного поля (по направлению вихрей), т.е. в ситуациях, до того рассматривавшихся в локальном приближении. В противоположном предельном случае контактов в тонких пленках, когда $d \ll \lambda$, локальный предел отсутствует, а пространственная нелокальность очень существенна и становится определяющим фактором. Соответствующие уравнения получены и изучались в работах [17–20]. Как показали исследования в работах [21–23], для джозефсоновской электродинамики тонких пленок магнитных (двумерных и трехмерных) сверхпроводников наряду с пространственной нелокальностью существенной становится и временная нелокальность. Джозефсоновский переход между двумя сверхпроводящими слоями конечной толщины в направлении, ортогональном магнитному полю вихрей, изучался в работе [24]. В работах [25,26] осуществлено рассмотрение контакта „встык“ и наклонного (скошенного) перехода соответственно конечной толщины вдоль магнитного поля вихрей при произвольном отношении d/λ .

Из-за различных геометрий задач в перечисленных выше работах [15–26] уравнения джозефсоновской электродинамики отличаются видом ядра интегрального оператора, описывающего эффект пространственно нелокальной связи. Однако во всех этих работах пространственная нелокальность уравнений для разности фаз возникает вследствие нелокальной связи поля на границе раздела и в сверхпроводнике. Такая причина пространственной нелокальности является универсальной для электродинамики джозефсоновских контактов, а сама нелокальность становится скорее правилом, чем исключением.

Модуляционная неустойчивость в рамках пространственно нелокальной джозефсоновской электродинамики контакта из массивных сверхпроводников впервые рассмотрена в работе [15]. Показано, что процесс нарастания малых возмущений амплитуды и фазы отвечает развитию модуляционной неустойчивости электромагнитной волны конечной постоянной амплитуды с нелинейным сдвигом частоты и с законом дисперсии модели линейного приближения. Выявлено стабилизирующее влияние пространственной нелокальности на модуляционную неустойчивость. В работе [27] для джозефсоновского перехода также из массивных сверхпроводников исследована модуляционная неустойчивость осциллирующей с джозефсоновской частотой плоской нелинейной электромагнитной волны конечной амплитуды, обусловленная нарастанием малых возмущений амплитуды и приводящая к разбиению такой волны на пакеты.

2. Одной из таких нелинейных систем, в которых может проявляться модуляционная неустойчивость, является переход Джозефсона в ультратонкой пленке магнитного (двумерного) сверхпроводника толщиной $d \ll \lambda$, когда динамика разности фаз на берегах контакта $\varphi(x, t)$ описывается нелинейным интегродифференциальным уравнением sine-Gordon с пространственной и временной нелокальностью [21,22],

$$\sin \varphi(x, t) + \frac{\beta}{\omega_J^2} \frac{\partial \varphi(x, t)}{\partial t} + \frac{1}{\omega_J^2} \frac{\partial^2 \varphi(x, t)}{\partial t^2} = I_J \int_{-\infty}^{\infty} dx' \int_{-\infty}^{\infty} dt' K\left(\frac{x-x'}{2\lambda_{\text{eff}}}, t-t'\right) \frac{\partial^2 \varphi(x', t')}{\partial x'^2}, \quad (1)$$

где ω_J — джозефсоновская частота, β — диссипативный параметр, $I_J = \lambda_J^2/\lambda$, λ_J — джозефсоновская длина, $\lambda_{\text{eff}} = \lambda^2/d$ — пирловская глубина проникновения, а нелокальное по пространственной и временной переменным интегральное ядро

$$K\left(\frac{x-x'}{2\lambda_{\text{eff}}}, t-t'\right)$$

имеет вид

$$K\left(\frac{x-x'}{2\lambda_{\text{eff}}}, t-t'\right) = \int_0^{\infty} \frac{dq}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \frac{2\lambda_{\text{eff}} J_0[q(x-x')] \exp[-i\omega(t-t')]}{\mu(\mathbf{q}, \omega) + 2q\lambda_{\text{eff}}}. \quad (2)$$

Здесь $J_0(qx)$ — функция Бесселя нулевого порядка. Нелокальность уравнения (1) по времени обусловлена частотной дисперсией магнитной проницаемости $\mu(q, \omega)$ и связана в конечном счете с процессами запаздывания.

Так как $\lambda \gg a$ (a — постоянная кристаллической решетки), то естественно использовать гидродинамическое описание магнитной подсистемы. Ограничиваясь

парамагнитной областью температур, для магнитной проницаемости имеем выражение [28]

$$\mu(\mathbf{q}, \omega) = 1 + 4\pi\chi_0 \frac{iDq^2}{\omega + iDq^2}, \quad (3)$$

где χ_0 — статическая магнитная восприимчивость, а коэффициент спиновой диффузии для двумерных гейзенберговских магнетиков равен [29]

$$D = (1/3)(2\pi)^{1/2} J a^2 [s(s+1)]^{1/2}$$

(J — параметр внутрислоевого обмена, s — спин).

Рассмотрим эволюцию нелинейных, осциллирующих с джозефсоновской частотой ω_J волн малой, но конечной амплитуды типа бризера в переходе. Представим разность фаз $\varphi(x, t)$ в виде

$$\varphi(x, t) = u(x, t) \exp(-i\omega_J t) + u^*(x, t) \exp(i\omega_J t),$$

$$u(x, t) \ll 1. \quad (4)$$

В бездиссипативном пределе $\beta = 0$ учтем в уравнении (1) низжайший порядок нелинейности на основной частоте ω_J и ограничимся приближением медленно меняющейся во времени амплитуды $u(x, t)$, когда справедливо неравенство

$$\partial^2 u(x, t) / \partial t^2 \ll 2\omega_J \partial u(x, t) / \partial t.$$

Тогда из уравнения (1) при подстановке в него поля (4) для амплитуды $u(x, t)$ получаем следующее уравнение:

$$i \frac{2}{\omega_J} \frac{\partial u(x, t)}{\partial t} + \frac{1}{2} |u(x, t)|^2 u(x, t) + I_J \int_{-\infty}^{\infty} dx' \int_{-\infty}^{\infty} dt' K\left(\frac{x-x'}{2\lambda_{\text{eff}}}, t-t'\right) \times \exp[i\omega_J(t-t')] \frac{\partial^2 u(x', t')}{\partial x'^2} = 0. \quad (5)$$

Это — нелинейное „уравнение Шредингера“ с пространственной и временной нелокальностью, которое имеет точное решение вида плоской нелинейной волны с постоянной в пространстве и во времени амплитудой A ,

$$u_0(t) = A \exp(iA^2 \omega_J t / 4), \quad A \ll 1. \quad (6)$$

Исследуем устойчивость такого решения. О характере распада плоской волны (6) можно судить по развитию ее малых возмущений. С этой целью допустим, что случайно возникло малое возмущение амплитуды

$$u(x, t) = [A + \psi(x, t)] \exp(iA^2 \omega_J t / 4), \quad |\psi(x, t)| \ll A. \quad (7)$$

Из уравнения (5) для малого возмущения $\psi(x, t)$ следует линейное уравнение

$$i \frac{2}{\omega_J} \frac{\partial \psi(x, t)}{\partial t} + \frac{1}{2} A^2 [\psi(x, t) + \psi^*(x, t)] + I_J \int_{-\infty}^{\infty} dx' \int_{-\infty}^{\infty} dt' K \left(\frac{x-x'}{2\lambda_{\text{eff}}}, t-t' \right) \times \exp[i\omega_J(1-A^2/4)(t-t')] \frac{\partial^2 \psi(x', t')}{\partial x'^2} = 0. \quad (8)$$

Полагая в уравнении (8) $\psi(x, t) = v(x, t) + iw(x, t)$, для действительной и мнимой частей возмущения получаем систему уравнений

$$\begin{aligned} & \frac{2}{\omega_J} \frac{\partial v(x, t)}{\partial t} + I_J \int_{-\infty}^{\infty} dx' \int_{-\infty}^{\infty} dt' K \left(\frac{x-x'}{2\lambda_{\text{eff}}}, t-t' \right) \\ & \times \exp[i\omega_J(1-A^2/4)(t-t')] \frac{\partial^2 v(x', t')}{\partial x'^2} = 0, \\ & -\frac{2}{\omega_J} \frac{\partial w(x, t)}{\partial t} + A^2 v(x, t) + I_J \int_{-\infty}^{\infty} dx' \int_{-\infty}^{\infty} dt' K \left(\frac{x-x'}{2\lambda_{\text{eff}}}, t-t' \right) \\ & \times \exp[i\omega_J(1-A^2/4)(t-t')] \frac{\partial^2 v(x', t')}{\partial x'^2} = 0. \quad (9) \end{aligned}$$

Для возмущений вида (произвольные возмущения можно представить как суперпозицию таких полей)

$$\begin{aligned} v(x, t) &= V(Q, \Omega) \exp[i(Qx - \Omega t)], \\ w(x, t) &= W(Q, \Omega) \exp[i(Qx - \Omega t)], \quad (10) \end{aligned}$$

распространяющихся вдоль перехода Джозефсона с волновым вектором Q и частотой Ω , из системы уравнений (9) следует дисперсионное соотношение $\tilde{\Omega} = \tilde{\Omega}(Q)$

$$\tilde{\Omega}^2 = \frac{L}{2\pi} \tilde{Q}^2 J(\tilde{Q}, \tilde{\Omega}) \left[\frac{2L}{\pi} \tilde{Q}^2 J(\tilde{Q}, \tilde{\Omega}) - A^2 \right], \quad (11)$$

где

$$J(\tilde{Q}, \tilde{\Omega}) = \int_0^{\infty} dx \left[1 + \tilde{Q} \cos hx + \frac{4\pi\chi_0 \tilde{Q}^2 \cos h^2 x}{-i\eta(\tilde{\Omega} + 1 - A^2/4) + \tilde{Q}^2 \cos h^2 x} \right]^{-1}, \quad (12)$$

а также введены безразмерные величины $\tilde{Q} = 2Q\lambda_{\text{eff}}$, $\tilde{\Omega} = \Omega/\omega_J$ и использованы следующие обозначения: $L = I_J/2\lambda_{\text{eff}}$, $\eta = \omega_J/\Omega_{\text{eff}}$, $\Omega_{\text{eff}} = D/(2\lambda_{\text{eff}})^2$.

Неявное относительно $\tilde{\Omega}(\tilde{Q})$ дисперсионное уравнение (11) с учетом (12) имеет комплексное решение

$\tilde{\Omega}(\tilde{Q}) = \text{Re } \tilde{\Omega}(\tilde{Q}) + i \text{Im } \tilde{\Omega}(\tilde{Q})$. При $\text{Im } \tilde{\Omega}(\tilde{Q}) > 0$ малые возмущения амплитуды (10) будут нарастать со временем и при этом будет развиваться модуляционная неустойчивость плоской нелинейной электромагнитной волны (6).

3. В случае немагнитной сверхпроводящей пленки при величине $\chi_0 = 0$ интеграл (12) является функцией лишь волнового вектора \tilde{Q} (см. также работу [20])

$$\begin{aligned} J(\tilde{Q}) &= \frac{1}{2\sqrt{1-\tilde{Q}^2}} \ln \frac{1+\sqrt{1+\tilde{Q}^2}}{1-\sqrt{1-\tilde{Q}^2}} \quad \text{при } \tilde{Q} \leq 1, \\ J(\tilde{Q}) &= \frac{2}{\sqrt{\tilde{Q}^2-1}} \text{arctg} \frac{\sqrt{\tilde{Q}^2-1}}{1+\tilde{Q}} \quad \text{при } \tilde{Q} \geq 1. \quad (13) \end{aligned}$$

При этом дисперсионное уравнение (11) переходит в явное уравнение относительно $\tilde{\Omega}(\tilde{Q})$

$$\tilde{\Omega}^2(\tilde{Q}) = \frac{L}{2\pi} \tilde{Q}^2 J(\tilde{Q}) \left[\frac{2L}{\pi} \tilde{Q}^2 J(\tilde{Q}) - A^2 \right], \quad (14)$$

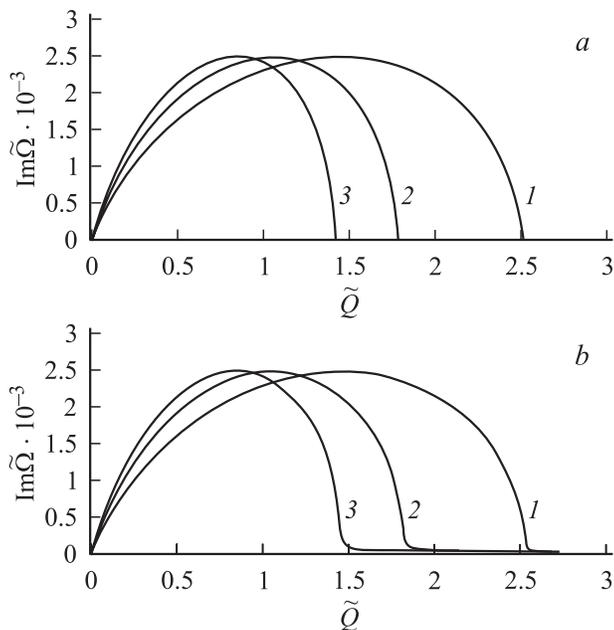
которое для инкремента нарастания возмущения со временем имеет положительное решение $\text{Im } \tilde{\Omega}(\tilde{Q}) > 0$ в конечной области волновых векторов $0 < \tilde{Q} < \tilde{Q}_B$, где и развивается модуляционная неустойчивость. В области волновых векторов $\tilde{Q} \geq \tilde{Q}_B$ $\text{Im } \tilde{\Omega}(\tilde{Q}) \equiv 0$ и волна является устойчивой. Пограничный волновой вектор \tilde{Q}_B определяется из уравнения

$$\tilde{Q}_B^2 J(\tilde{Q}_B) = \frac{\pi A^2}{2L}. \quad (15)$$

Под областью модуляционной неустойчивости следует понимать ту область волновых векторов малых амплитудных модуляций, для которой величина инкремента их нарастания $\text{Im } \tilde{\Omega}(\tilde{Q})$ положительна и отлична от нуля.

На рисунке, *a* показаны полученные численно конечные области модуляционной неустойчивости $0 < Q < Q_B$ (по волновому вектору малых амплитудных модуляций Q), осциллирующей с джозефсоновской частотой ω_J плоской нелинейной электромагнитной волны (6) в джозефсоновском переходе в тонкой пленке немагнитного сверхпроводника при фиксированной величине амплитуды A , для трех значений параметра L .

Согласно численному анализу для тонкой пленки магнитного сверхпроводника при величине $\chi_0 \propto 10^{-2}$ (такие значения статической магнитной восприимчивости имеют тройные, а также ВТСП соединения, содержащие редкоземельные ионы, вблизи температуры магнитного упорядочения $T_N \propto 1K$) $\eta = 1$ дисперсионное уравнение (11) с учетом (12) всегда (при любой величине волнового вектора \tilde{Q}) имеет положительное решение для инкремента нарастания возмущений $\text{Im } \tilde{\Omega}(\tilde{Q})$. На рисунке, *b* представлены перенормированные магнитной подсистемой зависимости инкремента нарастания малых возмущений амплитуды, осциллирующей с джозефсоновской частотой ω_J плоской нелинейной электромагнитной волны (6) от волнового вектора



a — зависимости приведенного инкремента нарастания малых амплитудных возмущений плоской нелинейной электромагнитной волны (6) от приведенного волнового вектора в тонкой пленке немагнитного сверхпроводника при величинах амплитуды $A = 10^{-1}$ и параметра $L = 0.5 \cdot 10^{-2}$ (1), $0.75 \cdot 10^{-2}$ (2), 10^{-2} (3).

b — то же, что и на рисунке *a*, но в тонкой пленке магнитного (двумерного) сверхпроводника.

при фиксированной величине амплитуды A , для трех значений параметра L . В узкой области волновых векторов вблизи их значений $\tilde{Q} = \tilde{Q}_B$ наблюдается „кроссовер“ зависимости инкремента нарастания $\text{Im } \tilde{\Omega}(\tilde{Q})$ от волнового вектора \tilde{Q} . Поэтому можно выделить две области модуляционной неустойчивости, непрерывно переходящие одна в другую: область сильной неустойчивости $0 < \tilde{Q} < \tilde{Q}_B$, в которой при выбранной величине $A = 10^{-1}$ $\text{Im } \tilde{\Omega}(\tilde{Q}) \propto 10^{-3}$, и область слабой неустойчивости $\tilde{Q} > \tilde{Q}_B$, где $\text{Im } \tilde{\Omega}(\tilde{Q}) \leq 10^{-4}$. Инкремент нарастания с ростом величины волнового вектора ведет себя так, что $\text{Im } \tilde{\Omega}(\tilde{Q}) \rightarrow 0$ при $\tilde{Q} \rightarrow \infty$.

Максимальное значение инкремента нарастания возмущений как для случая немагнитной сверхпроводящей пленки, так и для случая пленки магнитного сверхпроводника равно

$$(\text{Im } \tilde{\Omega}(\tilde{Q}_m))_{\max} = A^2/4 \quad (16)$$

и достигается при значении волнового вектора \tilde{Q}_m , являющегося корнем уравнения

$$\tilde{Q}_m^2 J(\tilde{Q}_m) = \frac{\pi A^2}{4L}. \quad (17)$$

Осциллирующая с джозефсоновской частотой плоская нелинейная волна (6) в процессе развития модуляцион-

ной неустойчивости будет эволюционировать в цепочку импульсов — малоамплитудных бризеров, частота повторения которых определяется периодом модуляции исходной волны $L_0 = 2\pi/Q$.

Итак, из проведенных исследований можно сделать следующий вывод. В бездиссипативном пределе для перехода Джозефсона в тонкой пленке немагнитного сверхпроводника модуляционная неустойчивость, порождаемая нарастанием малых амплитудных модуляций, развивается в конечной области волновых векторов $0 < Q < Q_B$, тогда как в том же пределе для джозефсоновского перехода в тонкой пленке магнитного сверхпроводника временная нелокальность, порождаемая частотной дисперсией магнитной проницаемости и обусловленная процессом диффузии спиновых волн в магнитной подсистеме, приводит к развитию модуляционной неустойчивости плоских нелинейных электромагнитных волн также и в той области волновых векторов $Q > Q_B$, в которой для пленки немагнитного сверхпроводника они были устойчивы.

Важно помнить, что в теории джозефсоновских переходов частота $\omega(k)$ должна быть меньше предельной Δ , определяющейся шириной энергетической щели $\Delta(T)$.

Экспериментально развитие модуляционной неустойчивости возможно наблюдать в длинных переходах Джозефсона, состоящих из тонких пленок немагнитных или магнитных сверхпроводников при возбуждении в них осциллирующих с джозефсоновской частотой волн малой, но конечной амплитуды.

В заключение выражаю благодарность Ю.В. Медведеву и И.Б. Краснюку за полезные обсуждения, внимание и поддержку, А.Н. Артемову и С.М. Орлу за консультации, связанные с численным расчетом, а также А.Э. Филиппову за помощь при исполнении рисунков.

Список литературы

- [1] Буздин А.И., Булаевский Л.Н., Кулич М.Л., Панюков С.В. // УФН. 1984. Т. 144. № 4. С. 597–641.
- [2] Буздин А.И., Булаевский Л.Н. // УФН. 1986. Т. 149. № 1. С. 45–67.
- [3] Изюмов Ю.А., Плакида Н.М., Скрыбин Ю.Н. // УФН. 1989. Т. 159. № 4. С. 621–663.
- [4] Сверхпроводимость тройных соединений / Под ред. М. Мейпла, Э. Фишера. Т. 2. М.: Мир, 1985. 392 с.
- [5] Физические свойства высокотемпературных сверхпроводников / Под ред. Д.М. Гинзберга. М.: Мир, 1990. Гл. 4, 6. 543 с.
- [6] Карпман В.И. Нелинейные волны в диспергирующих средах. М.: Наука, 1973. 176 с.
- [7] Кадомцев Б.Б. Коллективные явления в плазме. М.: Наука, 1976. 240 с.
- [8] Аскарьян Г.А. // ЖЭТФ. 1962. Т. 42. Вып. 6. С. 1567–1572; Беспалов В.И., Таланов В.И. // Письма в ЖЭТФ. 1966. Т. 3. Вып. 12. С. 471–476.
- [9] Lighthill M.J. // J. Inst. Math. Appl. 1965. Vol. 1. N 2. P. 269–273.
- [10] Hasegawa A. // Opt. Lett. 1984. Vol. 9. N 2. P. 288–292.

- [11] *Ахмедиев Н.Н., Елеонский В.М., Кулагин Н.Е.* // Изв. вузов. Радиофизика. 1988. Т. 31. № 2. С. 244–248.
- [12] *Ercolani N.M., Forest M.G., McLaughlin D.W.* // Lett. Appl. Math. 1986. Vol. 23. N 1. P. 149–154.
- [13] *Islam M.* Ultra Fast Optical Devices. Oxford University Press, 1993.
- [14] *Alfimtov M., Eleonsky V.M., Kulagin N.E.* // Chaos. 1992. Vol. 2. N 3. P. 454–458.
- [15] *Алиев Ю.М., Силин В.П., Урюпин С.А.* // Сверхпроводимость. 1992. Т. 5. № 2. С. 228–235.
- [16] *Gurevich A.* // Phys. Rev. B. 1992. Vol. 46. N 5. P. 3187–3190.
- [17] *Иванченко Ю.М., Соболева Т.К.* // Письма в ЖЭТФ. 1990. Т. 51. Вып. 2. С. 100–102.
- [18] *Ivanchenko Yu.M., Soboleva T.K.* // Phys. Lett. A. 1990. Vol. 147. N 1. P. 65–69.
- [19] *Иванченко Ю.М., Соболева Т.К.* // ФТТ. 1990. Т. 32. Вып. 7. С. 2029–2033.
- [20] *Mints R.G., Shapiro I.B.* // Phys. Rev. B. 1995. Vol. 51. N 5. P. 3054–3057.
- [21] *Ломтев А.И.* // Письма в ЖЭТФ. 1999. Т. 69. Вып. 2. С. 132–138.
- [22] *Ломтев А.И.* // ФТТ. 2000. Т. 42. Вып. 1. С. 16–22.
- [23] *Ломтев А.И.* // ЖТФ. 2000. Т. 70. Вып. 9. С. 63–67.
- [24] *Кулик И.О., Янсон И.К.* Эффект Джозефсона в сверхпроводящих туннельных структурах. М.: Наука, 1970. Гл. 1. 272 с.
- [25] *Кузовлев Ю.Е., Ломтев А.И.* // ЖЭТФ. 1997. Т. 111. Вып. 5. С. 1803–1809.
- [26] *Ломтев А.И.* // ЖЭТФ. 1998. Т. 113. Вып. 6. С. 2256–2262.
- [27] *Абдуллаев Ф.Х.* // Письма в ЖТФ. 1997. Т. 23. № 2. С. 8–11.
- [28] *Halperin B.I., Hohenberg P.C.* // Phys. Rev. 1969. Vol. 188. N 2. P. 898–918.
- [29] *Richards P.M., Salamon M.B.* // Phys. Rev. B. 1974. Vol. 9. N 1. P. 32–45.