01;05;06

Дисперсионные свойства периодической полупроводниковой структуры в магнитном поле, направленном вдоль оси периодичности

© А.А. Булгаков, В.К. Кононенко

Институт радиофизики и электроники им. А.Я. Усикова НАН Украины,
61085 Харьков, Украина
e-mail: bulgakov@ire.kharkov.ua

(Поступило в Редакцию 10 сентября 2002 г. В окончательной редакции 4 апреля 2003 г.)

Исследуется зонный спектр собственных волн периодческой структуры, образованной чередующимися слоями из диэлектрика и полупроводника, при распространении волн под углом к магнитному полю, направленному вдоль оси периодичности. Представлена методика нахождения дисперсионного уравнения и численно проанализированы его свойства. Показано, что в отсутствие диссипации в рассматриваемой структуре существуют два независимых спектра собственных волн и проведена классификация областей существования различных типов этих волн. Установлена возможность взаимного дополнения и наложения зон пропускания обоих спектров. Обнаружено, что при выбранном направлении магнитного поля существуют многочисленные зоны пропускания циклотронных волн.

Введение

Известно [1,2], что слоисто-периодические среды могут рассматриваться как новый тип искусственных материалов, свойствами которых можно эффективно управлять. Реакция таких сред на электромагнитное излучение зависит от электрофизических параметров и толщины слоев, образующих периодическую структуру, а также при использовании полупроводников и от приложенного магнитного поля. В последнем случае решение задачи о нахождении зонного спектра собственных волн периодической структуры определяется ее конфигурацией и направлением распространения волны. Конфигурация структуры задается двумя выделенными направлениями: направлением ее периодичности и ориентацией приложенного магнитного поля. Результаты исследований некоторых из возможных при этом случаев представлены в литературе.

В работе [3] рассматривалась структура, в которой направления распространения волн, приложенного магнитного поля и периодичности структуры совпадают. Отметим, что в однородной гиротропной среде нормальными волнами являются волны круговой поляризации, а продольные компоненты полей равны нулю [4]. Экспериментальное изучение некоторых особенностей распространения волн в такой конфигурации проведено в работе [5].

Случай, когда направление магнитного поля перпендикулярно направлению периодичности и плоскости распространения волн, исследовался в работах [6–8]. Нормальными волнами гиротропной среды в этом случае являются две волны, поляризованные в ортогональных плоскостях, каждая из которых имеет по три компонента поля.

В данной работе рассматривается конфигурация, аналогичная той же, что и в [3], т.е. направления периодичности структуры и магнитного поля совпадают, но исследуется случай распространения волн под углом к магнитному полю (рис. 1).

В работе [9] была исследована структура, конфигурация которой такая же, как и в данной работе, однако плазмоподобный слой в [9] представлял собой двумерный электронный газ, поэтому его толщина была устремлена к нулю. В нашем случае полупроводниковый слой имеет конечную толщину, сравнимую с длиной электромагнитной волны. Как будет показано ниже, это приводит к ряду физических особенностей при формировании спектра периодической структуры.

Особенность рассматриваемой задачи по сравнению с упомянутыми выше заключается в том, что в данном случае уравнения Максвелла для полупроводника не разделяются по компонентам полей на две независимые поляризации, а нормальными волнами среды являются волны эллиптической поляризации с шестью компонентами поля у каждой из них [4,8].

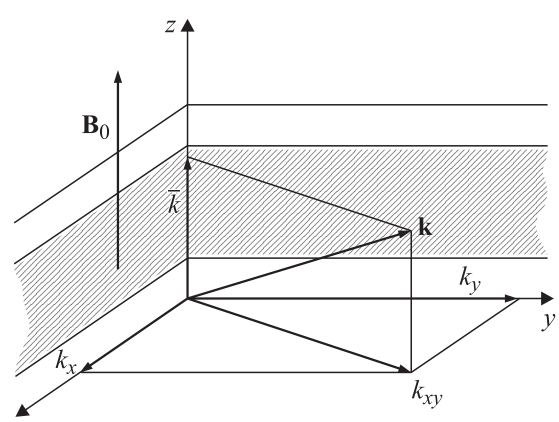

Рис. 1. Конфигурация периодической структуры. B_0 — магнитное поле; z — направление периодичности; $\bar{k}$ — блоховское волновое число; $\mathbf{k}(k_x, k_y, \bar{k})$ — волновой вектор.

Нами исследуется зонный спектр собственных волн периодической структуры полупроводник–диэлектрик с указанной конфигурацией. Полупроводниковый слой структуры рассматривается в приближении холодной плазмы. В гидродинамическом описании он характеризуется тензором диэлектрической проницаемости следующего вида [10]:

$$\hat{\varepsilon} = \begin{vmatrix} \varepsilon_1 & i\varepsilon_2 & 0 \\ -i\varepsilon_2 & \varepsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_2 \end{vmatrix}, \tag{1}$$

где

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_L \left[1 + \frac{\omega_P^2}{\omega_H^2 - \omega^2}\right]; \qquad \varepsilon_2 = \frac{\varepsilon_L \omega_P^2 \omega_H}{\omega(\omega_H^2 - \omega^2)};$$

$$\varepsilon_3 = \varepsilon_L \left(1 - \frac{\omega_P^2}{\omega^2}\right);$$

ε_L — диэлектрическая проницаемость решетки полупроводника; ω_P, ω_H — плазменная и циклотронная частоты; ω — частота электромагнитной волны.

Граничные условия задачи предполагают непрерывность тангенциальных компонентов электрического и магнитного полей на границах слоев.

Методика решения

Для нахождения дисперсионного уравнения, описывающего свойства рассматриваемой периодической структуры, воспользуемся методом матрицы преобразования [1], позволяющим в два раза снизить порядок системы уравнений.

Для состава матрицы преобразования одного слоя необходимо иметь независимые выражения для каждого из поперечных к направлению магнитного поля компонентов полей (в нашем случае это E_x, E_y, H_x, H_y). Отметим, что именно эти компоненты входят в граничные условия. Для гиротропной среды методика их нахождения изложена в работе [11]. Суть ее заключается в том, что вводится некоторая скалярная функция $\Psi = Z(z)\psi(x, y)$, через которую все составляющие полей выражаются простыми операциями дифференцирования. Полагая, что компоненты полей зависят от координаты z в направлении постоянного магнитного поля по гармоническому закону, представим эту функцию в виде

$$\Psi = (A_1 \cos k_{z1}z + A_2 \sin k_{z1}z + A_3 \cos k_{z2}z + A_4 \sin k_{z2}z) \exp[i(k_x x + k_y y)]. \tag{2}$$

Здесь k_{z1} и k_{z2} — поперечные волновые числа в слое полупроводника. Выражение, определяющее их значения, находится из дисперсионного уравнения для холодной магнитоактивной плазмы [10] и для рассматриваемой конфигурации принимает следующий вид:

$$k_{z1,2}^2 = \frac{1}{2}\left[2\varepsilon_1 k_0^2 - \left(1 + \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_3}\right)k_{xy}^2\right]$$
$$\pm\sqrt{\frac{1}{4}\left[2\varepsilon_1 k_0^2 - \left(1 + \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_3}\right)k_{xy}^2\right]^2 - \varepsilon_1\left[\varepsilon_V k_0^4 + \frac{k_{xy}^4}{\varepsilon_3} - \left(1 + \frac{\varepsilon_V}{\varepsilon_3}\right)k_{xy}^2 k_0^2\right]}, \tag{3}$$

где

$$k_0 = \frac{\omega}{c}, \quad \varepsilon_V = \varepsilon_1 - \frac{\varepsilon_2^2}{\varepsilon_1}, \quad k_{xy}^2 = k_x^2 + k_y^2.$$

После подстановки функции Ψ в соответствующие выражения для полей [11] получим

$$E_x = C_1 A_1 \cos k_{z1}z + C_1 A_2 \sin k_{z1}z + C_2 A_3 \cos k_{z2}z + C_2 A_4 \sin k_{z2}z,$$

$$E_y = C_3 A_1 \cos k_{z1}z + C_3 A_2 \sin k_{z1}z + C_4 A_3 \cos k_{z2}z + C_4 A_4 \sin k_{z2}z,$$

$$H_x = -D_1 A_1 \sin k_{z1}z + D_1 A_2 \cos k_{z1}z - D_2 A_3 \sin k_{z2}z + D_2 A_4 \cos k_{z2}z,$$

$$H_y = -D_3 A_1 \sin k_{z1}z + D_3 A_2 \cos k_{z1}z - D_4 A_3 \sin k_{z2}z + D_4 A_4 \cos k_{z2}z. \tag{4}$$

Коэффициенты C_i, D_i приведены в Приложении 1, а коэффициенты A_i можно выразить через значения полей в точке $z = 0$. Окончательно для полей в слое полупроводника получаем следующее соотношение, представленное в матричной форме:

$$\begin{pmatrix} E_x(z) \\ E_y(z) \\ H_x(z) \\ H_y(z) \end{pmatrix} = \hat{S} \cdot \begin{pmatrix} E_x(0) \\ E_y(0) \\ H_x(0) \\ H_y(0) \end{pmatrix}, \tag{5}$$

где $\hat{S}$ — квадратная матрица четвертого порядка, связывающая поля в произвольной точке z слоя с полями при $z = 0$. Элементы матрицы $\hat{S}$ приведены в Приложении 1.

Матрицу преобразования для полупроводника $\hat{S}^{-1}$, связывающую поля в начале слоя с полями на конце этого же слоя, получим, выполнив операцию обращения матрицы $\hat{S}$ при $z = d_1$, где d_1 — толщина полупроводникового слоя структуры.

Аналогичные операции необходимо выполнить и для слоя диэлектрика, предварительно получив из уравнений Максвелла независимые выражения для компонентов полей. Волновое число k_z, характеризующее поперечное распределение поля в среде с диэлектрической проницаемостью ε, можно получить из (3) при подстановке значений $\varepsilon_1 = \varepsilon_3 = \varepsilon_V = \varepsilon$ и $\varepsilon_2 = 0$

$$k_z^2 = \varepsilon k_0^2 - k_{xy}^2. \tag{6}$$

Тогда для компонентов полей в произвольной точке z слоя диэлектрика, выраженных через поля в начале этого же слоя, имеем

$$E_x(z) = F_1 \cdot E_x(0) + \frac{F_2}{\varepsilon} H_x(0) - \frac{F_3}{\varepsilon} H_y(0),$$

$$E_y(z) = F_1 \cdot E_y(0) + \frac{F_4}{\varepsilon} H_x(0) - \frac{F_2}{\varepsilon} H_y(0),$$

$$H_x(z) = -F_2 \cdot E_x(0) + F_3 \cdot E_y(0) + F_1 \cdot H_x(0),$$

$$H_y(z) = -F_4 \cdot E_x(0) + F_2 \cdot E_y(0) + F_1 \cdot H_y(0), \qquad (7)$$

где коэффициенты F_i приведены в Приложении 2.

Видно, что матричное выражение для полей в диэлектрике имеет такой же вид, как и (5), но с заменой матрицы $\hat{S}$ на матрицу $\hat{D}$, вид который приведен в Приложении 2. Матрица преобразования для слоя диэлектрика $\hat{D}^{-1}$ получается обращением матрицы $\hat{D}$ при $z = d_2$.

Следуя [1], из условия непрерывности полей на границе раздела слоев, находим матрицу преобрзования одного периода структуры, равную произведению матриц преобразования полупроводника и диэлектрика, $\hat{P} = \hat{S}^{-1}\hat{D}^{-1}$. Она связывает поля в начале и в конце периода структуры. Заметим, что матрицы $\hat{S}^{-1}$, $\hat{D}^{-1}$, $\hat{P}$ являются унимодулярными [12].

Условие периодичности структуры позволяет теперь выразить поля при $z = 0$ через элементы матрицы преобразования одного периода $\hat{P}$ и фазовый множитель $\exp(-i\bar{k}d)$, на который, согласно теореме Флоке (Блоха), могут отличаться поля на границах периода при $z = 0$ и $z = d_1 + d_2 = d$, где d — период структуры,

$$\begin{pmatrix} E_x(0) \\ E_y(0) \\ H_x(0) \\ H_y(0) \end{pmatrix} = \hat{P} \cdot \begin{pmatrix} E_x(d) \\ E_y(d) \\ H_x(d) \\ H_y(d) \end{pmatrix} = \hat{P} \cdot e^{-i\bar{k}d} \begin{pmatrix} E_x(0) \\ E_y(0) \\ H_x(0) \\ H_y(0) \end{pmatrix}. \qquad (8)$$

Здесь $\bar{k}$ — так называемое блоховское волновое число, т.е. усредненное по периоду новое поперечное (вместо k_{z1}, k_{z2}, k_z) волновое число периодической структуры.

Соотношения (8) можно представить в виде системы линейных однородных уравнений, условием разрешимости которой является равенство нулю ее определителя

$$\det(\hat{P} - e^{i\bar{k}d} \cdot \hat{E}) = 0, \qquad (9)$$

где $\hat{E}$ — единичная матрица.

Раскрыв определитель, получим из (9) дисперсионное уравнение, связывающее ω, $\bar{k}$, k_x и k_y.

Исследование дисперсионного уравнения

Отметим, что дисперсионное уравнение, полученное из (9), является уравнением четвертого порядка относительно величины $\xi = \exp(i\bar{k}d)$

$$\xi^4 + B_3\xi^3 + B_2\xi^2 + B_1\xi + B_0 = 0, \qquad (10)$$

где коэффициенты B_0–B_3 выражаются через различные комбинации элементов матрицы $\hat{P}$, при этом свободный член дисперсионного уравнения равен определителю матрицы $\hat{P}$, т.е. $\det\hat{P} = 1$. Таким образом, соотношение (10) преобразуется к виду

$$\xi^4 + B_3\xi^3 + B_2\xi^2 + B_1\xi + 1 = 0. \qquad (11)$$

Выражения для коэффициентов B_1–B_3 приведены в Приложении 3.

Дисперсионное уравнение такого типа может быть представлено в виде произведения двух квадратных полиномов

$$(\xi^2 + a_1\xi + 1)(\xi^2 + a_2\xi + 1) = 0.$$

Это становится возможным при условии, что $B_1 = B_3$. В том, что это условие выполняется для рассматриваемой здесь конфигурации структуры, можно убедиться численно. Отметим, что преобразование уравнения (10) к выражению (12) является результатом численного исследования и поэтому носит частный характер. Однако с физической точки зрения в периодической структуре должны отражаться и физические свойства входящих в нее слоев. Поэтому если поперечные волновые числа слоев могут быть найдены в явном виде (например, в гиротропной среде), то можно предположить, что блоховские волновые числа вследствие симметрии задачи будут определяться квадратными (или биквадратными) уравнениями.

Коэффициенты в (11) и (12) связаны соотношениями $B_1 = a_1 + a_2$ и $B_2 = 2 + a_1 \cdot a_2$, откуда следует, что

$$a_{1,2} = \frac{B_1}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{B_1}{2}\right)^2 + 2 - B_2}. \qquad (13)$$

Таким образом, дисперсионное уравнение (12) имеет два решения, с физической точки зрения означающие, что в рассматриваемой структуре существуют два независимых спектра собственных волн, каждый из которых характеризуется своим дисперсионным уравнением и блоховским волновым числом. Эти уравнения получаются из (12) при подстановке в него (13) и замене ξ на $\exp(i\bar{k}_{1,2}d)$

$$\cos\bar{k}_1 d = -\frac{a_1}{2}, \qquad (14)$$

$$\cos\bar{k}_2 d = -\frac{a_2}{2}. \qquad (15)$$

Они описывают два зонных спектра собственных волн структуры, полосы пропускания которых соответственно определяются условиями $|a_1| \leq 2$ и $|a_2| \leq 2$, где a_1 и a_2 — действительные числа. При этом значения $\bar{k}_{1,2}$ вещественные. Во всех остальных случаях имеют место зоны непропускания, а $\bar{k}_{1,2}$ — комплексные числа [13]. Так как уравнения (14) и (15) взаимно независимы, то и полосы пропускания этих спектров могут взаимно пересекаться и накладываться. Заметим, что независимость дисперсионных уравнений для блоховских волновых чисел $\bar{k}_1$ и $\bar{k}_2$ обусловлена пренебрежением в данной задаче процессами диссипации.

Зонная структура спектра

Результаты численного решения задачи представлены в виде двух независимых зонных спектров собственных волн периодической структуры при фиксированном значении приложенного магнитного поля. В расчетах были приняты следующие значения: полупроводниковый слой — n-InSb с концентрацией электронов $3 \cdot 10^{14}\,\mathrm{cm}^{-3}$, $\varepsilon_L = 17.8$, $d_1 = 0.01\,\mathrm{cm}$; диэлектрический слой — с $\varepsilon_2 = 2.0$, $d_2 = 0.03\,\mathrm{cm}$.

Предварительно отметим следующее.

1. Для понимания процесса формирования зонного спектра структуры необходимо учитывать зависимость элементов тензора $\hat{\varepsilon}$ и фойгтовской диэлектрической проницаемости ε_V от частоты. Такие зависимости для значения индукции магнитного поля $B_0 = 0.05\,\mathrm{T}$ приведены на рис. 2, где можно выделить ряд характерных областей. Это — области левее и правее частоты циклотронного резонанса, на которой компоненты тензора ε_1 и ε_2 имеют расходимость и меняют знак. Кроме того, на плазменной частоте имеется характерная точка, где $\varepsilon_3 = 0$, а на частоте гибридного циклотронного резонанса $\omega_h = \sqrt{\omega_H^2 + \omega_P^2}$ обращается в бесконечность фойгтовская диэлектрическая проницаемость ε_V. В этих областях должны возникать особенности и в зонной структуре спектра.

2. Выражения (3) и (6) соответственно для $k_{z1,2}^2$ и k_z^2 зависят от компонент волнового вектора k_x и k_y только в комбинации $k_{xy}^2 = k_x^2 + k_y^2$. Поэтому можно предположить, что спектр также будет определяться только величиной k_{xy}. Действительно, численные расчеты показывают, что изменения отношения k_y/k_x при условии $k_{xy} = \mathrm{const}$ дают одинаковые значения для дисперсионных зависимостей $\omega = f(k_x, k_y)$. С физической точки зрения это означает, что поворот плоскости, содержащей ось z и вектор $\mathbf{k_{xy}}$, в которой происходит распространение волн относительно оси z (рис. 1), картины спектра не изменяет. Из этого следует целесообразность использования в качестве переменного параметра именно велиины k_{xy} (точнее $k_{xy}d$).

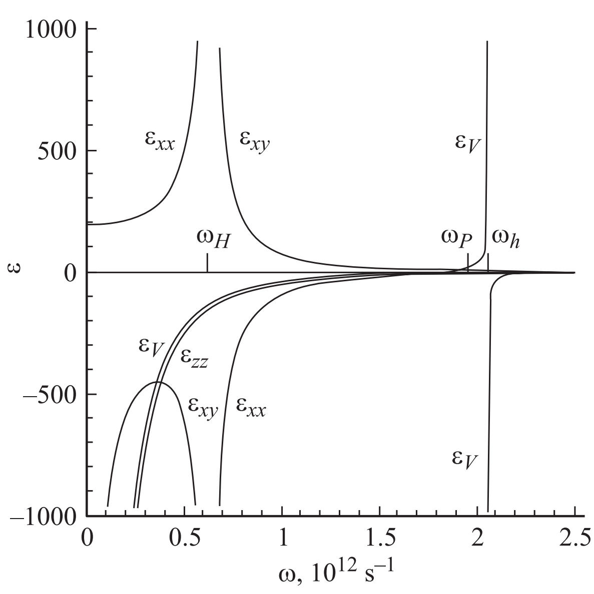

Рис. 2. Частотная зависимость элементов тензора $\hat{\varepsilon}$ и фойгтовской диэлектрической проницаемости ε_V полупроводникового слоя периодической структуры.

3. В процессе формирования зонного спектра собственных волн в рассматриваемой периодической структуре участвуют четыре парциальные волны: с поперечными волновыми числами k_{z1} и k_{z2} в полупроводниковом слое и с одинаковыми поперечными волновыми числами k_z, но с различными (ортогональными) поляризациями в диэлектрическом слое. Отметим, что, как следует из соотношений (3) и (6), k_{z1} и k_{z2} могут быть действительными, мнимыми или комплексными величинами, а k_z — действительной или мнимой величиной. Различные сочетания комплексности этих трех поперечных волновых чисел определяют возможность существования того или иного типа собственных волн в данной области зонного спектра, а также распределение электрических и магнитных полей в слоях структуры. Поэтому при анализе зонных спектров важно знать положение границ переходов между областями с различной комплексностью поперечных волновых чисел. Используя (3), можно показать, что в полупроводнике границы между действительными и мнимыми значениями $k_{z1,2}$ определяются соотношениями

$$k_{xy} = k_0\sqrt{\varepsilon_3} \tag{16}$$

(на частотах выше ω_P) и

$$k_{xy} = k_0\sqrt{\varepsilon_V}. \tag{17}$$

Границы между комплексными и действительными или мнимыми значениями $k_{z1,2}$ определяются следующим соотношением:

$$k_{xy} = \frac{k_0}{\omega_H}\sqrt{2\varepsilon_L(\omega^2 - \omega_P^2)\left[1 \pm \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_H}{\omega}\right)^2}\,\right]} \tag{18}$$

и находятся в области частот, для которых $\omega > \omega_P, \omega_H$. При $\omega \gg \omega_H$ соотношение (18) для одного из поперечных волновых чисел (со знаком „минус" перед корнем) переходит в (16).

На рис. 3 представлены зависимости границ областей с различной комплексностью k_z для исследуемой структуры при $B_0 = 0.05\,\mathrm{T}$. Для полупроводника эти области ограничены нанесенными кривыми и пунктирными прямыми, соответствующими частотам ω_P, ω_{SP} и ω_H. Для диэлектрика границей раздела является световая линия, $k_{xy}c/\omega = \varepsilon^{1/2}$, слева от которой значения k_z действительные, справа — мнимые.

На рис. $4, a$ показан полный спектр периодической структуры, рассчитанный для значений магнитного поля $B_0 = 0.05\,\mathrm{T}$ и $k_y/k_x = 2$. Он получен сложением

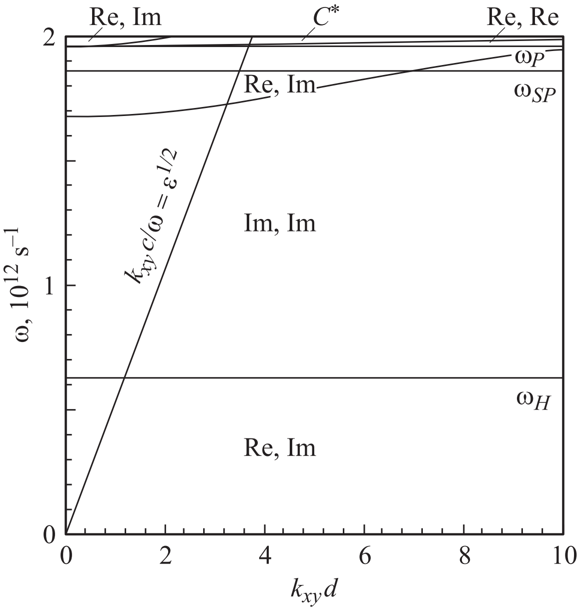

Рис. 3. Области различной комплесности для поперечных волновых чисел полупроводниковых слоев структуры k_{z1}, k_{z2} (C^* — комплексно-сопряженные значения).

двух независимых спектров, соответствующих блоховским волновым числам $\bar{k}_1$ и $\bar{k}_2$, определяемых дисперсионными уравнениями (14), (15) и показанных на рис. 4, b, c. Спектр состоит из чередующихся зон пропускания и непропускания, ширина которых является функцией $k_{xy}d$. В структуре спектра можно выделить несколько специфических областей, характеризуемых соответствующими типами собственных волн периодической структуры. Рассмотрим некоторые из них.

Область коллективных поверхностных волн. Она включает в себя две зоны пропускания, расположенные на частотах ниже плазменной и существующие также в отсутствие магнитного поля. Такое свойство периодической среды оказываться прозрачной для электромагнитных волн на частотах, где входящие в ее состав полупроводниковые слои непрозрачны, отмечено в работе [1]. Эти волны можно классифицировать как необыкновенные. Особенность же данного случая и его отличие от рассмотренного в [1] заключается в том, что теперь в образовании зон участвуют не две, а четыре парциальные волны, определяющие топологию спектра, в том числе и в данной области. Это приводит как к изменению форм зон пропускания, так и к характера распределения полей по слоям.

При больших $k_{xy}d$ ширина этих зон пропускания уменьшается, они выходят на горизонтальную асимптоту, соответствующую частоте поверхностного плазмона $\omega_{SP} = \sqrt{\varepsilon_L \omega_P^2/(\varepsilon_L + \varepsilon_2)}$. Значения поперечных волновых чисел в этой области частот мнимые (рис. 3) и соответствуют парциальным волнам, поля которых убывают от границ каждого слоя по экспоненциальному закону.

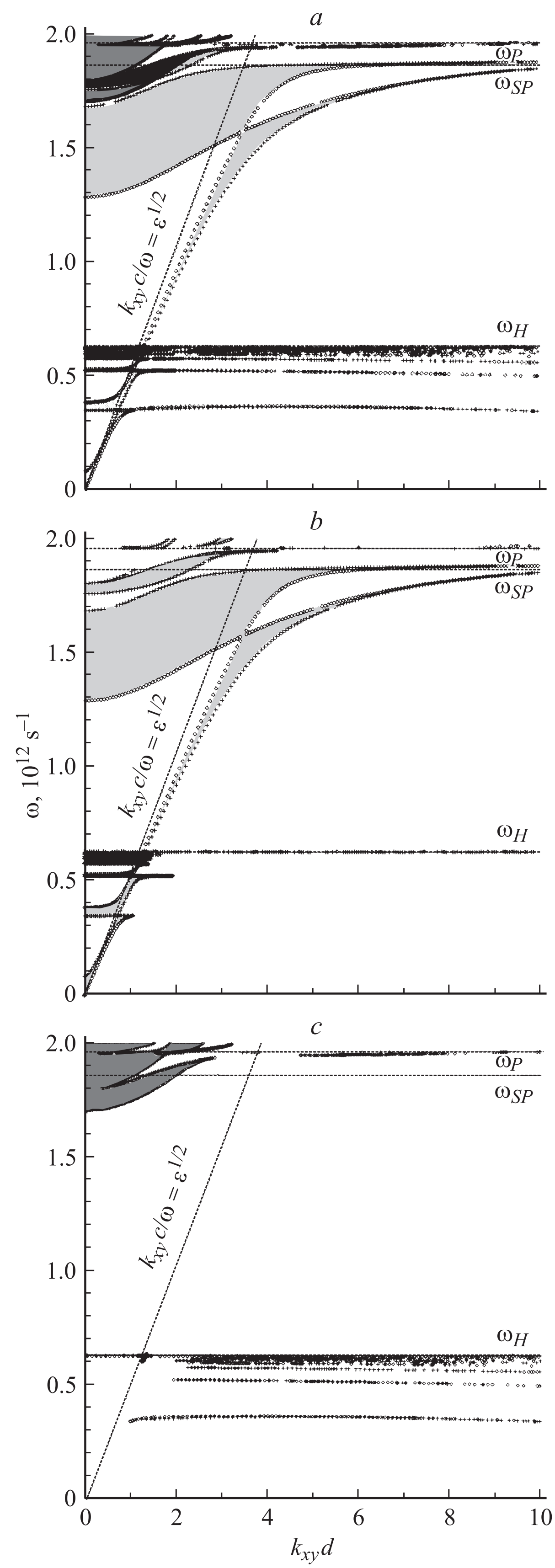

Рис. 4. Зонные спектры периодической структуры: a — полный; b, c — соответственно для блоховских волновых чисел $\bar{k}_1$ и $\bar{k}_2$.

Отметим также, что на самой верхней границе этой зоны пропускания существует участок с отрицательной групповой скоростью. Форма зон пропускания зависит от значения приложенного магнитного поля.

Область волноводных плазменных волн. Она представлена узкой зоной пропускания, асимптотой для которой является плазменная частота. В отсутствие магнитного поля эта область не существует. Значения поперечных волновых чисел для парциальных волн в полупроводниковом слое действительны (рис. 3), т. е. это волны волноводного типа в каждом слое. В диэлектрике значения волновых чисел чисто мнимые, а поля имеют поверхностный характер, т. е. их амплитуды убывают по экспоненте от границ диэлектрических слоев.

Область циклотронных волн. Область состоит из целого ряда зон, находящихся ниже циклотронной частоты, по мере приближения к которой ширина зон сужается, стремясь в пределе к нулю. Это связано с тем, что вблизи этой частоты из-за расходимости компонентов тензора $\hat{\varepsilon}$ волновые числа k_{z1} и k_{z2} могут принимать бесконечно большие значения. А так как в дисперсионное уравнение входят тригонометрические функции аргументов $k_{z1}d_1$ и $k_{z2}d_1$, то это приводит к возникновению бесчисленного множества зон пропускания и непропускания. Аналогичный эффект отмечался в работе [6] при „поперечном" распространении волн на частотах ниже частоты гибридного резонанса. Разумеется, такое дробление зон возможно лишь при пренебрежении диссипативными процессами. При наличии диссипации ширина зон пропускания и непропускания по частоте не может быть меньше значения частоты диссипации.

В рассматриваемой области частот $\omega \leq \omega_H$ при выполнении условия $k_{xy} \gg k_0$ выражения для поперечных волновых чисел в слоях структуры принимают вид

$$k_{z1} \approx \pm\sqrt{\left|\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_3}\right|} \cdot k_{xy}, \tag{19}$$

$$k_{z2} \approx k_z \approx \pm\, i k_{xy}. \tag{20}$$

Здесь учтена частотная зависимость элементов тензора $\hat{\varepsilon}$ диэлектрической проницаемости полупроводника (рис. 2). Из полученных соотношений следует, что в рассматриваемом приближении в полупроводниковом слое одна из парциальных волн, с k_{z1}, имеет волноводный характер, другая, с k_{z2}, — поверхностный. Такая ситуация, когда для выполнения граничных условий необходимо к поверхностным волнам „примешивать" объемные, классифицируется в [14] как возникновение псевдоповерхностных мод.

В верхней части зонного спектра, слева от световой линии, поперечное волновое число в диэлектрике действительное, в полупроводнике одно действительное, другое мнимое (рис. 3), т. е. это тоже область псевдоповерхностных мод. Здесь существует несколько широких зон пропускания, соответствующих блоховским волновым числам $\bar{k}_{1,2}$. При этом, как видно из рис. 4, эти зоны частично перекрываются, образуя общую для $\bar{k}_1$ и $\bar{k}_2$ зону пропускания.

Заключение

В работе рассчитан и проанализирован зонный спектр слоисто-периодической полупроводниковой структуры, помещенной в магнитное поле, направленное вдоль оси периодичности, при распространении волн под углом к магнитному полю. Представлена методика нахождения дисперсионного уравнения. Численно показано, что для рассматриваемой конфигурации периодической структуры дисперсионное уравнение может быть представлено в виде произведения двух квадратных полиномов и проведен анализ свойств такого уравнения.

Установлено, что в данной структуре в отсутствие диссипации существуют два независимых спектра собственных волн. Показано, что зонный спектр состоит из коллективных плазменных волн и многочисленных зон циклотронных волн.

Проведена классификация областей существования собственных волн этого спектра. Установлена возможность взаимного наложения и дополнения зон пропускания двх независимых спектров периодической структуры.

Приложение 1

Коэффициенты C_i, D_i в выражениях (4) для компонентов полей в полупроводнике

$$C_{1,2} = \left\{ i k_y \left[\varepsilon_1 \left(k_0^2 - \frac{k_{xy}^2}{\varepsilon_3} \right) - k_{z1,z2}^2 \right] - \varepsilon_2 k_x \left(k_0^2 - \frac{k_{xy}^2}{\varepsilon_3} \right) \right\} e^{i(k_x x + k_y y)},$$

$$C_{3,4} = \left\{ -i k_x \left[\varepsilon_1 \left(k_0^2 - \frac{k_{xy}^2}{\varepsilon_3} \right) - k_{z1,z2}^2 \right] - \varepsilon_2 k_y \left(k_0^2 - \frac{k_{xy}^2}{\varepsilon_3} \right) \right\} e^{i(k_x x + k_y y)},$$

$$D_{1,2} = k_{z1,z2} \left\{ \frac{k_x}{k_0} \left[\varepsilon_1 \left(k_0^2 - \frac{k_{xy}^2}{\varepsilon_3} \right) - k_{z1,z2}^2 \right] - i \varepsilon_2 k_0 k_y \right\} e^{i(k_x x + k_y y)},$$

$$D_{3,4} = k_{z1,z2} \left\{ \frac{k_y}{k_0} \left[\varepsilon_1 \left(k_0^2 - \frac{k_{xy}^2}{\varepsilon_3} \right) - k_{z1,z2}^2 \right] + i \varepsilon_2 k_0 k_x \right\} e^{i(k_x x + k_y y)}.$$

Элементы матрицы полупроводника $\hat{S}$

$$S_{11} = C_5(C_1C_4\cos\alpha - C_2C_3\cos\beta),$$

$$S_{21} = C_3C_4C_5(\cos\alpha - \cos\beta),$$

$$S_{12} = -C_1C_2C_5(\cos\alpha - \cos\beta),$$

$$S_{22} = -C_5(C_2C_3\cos\alpha - C_1C_4\cos\beta),$$

$$S_{13} = D_5(C_1D_4\sin\alpha - C_2D_3\sin\beta),$$

$$S_{23} = D_5(C_3D_4\sin\alpha - C_4D_3\sin\beta),$$

$$S_{14} = -D_5(C_1D_2\sin\alpha - C_2D_1\sin\beta),$$

$$S_{24} = -D_5(C_3D_2\sin\alpha - C_4D_1\sin\beta),$$

$$S_{31} = -C_5(D_1C_4\sin\alpha - D_2C_3\sin\beta),$$

$$S_{41} = -C_5(D_3C_4\sin\alpha - D_4C_3\sin\beta),$$

$$S_{32} = C_5(D_1C_2\sin\alpha - D_2C_1\sin\beta),$$

$$S_{42} = C_5(D_3C_2\sin\alpha - D_4C_1\sin\beta),$$

$$S_{33} = D_5(D_1C_4\cos\alpha - D_2D_3\cos\beta),$$

$$S_{43} = D_3D_4D_5(\cos\alpha - \cos\beta),$$

$$S_{34} = -D_1D_2D_5(\cos\alpha - \cos\beta),$$

$$S_{44} = -D_5(D_2D_3\cos\alpha - D_1D_4),$$

где $\alpha = k_1 z$, $\beta = k_{z2} z$, $C_5 = (C_1C_4 - C_2C_3)^{-1}$, $D_5 = (D_1D_4 - D_2D_3)^{-1}$.

Приложение 2

Коэффициенты F_i в выражениях (7) для компонентов полей в диэлектрике

$$F_1 = \cos k_z z, \quad F_2 = i\,\frac{k_x k_y}{k_0 k_z}\,\sin k_z z,$$

$$F_3 = i\,\frac{(k_x k_y)^2 + \varepsilon(k_0 k_z)^2}{k_0 k_z (k_y^2 - \varepsilon k_0^2)}\sin k_z z,$$

$$F_4 = i\,\frac{k_y^2 - \varepsilon k_0^2}{k_0 k_z}\sin k_z z.$$

Матрица диэлектрика $\hat{D}$

$$\hat{D} = \begin{pmatrix} F_1 & 0 & F_2/\varepsilon & -F_3/\varepsilon \\ 0 & F_1 & F_4/\varepsilon & -F_2/\varepsilon \\ -F_2 & F_3 & F_1 & 0 \\ -F_4 & F_2 & 0 & F_1 \end{pmatrix}.$$

Приложение 3

Коэффициенты дисперсионного уравнения, выраженные через элементы матрицы преобразования одного периода структуры $\hat{P}$

$$B_1 = -\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=i+1}^{3}\sum_{k=j+1}^{4}(p_{ii}p_{jj}p_{kk} + p_{ij}p_{jk}p_{ki}$$

$$+ p_{ik}p_{ji}p_{kj} - p_{ii}p_{jk}p_{kj} - p_{jj}p_{ki}p_{ik} - p_{kk}p_{ij}p_{ji}),$$

$$B_2 = \sum_{i=1}^{3}\sum_{j=i+1}^{4}(p_{ii}p_{jj} - p_{ij}p_{ji}),$$

$$B_3 = -\sum_{i=1}^{4}p_{ii}.$$

Список литературы

[1] *Басс Ф.Г., Булгаков А.А., Тетервов А.П.* Высокочастотные свойства полупроводников со сверхрешетками. М.: Наука, 1989. 287 с.

[2] *Ярив А., Юх П.* Оптические волны в кристаллах. М.: Мир, 1987. 616 с.

[3] *Baynham A.C., Boardman A.D.* // J. Phys. C. (Sol. St. Phys.). 1969. Ser. 2. Vol. 2. P. 619–628.

[4] *Гинзбург В.Л.* Распространение электромагнитных волн в плазме. М.: Наука, 1967. 684 с.

[5] *Бразис Р.С., Миронас А.С., Пожела Ю.К.* // Литов. физ. сб. 1974. Т. 14. № 1. С. 95–106.

[6] *Булгаков А.А., Шрамкова О.В.* // РЭ. 2001. Т. 46. Вып. 2. С. 236–240.

[7] *Brion J.J., Wallis R.F., Hardstein A., Burstein E.* // Phys. Rev. Lett. 1972. Vol. 28. N 22. P. 1455–1458.

[8] *Wallis R.F., Brion J.J., Burstein E., Hartstein A.* // Phys. Rev. B. 1974. Vol. 9. N 8. P. 3424–3437.

[9] *Блудов Ю.В.* // Доп. НАН України. 1999. № 12. С. 79–85.

[10] *Ахиезер А.И., Ахиезер И.А., Половин Р.В.* и др. Электродинамика плазмы / Под ред. А.И. Ахиезера. М.: Наука, 1974. 720 с.

[11] *Гуревич А.Г.* Ферриты на сверхвысоких частотах. М.: ИФМЛ, 1960. 408 с.

[12] *Борн М., Вольф Э.* Основы оптики. М.: Наука, 1973. 719 с.

[13] *Карпов С.Ю., Столяров С.Н.* // УФН. 1993. Т. 163. Вып. 1. С. 63–89.

[14] *Бразис Р.С.* // Литов. физ. сб. 1981. Т. 21. № 4. С. 73–117.