

01;09

Переход к развитому хаосу в цепочке двух однонаправленно-связанных ламп обратной волны

© Н.М. Рыскин, В.Н. Титов

Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского,
410012 Саратов, Россия
e-mail: RyskinNM@info.sgu.ru

(Поступило в Редакцию 20 февраля 2003 г.)

Рассмотрена хаотическая динамика цепочки из двух однонаправленно-связанных ЛОВ генераторов. Исследованы случаи, когда сигнал генератора в автомодуляционном режиме (периодическом или хаотическом) действует на генератор, который в автономном случае работает в режиме достаточно глубокой периодической автомодуляции. Изучена эволюция колебаний по мере увеличения глубины связи. Показано, что использование цепочки связанных ЛОВ позволяет значительно снизить порог перехода к широкополосным хаотическим колебаниям с достаточно однородным сплошным спектром (так называемый развитый хаос), что представляет интерес для практических приложений.

Мощные генераторы хаотических колебаний сверхвысокочастотного (СВЧ) диапазона представляют интерес для радиолокации, нагрева плазмы в установках управляемого термоядерного синтеза, современных систем передачи информации с использованием динамического хаоса и других приложений. К числу наиболее изученных вакуумных электронных приборов со сложной динамикой относятся лампы обратной волны (ЛОВ), для которых возможность генерации хаотических колебаний была обнаружена теоретически и экспериментально еще в конце 70-х годов [1,2]. Как показали исследования последних лет [3–7], по мере увеличения тока пучка в ЛОВ реализуется сложная картина чередования регулярных и хаотических режимов генерации, завершающаяся переходом к сильно нерегулярным широкополосным хаотическим колебаниям с достаточно однородным сплошным спектром. Подобный режим получил название развитого хаоса; понятно, что он наиболее привлекателен для указанных выше приложений. Однако для получения развитого хаоса требуется, чтобы ток электронного пучка значительно превышал стартовое значение (более чем в 30 раз), что не так просто обеспечить на практике. Для экспериментальных исследований нерелятивистских [2,8] и релятивистских [9–11] ЛОВ обычно приходится конструировать специальные макеты, отличающиеся увеличенной электрической длиной. При этом могут возникать дополнительные трудности, в частности с фокусировкой пучка.

Для того чтобы снизить порог перехода к развитому хаосу, в настоящей работе предлагается использовать цепочку из двух связанных генераторов. Нелинейная динамика системы исследуется численно при помощи хорошо известных уравнений нестационарной нелинейной теории ЛОВ (см., например, [1,3–7])

$$\frac{\partial^2 \theta_{1,2}}{\partial \xi^2} = -L_{1,2}^2 \operatorname{Re} [F_{1,2} \exp(i\theta_{1,2})], \quad (1)$$

$$\frac{\partial F_{1,2}}{\partial \tau} - \frac{\partial F_{1,2}}{\partial \xi} = -\frac{L_{1,2}}{\pi} \int_0^{2\pi} \exp(-i\theta_{1,2}) d\theta_0. \quad (2)$$

Уравнения (1) представляют собой уравнения движения электронов в поле электромагнитной волны, уравнения (2) есть нестационарные уравнения возбуждения замедляющей структуры током медленно меняющейся амплитуды. Нижние индексы означают номер элемента цепочки. В уравнениях (1), (2) $\theta_{1,2}$ — фазы электронов относительно волны, θ_0 — начальные фазы, $F_{1,2}$ — безразмерные медленно меняющиеся амплитуды полей, ξ и τ — безразмерные координата и время соответственно. Отметим, что уравнения движения записаны в приближении малого изменения энергии электронов в процессе взаимодействия (см., например, [1,6]) и имеют универсальную форму, единую как для релятивистского, так и для нерелятивистского случая. При этом динамика парциального генератора зависит от единственного бифуркационного параметра $L = 2\pi CN$, где C — параметр усиления Пирса, N — электрическая длина системы. Когда первый генератор воздействует на второй, граничные условия к уравнениям (1), (2) запишутся следующим образом:

$$\theta_{1,2}|_{\xi=0} = \theta_0 \in [0; 2\pi], \quad \left. \frac{\partial \theta_{1,2}}{\partial \xi} \right|_{\xi=0} = 0,$$

$$F_1(\xi = 1) = 0, \quad F_2(\xi = 1) = R F_1(\xi = 0), \quad (3)$$

где R — параметр связи, который можно без ограничения общности считать вещественным.

Напомним основные результаты исследования сложной динамики автономного генератора [3,4]. Самовозбуждение колебаний происходит при $L \approx 1.98$. В диапазоне $1.98 < L < 2.9$ устанавливаются режимы стационарной одночастотной генерации. При $L \approx 2.9$ стационарный режим теряет устойчивость и сменяется периодической автомодуляцией. По мере увеличения

параметра L до значений ≈ 4.02 автомодуляция остается периодической, причем основная частота и частота автомодуляции практически не изменяются. Далее в узкой области изменения бифуркационного параметра $4.02 < L < 4.11$ происходит переход к хаосу через последовательность бифуркаций удвоения периода автомодуляции. За порогом перехода к хаосу в области $4.150 < L < 4.3325$ наблюдается большое количество окон периодичности в хаосе, период которых, начиная с трех, последовательно увеличивается на единицу (область прибавления периода). В [3,4] уверенно наблюдались окна с периодами до 11. При $L > 4.333$ динамика вновь становится регулярной, причем переход от хаотической автомодуляции к периодической происходит через перемежаемость. При этом странный аттрактор в фазовом пространстве превращается в метастабильное хаотическое множество. В ходе переходного процесса фазовая траектория вначале располагается в окрестности этого множества и реализация напоминает хаотическую, а затем притягивается к устойчивому предельному циклу. Отметим, что переход через перемежаемость сопровождается скачкообразным смещением базовых частот в спектре. Как было показано в [6], обратный переход к регулярному режиму связан с качественной перестройкой пространственно-временных структур, образующихся в электронном потоке на стадии сильной перегруппировки пучка. Далее, в области $4.625 < L < 4.75$ автомодуляция становится квазипериодической с двумя несоизмеримыми частотами. Внутри этой области имеются узкие окна, в которых наблюдается синхронизация, когда базовые автомодуляционные частоты находятся в рациональном соотношении. Это соответствует образованию резонансных циклов на торе. При $L > 4.75$ вновь реализуются периодические режимы. Последовательность бифуркаций завершается переходом при $L \approx 6.05$ к режимам развитого хаоса, который характеризуется достаточно однородным сплошным спектром и отсутствием какой-либо крупномасштабной структуры на проекции фазового портрета. Этот переход также происходит через перемежаемость.

Перейдем теперь к исследованию цепочки однонаправленно-связанных ЛОВ. Разумеется, построение полной картины динамики подобной системы представляет собой чрезвычайно трудоемкую задачу, которая выходит за рамки данной работы. Здесь можно выделить различные ситуации в зависимости от того, в каком режиме работают отдельные генераторы, составляющие цепочку. Например, можно рассмотреть воздействие генератора периодических колебаний на генератор в хаотическом режиме, воздействие хаотического сигнала на генератор периодических колебаний, взаимодействие двух хаотических генераторов и т.д. Заметим, что в случае, когда воздействующий генератор находится в режиме стационарных одночастотных колебаний, мы приходим к задаче о синхронизации внешним гармоническим сигналом, которая ранее не раз рассматривалась рядом

авторов. Наиболее хорошо изучены вопросы синхронизации генератора периодических колебаний [12]; в целом здесь нет каких-то качественных отличий по сравнению с классической задачей теории колебаний о воздействии гармонической внешней силы на автоколебательную систему [13,14]. Исследовалось также воздействие гармонического сигнала на ЛОВ в режиме хаотических колебаний [8], было обнаружено подавление хаоса с ростом мощности внешнего сигнала. Эта ситуация изучена не столь подробно, однако не вызывает сомнений, что должны наблюдаться все явления, присущие конечномерным хаотическим системам, синхронизируемым внешним гармоническим воздействием, такие как захват или подавление базовой частоты хаотических колебаний и т.д. [15].

Поскольку основной целью настоящей работы является выяснение возможности снижения порога развитого хаоса, рассмотрим вначале ситуацию, когда оба генератора работают в режиме периодической автомодуляции. Основные результаты исследования эволюции колебательных режимов по мере увеличения глубины связи сводятся к следующему. По мере возрастания R колебания становятся хаотическими, причем основным является сценарий разрушения квазипериодического движения. Типичные результаты приведены на рис. 1, где представлены фазовые портреты и спектры выходного сигнала для первого (a) и второго ($b-f$) генераторов. Двумерная проекция фазового портрета строится для величины $F_{\text{out}} = |F_{1,2}(\xi = 0)|$ по методу задержек (метод Паккарда–Такенса) [15]. Значения бифуркационных параметров $L_1 = 4.0$ и $L_2 = 4.5$ таковы, что автономные генераторы работают в режиме достаточно глубокой периодической автомодуляции (рис. 1, a, b), однако далеко от порога развитого хаоса (отношение тока к стартовому примерно равно 8 и 11 соответственно). В первом случае мы находимся вблизи порога фейгенбаумовского хаоса, во втором — после перехода хаос—порядок через перемежаемость. Видно, что фазовые портреты и спектры качественно отличаются.

С увеличением связи колебания вначале становятся квазипериодическими (рис. 1, c), а затем — хаотическими (рис. 1, d), причем уже при весьма небольшой глубине связи. В спектре хорошо видны дискретные составляющие на фоне достаточно невысокого шумового пьедестала. Далее колебания становятся все более нерегулярными, наблюдаются уменьшение и расплывание дискретных составляющих, а также рост шумового пьедестала (рис. 1, e). Однако когда R становится достаточно большим, начинают вновь выделяться дискретные пики, теперь уже на частотах, содержащихся в спектре воздействующего сигнала (рис. 1, f). Более того, в ряде случаев автомодуляция может вновь стать периодической (для значений параметров, которым соответствует рис. 1, этого не происходит). Таким образом, существует некоторое оптимальное значение R , соответствующее наиболее „зашумленному“ однородному спектру.

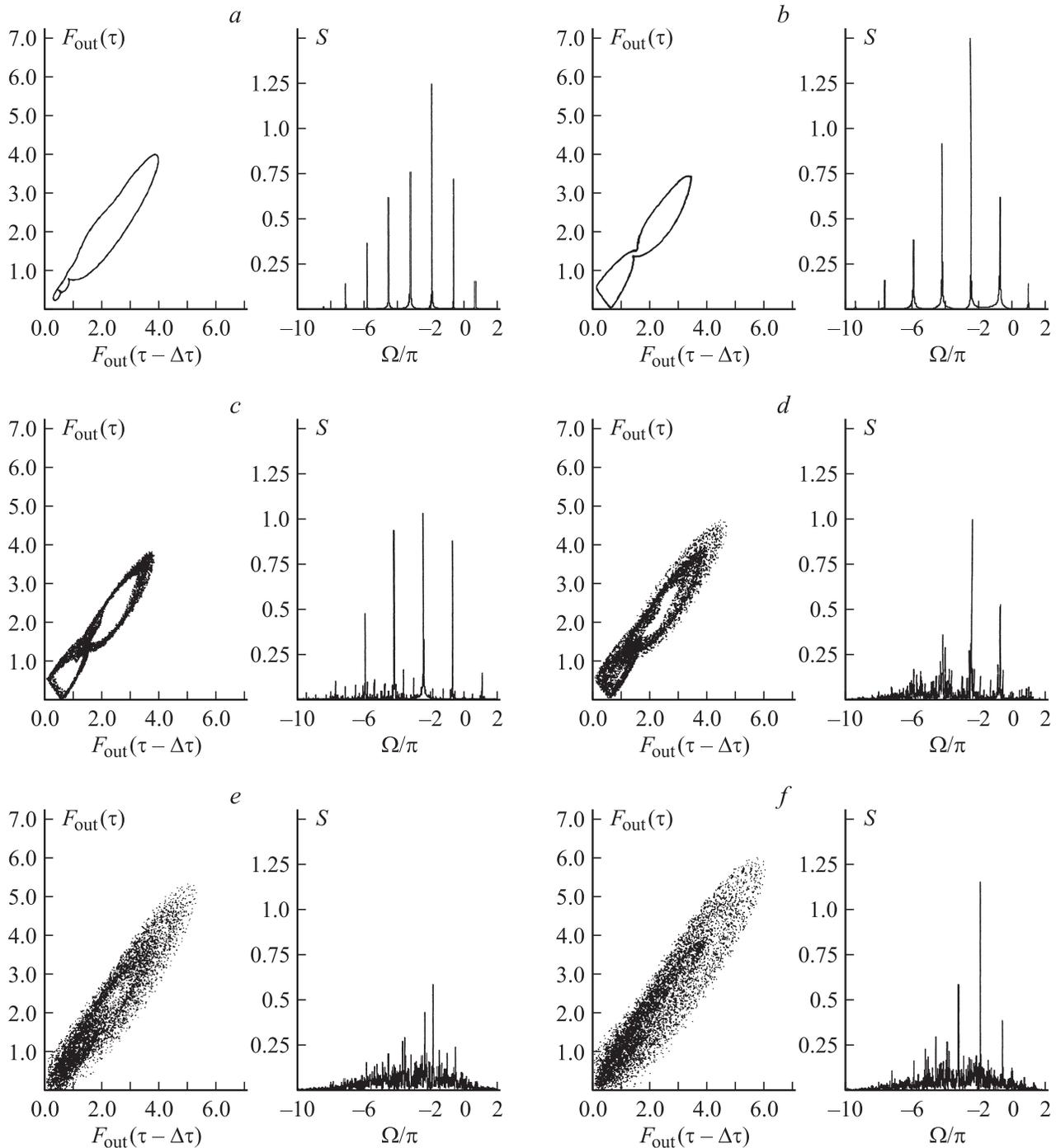


Рис. 1. Воздействие одного генератора в режиме периодической автомодуляции на другой ($L_1 = 4.0$, $L_2 = 4.5$). Приведены фазовые портреты и спектры сигналов воздействующего генератора (а) и выходного генератора при $R = 0$ (b), 0.02 (c), 0.05 (d), 0.2 (e), 0.5 (f).

Отметим, что средняя выходная мощность и КПД увеличиваются по сравнению с автономным случаем. Причины этого явления достаточно очевидны [12]. В автономном генераторе распределения поля и тока вдоль пространства взаимодействия имеют как бы „противофазную“ структуру: вблизи коллекторного конца, где пучок хорошо сгруппирован, поле мало и эффективный

энергообмен невозможен. Воздействие „подправляет“ структуру поля выходной лампы, делая его более однородным, что создает более благоприятные условия для отбора энергии у электронов.

Если оба генератора идентичны (т.е. $L_1 = L_2$) и находятся вблизи порога фейгенбаумовского хаоса, то при введении связи переход к хаосу также происходит

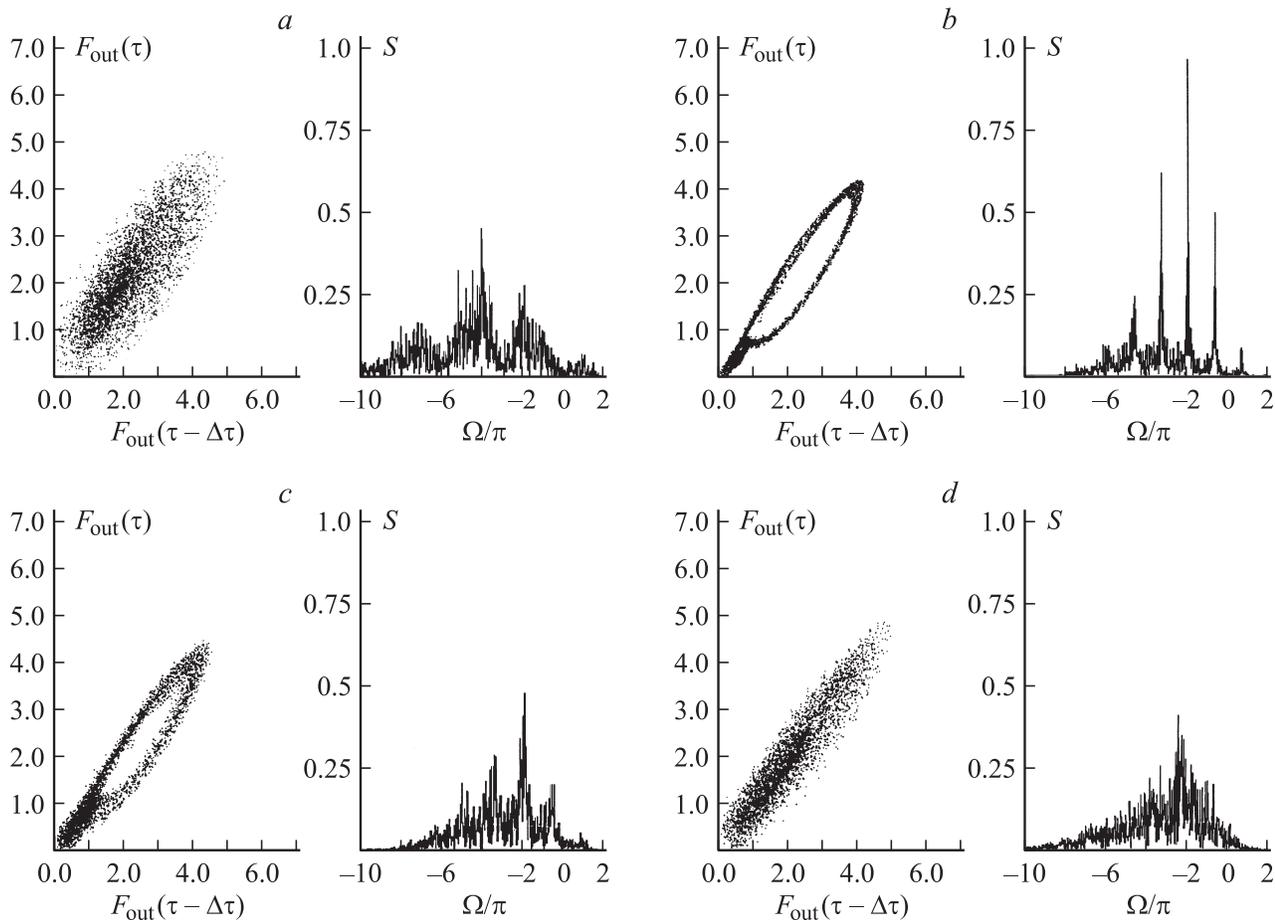


Рис. 2. Воздействие хаотического сигнала на генератор в режиме периодической автомодуляции ($L_1 = 6.5$, $L_2 = 4.0$). Приведены фазовые портреты и спектры сигналов воздействующего генератора (а) и выходного генератора при $R = 0.03$ (b), 0.1 (c), 0.3 (d). Данные для выходного генератора в автономном режиме см. на рис. 1, а.

по сценарию Фейгенбаума. Однако этот сценарий встречается реже, чем описанное выше разрушение квазипериодического движения, которое наблюдается всегда, если генераторы неидентичны ($L_1 \neq L_2$) или имеется частотная расстройка.¹ Вообще следует отметить, что переход к хаосу облегчается при введении расстройки.

Когда воздействующий генератор работает в режиме слабо развитого хаоса, поведение системы отличается в общем незначительно. В этом случае нет смысла говорить о сценарии перехода к хаосу, так как уже при сколь угодно малой глубине связи хаотический сигнал воздействия, проходя через лампу, приводит к появлению хаотической компоненты выходного сигнала. Однако характер изменения спектров с ростом глубины связи остается прежним: вначале происходят расплывание дискретных компонент и рост шумового пьедестала, затем, при достаточно больших R , начинается выделение базовых частот из спектра воздействия.

¹ В уравнениях (1), (2) $F_{1,2}$ — амплитуды волн, несущие частоты которых полагаются равными частотам синхронизма пучка и волны. Если эти частоты в первой и второй лампах различны, в (3) следует сделать замену $R \rightarrow R_{\text{exp}}(i\Delta\tau)$, где Δ — расстройка частот.

Следует выделить еще один случай, представляющий интерес: когда широкополосный хаотический сигнал малой мощности воздействует на мощный генератор, находящийся в режиме одночастотных или периодических автомодуляционных колебаний. Эта ситуация в каком-то смысле аналогична классической задаче о стабилизации частоты мощного генератора слабым внешним сигналом [13,14]. Однако в данном случае речь идет, наоборот, о том, чтобы стимулировать переход мощного генератора (для которого увеличение тока до соответствующего уровня по каким-то причинам невозможна) в режим развитого хаоса, воздействуя на него слабым хаотическим сигналом с достаточно широким спектром. Отметим, что похожая идея была выдвинута ранее в работе [16], где предлагалось использовать шумовую или регулярную многочастотную модуляцию электронного пучка по скорости.

Итак, исследуем воздействие генератора в режиме развитого хаоса на генератор в режиме периодической автомодуляции. Типичные результаты приведены на рис. 2 для случая $L_1 = 6.5$ (или $I/I_{\text{st}} \approx 35$), $L_2 = 4.0$ (или $I/I_{\text{st}} \approx 8$). Построены фазовые портреты и спектры

сигнала воздействия и выходного сигнала при различных значениях R (фазовый портрет и спектр выходного генератора в автономном режиме см. на рис. 1, а). Понятно, что имеет смысл рассматривать только достаточно небольшие значения R , так как мощность первого генератора предполагается малой. Если предположить, что вся мощность первого генератора целиком поступает на вход второго, то отношение мощностей равно $20 \lg R$ и составляет примерно -30 , -20 и -10 dB для рис. 2, $b-d$ соответственно. Рис. 2 наглядно показывает, что при увеличении R наблюдаются быстрое подавление дискретных компонент в спектре и рост шумового пьедестала. При $R = 0.3$ на фазовом портрете отсутствует какая-либо четко различимая структура, а спектр выходного сигнала получается даже более однородным, чем спектр воздействия. Такое поведение типично для случая, когда выходной генератор работает в режиме периодической автомодуляции, однако целесообразно все-таки рассматривать случай достаточно глубокой автомодуляции, поскольку при уменьшении L_2 приходится увеличивать R (т.е. увеличивать мощность воздействия).

Таким образом, в настоящей работе рассмотрена сложная динамика цепочки из двух однонаправленно связанных ЛОВ генераторов. Исследован переход к хаосу по мере увеличения глубины связи в случае, когда автономные генераторы работают в режиме периодической автомодуляции. Показано, что основным сценарием является разрушение квазипериодического движения. Использование цепочки связанных генераторов позволяет значительно снизить порог перехода к режимам развитого хаоса и получить хаотические колебания с достаточно однородным сплошным спектром при существенно меньших отношениях тока пучка к стартовому, чем в автономном случае. Однако существуют некоторые оптимальные значения глубины связи, при которых выходной сигнал является наиболее нерегулярным. При более сильной связи начинают доминировать дискретные составляющие, содержащиеся в спектре воздействия, и колебания могут опять стать периодическими. Также показана возможность стимулирования перехода ЛОВ генератора в режим развитого хаоса путем воздействия широкополосным хаотическим сигналом достаточно малой мощности. Полученные результаты представляют интерес для ряда практических приложений СВЧ генераторов хаотических колебаний. Вместе с тем необходимо отметить, что построение полной картины сложной динамики данной системы представляет собой трудоемкую задачу, которая выходит за рамки данной работы и составляет предмет дальнейших исследований, как теоретических, так и экспериментальных.

Работа выполнена при финансовой поддержке грантов РФФИ (№ 02-02-16315), ФЦП „Интеграция“ (проект № А0057) и гранта Президента РФ для государственной поддержки молодых российских ученых и ведущих научных школ № МК-26.2003.02..

Список литературы

- [1] Гинзбург Н.С., Кузнецов С.П., Федосеева Т.Н. // Изв. вузов. Радиофизика. 1978. Т. 21. № 7. С. 1037–1052.
- [2] Безручко Б.П., Кузнецов С.П., Трубецков Д.И. // Письма в ЖЭТФ. 1979. Т. 29. Вып. 3. С. 180–184.
- [3] Рыскин Н.М., Титов В.Н. // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1998. Т. 6. № 1. С. 75–92.
- [4] Рыскин Н.М., Титов В.Н., Трубецков Д.И. // ДАН. 1998. Т. 358. № 5. С. 620–623.
- [5] Рыскин Н.М., Титов В.Н. // Изв. вузов. Радиофизика. 1999. Т. 42. № 6. С. 566–572.
- [6] Ryskin N.M., Titov V.N. // Journ. Comm. Technol. Electron. 2000. Vol. 45. Suppl. 1. P. S46–S52.
- [7] Рыскин Н.М., Титов В.Н. // Изв. вузов. Радиофизика. 2001. Т. 44. № 10. С. 860–874.
- [8] Безручко Б.П., Булгакова Л.В., Кузнецов С.П., Трубецков Д.И. // Лекции по электронике СВЧ и радиофизике (5-я зимняя школа-семинар инженеров). Кн. 5. Саратов: Изд-во Саратовского ун-та, 1980. С. 25–77.
- [9] Гинзбург Н.С., Зайцев Н.И., Иляков Е.В. и др. // Письма в ЖТФ. 1998. Т. 24. Вып. 20. С. 66–71.
- [10] Гинзбург Н.С., Зайцев Н.И., Иляков Е.В. и др. // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1999. Т. 7. № 5. С. 60–69.
- [11] Гинзбург Н.С., Зайцев Н.И., Иляков Е.В. и др. // ЖТФ. 2001. Т. 71. Вып. 11. С. 73–80.
- [12] Кац А.М., Ильина Е.Н., Манькин И.А. Нелинейные явления в СВЧ приборах О-типа с длительным взаимодействием. М.: Сов. радио, 1975. 296 с.
- [13] Рабинович М.И., Трубецков Д.И. Введение в теорию колебаний и волн. М.: Наука, 1984. 432 с.
- [14] Кузнецов А.П., Кузнецов С.П., Рыскин Н.М. Нелинейные колебания. М.: Физматлит, 2002. 292 с.
- [15] Анищенко В.С., Вадивасова Т.Е., Астахов В.В. Нелинейная динамика хаотических и стохастических систем. Саратов: Изд-во Саратовского ун-та, 1999. 368 с.
- [16] Вакс В.Л., Гинзбург Н.С., Сергеев А.С. и др. // РиЭ. 1994. Т. 39. № 6. С. 957–962.