

01;06;09;12

Анализ параметрического взаимодействия волн пространственного заряда в тонкопленочных полупроводниковых структурах асимметричного типа на основе арсенида галлия n -типа

© А.А. Барыбин,¹ А.И. Михайлов²¹ Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет, 197376 Санкт-Петербург, Россия² Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского, 410071 Саратов, Россия
e-mail: barybin@scientist.com

(Поступило в Редакцию 10 июля 2002 г.)

На основе общей теории, ранее разработанной авторами, проведен анализ параметрического взаимодействия волн пространственного заряда в тонкопленочных полупроводниковых структурах с отрицательной дифференциальной проводимостью в приближении жесткой границы дрейфового потока носителей заряда при условии, что частота низкочастотной накачки равна граничной частоте f_c усиливаемых волн (в рассматриваемом случае f_c около 30 GHz). Для структур асимметричного типа общая многомодовая система связанных уравнений сведена к двум дифференциальным уравнениям относительно амплитуд возбуждения основной моды волн пространственного заряда на частоте сигнала ω_s и холостой частоте $\omega_i = \omega_s - \omega_p$. Полученные уравнения численно решены на основе арсенида галлия n -типа. Приводятся результаты анализа полученного решения.

Введение

Среди тонкопленочных полупроводниковых структур (ТПС) особый практический интерес представляют ТПС с отрицательной дифференциальной проводимостью (ОДП), имеющей место в полупроводниках типа n -GaAs и n -InP. Это связано с особенностями распространения в них волн пространственного заряда (ВПЗ) в условиях разогрева электронов сильным электрическим полем. Такие структуры могут быть использованы для создания различного рода интегральных устройств обработки сигналов вплоть до миллиметрового диапазона длин волн [1–11]. Например, хорошо известный тонкопленочный усилитель бегущей волны (ТУБВ) на пленке n -GaAs может выполнять в СВЧ диапазоне разнообразные радиотехнические функции, такие как усиление и генерация сигнала, групповая задержка и изменение фазы сигнала, переключение каналов и др. [1–3]. Более сложные, чем в ТУБВ, технические решения с использованием параметрического режима (в том числе при низкочастотной накачке, что более привлекательно) позволяют осуществлять также управляемую фильтрацию с преобразованием и синтезом частотного спектра [4–11].

В работах [12–14] разработана общая теория параметрического взаимодействия ВПЗ в ТПС с дрейфующими носителями заряда в условиях ОДП при учете их диффузии, частотной дисперсии и анизотропии дифференциальной подвижности и при задании реальных условий на границах полупроводниковой пленки. Эта теория отражает многочастотный и многомодовый характер волнового процесса.

В данной работе на основе общей теории [12–14] проводится теоретическое исследование параметрического

взаимодействия основной моды ВПЗ в приближении жесткой границы потока носителей заряда, а также в предположении, что частота низкочастотной накачки f_p равна граничной частоте f_c усиливаемых ВПЗ (в рассмотренном случае f_c порядка 30 GHz).

Основные уравнения и их решение

В работах [12–14] на основе электродинамической теории возбуждения волноводов сторонними токами была выведена система уравнений для амплитуд возбуждения параметрически связанных мод ВПЗ, распространяющихся в дрейфовом потоке электронов в ТПС с ОДП на частотах $\omega_v = \omega_s + v\omega_p$ и $\omega_{v\pm 1} = \omega_s + (v \pm 1)\omega_p$, где ω_s — частота сигнала, ω_p — частота накачки ($v = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$). Для того чтобы продемонстрировать применение теории, разработанной в [12–14], проанализируем один из важных с практической точки зрения случаев, сделав несколько конкретизирующих и упрощающих предположений.

Схема ТПС с сильной асимметрией ($\epsilon_H = \epsilon$, $\epsilon_b \ll \epsilon_H$) в двух сечениях показана на рис. 1, где $2a$ и $2b$ — толщина и ширина пленки полупроводника ($2a \ll 2b$); $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$ — единичные орты прямоугольной системы координат; S — площадь поперечного сечения полупроводниковой пленки ($S = 4ab$); L — контур, ограничивающий сечение S ; \mathbf{n} — единичный вектор внешней нормали к контуру L , лежащий в плоскости сечения S ; $\mathbf{v}_0 = \mathbf{e}_z^* v_0$ — вектор статической дрейфовой скорости электронов на участке с ОДП для поле-скоростной характеристики n -GaAs.

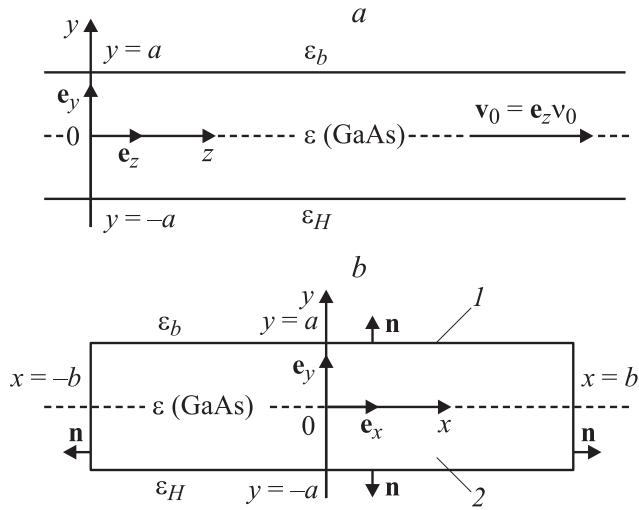


Рис. 1. Схема ТПС с сильной асимметрией: a — сечение ТПС в плоскости $y-z$, b — в плоскости $x-y$. 1 — L (контур), 2 — S (сечение).

Влияние электрофизических параметров полупроводниковой пленки, а также анизотропии дифференциальной подвижности и диффузии электронов на структуру и дисперсию собственных мод ВПЗ подробно и всесторонне проанализировано в монографии [15]. Исследование влияния частотной дисперсии дифференциальной подвижности электронов в n -GaAs и n -InP на характеристики распространения собственных ВПЗ в ТПС проведено в работах [16,17]. Таким образом, структура и дисперсия собственных мод ВПЗ в ТПС с ОДП могут считаться известными.

Кроме того, учтем следующее.

1. Наибольший практический интерес представляет случай параметрического взаимодействия мод ВПЗ основного типа, поскольку моды более высокого порядка имеют меньшие амплитуды и трудно реализуются в практических устройствах [15].

2. Для простоты будем рассматривать случай $\nu = 0$, т.е. $\omega_\nu = \omega_0 = \omega_s$ — частота сигнала, $\omega_{\nu-1} = \omega_s - \omega_p = \omega_i$ — холостая частота, $\omega_{\nu+1} = \omega_s + \omega_p$ — зеркальная частота.

3. В дополнение к пункту 2 будем считать, что частотная дисперсия дифференциальной подвижности электронов и конкретно выбранные частоты ω_p и ω_s таковы, что ВПЗ на частоте $\omega_s + \omega_p$ пренебрежимо мала по амплитуде по сравнению с ВПЗ на частотах ω_s и ω_i .

Далее будем использовать индексы s , p и i для обозначения физических величин, относящихся к сигналу, накачке и холостой частоте соответственно. При этом в связи с отсутствием необходимости в нумерации мод ВПЗ все индексы будут только нижними в отличие от обозначений, использованных в [12–14].

С учетом вышесказанного бесконечная система связанных уравнений, полученная в общей теории [12–14], переходит в систему из двух обыкновенных диффе-

ренциальных уравнений первого порядка относительно амплитуд возбуждения A_s и A_i для основной моды ВПЗ на сигнальной и холостой частотах

$$N_s \frac{dA_s(z)}{dz} e^{-\gamma_s z} = - \int_S \hat{\varphi}_s^* \left\{ (\hat{\rho}_p \hat{v}_{iz} + \hat{\rho}_i \hat{v}_{pz}) \right. \\ \times \left[\frac{dA_i(z)}{dz} - (\gamma_i + \gamma_p) A_i(z) \right] e^{-(\gamma_i + \gamma_p)z} \Big\} dS \\ - \oint_L \hat{\varphi}_s^* \left[\mathbf{n} \cdot (\hat{\rho}_p \hat{v}_i + \hat{\rho}_i \hat{v}_p) e^{-(\gamma_i + \gamma_p)z} A_i(z) \right] dl \\ + \int_S \left[(\hat{\rho}_p \hat{v}_i + \hat{\rho}_i \hat{v}_p) e^{-(\gamma_i + \gamma_p)z} A_i(z) \right] \cdot \nabla \hat{\varphi}_s^* dS, \quad (1)$$

$$N_i \frac{dA_i(z)}{dz} e^{-\gamma_i z} = - \int_S \hat{\varphi}_i^* \left\{ (\hat{\rho}_p^* \hat{v}_{sz} + \hat{\rho}_s \hat{v}_{pz}^*) \right. \\ \times \left[\frac{dA_s(z)}{dz} - (\gamma_s + \gamma_p^*) A_s(z) \right] e^{-(\gamma_s + \gamma_p^*)z} \Big\} dS \\ - \oint_L \hat{\varphi}_i^* \left[\mathbf{n} \cdot (\hat{\rho}_p^* \hat{v}_s + \hat{\rho}_s \hat{v}_p^*) e^{-(\gamma_s + \gamma_p^*)z} A_s(z) \right] dl \\ + \int_S \left[(\hat{\rho}_p^* \hat{v}_s + \hat{\rho}_s \hat{v}_p^*) e^{-(\gamma_s + \gamma_p^*)z} A_s(z) \right] \cdot \nabla \hat{\varphi}_i^* dS, \quad (2)$$

где ρ , φ и \mathbf{v} — плотность заряда электронов, потенциал и переменная составляющая дрейфовой скорости электронов; γ — постоянная распространения ВПЗ; N — нормировочные коэффициенты, определяющие мощность, переносимую ВПЗ. Уголком сверху помечаются так называемые мембранные функции физических величин, определяющие их зависимость от поперечных координат (в нашем случае только от y), при этом горизонтальная черта над физической величиной обозначает ее усреднение по поперечному сечению S , а звездочка — комплексное сопряжение.

С учетом всего сказанного и введенных обозначений система уравнений (1) и (2) может быть преобразована к виду

$$\frac{dA_s(z)}{dz} = C_{11}(z) A_s(z) + C_{12}(z) A_i(z), \quad (3)$$

$$\frac{dA_i(z)}{dz} = C_{21}(z) A_s(z) + C_{22}(z) A_i(z), \quad (4)$$

где

$$C_{11}(z) = \hat{C}_{11} M(z) e^{-\alpha_p z}, \\ C_{12}(z) = \hat{C}_{12} M(z) e^{(\alpha_s - \alpha_i)z}, \quad (5)$$

$$C_{21}(z) = \hat{C}_{21} M(z) e^{(\alpha_i - \alpha_s)z}, \\ C_{22}(z) = \hat{C}_{22} M(z) e^{-\alpha_p z}, \quad (6)$$

$$\hat{C}_{11} = -\frac{\overline{\hat{G}_{sz}}}{\overline{N_s N_i}} \left[(\gamma_s + \gamma_p^*) \overline{\hat{G}_{iz}} + \overline{Q_i} - \frac{1}{2a} \Delta \hat{G}_{iy} \right], \quad (7)$$

$$\hat{C}_{12} = \frac{1}{\overline{N_s}} \left[(\gamma_i + \gamma_p) \overline{\hat{G}_{sz}} + \overline{Q_s} - \frac{1}{2a} \Delta \hat{G}_{sy} \right], \quad (8)$$

$$\hat{C}_{21} = \frac{1}{\overline{N_i}} \left[(\gamma_s + \gamma_p^*) \overline{\hat{G}_{iz}} + \overline{Q_i} - \frac{1}{2a} \Delta \hat{G}_{iy} \right], \quad (9)$$

$$\hat{C}_{22} = -\frac{\overline{\hat{G}_{iz}}}{\overline{N_s N_i}} \left[(\gamma_i + \gamma_p) \overline{\hat{G}_{sz}} + \overline{Q_s} - \frac{1}{2a} \Delta \hat{G}_{sy} \right], \quad (10)$$

$$M(z) = \frac{e^{-\alpha_p z}}{1 - M_p e^{-2\alpha_p z}}, \quad M_p = \frac{\overline{\hat{G}_{sz}} \overline{\hat{G}_{iz}}}{\overline{N_s N_i}},$$

$$\overline{N_s} = \frac{N_s}{S}, \quad \overline{N_i} = \frac{N_i}{S}, \quad (11)$$

при этом α — амплитудная постоянная, равная действительной части постоянной распространения для соответствующей моды ($\gamma = \alpha + i\omega/v_0$).

Другие введенные обозначения приведены в Приложении 1.

Из уравнения (3) выражает $A_i(z)$ в следующей форме:

$$A_i(z) = \frac{1}{C_{12}(z)} \frac{dA_s(z)}{dz} - \frac{C_{11}(z)}{C_{12}(z)} A_s(z) \quad (12)$$

и подставляем (12) в (4). Такая процедура после ряда преобразований дает дифференциальное уравнение второго порядка относительно амплитуды возбуждения $A_s(z)$ на сигнальной частоте

$$\frac{d^2 A_s(z)}{dz^2} - \left\{ (\alpha_s - \alpha_p - \alpha_i) + M(z) e^{-\alpha_p z} [(\hat{C}_{11} + \hat{C}_{22}) - 2\alpha_p M_p] \right\} \frac{dA_s(z)}{dz} + M(z) \left\{ \hat{C}_{11} e^{-\alpha_p z} (\alpha_s + \alpha_p - \alpha_i) + M(z) (\hat{C}_{11} \hat{C}_{22} e^{-2\alpha_p z} - \hat{C}_{12} \hat{C}_{21}) \right\} A_s(z) = 0. \quad (13)$$

Коэффициенты уравнения (13) являются функциями z , содержащими комбинации экспоненциальных зависимостей. Вполне возможно, что это уравнение можно проинтегрировать аналитически [18], по крайней мере для предельного случая $\alpha_p z \ll 1$, разложив экспоненциальные функции в ряд. Подобная процедура была применена в [19] для решения более простого уравнения с равным нулю коэффициентом при первой производной. Однако даже если такое решение удастся получить, то оно будет представлять собой довольно громоздкое выражение, трудное для физической трактовки. Поэтому с целью получения наглядных результатов дальнейший анализ выполним, сделав еще одно упрощающее предположение.

Будем считать, что частота накачки ω_p такова, что $\alpha_p = 0$, т.е. $\omega_p = \omega_c$, где $\omega_c = 2\pi f_c$ — граничная частота усиливаемых ВПЗ. Это означает, что, во-первых, ВПЗ накачки распространяется без изменения амплитуды и, во-вторых, $\omega_s > \omega_c$ (ВПЗ сигнала затухает в отсутствие накачки) и $\omega_i < \omega_c$ (ВПЗ холостой частоты

нарастает в отсутствие накачки). С учетом последнего предположения уравнение (13) преобразуется в дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами

$$\frac{d^2 A_s(z)}{dz^2} - [(\alpha_s - \alpha_i) + M(\hat{C}_{11} + \hat{C}_{22})] \frac{dA_s(z)}{dz} + M \left[\hat{C}_{11} (\alpha_s - \alpha_i) + M(\hat{C}_{11} \hat{C}_{22} - \hat{C}_{12} \hat{C}_{21}) \right] A_s(z) = 0, \quad (14)$$

где в соответствии с (11) $M = 1/(1 - M_p)$ при $\alpha_p = 0$.

Решение уравнения (14) ищем в виде $A_s(z) \sim e^{\Gamma_s z}$. Подстановка этого выражения в дифференциальное уравнение (14) дает характеристическое уравнение второго порядка относительно Γ_s

$$\Gamma_s^2 - [(\alpha_s - \alpha_i) + M(\hat{C}_{11} + \hat{C}_{22})] \Gamma_s + M \left[\hat{C}_{11} (\alpha_s - \alpha_i) + M(\hat{C}_{11} \hat{C}_{22} - \hat{C}_{12} \hat{C}_{21}) \right] = 0. \quad (15)$$

Решениями уравнения (15) являются два корня Γ_{s1}, Γ_{s2} следующего вида:

$$\Gamma_{s1,2} = \frac{M(\hat{C}_{11} + \hat{C}_{22}) + (\alpha_s - \alpha_i)}{2} \pm \frac{M(\hat{C}_{11} - \hat{C}_{22})(\alpha_s - \alpha_i)}{2} \sqrt{\frac{1}{1 - F_{si}}}, \quad (16)$$

$$F_{si} = \left\{ 1 + \frac{[(\hat{C}_{11} - \hat{C}_{22}) - \frac{(\alpha_s - \alpha_i)}{M}]^2}{4\hat{C}_{12}\hat{C}_{21}} \right\}^{-1}. \quad (17)$$

Коэффициент F_{si} имеет большое сходство с аналогичным коэффициентом, введенным в книге Люиселла [20, с.28], для систем без диссипации и названным коэффициентом передачи. Выражение (17) для F_{si} отличается от аналогичного коэффициента в [20] наличием члена $(\alpha_s - \alpha_i)/M$, что как раз и связано с диссипативностью среды, каковой является полупроводник с ОДП. Коэффициент F_{si} показывает степень параметрической связи между модами сигнальной и холостой частот, имеющей место благодаря действию накачки. В случае слабой параметрической связи, когда $\sqrt{1/(1 - F_{si})} \approx 1$, решения характеристического уравнения имеют наиболее простой вид $\Gamma_{s1} = M\hat{C}_{11}$, $\Gamma_{s2} = M\hat{C}_{22} + (\alpha_s - \alpha_i)$. В случае, когда параметрическую связь нельзя считать слабой, имеет $\sqrt{1/(1 - F_{si})} \neq 1$, так что для вычисления корней надо использовать формулу (16).

Таким образом,

$$A_s(z) = A_{s01} e^{\Gamma_{s1} z} + A_{s02} e^{\Gamma_{s2} z}, \quad (18)$$

где нижние индексы 1 и 2 соответствуют знакам „+“ и „-“ в формуле (16).

С учетом выражений (12) и (18) получаем

$$A_i(z) = \frac{1}{\hat{C}_{12}M e^{(\alpha_s - \alpha_i)z}} \times \left[(\Gamma_{s1} - \hat{C}_{11}M) A_{s01} e^{\Gamma_{s1}z} + (\Gamma_{s2} - \hat{C}_{11}M) A_{s02} e^{\Gamma_{s2}z} \right]. \quad (19)$$

Воспользовавшись граничными условиями в точке $z = 0$ в виде

$$A_s(z=0) = 1, \quad A_i(z=0) = 0, \quad (20)$$

находим

$$A_{s01} = \frac{\Gamma_{s2} - \hat{C}_{11}M}{\Gamma_{s2} - \Gamma_{s1}}, \quad A_{s02} = -\frac{\Gamma_{s1} - \hat{C}_{11}M}{\Gamma_{s2} - \Gamma_{s1}}. \quad (21)$$

Тогда выражения (18) и (19) принимают следующий вид:

$$A_s(z) = \frac{1}{(\Gamma_{s2} - \Gamma_{s1})} \times \left[(\Gamma_{s2} - \hat{C}_{11}M) e^{\Gamma_{s1}z} - (\Gamma_{s1} - \hat{C}_{11}M) e^{\Gamma_{s2}z} \right], \quad (22)$$

$$A_i(z) = \frac{(\Gamma_{s1} - \hat{C}_{11}M)(\Gamma_{s2} - \hat{C}_{11}M)}{(\Gamma_{s2} - \Gamma_{s1})\hat{C}_{12}M e^{(\alpha_s - \alpha_i)z}} (e^{\Gamma_{s1}z} - e^{\Gamma_{s2}z}). \quad (23)$$

Учитывая формулу (П.2.24) в Приложении 2, представляем \hat{C}_{12} в виде

$$\hat{C}_{12} = \hat{C}'_{12} \cdot \frac{\hat{\varphi}_p(a) \hat{\varphi}_i(a)}{\hat{\varphi}_s(a)}, \quad (24)$$

где

$$\hat{C}'_{12} = \frac{\varepsilon \mu_e}{4\omega_s \varepsilon_H} \left[\left(\gamma_i + i \frac{\omega_p}{\nu_0} \right) K_1 - K_3 - K_5 \right]. \quad (25)$$

Тогда выражение (23) приобретает следующий вид:

$$A_i(z) = \tilde{A}_i(z) \frac{\hat{\varphi}_s(a)}{\hat{\varphi}_p(a) \hat{\varphi}_i(a)}, \quad (26)$$

где

$$\tilde{A}_i(z) = \frac{(\Gamma_{s1} - \hat{C}_{11}M)(\Gamma_{s2} - \hat{C}_{11}M)}{(\Gamma_{s2} - \Gamma_{s1})\hat{C}'_{12}M e^{(\alpha_s - \alpha_i)z}} (e^{\Gamma_{s1}z} - e^{\Gamma_{s2}z}). \quad (27)$$

Учтем, что средняя собственная мощность $P_\omega(z)$ (без учета взаимной мощности мод), переносимая основной модой на частоте ω с постоянной продольного распространения γ_ω , определяется формулой [21]

$$P_\omega(z) = \frac{1}{4} N_\omega A_\omega(z) A_\omega^*(z) e^{-(\gamma_\omega + \gamma_\omega^*)z}, \quad (28)$$

а N_ω для ТПС с сильной асимметрией равняется [21]

$$N_\omega = 2b\omega \varepsilon_H |\hat{\varphi}_\omega(a)|^2. \quad (29)$$

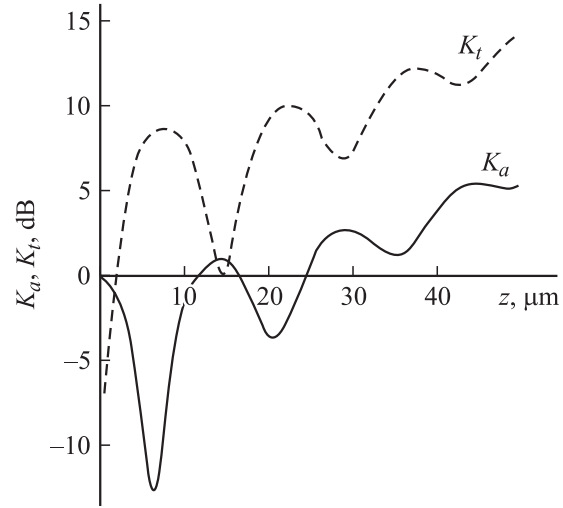


Рис. 2. Зависимость K_a и K_t от координаты z на сигнальной частоте.

Тогда с использованием полученных выражений (22) и (26) могут быть рассчитаны коэффициент усиления ТПС длиной z на частоте ω_s

$$K_a = 10 \lg \left[\frac{P_s(z)}{P_s(z=0)} \right] = 10 \lg [A_s(z) A_s^*(z) e^{-2\alpha_s z}], \quad (30)$$

а также коэффициент передачи с преобразованием сигнальной частоты ω_s на входе ($z = 0$) в холостую частоту ω_i на выходе (коэффициент преобразования)

$$K_t = 10 \lg \left[\frac{P_i(z)}{P_s(z=0)} \right] = 10 \lg \left[\frac{\omega_i}{\omega_s} \frac{\tilde{A}_i(z) \tilde{A}_i^*(z)}{|\hat{\varphi}_p(a)|^2} e^{-2\alpha_i z} \right]. \quad (31)$$

При этом мощность накачки с учетом того, что $\alpha_p = 0$ и $A_p = 1$, определяется по формуле $P_p = N_p/4$, где $N_p = 2b\omega_p \varepsilon_H |\hat{\varphi}_p(a)|^2$.

Результаты численных расчетов для пленки n -GaAs по формулам, полученным в данном разделе, приведены на рис. 2 и 3. Во всех расчетах частота накачки была выбрана одинаковой и равной $f_p = \omega_p/2\pi = f_c \approx 31.275$ GHz, при этом использовались следующие параметры: $\varepsilon = \varepsilon_H = 12.9\varepsilon_0$, $\varepsilon_b = \varepsilon_0$, $2a = 0.25 \mu\text{m}$, $2b = 300 \mu\text{m}$, $n_0 = 8 \cdot 10^{14} \text{cm}^{-3}$, $D = 200 \text{cm}^2/\text{s}$, $\nu_0 = 1.7 \cdot 10^7 \text{cm/s}$, что соответствует напряжению поля $E_0 = 5.5 \text{kV/cm}$; частотная зависимость дифференциальной подвижности электронов была взята из работы [22], где она рассчитана методом Монте-Карло для n -GaAs при том же поле E_0 .

На рис. 2 показана продольная зависимость от координаты z коэффициентов усиления K_a и преобразования K_t на сигнальной частоте $f_s = 35.275$ GHz при мощности накачки $P_p = 0.1 \text{mW}$. По мере взаимодействия и распространения в направлении дрейфа электронов

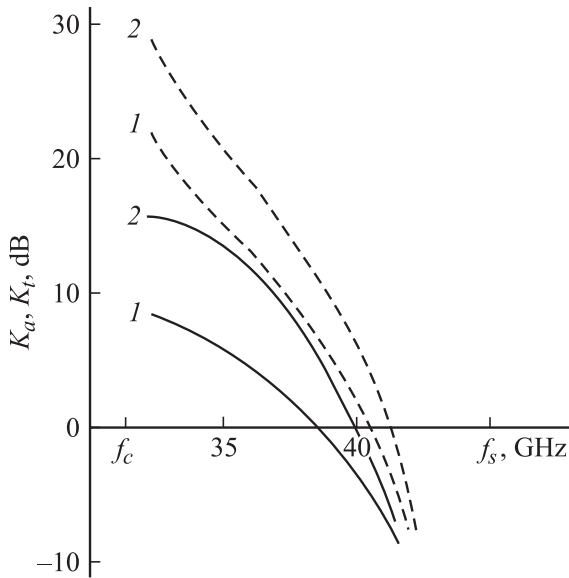


Рис. 3. Зависимость K_a (сплошные кривые) и K_i (штриховые кривые) от частоты сигнала f_s .

сигнальная и холостая ВПЗ периодически обмениваются мощностью, сохраняя общую тенденцию роста амплитуды обеих волн. На конце участка взаимодействия (при $z = 50 \mu\text{m}$) обе величины становятся положительными, что свидетельствует об эффективной параметрической связи ВПЗ сигнальной и холостой частот.

На рис. 3 приведены зависимости коэффициентов K_a и K_i от частоты сигнала f_s при $z = 50 \mu\text{m}$ и $P_p = 0.1$ (кривые 1) и 0.2 mW (кривые 2). Как видно, подача низкочастотной накачки (с частотой $f_p < f_s$) для ТПС с вышеуказанными типичными электрофизическими параметрами приводит к заметному повышению (на 22–27%) верхнего частотного предела усиливаемых ВПЗ, а также обеспечивает автодинное преобразование при частоте входного сигнала примерно до 41 ГГц.

Заключение

Таким образом, результаты данной работы демонстрируют возможность проведения численных расчетов для конкретных частных случаев на основе общей теории, развитой в работах [12–14]. Расчеты свидетельствуют также о том, что механизм параметрического взаимодействия ВПЗ и ТПС с ОДП при низкочастотной накачке может рассматриваться как один из перспективных способов повышения верхнего частотного предела работы функциональных устройств подобного типа, а также может использоваться для получения эффективного преобразования частоты в миллиметровом диапазоне.

Подход, примененный при разработке общей теории параметрической связи ВПЗ, может быть использован для построения теории параметрического взаимодействия волн в тонкопленочных волноведущих системах других типов.

Приложение 1

Некоторые использованные обозначения

$$\hat{\mathbf{G}}_s = \hat{\varphi}_s^* (\hat{\rho}_p \hat{\mathbf{v}}_i + \hat{\rho}_i \hat{\mathbf{v}}_p), \quad \hat{\mathbf{G}}_i = \hat{\varphi}_i^* (\hat{\rho}_p^* \hat{\mathbf{v}}_s + \hat{\rho}_s \hat{\mathbf{v}}_p^*) \quad (\text{П.1.1})$$

— мембранные векторные функции, зависящие в общем случае только от x и y (в нашем случае только от y);

$$\hat{Q}_s = (\hat{\rho}_p \hat{\mathbf{v}}_i + \hat{\rho}_i \hat{\mathbf{v}}_p) \cdot \nabla \hat{\varphi}_s^*, \quad \hat{Q}_i = (\hat{\rho}_p^* \hat{\mathbf{v}}_s + \hat{\rho}_s \hat{\mathbf{v}}_p^*) \cdot \nabla \hat{\varphi}_i^* \quad (\text{П.1.2})$$

— мембранные скалярные функции, зависящие в общем случае только от x и y (в нашем случае только от y);

$$\overline{G_{sz}} = \frac{1}{S} \int_S \hat{G}_{sz} dS, \quad \overline{G_{iz}} = \frac{1}{S} \int_S \hat{G}_{iz} dS, \quad (\text{П.1.3})$$

$$\overline{Q_s} = \frac{1}{S} \int_S \hat{Q}_s dS, \quad \overline{Q_i} = \frac{1}{S} \int_S \hat{Q}_i dS \quad (\text{П.1.4})$$

— усредненные по сечению S значения;

$$\Delta \hat{G}_{sy} = \hat{G}_{sy}(y = +a) - \hat{G}_{sy}(y = -a), \quad (\text{П.1.5})$$

$$\Delta \hat{G}_{iy} = \hat{G}_{iy}(y = +a) - \hat{G}_{iy}(y = -a). \quad (\text{П.1.6})$$

Приложение 2

Расчет \hat{C}_{11} , \hat{C}_{12} , \hat{C}_{21} , \hat{C}_{22} и M_p для ТПС с сильной асимметрией

В работе приведены формулы (7)–(11), определяющие величины \hat{C}_{11} , \hat{C}_{12} , \hat{C}_{21} , \hat{C}_{22} и M_p . Будем считать, что постоянные продольного распространения $\gamma_s, \gamma_p, \gamma_i$ и поперечные волновые числа ξ_s, ξ_p, ξ_i для ВПЗ на частотах ω_s, ω_p и ω_i известны. Опуская для простоты нижние индексы s, p и i физических величин, определяющие их принадлежность к ВПЗ соответствующих частот, можно для ТПС с сильной асимметрией (при $\epsilon_H \gg \epsilon_b = \epsilon_0$, $\epsilon_H = \epsilon$) записать следующие выражения:

$$\varphi = \hat{\varphi}(a) \cos[\xi(y - a)] e^{-\gamma z}, \quad (\text{П.2.1})$$

$$\rho = \epsilon(\xi^2 - \gamma^2)\varphi, \quad (\text{П.2.2})$$

$$v_y = \mu_e \xi \hat{\varphi}(a) \sin[\xi(y - a)] e^{-\gamma z}, \quad (\text{П.2.3})$$

$$v_z = \mu_e \kappa \gamma \hat{\varphi}(a) \cos[\xi(y - a)] e^{-\gamma z}. \quad (\text{П.2.4})$$

Учитывая выражения (П.2.1)–(П.2.4), получаем

$$\hat{\varphi} = \hat{\varphi}(a) \cos[\xi(y - a)], \quad (\text{П.2.5})$$

$$\hat{\rho} = \epsilon(\xi^2 - \gamma^2)\hat{\varphi}(a) \cos[\xi(y - a)], \quad (\text{П.2.6})$$

$$\hat{v}_y = \mu_e \xi \hat{\varphi}(a) \sin[\xi(y - a)], \quad (\text{П.2.7})$$

$$\hat{v}_z = \mu_e \kappa \gamma \hat{\varphi}(a) \cos[\xi(y - a)]. \quad (\text{П.2.8})$$

Кроме того, учитывая (11), можно записать, что [21]

$$\bar{N} = \frac{N}{S} = \frac{1}{2a} \omega \varepsilon_H |\hat{\varphi}(a)|^2. \quad (\text{П.2.9})$$

Имея в виду приведенные выше формулы, а также (П.1.1)–(П.1.6), после несложных (хотя и громоздких) преобразований получаем

$$\bar{G}_{sz} = \frac{1}{8a} \hat{\varphi}_s^*(a) \hat{\varphi}_p(a) \hat{\varphi}_i(a) \varepsilon \mu_e K_1, \quad (\text{П.2.10})$$

$$\bar{G}_{iz} = \frac{1}{8a} \hat{\varphi}_s(a) \hat{\varphi}_p^*(a) \hat{\varphi}_i^*(a) \varepsilon \mu_e K_2, \quad (\text{П.2.11})$$

$$\Delta \hat{G}_{sy} = \frac{1}{4} \hat{\varphi}_s^*(a) \hat{\varphi}_p(a) \hat{\varphi}_i(a) \varepsilon \mu_e K_3, \quad (\text{П.2.12})$$

$$\Delta \hat{G}_{iy} = \frac{1}{4} \hat{\varphi}_s(a) \hat{\varphi}_p^*(a) \hat{\varphi}_i^*(a) \varepsilon \mu_e K_4, \quad (\text{П.2.13})$$

$$\bar{Q}_s = -\frac{1}{8a} \hat{\varphi}_s^*(a) \hat{\varphi}_p(a) \hat{\varphi}_i(a) \varepsilon \mu_e K_5, \quad (\text{П.2.14})$$

$$\bar{Q}_i = -\frac{1}{8a} \hat{\varphi}_s(a) \hat{\varphi}_p^*(a) \hat{\varphi}_i^*(a) \varepsilon \mu_e K_6, \quad (\text{П.2.15})$$

где

$$K_1 = \left[\left(\xi_p^2 + \frac{\omega_p^2}{v_0^2} \right) \kappa_i \gamma_i + (\xi_s^2 - \gamma_i^2) \kappa_p i \frac{\omega_p}{v_0} \right] \times (I_1 + I_2 + I_3 + I_4), \quad (\text{П.2.16})$$

$$K_2 = \left[\left(\xi_p^{*2} + \frac{\omega_p^2}{v_0^2} \right) \kappa_s \gamma_s - (\xi_s^2 - \gamma_s^2) \kappa_p i \frac{\omega_p}{v_0} \right] \times (I_5 + I_6 + I_7 + I_8), \quad (\text{П.2.17})$$

$$K_3 = \left(\xi_p^2 + \frac{\omega_p^2}{v_0^2} \right) \xi_i [I_2(\xi_s^* - \xi_p + \xi_i) - I_1(\xi_s^* - \xi_p - \xi_i) + I_4(\xi_s^* + \xi_p + \xi_i) - I_3(\xi_s^* + \xi_p - \xi_i) + (\xi_i^2 - \gamma_i^2) \xi_p [I_3(\xi_s^* + \xi_p - \xi_i) - I_1(\xi_s^* - \xi_p - \xi_i) + I_4(\xi_s^* + \xi_p + \xi_i) - I_2(\xi_s^* - \xi_p + \xi_i)], \quad (\text{П.2.18})$$

$$K_4 = \left(\xi_p^{*2} + \frac{\omega_p^2}{v_0^2} \right) \xi_s [I_6(\xi_s - \xi_p^* + \xi_i^*) + I_5(\xi_s + \xi_p^* - \xi_i^*) + I_8(\xi_s + \xi_p^* + \xi_i^*) + I_7(\xi_s - \xi_p^* - \xi_i^*) + (\xi_s^2 - \gamma_s^2) \xi_p^* [I_5(\xi_s + \xi_p^* - \xi_i^*) - I_7(\xi_s - \xi_p^* - \xi_i^*) + I_8(\xi_s + \xi_p^* + \xi_i^*) - I_6(\xi_s - \xi_p^* + \xi_i^*)], \quad (\text{П.2.19})$$

$$K_5 = \xi_s^* \left[\left(\xi_p^2 + \frac{\omega_p^2}{v_0^2} \right) \xi_i (I_1 - I_2 + I_3 - I_4) + (\xi_i^2 - \gamma_i^2) \xi_p (I_1 + I_2 - I_3 - I_4) \right], \quad (\text{П.2.20})$$

$$K_6 = \xi_i^* \left[\left(\xi_p^{*2} + \frac{\omega_p^2}{v_0^2} \right) \xi_s (I_5 - I_6 + I_7 - I_8) + (\xi_s^2 - \gamma_s^2) \xi_p^* (I_5 + I_6 - I_7 - I_8) \right],$$

$$I_1 = \frac{\sin[2(\xi_s^* - \xi_p - \xi_i)a]}{(\xi_s^* - \xi_p - \xi_i)}, \quad I_2 = \frac{\sin[2(\xi_s^* - \xi_p + \xi_i)a]}{(\xi_s^* - \xi_p + \xi_i)},$$

$$I_3 = \frac{\sin[2(\xi_s^* + \xi_p - \xi_i)a]}{(\xi_s^* + \xi_p - \xi_i)}, \quad I_4 = \frac{\sin[2(\xi_s^* + \xi_p + \xi_i)a]}{(\xi_s^* + \xi_p + \xi_i)},$$

$$I_5 = \frac{\sin[2(\xi_s + \xi_p^* - \xi_i^*)a]}{(\xi_s + \xi_p^* - \xi_i^*)}, \quad I_6 = \frac{\sin[2(\xi_s - \xi_p^* + \xi_i^*)a]}{(\xi_s - \xi_p^* + \xi_i^*)},$$

$$I_7 = \frac{\sin[2(\xi_s - \xi_p^* - \xi_i^*)a]}{(\xi_s - \xi_p^* - \xi_i^*)}, \quad I_8 = \frac{\sin[2(\xi_s + \xi_p^* + \xi_i^*)a]}{(\xi_s + \xi_p^* + \xi_i^*)}. \quad (\text{П.2.21})$$

Как известно [15], на частотах, где $\mu_d < 0$, в ТПС распространяются только тригонометрические, т.е. поперечные волновые числа являются чисто вещественными, а значит, $\xi_s^* = \xi_s$, $\xi_p^* = \xi_p$, $\xi_i^* = \xi_i$. Тогда полученные формулы несколько упрощаются.

С учетом всего сказанного можно получить следующие выражения для искомых величин:

$$\hat{C}_{11} = -\frac{|\hat{\varphi}_p(a)|^2 \varepsilon^2 \mu_e^2}{16\omega_s \omega_i \varepsilon_H^2} K_1 \times \left[\left(\gamma_s - i \frac{\omega_p}{v_0} \right) K_2 - K_4 - K_6 \right], \quad (\text{П.2.22})$$

$$\hat{C}_{22} = -\frac{|\hat{\varphi}_p(a)|^2 \varepsilon^2 \mu_e^2}{16\omega_s \omega_i \varepsilon_H^2} K_2 \times \left[\left(\gamma_i + i \frac{\omega_p}{v_0} \right) K_1 - K_3 - K_5 \right], \quad (\text{П.2.23})$$

$$\hat{C}_{12} = \frac{\hat{\varphi}_s^*(a) \hat{\varphi}_p(a) \hat{\varphi}_i(a) \varepsilon \mu_e}{4\omega_s \varepsilon_H |\hat{\varphi}_s(a)|^2} \times \left[\left(\gamma_i + i \frac{\omega_p}{v_0} \right) K_1 - K_3 - K_5 \right], \quad (\text{П.2.24})$$

$$\hat{C}_{21} = \frac{\hat{\varphi}_s(a) \hat{\varphi}_p^*(a) \hat{\varphi}_i^*(a) \varepsilon \mu_e}{4\omega_i \varepsilon_H |\hat{\varphi}_i(a)|^2} \times \left[\left(\gamma_s + i \frac{\omega_p}{v_0} \right) K_2 - K_4 - K_6 \right], \quad (\text{П.2.25})$$

$$M_p = \frac{\varepsilon^2 \mu_e^2 K_1 K_2}{16\omega_s \omega_i \varepsilon_H^2} |\hat{\varphi}_p(a)|^2. \quad (\text{П.2.26})$$

Список литературы

- [1] Барыбин А.А. и др. // Микроэлектроника. 1979. Т. 8. Вып. 1. С. 3–19.
- [2] Дин Р., Матарезе Р. // ТИИЭР. 1972. Т. 60. № 12. С. 23–43.
- [3] Kitabe K., Kanbe H. // Int. J. Electronics. 1985. Vol. 58. N 4. P.587–611.
- [4] Михайлов А.И., Сергеев С.А. // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1995. Т. 38. № 10. С. 43–51.
- [5] Гуревич Г.Л., Китаев М.А., Коган А.Л., Рыжова Е.И. // РиЭ. 1988. Т. 33. Вып. 6. С. 1272–1278.
- [6] Китаев М.А., Коган А.Л., Пиковская М.Л., Рыжова Е.И. // Электронная техника. Сер. 1. Электроника СВЧ. 1990. Вып. 2 (426). С. 14–18.
- [7] Михайлов А.И., Сергеев С.А. // Письма в ЖТФ. 1996. Т. 22. Вып. 24. С. 75–78.
- [8] Михайлов А.И., Сергеев С.А., Игнатъев Ю.М. Свидетельство на полезную модель 9351 РФ, МКИ 6 Н 03D 7/00. № 98117279. БИ. 1999. № 2.
- [9] Михайлов А.И., Сергеев С.А., Игнатъев Ю.М. Патент 2138116 РФ, МКИ Н 03 D 7/00, 7/12, Н 01 L 27/095. № 98116381/09. БИ. 1999. № 26.
- [10] Михайлов А.И., Сергеев С.А., Горячев А.А. // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 2000. Т. 43. № 2. С. 16–24.
- [11] Михайлов А.И. // Письма в ЖТФ. 2000. Т. 26. Вып. 5. С. 80–85.
- [12] Барыбин А.А., Михайлов А.И. // Материалы Всероссийской межвузовской конф. „Современные проблемы электроники и радиофизики СВЧ“. Саратов: Изд-во ГосУНЦ „Колледж“, 1997. С. 109–110.
- [13] Барыбин А.А., Михайлов А.И. // ЖТФ. 2000. Т. 70. Вып. 2. С. 48–52.
- [14] Барыбин А.А., Михайлов А.И., Клецов А.А. // Электродинам. и техн. СВЧ и КВЧ. 1999. Т. 7. № 2. С. 88.
- [15] Барыбин А.А. Волны в тонкопленочных полупроводниковых структурах с горячими электронами. М.: Наука, 1986. 288 с.
- [16] Михайлов А.И. // Письма в ЖТФ. 1995. Т. 21. Вып. 21. С. 89–95.
- [17] Михайлов А.И., Сергеев С.А. // Письма в ЖТФ. 1999. Т. 25. Вып. 4. С. 85–90.
- [18] Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям / Пер. с нем. 5-е изд. М.: Наука, 1976. 576 с.
- [19] Гуревич Г.Л., Коган А.Л., Коробков Г.М. // РиЭ. 1984. Т. 29. Вып. 2. С. 333–340.
- [20] Лоиселл У. Связанные и параметрические колебания в электронике: Пер. с англ. / Под ред. А.Н. Выставкина. М.: ИЛ, 1963. 352 с.
- [21] Барыбин А.А., Степанова М.Г. // Изв. ЛЭТИ. 1991. Вып. 437. С. 61–64.
- [22] Rees H.D. // Sol. St. Commun. 1969. Vol. 7. N 2. P. 267–269.