

01;05

Тепловыделения в сверхпроводящих композитах с неравномерно распределенным током, инициируемые тепловыми импульсными возмущениями

© В.Р. Романовский

Российский научный центр „Курчатовский институт“,
123182 Москва, Россия

(Поступило в Редакцию 14 мая 2002 г. В окончательной редакции 27 декабря 2002 г.)

Исследованы физические закономерности диссипативных процессов в композитных сверхпроводниках при вводе в них тока и действии импульсных тепловых возмущений. Полученные результаты сопоставлены с выводами существующей теории тепловой стабилизации сверхпроводящих композитов. Проведенный анализ показывает, что при неравномерном распределении тока по сечению композита и действии кратковременных тепловых возмущений может наблюдаться интенсивная дополнительная диссипация энергии как до, так и после возникновения термомагнитной неустойчивости. Индуцируемые при этом джоулевы тепловыделения могут во всем диапазоне изменения температуры композита существенно превысить мощность тепловых потерь, определяемых согласно существующей теории тепловой стабилизации. Дополнительные диссипативные явления в композитных сверхпроводниках лежат в основе уменьшения границы их устойчивых сверхпроводящих состояний и прежде всего при непрерывном вводе тока, даже если этот процесс сопровождается незначительными внешними тепловыми возмущениями.

Введение

Как известно, при вводе тока в сверхпроводящую магнитную систему может происходить ее преждевременный переход в нормальное состояние. Изменение токовых характеристик сверхпроводящих магнитных систем связано с так называемыми явлениями деградации и тренировки [1]. В первом случае рабочие параметры магнитов оказываются заведомо ниже соответствующих характеристик коротких образцов, изготовленных из того же проводника. При тренировке происходит постепенное улучшение токовых характеристик сверхпроводящего магнита после его нескольких переходов в нормальное состояние. В основе существования этих явлений главным образом лежит тепловая неустойчивость сверхпроводящего состояния композита по отношению к внешним тепловым возмущениям различной природы. Прежде всего она обусловлена значительными механическими напряжениями, которым подвержена сверхпроводящая магнитная система при вводе в нее тока. В этом случае неизбежно происходит перемещение витков системы, их трение друг о друга, пластическая деформация материалов, из которых изготовлен токонесущий элемент магнита, а при наличии компаунда его растрескивание. Все эти возмущения, носящие как непрерывный, так и скачкообразный характер, приводят к дополнительным тепловыделениям. Их действие может сопровождаться локальным разрушением сверхпроводящего состояния токонесущего элемента магнитной системы. Но в зависимости от мощности возмущения магнитная система либо восстанавливает сверхпроводимость, либо необратимо переходит в нормальное состояние. Поэтому изучение физических особенностей процессов, происходящих в сверх-

проводящих токонесущих элементах при вводе в них тока и действии тепловых возмущений, необходимо для анализа условий, обеспечивающих устойчивую работоспособность сверхпроводящих магнитных систем и прежде всего с высоким уровнем механических напряжений.

Значительную роль в понимании процессов сохранения сверхпроводимости токонесущих элементов сверхпроводящих магнитных систем играет теория тепловой стабилизации. Ее основные положения были сформулированы в рамках модели, согласно которой распределение тока по сечению композита предполагается равномерным, а мощность джоулева тепловыделения определяется мгновенными значениями изменения соответствующего температурного поля [1,2]. Согласно разработанной теории, выделение джоулева тепла в сверхпроводящем композите начинается в тот момент, когда его температура превышает температуру начала деления тока T_{CI} , при которой плотность введенного тока становится равной критической плотности тока композита. При ее превышении ток разделяется между сверхпроводником и матрицей, а после достижения критической температуры сверхпроводника T_C он протекает только по матрице. Эти предположения позволяют не только упростить используемые методы анализа, но и получить аналитические критерии стабильности сверхпроводящего состояния [1,2]. Однако эта модель справедлива для квазистационарных токов [3,4]. Существование подобных состояний весьма условно в силу ряда причин. Во-первых, в ответ на любое внешнее возмущение внутри сверхпроводника обязательно происходит изменение электромагнитного поля, которое должно сопровождаться соответствующим выделением тепла. Во-вторых, при вводе тока его распределение по

сечению композита, как правило, неравномерно. Следует также отметить, что для адекватного анализа электродинамических состояний сверхпроводящих композитов необходимо учитывать взаимосвязанный характер изменения температуры сверхпроводника и происходящую внутри него диффузию магнитного потока на протяжении всего процесса ввода тока [5,6]. В связи с этим в настоящей работе на основе численного решения системы уравнений Фурье и Максвелла исследованы характерные физические особенности диссипативных явлений в композитном сверхпроводнике, инициированных импульсными тепловыми возмущениями различной длительности. Решение данной проблемы позволит оценить правомерность использования более упрощенных моделей, разработанных в рамках существующей теории стационарной стабилизации, которые не принимают во внимание одновременно происходящие в сверхпроводниках тепловые и электромагнитные явления.

Модель

Исследуем в рамках неизотермической модели диссипацию энергии внутри сверхпроводящего композита круглого сечения при вводе в него тока с заданной скоростью и действии внешнего протяженного теплового возмущения, расположенного вблизи наружной поверхности композита. Пусть в начальный момент времени ток в многоволоконном сверхпроводящем композите, охлажденном до температуры хладагента, отсутствует. Будем также полагать, что сверхпроводник равномерно распределен по сечению композита; вольт-амперная характеристика сверхпроводника учитывает крип магнитного потока и описывается экспоненциальной зависимостью, предложенной в [7]; на поверхности композита имеет место конвективный теплообмен с постоянным коэффициентом теплоотдачи; изменение тока происходит с постоянной скоростью, он вводится сторонним источником после того, как заданное внешнее магнитное поле полностью проникло внутрь сверхпроводящей области; мощность внешнего источника тепловыделения за время его действия постоянна, он равномерно распределен по длине композита и действует в тонком поверхностном слое $\Delta r = r_0 - r_q = 0.1r_0$.

Согласно поставленной задаче, силовые линии магнитного поля, создаваемые вводимым током, concentричны оси цилиндра, а сам ток проникает в композит с его поверхности. Поэтому в цилиндрической системе координат изменение температуры в пространстве и во времени описывается одномерным нестационарным уравнением вида

$$c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + EJ + q(r, t), \quad (1)$$

в котором плотность тока и соответствующее ему распределение напряженности электрического поля в рам-

ках используемой модели сплошной среды связаны соотношениями

$$\begin{aligned} \mu_0 \frac{\partial J}{\partial t} &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial E}{\partial r} \right), \\ E &= J_s \rho_s \exp \left(\frac{J_s}{J_\delta} + \frac{T - T_C}{T_\delta} \right) = J_m \rho_m, \\ J &= \eta J_s + (1 - \eta) J_m. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь c, λ — коэффициенты объемной теплоемкости и теплопроводности композита соответственно; ρ_s, ρ_m — удельное электросопротивление сверхпроводника и матрицы; J_s, J_m — токи, протекающие по сверхпроводнику и матрице соответственно; η — коэффициент заполнения композита сверхпроводником; T_C — критическая температура сверхпроводника; J_δ, T_δ — параметры нарастания вольт-амперной характеристики сверхпроводника; $q(r, t)$ — заданная мощность внешнего источника теплового возмущения

$$q(r, t) = \begin{cases} q_0 = \text{const}, & r_q \leq r \leq r_0, \quad t_1 \leq t \leq t_1 + \Delta t, \\ 0, & t > t_1 + \Delta t. \end{cases}$$

В соответствии с рассматриваемой проблемой системы (1), (2) удовлетворяют следующие начально-краевые условия

$$T(r, 0) = T_0, \quad E(r, 0) = 0,$$

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial r} + h(T - T_0)|_{r=r_0} = 0, \quad \frac{\partial E}{\partial r}|_{r=r_0} = \frac{\mu_0}{2\pi r_0} \frac{dI}{dt}, \quad (3)$$

где r_0 — радиус композита, h — коэффициент теплоотдачи, $dI/dt = \text{const}$ — скорость ввода тока, T_0 — температура хладагента.

Задача (1)–(3) позволяет исследовать в наиболее полной постановке физические особенности процессов, протекающих в сверхпроводящих композитах как до, так и после возникновения неустойчивости, не разделяя проблему на тепловую и электродинамическую. Именно данный подход, согласно результатам работ [5,6], должен лежать в основе изучения явлений, происходящих в сверхпроводящих средах при высоких скоростях изменения тока или внешнего магнитного поля, адиабатических условий изоляции токонесущих элементов сверхпроводящих магнитных систем. Следует также отметить, что с помощью принятой в настоящей работе простейшей формы внешнего теплового возмущения возможно описать наиболее опасные кратковременные возмущения, действующие на поверхности композита. В этом случае вид теплового импульса слабо влияет на его конечное тепловое состояние [1,2].

Нелинейный характер системы (1), (2) значительно усложняет ее решение в аналитической форме. Поэтому ниже приведены результаты численного моделирования, выполненного для ниобий-титанового сверхпроводника

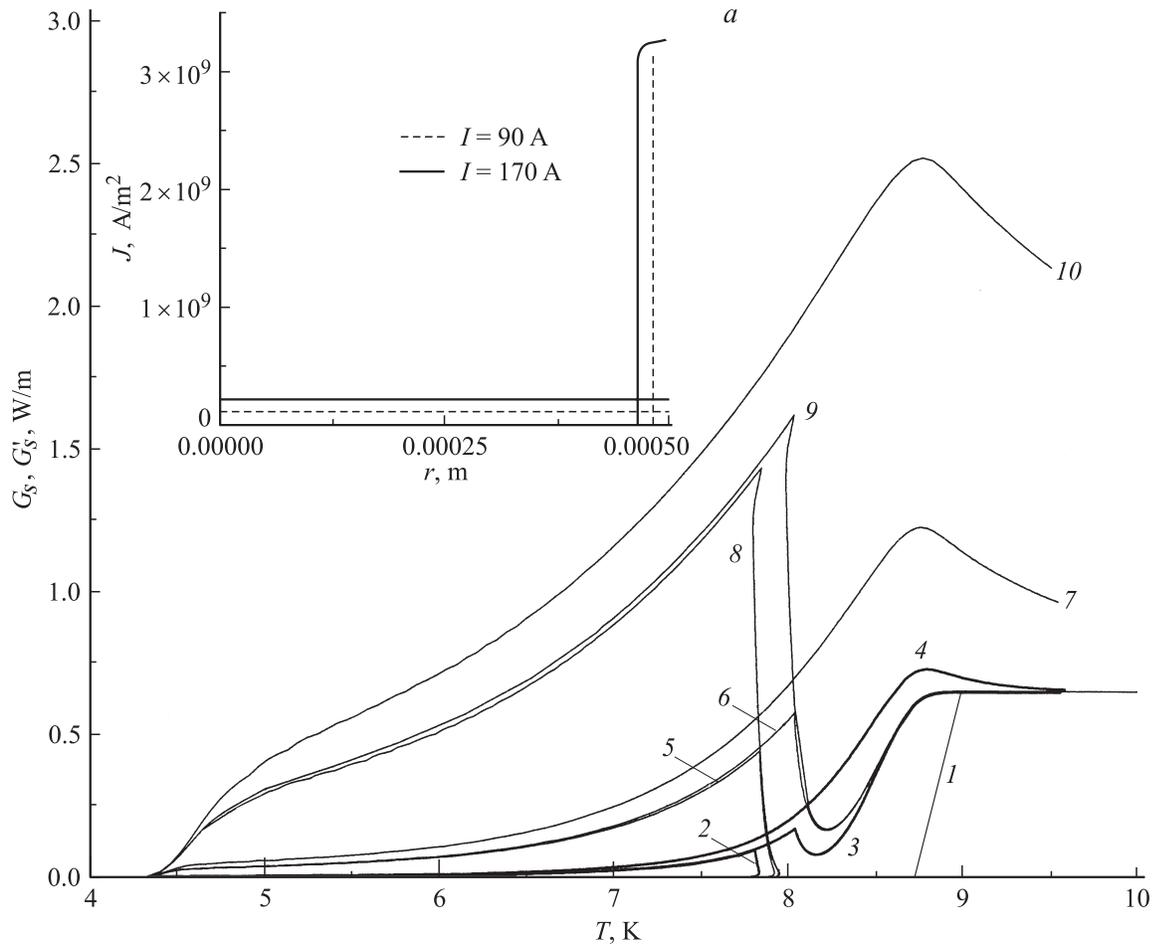


Рис. 1. *a* — температурная зависимость джоулева тепловыделения в композитном сверхпроводнике при действии внешних тепловых импульсов различной длительности и мощности после ввода тока $I_0 = 90$ А. 1 — аналитический расчет по (4); численный расчет на основе решения задачи (1)–(3) при различных Δt , q_0 : Δt , с: 2–4 — 10^{-3} ; 5–7 — 10^{-4} ; 8, 9, 10 — 10^{-5} . q_0 , 10^8 W/m³: 2 — 0.19, 3 — 0.2, 4 — 0.3, 5 — 1.9, 6 — 2, 7 — 3, 8 — 19, 9 — 20, 10 — 30. *b* — то же, что на рис. *a*, после ввода тока $I_0 = 170$ А. 1 — расчет по (4); численный расчет при различных Δt и q_0 : Δt , с: 2, 3 — 10^{-3} ; 4 — 10^{-4} ; 5 — 10^{-5} . q_0 , 10^8 W/m³: 2 — 0.13, 3 — 0.14, 4 — 1.4, 5 — 14.

в медной матрице, охлаждаемого жидким гелием. Усредненные значения исходных параметров принимались равными

$$r_0 = 5 \cdot 10^{-4} \text{ м}, \quad dI/dt = 10^4 \text{ А/с}, \quad c = 10^3 \text{ Дж/(м}^3 \cdot \text{К)},$$

$$\lambda = 100 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}, \quad h = 10 \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К)},$$

$$T_0 = 4.2 \text{ К}, \quad T_C = 9 \text{ К}, \quad \eta = 0.5,$$

$$\rho_s = 5 \cdot 10^{-7} \Omega \cdot \text{м}, \quad \rho_m = 2 \cdot 10^{-10} \Omega \cdot \text{м},$$

$$J_\delta = 4 \cdot 10^7 \text{ А/м}^2, \quad T_\delta = 0.048 \text{ К}.$$

При этом следует отметить, что учет соответствующих зависимостей заданных параметров от температуры не изменяет качественный характер сформулированных выводов, так как они вносят только количественную поправку.

Результаты

На рис. 1 представлены температурные зависимости мощности джоулевых тепловыделений, приведенные к единице длины композита,

$$G_s = \int_0^{r_0} EJr \, dr.$$

Они инициировались возмущениями различной длительности и мощности при вводе в композит тока, много меньше так называемого тока срыва ввода (ток, при котором происходит необратимый переход сверхпроводящего композита в нормальное состояние). Согласно [5], он определяется как ток, после достижения которого при соответствующем учете изменения температуры композита, предшествующей возникновению неустойчивости, происходит спонтанный переход композита

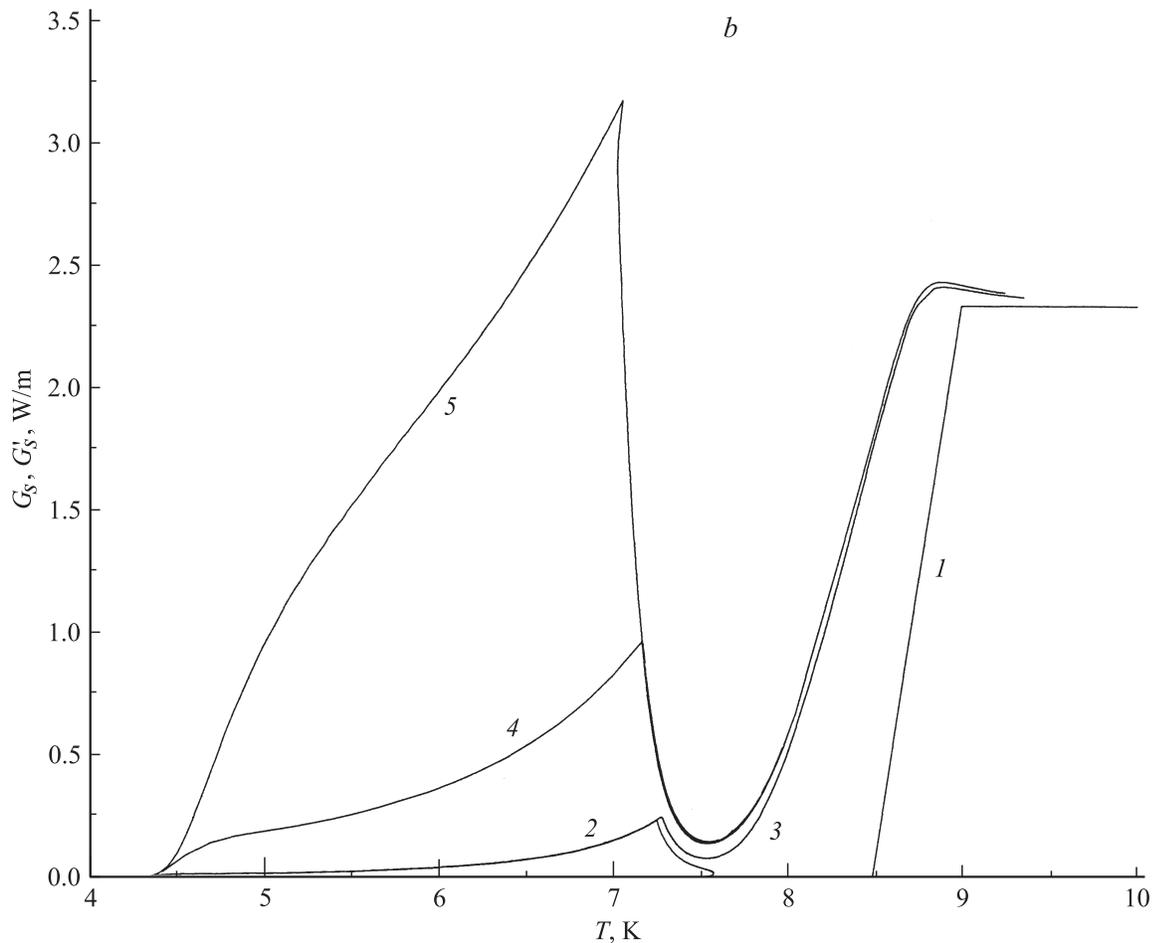


Рис. 1 (продолжение).

в нормальное состояние, даже несмотря на прекращение ввода тока. Заданные в исследуемом случае возмущения, докритические (без разрушения сверхпроводящего состояния) и закритические (с переходом сверхпроводника в нормальное состояние), определяют границу тепловой устойчивости сверхпроводящего состояния композита, существующей для каждого из введенных токов. Вычисления проводились в предположении, что ввод прекращался при $t \geq t_1 + \Delta t$. Распределение тока по радиусу в моменты времени, предшествующие действию возмущения ($t = t_1$), приведены на вставке к рис. 1, а. На рис. 1 также приведены соответствующие значения мощности тепловыделения, рассчитанные по формуле, принятой в теории тепловой стабилизации. Последняя в терминах настоящей работы описывается выражением

$$G'_s = \frac{S}{2\pi} \frac{J_e^2 \rho_m}{1 - \eta} \times \begin{cases} 1, & T > T_c, \\ \frac{(T - T_{Cl})}{(T_c - T_{Cl})}, & T_{Cl} \leq T \leq T_c, \\ 0, & T < T_{Cl} = T_c - (T_c - T_0) \frac{J_e}{J_{C0}}. \end{cases} \quad (4)$$

Здесь J_{C0} — критическая плотность тока сверхпроводника с „идеальной“ вольт-амперной характеристикой ($J_\delta, T_\delta \rightarrow 0$), которая, согласно [7], появляется как условно принятая величина в предположении равенства нулю показателя экспоненты в выражении для вольт-амперной характеристики $J_{C0} = J_\delta(T_c - T_0)/T_\delta$. Для заданных выше параметров она равна $J_{C0} = 4 \cdot 10^9 \text{ A/m}^2$. Плотность тока J_e пересчитывалась в предположении равномерного распределения введенного тока по сечению композита. Соответствующие значения J_e приведены на вставке к рис. 1, а.

Приведенные на рис. 1 кривые наглядно демонстрируют, что в результате действия внешнего теплового возмущения диссипативные процессы, происходящие в композите даже на стадии его устойчивого сверхпроводящего состояния, сопровождаются дополнительными джоулевыми тепловыделениями, интенсивность которых зависит от мощности импульса. При действии возмущений, близких к критическим, тепловые потери существенно возрастают с уменьшением длительности импульса. При этом имеет место не только явная тенденция к заметному отклонению реальных значений $G_s(T)$ от упрощенных зависимостей $G'_s(T)$, вычисленных по

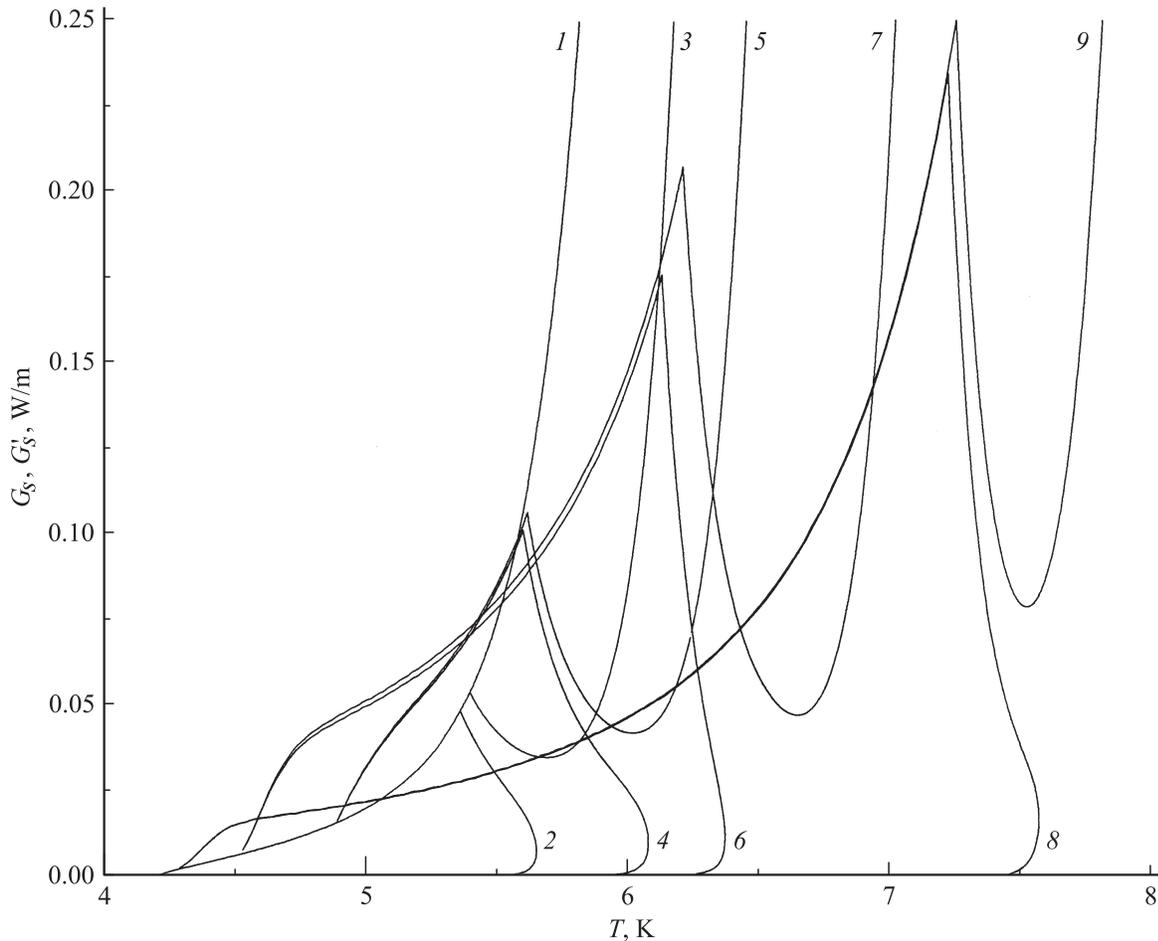


Рис. 2. Изменение джоулева тепловыделения с температурой в случае действия внешних тепловых импульсов длительностью $\Delta t = 10^{-3}$ с при введении токов I_0 , близких к току срыва. 1 — непрерывный ввод тока. $q_0, 10^7$ W/m³: 1–3 — 0; 4 — 0.189; 5 — 0.192; 6 — 0.6; 7 — 0.62; 8 — 1.3; 9 — 1.4. I_0, A : 2 — 359; 3 — 360; 4, 5 — 330; 6, 7 — 270; 8, 9 — 170.

формуле (4), но и возникновение в зависимости $G_s(T)$ немонотонно изменяющихся участков, областей многозначности. В результате внешние тепловые возмущения могут заметно увеличивать фоновую температуру композита, предшествующую возникновению неустойчивости. Вследствие этого при действии кратковременных тепловых импульсов возможно существенное уменьшение диапазона температур, при котором влиянием дополнительных тепловых потерь можно пренебречь. Следует также обратить внимание на то, что использование модели (1)–(3) для определения джоулева тепловыделения в процессе развития в сверхпроводящем композите термомагнитной неустойчивости приводит по сравнению с выражением (4) не только к существованию максимума в зависимости $G_s(T)$, но и к более высоким значениям мощности тепловыделения, генерируемого даже после того, как температура сверхпроводника превысила его критическое значение. В наибольшей степени данная закономерность наблюдается при действии закритических возмущений. Это связано с лавинообразным характером развития неустойчивости,

сопровождающимся резким нарастанием напряженности электрического поля, развиваемого внутри композита, затухание которого после достижения максимального значения происходит за конечный период времени.

Из рис. 1 следует, что для рассматриваемых значений введенных токов значение температуры, при которой возникает неустойчивость, инициированная тепловым импульсом ниже температуры начала деления тока. В то же время по мере увеличения тока, протекающего по композитному сверхпроводнику, и при его приближении к току срыва допустимая мощность внешних возмущений должна уменьшаться вплоть до нулевого значения в силу возникновения и спонтанного развития термомагнитной неустойчивости [5]. В связи с этим непосредственный интерес представляет исследование дополнительного тепловыделения в температурном интервале от T_0 до T_{CI} для токов, близких к току срыва. На рис. 2 кривые 2, 3 описывают теплоэлектродинамические состояния композита, в которых он находится в отсутствие внешних возмущений после прекращения процесса ввода токов, значения которых близки к току срыва.

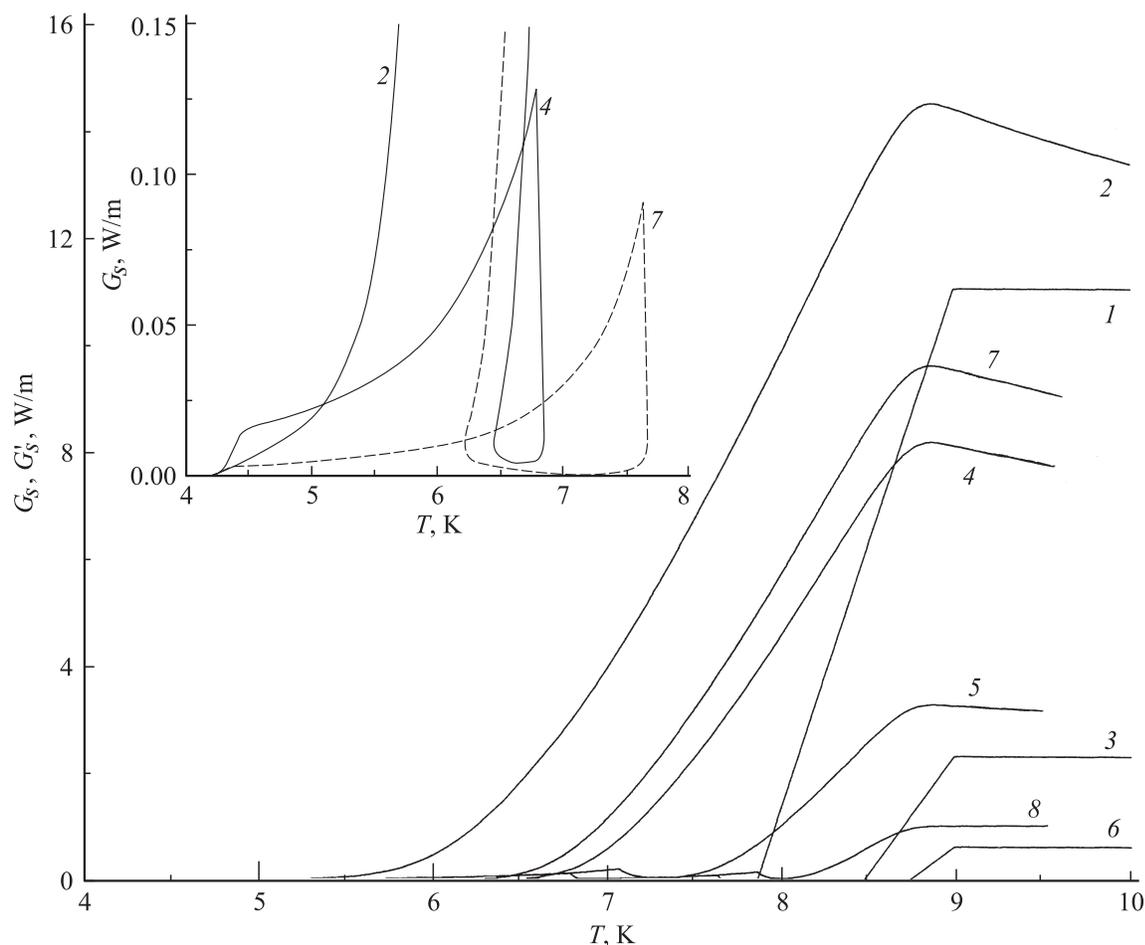


Рис. 3. Зависимость джоулева тепловыделения от температуры при непрерывном вводе тока и действии внешних тепловых импульсов. 1, 3, 6 — расчет по (4), выполненный для введенных токов I , равных 360, 170 и 90 А соответственно. $q_0, 10^8 \text{ W/m}^3$: 2 — 0; 4 — 0.12; 5 — 0.13; 7 — 0.18; 8 — 0.19. $I, \text{ A}$: 4, 5 — 170; 7, 8 — 90.

Кривая 2 соответствует току, несколько меньшему тока срыва, кривая 3 — незначительно его превышающему. Поэтому в первом случае сверхпроводящий композит не переходит в нормальное состояние, несмотря даже на существование конечного значения джоулева тепловыделения. Но во втором случае возникающая термомагнитная неустойчивость приводит к разрушению сверхпроводящих свойств композита даже при условии прекращения ввода тока. Для анализа влияния теплового возмущения на характер тепловыделения вблизи тока срыва мощность внешних тепловых возмущение задавалась так, чтобы они по своему значению соответствовали двум характерным конечным состояниям композита, или сверхпроводящему, или нормальному. Как и следовало ожидать, по мере увеличения вводимого тока вплоть до значения тока срыва величина дополнительного тепловыделения, инициируемого докритическими возмущениями, уменьшается. Тем не менее во внимание необходимо принимать, что неустойчивость всегда возникает при температурах, меньших соответствующих значений температур начала деления тока. Вследствие

этого в результате развития неустойчивости в диапазоне температур, еще не превышающих T_{CI} , имеют место существенные дополнительные тепловыделения. В существующей теории, как следует из (4), тепловыделения в данном температурном интервале полностью игнорируются.

Результаты, представленные на рис. 1, 2, соответствуют предельному случаю, рассмотренному в предположении прекращения ввода тока в моменты времени действия внешнего теплового возмущения и после его окончания. Данное приближение позволяет непосредственно оценить роль импульсного возмущения на характер дополнительного джоулева тепловыделения, инициируемого перераспределением тока внутри композита, вызванного воздействием тепловым импульсом. В то же время в реальных случаях ввод тока происходит непрерывно. В связи с этим рассмотрим изменение характера протекающих диссипативных процессов для случая непрерывного ввода в композит тока, принимая во внимание существование тока срыва. На рис. 3 представлены соответствующие температурные зависимости

мощности джоулевых тепловыделений $G_s(T)$, инициируемые возмущениями с различной мощностью и длительностью, равной $\Delta t = 10^{-3}$ с. Здесь же приведены соответствующие значения $G'_s(T)$, описываемые упрощенной формулой (4), вычисленные для токов, после достижения которых на композит действовало возмущение. На вставке к рис. 3 показан нетривиальный характер изменения зависимостей $G_s(T)$, которые имеют место в сверхпроводящем композите непосредственно после прекращения действия тепловых возмущений.

Данные результаты наглядно демонстрируют, что при непрерывном вводе тока во всем диапазоне температур от T_0 до T_C наблюдается сильная зависимость джоулевого тепловыделения от величины действующих внешних тепловых возмущений. При этом важно отметить не только их отличие от упрощенных зависимостей, которые следуют из существующей теории тепловой стабилизации, но и неожиданное на первый взгляд преждевременное возникновение неустойчивости при действии так называемых докритических возмущений. Как следует из уже обсужденных результатов (рис. 1, 2), понятие докритического и закритического возмущений появляется для случаев, предполагающих либо сохранение, либо разрушение сверхпроводящего состояния композита, но после прекращения ввода тока. На рис. 3 кривые 4 и 7 описывают изменение теплового состояния композита при непрерывном вводе тока и действии докритических возмущений, определенных вышеуказанным образом. Они лежат ниже кривой 2, соответствующей самопроизвольному переходу композита в нормальное состояние после ввода тока, превышающего ток срыва. Поэтому изменение теплового состояния сверхпроводящих композитов, показанное на рис. 3 кривыми 4 и 7, а следовательно, кривыми 5 и 8, происходит в конечном счете в результате развития в них термомагнитной неустойчивости. Существование данной нетривиальной особенности в характере совместного протекания теплового и электродинамического процессов в композитных сверхпроводниках в случае действия докритического внешнего теплового возмущения, определяемого для фиксированного значения тока, является прямым следствием тепловой природы, лежащей в основе возникновения термомагнитных неустойчивостей в сверхпроводящих средах. Согласно [5], общее допустимое количество тепла, выделяемого в сверхпроводнике независимо от характера возмущения, всегда ограничено. Поэтому он переходит в нормальное состояние при выделении суммарной энергии, превышающей для каждого конкретного случая определенное критическое значение.

Таким образом, в сверхпроводящих композитах с неравномерно распределенным током внешние тепловые возмущения могут приводить к интенсивным тепловым потерям. Они возможны как на стадии устойчивых сверхпроводящих состояний, так и при развитии неустойчивости. Результатом их действия является повышение температуры сверхпроводника на протяжении

всего процесса перераспределения тока, индуцированного тепловым импульсом. Поэтому используемое в существующей теории тепловой стабилизации упрощенное выражение, сформулированное для определения мощности джоулевого тепловыделения в предположении неизменяемого со временем тока, равномерно распределенного по сечению композита, может приводить в случае действия тепловых импульсов малой длительности к их заметно заниженным значениям во всем диапазоне изменения температуры сверхпроводящего композита. Более того, при непрерывном вводе тока дополнительные тепловыделения могут приводить к преждевременному переходу композитного сверхпроводника в нормальное состояние даже в случаях действия возмущений весьма малой мощности. В рамках теории, разработанной без учета происходящих в токонесущих элементах реальных диссипативных процессов, являющихся прямым следствием взаимного влияния друг на друга их теплового и электромагнитного состояний, корректно описать соответствующее изменение условий стабильности сверхпроводящего состояния не представляется возможным. Поэтому обсужденные результаты, во-первых, продемонстрировали физические особенности диссипативных процессов, происходящих в сверхпроводящих токонесущих элементах при вводе в них тока и действия внешних тепловых возмущений. Во-вторых, они приводят к необходимости рассмотреть с новой точки зрения проблему прогнозирования условий их безопасной работоспособности, адекватно учитывающей неизбежное уменьшение диапазона рабочих токов вследствие действия тепловых импульсов различной природы.

Работа выполнена в рамках проекта № 01-02-16252а Российского фонда фундаментальных исследований.

Список литературы

- [1] Уилсон М. Сверхпроводящие магниты. М.: Мир, 1985. 407 с.
- [2] Альтов В.А., Зенкевич В.Б., Кремлев М.Г., Сычев В.В. Стабилизация сверхпроводящих магнитных систем. М.: Энергоатомиздат, 1984. 312 с.
- [3] Пухов А.А., Рахманов А.Л. // Сверхпроводимость: физика, химия, техника. 1992. Т. 5. № 9. С. 1620–1628.
- [4] Пухов А.А., Рахманов А.Л. // Сверхпроводимость: физика, химия, техника. 1993. Т. 6. № 6. С. 1165–1174.
- [5] Keilin V.E., Romanovskii V.R. // Cryogenics. 1993. Vol. 33. N 10. P. 986–994.
- [6] Романовский В.Р. // Докл. РАН. 1994. Т. 336. № 3. С. 341–344.
- [7] Dorofejev G.L., Imenitov A.D., Klimenko E.Yu. // Cryogenics. 1980. Vol. 20. N 6. P. 307–312.