

05:07

Асимметричный резонатор Фабри–Перо с произвольно-неоднородным слоем внутри

© А.А. Геворгян,¹ А.Ж. Хачатрян,² Н.М. Испирян²

¹ Ереванский государственный университет,
375025 Ереван, Армения

² Государственный инженерный университет Армении,
375046 Ереван, Армения
e-mail: agevorgyan@ysu.am

(Поступило в Редакцию 17 сентября 2002 г.)

Предложен новый метод определения амплитуд отражения и прохождения плоской произвольно поляризованной электромагнитной волны, падающей наклонно на неоднородный диэлектрический слой, находящийся внутри асимметричного резонатора Фабри–Перо. Получены алгебраические соотношения, связывающие амплитуды рассеяния волны, для слоя, граничащего с различными однородными полубесконечными средами с амплитудами рассеяния для того же слоя, граничащего с обеих сторон с вакуумом. Рассматриваются три конкретных примера, соответствующих реальным ситуациям, для которых выполнены соответствующие численные вычисления и проведено обсуждение полученных результатов.

Введение

Проблема распространения электромагнитных волн в случайных неупорядоченных средах уже много лет является одной из центральных задач в теории волн [1–6]. Хорошо известно, что даже приближенное рассмотрение проблемы для двух- и трехмерных систем сопряжено с большими математическими трудностями. Одновременно интерес к исследованиям различных свойств одномерных случайных или произвольно слоистых структур резко повышается [7–13]. Это, во-первых, связано с техническим прогрессом по созданию искусственных систем с заданными наперед структурными и композиционными свойствами, а также с расширением возможных областей их практического применения.

В настоящее время получили большое применение различные оптические устройства на основе планарных и тонкопленочных слоистых структур [9,14–16]. Так, для использования в качестве высококачественных зеркал [15,17–19] широкое применение находят одномерные металлодиэлектрические фононные кристаллы. Всевозможные сочетания фотонных кристаллов с различными

слоистыми структурами также представляют большой интерес. В частности, на этой основе возможно создание устройств по задержке сигнала в реальном времени [20], высокоэффективной подложки для антенны, оптического диода и ограничителя [21–23], оптических сенсоров и модуляторов [24,25].

В данной работе нами рассматривается задача определения амплитуды отражения (АО) и амплитуды прохождения (АП) произвольно поляризованной плоской электромагнитной волны, падающей наклонно на одномерный неоднородный диэлектрический слой, заключенный между двумя различными полубесконечными слоями (асимметричный резонатор Фабри–Перо со слоем неоднородной среды, рис. 1). Такая структура имеет множество применений. В частности, такими системами являются резонаторы лазеров, различные акусто-, электро- и магнитооптические устройства, дифракционные фильтры, зеркала и т.д.

Постановка задачи

Пусть имеется слой изотропной диэлектрической среды, неоднородный в z направлении и однородный в x , y направлениях, который граничит с обеих сторон с двумя различными однородными полубесконечными диэлектрическими средами (рис. 1)

$$\varepsilon(z) = \begin{cases} \varepsilon_1, & z < 0, \\ \varepsilon_0, & 0 \leq z < a - \Delta/2, \\ \varepsilon(z), & a - \Delta/2 \leq z \leq a + \Delta/2, \\ \varepsilon_0, & a + \Delta/2 < z \leq d, \\ \varepsilon_2, & z > d, \end{cases} \quad (1)$$

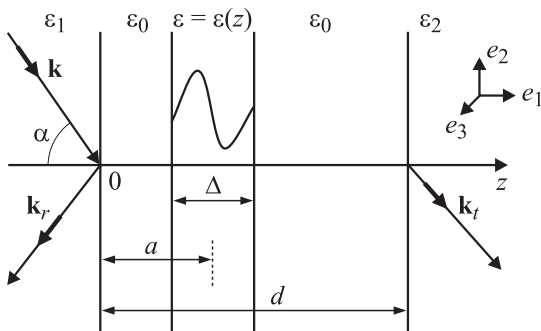


Рис. 1. Прохождение света через 1D слой, находящийся между двумя различными изотропными полуплоскостями.

где $\varepsilon(z)$ — произвольная функция; $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ в общем случае различны.

Пусть волновой вектор \mathbf{k} лежит в плоскости (x, z) . Тогда, рассматривая электрическое и магнитное поля как реальные части комплексных векторов $\mathbf{E} \exp\{-i\omega t\}$ и $\mathbf{H} \exp\{-i\omega t\}$, пространственную зависимость \mathbf{E} и \mathbf{H} можно представить в виде

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \begin{cases} \mathbf{E}_0 \exp\{i\mathbf{k}\mathbf{r}\} + \mathbf{E}_r \exp\{i\mathbf{k}_r\mathbf{r}\}, & z < 0, \\ \mathbf{E}_t \exp\{i\mathbf{k}_t\mathbf{r}\}, & z > d, \end{cases} \quad (2)$$

где \mathbf{E}_0 , \mathbf{E}_r и \mathbf{E}_t — амплитуды соответственно падающей, отраженной и прошедшей волн.

Волновые векторы \mathbf{k} и \mathbf{k}_r имеют одинаковое значение ($k = \omega\sqrt{\varepsilon_1}/c$) и лежат в плоскости xz . Отметим, что магнитное поле имеет аналогичное (2) асимптотическое поведение. Обозначая угол падения через α волновые векторы падающей и отраженной волн, можно представить в виде

$$\mathbf{k} = k_1 \cos \alpha \mathbf{e}_1 + k_1 \sin \alpha \mathbf{e}_2$$

и

$$\mathbf{k}_r = -k_1 \cos \alpha \mathbf{e}_1 + k_1 \sin \alpha \mathbf{e}_2, \quad (3)$$

где \mathbf{e}_1 , \mathbf{e}_2 , \mathbf{e}_3 — единичные базисные векторы для осей z , x , y направлений соответственно.

Вследствие сохранения плотности потока энергии электромагнитной волны, волновой вектор прошедшей волны не зависит от показателя преломления слоя и определяется только углом падения и показателями преломления первой и второй полубесконечных сред

$$\mathbf{k}_t = k_2 \cos \beta \mathbf{e}_1 + k_2 \sin \beta \mathbf{e}_2, \quad (4)$$

где β — угол преломления ($\sqrt{\varepsilon_1} \sin \alpha = \sqrt{\varepsilon_2} \sin \beta$) и $k_2 = \omega\sqrt{\varepsilon_2}/c$.

Как известно, произвольно поляризованная плоская волна может быть представлена как суперпозиция s - и p -поляризованных волн. Основным свойством данных волн является то, что они не меняют своей поляризации при рассеянии

$$\mathbf{E}_{i,r,t} = E_{i,r,t}^s \mathbf{n}_s + E_{i,r,t}^p \mathbf{n}_p, \quad (5)$$

где индексы i , r , t обозначают падающую, отраженную и прошедшую волны соответственно; \mathbf{n}_s и \mathbf{n}_p — орты s - и p -поляризации.

Для p -поляризации вектор электрического поля находится в плоскости параллельной плоскости слоя, а для s -поляризации электрический вектор расположен в плоскости падения. Представляя $E^s(x, z)$ и $H^p(x, z)$ в виде $E^s(x, z) = E^s(z)U(x)$ и $H^p(x, z) = H^p(z)V(x)$, из уравнения Максвелла и асимптотического уравнения (2) для $E^s(x, z)$ и $H^p(x, z)$ можно записать следующие волновые уравнения [1,2]:

$$\frac{d^2 E^s(z)}{dz^2} + \frac{\omega^2}{c^2} (\varepsilon(z) - \varepsilon_1 \sin^2 \alpha) E^s(z) = 0, \quad (6)$$

$$\frac{d}{dz} \left(\frac{1}{\varepsilon(z)} \frac{dH^p(z)}{dz} \right) + \frac{\omega^2}{c^2} \left(1 - \frac{\varepsilon_1 \sin^2 \alpha}{\varepsilon(z)} \right) H^p(z) = 0. \quad (7)$$

Отметим, что согласно закону преломления, член $\varepsilon_1 \sin^2 \alpha$ в (6) и (7) можно было записать также в виде $\varepsilon_2 \sin^2 \beta$. Последнее обстоятельство выражает тот факт, что угол преломления β не зависит от параметров слоя (от толщины слоя и от его показателя преломления) и определяется исключительно только углом падения α и диэлектрическими константами первой и второй полубесконечных сред ε_1 , ε_2 .

Используя граничные условия (2), для комплексных амплитуд прохождения и отражения для s и p волн можно записать

$$T_{1,2}^s = \frac{E_t^s}{E_0^s}, \quad R_{1,2}^s = \frac{E_r^s}{E_0^s}$$

и

$$T_{1,2}^p = \frac{H_t^p}{H_0^p}, \quad R_{1,2}^p = \frac{H_r^p}{H_0^p}. \quad (8)$$

Из волновых уравнений (6), (7) легко увидеть, что следующие величины, составленные из электрической и магнитной компонент s - и p -волн, не зависят от z

$$E^s = \frac{d(E^s)^*}{dz} - (E^s)^* \frac{dE^s}{dz} = \text{const}, \quad (9)$$

$$\frac{1}{\varepsilon(z)} \left[H^p \frac{d(H^p)^*}{dz} - (H^p)^* \frac{dH^p}{dz} \right] = \text{const}. \quad (10)$$

Условия (9), (10) выражают закон сохранения плотности потока электромагнитной волны для s - и p -волн соответственно. Используя асимптотическое поведение поля левее и правее слоя (2), и условия (9), (10), мы находим следующие соотношения:

$$k_1 \cos \alpha (|E_0^s|^2 - |E_r^s|^2) = k_2 \cos \beta |E_t^s|^2, \quad (11)$$

$$\frac{k_1 \cos \alpha}{\varepsilon_1} (|H_0^p|^2 - |H_r^p|^2) = \frac{k_2 \cos \beta}{\varepsilon_2} |H_t^p|^2. \quad (12)$$

Согласно (8), условия (11) и (12) могут быть представлены в виде

$$\begin{aligned} 1 + |R_{1,2}^s|^2 &= \frac{k_2 \cos \beta}{k_1 \cos \alpha} |T_{1,2}^s|^2, \\ 1 + |R_{1,2}^p|^2 &= \frac{k_1 \cos \beta}{k_2 \cos \alpha} |T_{1,2}^p|^2. \end{aligned} \quad (13)$$

Задача состоит в определении амплитуд рассеяния (8) при данных параметрах системы (ε_1 , ε_2 , $\varepsilon(z)$, d , Δ , a), а также угла падения и длины волны.

Задача рассеяния на диэлектрическом слое, находящемся между двумя однородными полубесконечными средами

Рассмотрим задачу рассеяния электромагнитной волны для диэлектрического слоя с произвольной зависимостью $\varepsilon(z)$, заключенного между двумя различными

полубесконечными средами с диэлектрическими константами ε_1 и ε_2 . Общее решение уравнений (6) и (7) в областях $z < 0$ и $z > d$ представить в виде

$$A^{s,p} \exp\{ik_{1z}z\} + B^{s,p} \exp\{-ik_{1z}z\}, \quad z < 0,$$

$$C^{s,p} \exp\{ik_{2z}z\} + D^{s,p} \exp\{-ik_{2z}z\}, \quad z > d, \quad (14)$$

где $k_{1z} = k_1 \cos \alpha$, $k_{2z} = k_2 \cos \beta$.

Тогда, согласно методу трансфер-матриц [26–29], между коэффициентами решения (14) существует линейная связь

$$\begin{pmatrix} C^{s,p} \\ D^{s,p} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_{1,z}^{s,p} & \\ & k_{2,z}^{s,p} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (1/T_{1,2}^{s,p})^* & (-R_{1,2}^{s,p}/T_{1,2}^{s,p})^* \\ -R_{1,2}^{s,p}/T_{1,2}^{s,p} & 1/T_{1,2}^{s,p} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A^{s,p} \\ B^{s,p} \end{pmatrix}, \quad (15)$$

где $T_{1,2}^{s,p}$ и $R_{1,2}^{s,p}$ — амплитуды прохождения и отражения для s - и p -волн (8) соответственно.

Заметим, что в случае s -поляризованной волны $k_{1,z}^s = k_{1,z}$, $k_{2,z}^s = k_{2,z}$, а для p -волны $k_{1,z}^p = k_{1,z}/\varepsilon_1$ и $k_{2,z}^p = k_{2,z}/\varepsilon_2$.

Введем следующие матрицы:

$$Q_{1,0}^{s,p} = \frac{k_{1z}}{k_{0z}} \begin{pmatrix} (1/t_{1,0}^{s,p})^* & (-r_{1,0}^{s,p}/t_{1,0}^{s,p})^* \\ -r_{1,0}^{s,p}/t_{1,0}^{s,p} & 1/t_{1,0}^{s,p} \end{pmatrix}$$

и

$$Q_{0,2}^{s,p} = \frac{k_{0z}}{k_{2z}} \begin{pmatrix} (1/t_{0,2}^{s,p}) & (-r_{0,2}^{s,p}/t_{0,2}^{s,p})^* \\ -r_{0,2}^{s,p}/t_{0,2}^{s,p} & 1/t_{0,2}^{s,p} \end{pmatrix}, \quad (16)$$

где $k_{0x} = \omega/c \cos \gamma$ и $\sin \gamma = \sqrt{\varepsilon_1} \sin \alpha = \sqrt{\varepsilon_2} \sin \beta$.

В (16) $t_{1,0}$, $r_{1,0}$ ($t_{0,2}$, $r_{0,2}$) являются амплитудами прохождения и отражения электромагнитной волны для первой полубесконечной среды, когда справа от нее вакуум (амплитудами прохождения и отражения электромагнитной волны для второй полубесконечной среды, когда слева от нее вакуум). Амплитуды $t_{1,0}^{s,p}$, $r_{1,0}^{s,p}$ и $t_{0,2}^{s,p}$, $r_{0,2}^{s,p}$ могут быть представлены в виде

$$\frac{1}{t_{0,2}^s} = \frac{k_{0z} + k_{2z}}{2k_{0z}} \exp\{i(k_{2z} - k_{0z})d\},$$

$$\frac{r_{0,2}^s}{t_{0,2}^s} = \frac{k_{0z} - k_{2z}}{2k_{0z}} \exp\{i(k_{2z} + k_{0z})d\}, \quad (17)$$

$$\frac{1}{t_{0,2}^p} = \frac{\varepsilon_2 k_{0z} + k_{2z}}{2\varepsilon_2 k_{0z}} \exp\{i(k_{2z} - k_{0z})d\},$$

$$\frac{r_{0,2}^p}{t_{0,2}^p} = \frac{\varepsilon_2 k_{0z} - k_{2z}}{2\varepsilon_2 k_{0z}} \exp\{i(k_{2z} + k_{0z})d\}. \quad (18)$$

Выражения для $t_{1,0}^s$, $r_{1,0}^s$ получаются из (17) подстановкой $d = 0$ и последующей заменой k_{0z} на k_{1z} и k_{2z} на k_{0z} . Аналогично выражения для $t_{1,0}^p$, $r_{1,0}^p$ получаются из (18) подстановкой $d = 0$ и последующей заменой $\varepsilon_2 k_{0z}$ на k_{1z} и k_{2z} на $\varepsilon_1 k_{0z}$.

Матрица переноса для всей системы может быть представлена как произведение матриц (16) и матрицы

переноса для слоя, граничащего с обеих сторон с вакуумом

$$U_{1,2}^{s,p} = Q_{0,2}^{s,p} U^{s,p} Q_{1,0}^{s,p}, \quad (19)$$

где $U^{s,p}$ — матрицы переноса для слоя, граничащего с обеих сторон с вакуумом

$$U^{s,p} = \begin{pmatrix} (1/T^{s,p})^* & (-R^{s,p}/T^{s,p})^* \\ -R^{s,p}/T^{s,p} & 1/T^{s,p} \end{pmatrix}, \quad (20)$$

где $T^{s,p}$, $R^{s,p}$ — амплитуды прохождения и отражения s - и p -волн с матрицей переноса для слоя, граничащего с обеих сторон с вакуумом.

Используя (17)–(20) между амплитудами рассеяния $T_{1,2}^{s,p}$, $R_{1,2}^{s,p}$ и $T^{s,p}$, $R^{s,p}$, можно установить следующие алгебраические соотношения. Для s -волн эти соотношения имеют вид

$$\frac{1}{T_{1,2}^s} = \frac{\exp\{ik_{2z}d\}}{4k_{1z}k_{0z}} [(k_{2z} - k_{0z})(k_{0z} - k_{1z})a^s + (k_{2z} + k_{0z})(k_{0z} + k_{1z})(a^s)^* + (k_{0z} + k_{2z})(k_{1z} - k_{0z})b^s + (k_{0z} - k_{2z})(k_{0z} + k_{1z})(b^s)^*], \quad (21)$$

$$\frac{R_{1,2}^s}{T_{1,2}^s} = \frac{\exp\{ik_{2z}d\}}{4k_{1z}k_{0z}} [(k_{0z} - k_{2z})(k_{0z} + k_{1z})a^s + (k_{1z} - k_{0z})(k_{0z} + k_{2z})(a^s)^* + (k_{0z} + k_{2z})(k_{0z} + k_{1z})b^s + (k_{2z} - k_{0z})(k_{0z} - k_{1z})(b^s)^*], \quad (22)$$

где

$$a^s = \exp\{ik_{0z}d\}/(T^s)^*, \quad b^s = R^s \exp\{-ik_{0z}d\}/T^s. \quad (23)$$

А для p -волн эти соотношения имеют вид

$$\frac{1}{T_{1,2}^p} = \frac{\exp\{ik_{2z}d\}}{4\varepsilon_2 k_{1z}k_{0z}} [(k_{2z} - \varepsilon_2 k_{0z})(\varepsilon_1 k_{0z} - k_{1z})a^p + (k_{2z} + \varepsilon_2 k_{0z})(\varepsilon_1 k_{0z} + k_{1z})(a^p)^* + (\varepsilon_2 k_{0z} + k_{2z})(k_{1z} - \varepsilon_1 k_{0z})b^p + (\varepsilon_2 k_{0z} - k_{2z})(\varepsilon_1 k_{0z} + k_{1z})(b^p)^*], \quad (24)$$

$$\frac{R_{1,2}^p}{T_{1,2}^p} = \frac{\exp\{ik_{2z}d\}}{4\varepsilon_2 k_{1z}k_{0z}} [(\varepsilon_2 k_{0z} - k_{2z})(\varepsilon_1 k_{0z} + k_{1z})a^p + (k_{1z} - \varepsilon_1 k_{0z})(\varepsilon_2 k_{0z} + k_{2z})(a^p)^* + (\varepsilon_2 k_{0z} + k_{2z})(\varepsilon_1 k_{0z} + k_{1z})b^p + (k_{2z} - \varepsilon_2 k_{0z})(\varepsilon_1 k_{0z} - k_{1z})(b^p)^*], \quad (25)$$

где

$$a^p = \exp\{ik_{0z}d\}/(T^p)^*, \quad b^p = R^p \exp\{-ik_{0z}d\}/T^p. \quad (26)$$

Таким образом, как следует из (21)–(26), задача определения амплитуд рассеяния $T_{1,2}^{s,p}$, $R_{1,2}^{s,p}$ для слоя, заключенного между двумя различными однородными полубесконечными средами, сводится к задаче определения амплитуд рассеяния $T^{s,p}$, $R^{s,p}$ для того же слоя, граничащего с обеих сторон с вакуумом. Заметим, что в случае нормального падения ($R^s = -R^p$, $T^s = T^p$) между амплитудами рассеяния электрической компоненты s -волны $T_{1,2}^s$, $R_{1,2}^s$ и амплитудами рассеяния магнитной компоненты p -волны $T_{1,2}^p$, $R_{1,2}^p$ существует связь $R_{1,2}^s = -R_{1,2}^p$, $\sqrt{\varepsilon_2} T_{1,2}^s = \sqrt{\varepsilon_1} T_{1,2}^p$.

Задача рассеяния как задача Коши для волнового уравнения

Выше было показано, что между амплитудами рассеяния электромагнитной волны, падающей на диэлектрический слой, помещенный между двумя однородными полубесконечными средами, и амплитудами рассеяния волны, когда слой граничит с обеих сторон с вакуумом (рис. 1), существуют алгебраические соотношения (формулы (21)–(26)). Как будет показано ниже, задача определения $T_{1,2}^{s,p}$, $R_{1,2}^{s,p}$ может быть сформулирована как задача Коши непосредственно для волновых уравнений (6), (7).

Согласно подходу, развитому в [30,31], амплитуды рассеяния $T^{s,p}$, $R^{s,p}$ слоя с непрерывным показателем преломления $\varepsilon(z)$ — непрерывная функция и граничащего с обеих сторон с вакуумом могут быть выражены через значения реальных функций $H_{1,2}^{s,p}(z)$, $N_{1,2}^{s,p}(z)$ в точке $z = d$ с помощью следующих формул:

$$\frac{1}{T^{s,p}} = \frac{1}{2} \exp\{ik_{0z}d\} [(H_1^{s,p}(d) + N_2^{s,p}(d)) - i(N_1^{s,p}(d) - H_2^{s,p}(d))], \quad (27)$$

$$\frac{R^{s,p}}{T^{s,p}} = -\frac{1}{2} \exp\{ik_{0z}d\} [(H_1^{s,p}(d) - N_2^{s,p}(d)) - i(N_1^{s,p}(d) + H_2^{s,p}(d))]. \quad (28)$$

Функции $H_{1,2}^{s,p}(z)$, $N_{1,2}^{s,p}(z)$ являются решением следующей системы дифференциальных уравнений:

$$\frac{dN_{1,2}^s}{dz} = \frac{\omega^2}{c^2} \left[\frac{\varepsilon_1 \sin^2 \alpha - \varepsilon(z)}{k_{0z}} \right] H_{1,2}^s$$

и

$$\frac{dH_{1,2}^s}{dz} = -k_{0z} N_{1,2}^s, \quad (29)$$

$$\frac{dN_{1,2}^p}{dz} = \frac{\omega^2}{c^2} \frac{1}{k_{0z}} \left[1 - \frac{\varepsilon_1 \sin^2 \alpha}{\varepsilon(z)} \right] H_{1,2}^p$$

и

$$\frac{dH_{1,2}^p}{dz} = -\varepsilon(z) k_{0z} N_{1,2}^p \quad (30)$$

с начальными условиями

$$H_1^{s,p} = 1, \quad H_2^{s,p} = 0 \quad \text{и} \quad N_1^{s,p} = 0, \quad N_2^{s,p} = 1. \quad (31)$$

Из (29), (30) видно, что функции $H_{1,2}^{s,p}(z)$ и $N_{1,2}^{s,p}(z)$ также удовлетворяют волновым уравнениям (6) и (7). Заметим также, что в (29), (30) $k_{0z} = \frac{\omega}{c} \cos \gamma$, где γ является углом падения волны из вакуума на слой, и что для определения $T^{s,p}$, $R^{s,p}$ необходимо учитывать следующее условие: $\sin \gamma = \sqrt{\varepsilon_1} \sin \alpha = \sqrt{\varepsilon_2} \sin \beta$.

Используя (29), (30) и (21)–(26), можно показать, что амплитуды рассеяния $T_{1,2}^{s,p}$, $R_{1,2}^{s,p}$ для слоя, находящегося между двумя различными однородными полубесконечными средами, выражаются через значения функций $H_{1,2}^{s,p}(z)$ и $N_{1,2}^{s,p}(z)$ в точке $z = d$ посредством формул

$$\frac{1}{T_{1,2}^s} = \frac{1}{2} \exp\{ik_{2z}d\} \left[\left(\frac{k_{2z}}{k_{1z}} H_1^s(d) + N_2^s(d) \right) - i \left(\frac{k_{0z}}{k_{1z}} N_1^s(d) - \frac{k_{2z}}{k_{0z}} H_2^s(d) \right) \right], \quad (32)$$

$$\frac{R_{1,2}^s}{T_{1,2}^s} = -\frac{1}{2} \exp\{ik_{2z}d\} \left[\left(\frac{k_{2z}}{k_{1z}} H_1^s(d) - N_2^s(d) \right) - i \left(\frac{k_{0z}}{k_{1z}} N_1^s(d) + \frac{k_{2z}}{k_{0z}} H_2^s(d) \right) \right], \quad (33)$$

$$\frac{1}{T_{1,2}^p} = \frac{1}{2} \exp\{ik_{2z}d\} \left[\left(\frac{\varepsilon_1 k_{2z}}{\varepsilon_2 k_{1,2}} H_1^p(d) + N_2^p(d) \right) - i \left(\frac{\varepsilon_1 k_{0z}}{k_{1z}} N_1^p(d) - \frac{k_{2z}}{\varepsilon_2 k_{0z}} H_2^p(d) \right) \right], \quad (34)$$

$$\frac{R_{1,2}^p}{T_{1,2}^p} = -\frac{1}{2} \exp\{ik_{2z}d\} \left[\left(\frac{\varepsilon_1 k_{2z}}{\varepsilon_2 k_{1,2}} H_1^p(d) - N_2^p(d) \right) - i \left(\frac{\varepsilon_1 k_{0z}}{k_{1z}} N_1^p(d) + \frac{k_{2z}}{\varepsilon_2 k_{0z}} H_2^p(d) \right) \right]. \quad (35)$$

Как следует из полученного результата (32)–(35) и (29)–(31), задача определения амплитуд рассеяния для s - и p -волн $T_{1,2}^{s,p} = T_{1,2}^{s,p}(z = d)$, $R_{1,2}^{s,p} = R_{1,2}^{s,p}(z = d)$ сводится к задаче Коши для s - и p -волновых уравнений (6), (7) соответственно.

Интересно применение результата (29)–(35) для простого случая, когда слой между двумя полубесконечными средами является однородным ($\varepsilon(z) = \varepsilon = \text{const}$). В этом случае для функций $H_{1,2}^{s,p}(z)$, $N_{1,2}^{s,p}(z)$ из (29)–(31) имеем

$$H_1^s = \cos k_z z, \quad N_1^s = \frac{k_z}{k_{0z}} \sin k_z z, \\ H_2^s = -\frac{k_{0z}}{k_z} \sin k_z z, \quad N_2^s = \cos k_z z, \quad (36)$$

$$H_1^p = \cos k_z z, \quad N_1^p = \frac{k_z}{\varepsilon k_{0z}} \sin k_z z, \\ H_2^p = -\frac{\varepsilon k_{0z}}{k_z} \sin k_z z, \quad N_2^p = \cos k_z z, \quad (37)$$

где $k_z = \omega/c \sqrt{\varepsilon} \cos \varphi$ и $\varepsilon \sin \varphi = \sin \gamma$.

Подставляя (36) в (32), (33) и (37) в (34), (35), получим

$$\frac{1}{T_{1,2}^s} = \exp\{ik_{2z}d\} \left[\frac{1}{2} \left(1 + \frac{k_{2z}}{k_{1z}} \right) \cos\{k_z d\} - i \frac{k_{2z}k_{1z} + k_z^2}{2k_{1z}k_z} \sin\{k_z d\} \right], \quad (38)$$

$$\frac{R_{1,2}^s}{T_{1,2}^s} = \exp\{ik_{2z}d\} \left[\frac{1}{2} \left(1 - \frac{k_{2z}}{k_{1z}} \right) \cos\{k_z d\} + i \frac{k_z^2 - k_{1z}k_{2z}}{2k_{1z}k_z} \sin\{k_z d\} \right], \quad (39)$$

$$\frac{1}{T_{1,2}^p} = \exp\{ik_{2z}d\} \left[\frac{1}{2} \left(1 + \frac{\varepsilon_1 k_{2z}}{\varepsilon_2 k_{1z}} \right) \cos\{k_z d\} - i \frac{\varepsilon^2 k_{2z}k_{1z} + \varepsilon_2 \varepsilon_1 k_z^2}{2\varepsilon \varepsilon_2 k_{1z}k_z} \sin\{k_z d\} \right], \quad (40)$$

$$\frac{R_{1,2}^p}{T_{1,2}^p} = \exp\{ik_{2z}d\} \left[\frac{1}{2} \left(1 - \frac{\varepsilon_1 k_{2z}}{\varepsilon_2 k_{1z}} \right) \cos\{k_z d\} + i \frac{\varepsilon_2 \varepsilon_1 k_{0z}^2 - \varepsilon^2 k_{1z}k_{2z}}{2\varepsilon \varepsilon_2 k_{1z}k_z} \sin\{k_z d\} \right] \quad (41)$$

и

$$\sqrt{\varepsilon_1} \sin \alpha = \sqrt{\varepsilon} \sin \varphi = \sqrt{\varepsilon_2} \sin \beta,$$

где α является углом падения волны из первой полубесконечной среды на слой, φ есть угол преломления волны в слое, β является углом преломления волны во второй полубесконечной среде.

Выражения (38)–(41) определяют амплитуды отражения и прохождения для s - и p -поляризованных волн в случае однородного слоя, заключенного между двумя различными полубесконечными средами.

Пусть для определенности в (38)–(41) величина k_{2z} реальная, т.е. будем полагать, что $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$ или же при $\varepsilon_2 < \varepsilon_1$ угол падения α меньше предельного угла полного внутреннего отражения α' ($\sin \alpha' = \sqrt{\varepsilon_2/\varepsilon_1}$) для соприкасающихся друг с другом первой и второй полубесконечных сред. Из (38)–(41) можно получить условие полного прохождения для s - и p -волн. Заметим, что в случае, когда k_z мнимая величина ($\varepsilon_1 < \varepsilon$ или же $\alpha > \alpha''$ и $\sin \alpha'' = \sqrt{\varepsilon/\varepsilon_1}$), как для s -, так и для p -поляризации всегда существуют отраженная и прошедшая волны.

Когда k_z — реальная величина, условие $R_{1,2}^s = 0$ равносильно тому, что параметры задачи должны одновременно удовлетворять следующим двум уравнениям:

$$k_{1z} = k_{2z} \quad \text{и} \quad \sin k_z d = 0. \quad (42)$$

Из (42) следует, что полное прохождение s -волны через слой возможно только, когда первая и вторая

полубесконечные среды идентичны ($\varepsilon_1 = \varepsilon_2$) и $k_z d = \pi n$, где $n = 1, 2, \dots$.

В случае p -поляризации из (41) для условия $R^p = 0$ получим следующие два уравнения:

$$\varepsilon_2 k_{1z} = \varepsilon_1 k_{2z}, \quad \sin k_z d = 0. \quad (43)$$

Заметим, что первое уравнение (43) совпадает с известным условием Брюстера для полного прохождения p -поляризованной волны для соприкасающихся друг с другом первой и второй полубесконечных сред ($\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{\varepsilon_2/\varepsilon_1}$) [1]. Как следует из (43), условие $R^p = 0$ возможно только в случае, когда угол падения $\alpha = \operatorname{arctg} \sqrt{\varepsilon_2/\varepsilon_1}$ и $k_z d = \pi n$, где $n = 1, 2, \dots$.

Численные расчеты. Выводы

Для иллюстрации приведенных результатов мы рассмотрим следующие три примера. Первый пример соответствует однородному слою конечной толщины Δ , помещенному внутри асимметричного резонатора Фабри–Перро толщиной d . Обозначим через a расстояния между центром однородного слоя и левым плечом интерферометра (рис. 1). Заметим, что, согласно постановке задачи, между параметрами d, Δ, a должно иметь место условие $\Delta \leq d$ и $\Delta/2 \leq a \leq d - \Delta/2$. Предположим, что пространство внутри интерферометра, не занятое однородным слоем, имеет постоянную диэлектрическую константу ε_0 . Тогда для рассматриваемого случая амплитуды рассеяния волны (27), (28) примут вид

$$\frac{1}{T^s} = \exp\{ik_{0z}\Delta\} \left[\cos\{k_z\Delta\} - i \frac{k_{0z}^2 + k_z^2}{2k_{0z}k_z} \sin\{k_z\Delta\} \right], \quad (44)$$

$$\frac{R^s}{T^s} = i \exp\{i2k_{0z}a\} \frac{k_z^2 - k_{0z}^2}{2k_{0z}k_z} \sin\{k_z\Delta\}, \quad (45)$$

$$\frac{1}{T^p} = \exp\{ik_{0z}\Delta\} \times \left[\cos\{k_z\Delta\} - i \frac{(\varepsilon/\varepsilon_0)k_{0z}^2 + (\varepsilon_0/\varepsilon)k_z^2}{2k_{0z}k_z} \sin\{k_z\Delta\} \right], \quad (46)$$

$$\frac{R^p}{T^p} = i \exp\{i2k_{0z}a\} \frac{(\varepsilon_0/\varepsilon)k_z^2 - (\varepsilon/\varepsilon_0)k_{0z}^2}{2k_{0z}k_z} \sin\{k_z\Delta\}. \quad (47)$$

На рис. 2 представлены зависимости коэффициентов отражения $R^s = |R_{12}^s|^2$, $R^p = |R_{12}^p|^2$ для s - и p -поляризованных волн от угла падения α и от параметра a . Изотропный слой характеризуется коэффициентом преломления

$$n = \sqrt{\varepsilon} = n' + n'', \quad (48)$$

где n'' — коэффициент поглощения.

На рис. 3 представлены зависимости параметра $Q^{s,p} = 1 - (R^{s,p} + T^{s,p})$, характеризующего поглощенную в системе энергию световой волны от угла падения α и от параметра a . Как видно, величины $Q^{s,p}$ осциллируют, причем амплитуды этих осцилляций для s - и p -волн

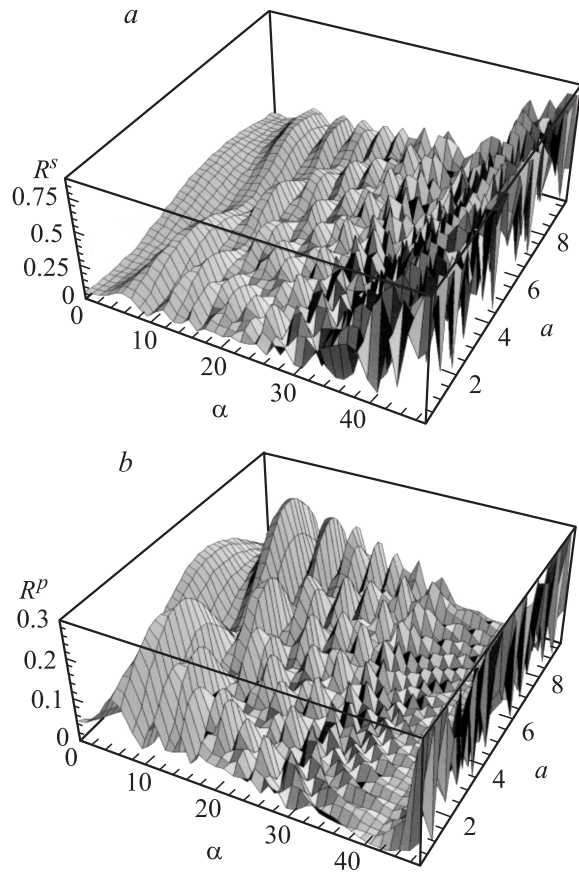


Рис. 2. Зависимость коэффициентов отражения для s - и p -волн R^s (а) и R^p (б) от угла падения α и от параметра a . Длина волны падающего света $\lambda = 0.5 \mu\text{m}$. Параметры системы: $\epsilon_0 = 1$, $\epsilon_1 = 1.69$, $\epsilon_2 = 3.24$, $\epsilon = 2.25 + i0.1$, $d = 10 \mu\text{m}$, $\lambda = 0.5 \mu\text{m}$, $\Delta = 0.5 \mu\text{m}$.

различны. Осцилляции сами также модулированы. $Q^{s,p}$ изменяются в широких пределах, причем, например, $Q^{s,p}$ изменяется от режима с аномально сильным поглощением к режиму с аномально слабым поглощением [33]. Эти свойства, естественно, могут найти широкое применение, в частности для создания систем с управляемым отражением, пропусканием и поглощением.

А теперь рассмотрим случай, когда слой между двумя полубесконечными средами является периодически неоднородной средой с $\epsilon(z) = \epsilon(1 + c \sin^2 bz)$, где $b = 2\pi/\sigma$, σ — период, c — амплитуда модуляции. На рис. 4, а представлена зависимость коэффициента отражения R от длины волны λ , на рис. 4, б — зависимость поглощения излучения Q от длины волны λ , на рис. 4, в — зависимость коэффициента отражения R от угла падения α . На рис. 4, г приведена зависимость коэффициента отражения от параметра a . Сплошные кривые соответствуют s -поляризованной волне, а штриховые кривые — p -поляризованной волне. Как видно из рис. 4, а–с, существует конечная область (и в зависимости от длины волны и в зависимости от угла падения), где коэффициент отражения равен единице (запрещенная зона). В запрещенной зоне $|R|^2 \approx 1$. Это

является аналогом брэгговского отражения рентгеновских лучей от кристаллических плоскостей и является проявлением дифракции электромагнитной волны от периодической структуры среды. Зависимость коэффициента отражения от параметров задачи различны для s - и p -волн. В отличие от s -волн, для p -волн отсутствует отражение, когда свет падает под углом Брюстера: наши вычисления показывают, что это имеет место для любой толщины слоя. К тому же для s - и p -волн различны как ширины областей брэгговского отражения, так и их частотное местоположение. Отметим также, что вне области брэгговского отражения коэффициент отражения уменьшается осциллируя. Эти осцилляции модулированы и обусловлены как дифракцией света в ограниченном объеме, так и многократными отражениями от диэлектрических границ. При углах падения $|\alpha| > 50^\circ$ имеет место полное внутреннее отражение. Как видно из рис. 4, б, зависимость Q от длины волны имеет минимум в запрещенной зоне; имеет место эффект подавления поглощения (эффект Борманна). Вне запрещенной зоны Q осциллирует, т.е. на одних длинах волн имеет место аномально сильное поглощение, на других — аномально слабое поглощение. При неоднородном периодическом поглощении механизм этого явления тот же, что и эффект Борманна. При однородном поглощении (в том

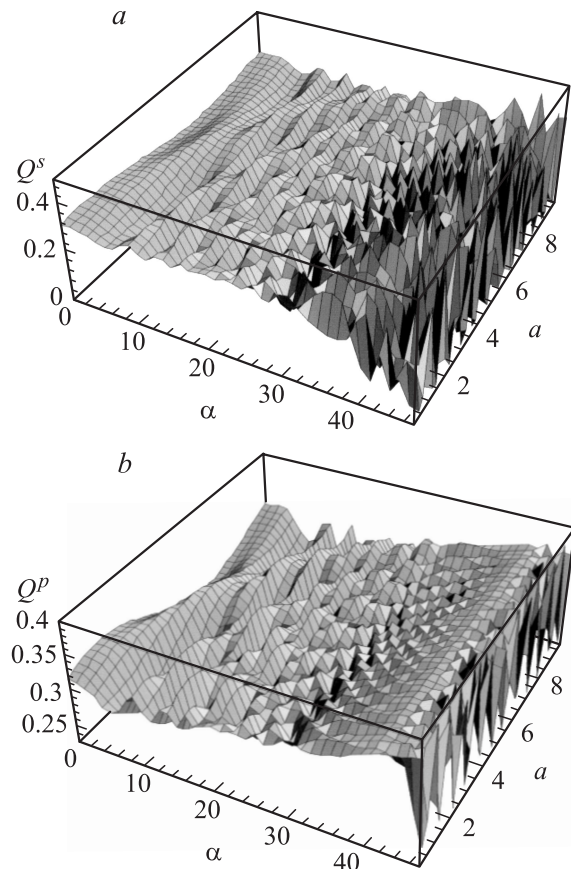


Рис. 3. Зависимость поглощения излучения для s - и p -волн Q^s (а) и Q^p (б) от угла падения α и от параметра a . Остальные параметры системы те же, что и на рис. 2.

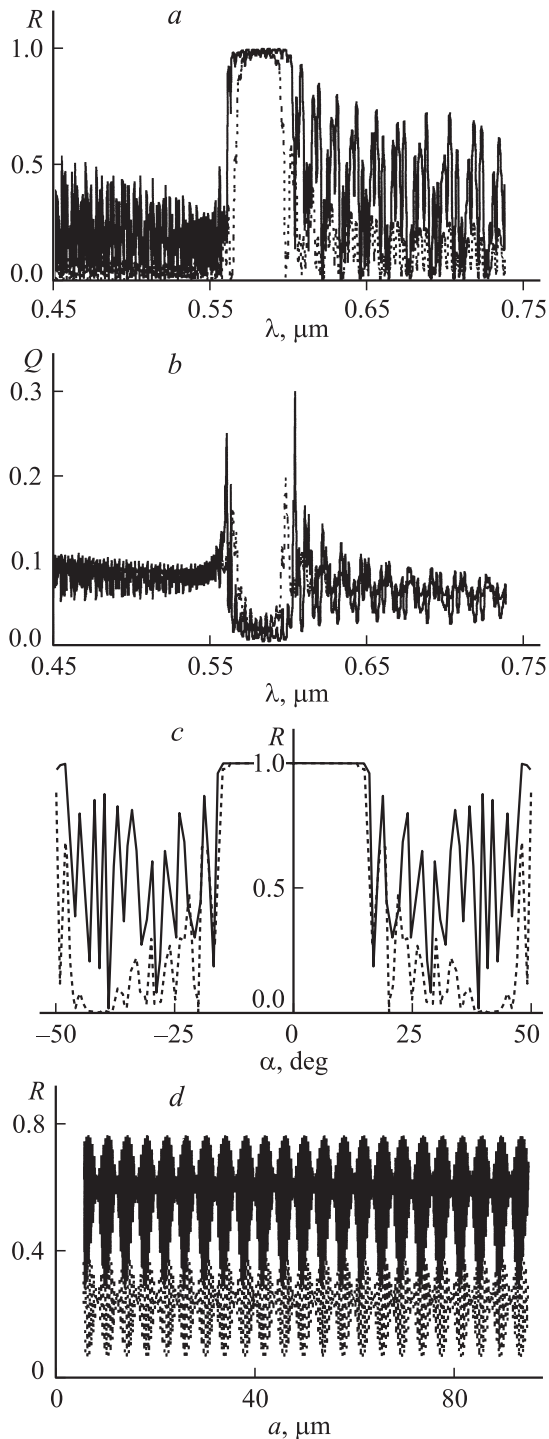


Рис. 4. Зависимость коэффициентов отражения R от длины волны (a), от угла падения (b) и от параметра a (c). $\sigma = 0.4 \mu\text{m}$, $c = 0.5$, $d = 100 \mu\text{m}$, $\Delta = 25\sigma$. a, b : $\varepsilon = 2.25 + i0.001$, $\alpha = 30^\circ$, $a = 40 \mu\text{m}$; c : $\varepsilon = 2.25$, $a = 40 \mu\text{m}$, $\lambda = 0.63925 \mu\text{m}$; d : $\varepsilon = 2.25$, $\lambda = 0.64 \mu\text{m}$, $\alpha = 30^\circ$. Остальные параметры системы те же, что и на рис. 2.

случае также вне запрещенной зоны Q осциллирует) он обусловлен изменениями групповой скорости света, что является новым механизмом аномалии поглощения [32]. Как показывает численный анализ и видно из рис. 4, d ,

коэффициент отражения R осциллирует в зависимости от параметра a , осцилляции сами модулированы, причем, когда длина волны падающего света находится в области дифракционного отражения, амплитуды этих осцилляций получаются намного меньше: дифракционное отражение подавляет осцилляции коэффициента отражения.

Рассмотрим еще один важный с точки зрения практического применения случай. Пусть слой между двумя полубесконечными средами является усиливающей средой, т.е. рассмотрим резонатор с активным элементом внутри. Как известно, в этом случае n'' в (48) является отрицательной величиной. В приближении линейной оптики полученные соотношения описывают как режим усиления, так и режим генерации. На рис. 5 представлены зависимости коэффициентов отражения R и пропускания T от параметра a . Рассматривается случай нормального падения света. Вычисления были сделаны для падающего излучения с длиной волны рубинового лазера $\lambda = 0.6943 \mu\text{m}$ и параметров среды $n' = 1.763$ и $n'' = 10^{-4}$ (параметры рубина на указанной длине волны). Как видно из рисунков, вблизи определенных зна-

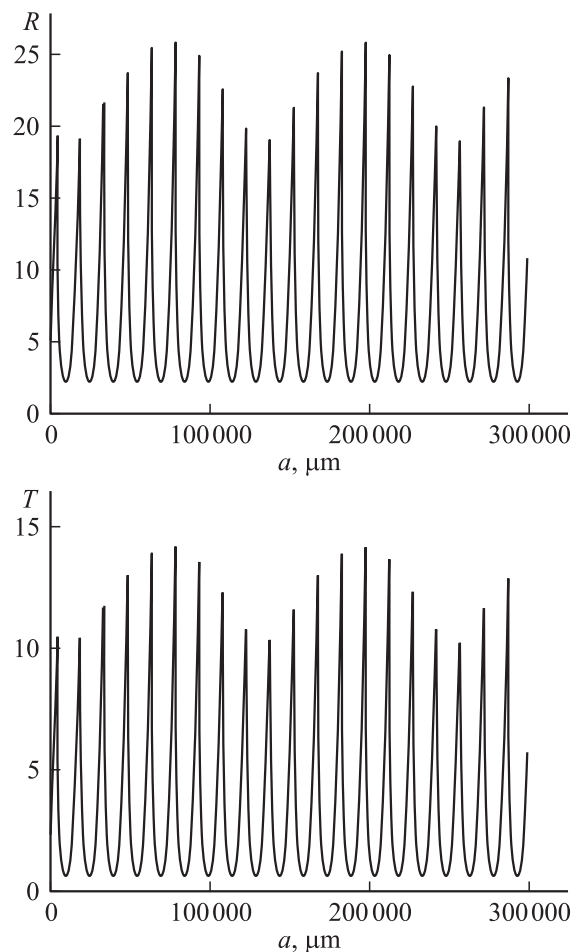


Рис. 5. Зависимость коэффициентов отражения R и пропускания T от параметра a . $\Delta = 3000 \mu\text{m}$, $d = 300\,000 \mu\text{m}$. Остальные параметры системы те же, что и на рис. 2.

чений параметра a , для которых выполняются фазовые условия генерации [33], имеют место узкие максимумы (пики). Эти осцилляции сами модулированы. Наибольший максимум соответствует значению параметра a , при котором вместе с фазовым наиболее точно выполняется также амплитудное условие генерации. Таким образом, варьированием значения параметра a можно управлять режимом генерации резонатора.

Отметим, что рассматриваемая задача о прохождении излучения через резонатор с активным элементом с постоянным коэффициентом усиления $\chi = 4\pi n/\lambda$ не является адекватной реальному процессу. Коэффициент усиления по мере нарастания интенсивности распространяющейся в среде волны падает. Это связано с особенностями создания инверсного состояния: при очень большой энергии, накапливаемой в активном элементе лазера, скорость вынужденных переходов начинает превосходить скорость накачки. При этом резко падает разность заселенностей возбужденного и основного состояний, что приводит к падению коэффициента усиления и, следовательно, к насыщению по интенсивности [33]. И поскольку процесс взаимодействия излучения с усиливающей средой перестает быть как линейным, так и стационарным, линейное приближение к рассматриваемой задаче не может быть применено.

В заключение авторы выражают благодарность Д.М. Седракиану за ценные замечания и обсуждение результатов работы.

Список литературы

- [1] Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1970. 855 с.
- [2] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982, 620 с.
- [3] Лифшиц И.М., Гредескул С.А., Пастур Л.А. Введение в теорию неупорядоченных систем. М.: Наука, 1982. 319 с.
- [4] Хижняк Н.А. Интегральные уравнения макроскопической электродинамики. Киев: Наукова думка, 1988.
- [5] Кляцкин В.И. Методы погружения в теории распространения волн. М.: Наука, 1986, 256 с.
- [6] Бреховских Л.М., Гордин А.О. Акустика слоистых сред. М.: Наука, 1989.
- [7] Freiliker V., Pustilnik M., Yurkevich I. // Phys. Rev. B. 1997. Vol. 56. P. 5974.
- [8] Elson J.M., Tran P. // JOSA, A. 1995. Vol. 12. P. 1765–1771.
- [9] Strehlke S., Satri D. et al. // Thin Solid Films. 1997. Vol. 297. P. 291.
- [10] Karlsson A., Stewart R. // JOSA, A. 1995. Vol. 12. P. 1513–1521.
- [11] Sah Y., Ranganath G.S. // Opt. Commun. 1995. Vol. 114. P. 18–24.
- [12] Cotter N.P.K., Preist T.W., Sambles J.R. // JOSA, A, 1995. Vol. 12. P. 1097–1103.
- [13] Schubert Mathias // Phys. Rev. B. 1996. Vol. 53. P. 4265–4274.
- [14] А. Яриш, П. Юх. Оптические волны в кристаллах, М.: Мир, 1987, 616 с.
- [15] Joannopoulos J.D., Meade R.D., J.N. Winn. Photonic Crystals. Princeton: Princeton Univ. Press, 1995.

- [16] Tocci M.D., Bloemer M.J., Scolora M.M. et al. // Appl. Phys. Lett. 1995. Vol. 66, P. 2324.
- [17] Ward A.J., Pendry J.B., Stewart W. J. // J. Phys. 1995. Vol. 7. P. 2217.
- [18] Блоуер М.Дж., Скалора М. // Опт. и спектр. 1999. Т. 87. С. 595–600.
- [19] Schubert E.F., Hunt N.E.J., Vredenberg A.M. et al. // Appl. Phys. Lett. 1993. Vol. 63. P. 2603.
- [20] Scolora M., Plyn R.J., Reinhardt S.B. et al. // Phys. Rev. E. 1996. Vol. 54. P. 1078R.
- [21] Brown E.R., McMahon O.B. // Appl. Phys. Lett. 1996. Vol. 68. P. 1300.
- [22] Scolora M., Dowling J.P., Bowden C.M., Bloemer M.J. // Phys. Rev. Lett. 1994. Vol. 73. P. 1368.
- [23] Tocci M., Scolora M., Bloemer M.J. et al. // Phys. Rev. A. 1996. Vol. 53. P. 2799.
- [24] Tocci M., Bloemer M.J., Scolora M. et al. // Appl. Phys. Lett. A. 1995. Vol. 66. P. 2324.
- [25] Tao N.J., Boussaad S., Huang W.L. et al. // Rev. Sci. Instrum. 1999. Vol. 70. P. 4656.
- [26] Fontana E., Pantell R.H., Strober S. // Appl. Opt. 1990. Vol. 29. P. 4694.
- [27] Erdos P., Herndon R.C. // Adv. Phys. 1982. Vol. 31. P. 65.
- [28] Azbel M.Ya. // Phys. Rev. B. 1983. Vol. 26. P. 4106.
- [29] Khachatryan A.Zh., Sedrakian D.M., Andreev G.M., Ayrapetyan Yu.N. // J. Contemp. Phys. Acad. Sci. of Armenia, 2001. Vol. 36. P. 118.
- [30] Sedrakian D.M., Gevorgyan A.H., Khachatryan A.Zh. // Opt. Comm. 2001. Vol. 192. P. 135.
- [31] Sedrakian D.M., Khachatryan A.Zh. // Ann. Phys. 2002. Vol. 11. P. 3.
- [32] Gevorgyan A.H. // Mol. Cryst. Liq. Cryst. 2002. Vol. 378. P. 129–146.
- [33] Звелто О. Принципы лазеров. М.: Мир, 1990. 560 с.