

02;07

Гистерезисная зависимость некоторых спектральных компонент фемтосекундного импульса при его прохождении нелинейного слоя

© Д.К. Скрипов, В.А. Трофимов

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова,
119992 Москва, Россия
e-mail: vatro@cs.msu.su

(Поступило в Редакцию 18 сентября 2002 г.)

На основе компьютерного моделирования исследуется изменение частоты, обладающей максимальной спектральной интенсивностью на выделенном временном интервале, от амплитуды воздействующего фемтосекундного импульса. Анализ проводится в рамках оптически тонкого слоя для среды с кубической нелинейностью и с насыщающейся возвращающей силой. Показана возможность реализации гистерезисных зависимостей частоты спектральной линии от амплитуды воздействующего сигнала как для одной гармоники, так и для нескольких одновременно генерируемых в среде гармоник.

Введение

Воздействие фемтосекундного импульса на среду, как известно, сопровождается различными нелинейно-оптическими явлениями, обусловленными высокой интенсивностью световой волны. В зависимости от ее значения имеет место образование плазмы, генерация оптических гармоник и суперконтинуума, управление сверхбыстрыми химическими процессами и т.д. (см., например, [1–8]). Поэтому изучение закономерностей распространения фемтосекундных импульсов актуально для многих прикладных задач.

В недавно выполненных работах [8,9] обнаружены зависимость спектра фемтосекундного импульса в толще нелинейной среды от его абсолютной фазы на входе в среду, а также формирование последовательности субимпульсов с различными пространственными и частотными характеристиками. При этом в компьютерных экспериментах при определенных соотношениях параметров имела место несимметричность спектрального распределения импульса в окрестности некоторых его локальных максимумов. Подобные закономерности могут быть объяснены, в частности, при учете нелинейной зависимости резонансной частоты от амплитуды воздействующего сигнала. Как известно [10], в теории колебаний для среды с кубической нелинейностью при воздействии сигнала достаточной длительности с амплитудой, превосходящей некоторую критическую величину, имеет место гистерезисная зависимость амплитуды установившихся колебаний от отстройки частоты воздействующего гармонического сигнала от резонансной частоты линейного осциллятора. Очевидно, что в случае воздействия фемтосекундного импульса реализуется более сложная картина взаимодействия как из-за принципиально нестационарного процесса, так и из-за одновременного действия нелинейностей разных порядков. Поэтому получение гистерезисных зависимостей, например частоты, обладающей максимальной амплитудой в выбранной спектральной линии, при распространении в нелинейной среде фемтосекундного импульса от его

входной амплитуды представляет достаточно сложную задачу. Именно этому вопросу посвящена настоящая работа (см. также [11]), в которой в рамках модели оптически тонкого слоя показана возможность проявления данного эффекта.

Заметим, что существование гистерезисных зависимостей позволяет, во-первых, в принципе реализовать сверхбыстрые полностью оптические бистабильные элементы, в которых роль „нуля“ и „единицы“ играет излучение с различными частотами. Во-вторых, бистабильная зависимость частоты, обладающей максимальной спектральной интенсивностью в данном локальном максимуме спектрального распределения, распространяющегося в среде волнового пакета от входной амплитуды импульса, может также позволить реализовать управление химическими реакциями [2] с помощью одного входного импульса, формируя в среде необходимую последовательность импульсов с различными частотами.

Основные уравнения

В данной работе рассматривается прохождение световым импульсом оптически тонкого слоя, которое описывается либо безразмерным уравнением Дуффинга с кубической нелинейностью

$$\frac{d^2P}{dt^2} + \delta \frac{dP}{dt} + P + \beta P^3 = \alpha E, \quad (1')$$

либо уравнением с насыщающимся потенциалом возвращающей силы

$$\frac{d^2P}{dt^2} + \delta \frac{dP}{dt} + \frac{P}{1 + P^4} = \alpha E, \quad 0 < t \leq L_t, \\ D = E + 4\pi P \quad (1'')$$

с начальными условиями

$$P|_{t=0} = \frac{dP}{dt}|_{t=0} = 0,$$

соответствующими невозмущенной среде. В качестве воздействующего импульса рассматривается импульс треугольной формы

$$E(t) = E_0(t) \cos(\omega(t - L_t/2)),$$

$$E_0(t) = E_0 \cdot (1 - |1 - 2t/L_t|) \quad (2')$$

либо трапецевидной формы

$$E(t) = E_0(t) \cos(\omega(t - L_t/2)),$$

$$E_0(t) = 2E_0 \cdot (1 - |t/L_t - 0.25| - |t/L_t - 0.75|). \quad (2'')$$

Их выбор обусловлен целью данной работы: для треугольной и трапецевидной форм импульса наиболее ярко наблюдаются зависимости, связанные с реализацией оптической бистабильности (ОБ), и они широко используются в соответствующей литературе.

Выше t — безразмерное время, L_t — его максимальное значение, E_0 — максимальная амплитуда воздействующего импульса. Коэффициент δ характеризует затухание поляризации среды, α — величина, пропорциональная дипольному моменту атома или молекулы, а ω — частота воздействующего импульса. В выбранной нормировке переменных частота линейного осциллятора равна 1. Знак β в (1) определяет вклад ангармонизма в потенциальную энергию атома. При $\beta > 0$ потенциальная энергия увеличивается, что соответствует возмущению (сжатию), например, атома вблизи состояния равновесия. Отрицательное β ($\beta < 0$) может описывать сильно возмущенную систему (вдали от равновесия), когда связь, например, электрона с ионом ослабевает, т.е. состояния атома вблизи его ионизации.

Для кубично нелинейной среды расчеты проводились для следующих значений параметров:

$$\alpha = 0.9, \quad \omega = 1.4, \quad \delta = 10^{-4}, \quad \beta = 0.1. \quad (3)$$

Выбор этих значений параметров обусловлен следующими причинами. При рассматриваемом коэффициенте затухания $\delta = 10^{-4}$ поглощение среды практически не оказывает какого-либо существенного влияния на процесс нелинейного распространения фемтосекундного импульса [9]. Остальные параметры взяты именно такими в связи с циклом проведенных работ [6–9,11], в которых они использовались для иллюстрации соответствующих линейных и нелинейных эффектов.

Амплитуда воздействующего импульса и его длительность варьируются с целью изучения их влияния на спектральный отклик среды в заданном временном интервале. Для этого проводится разбиение времени воздействия импульса $[0, L_t]$ на M равных интервалов длиной T ($t_k = kT$, $k = 0 \div M$, $L_t = M \cdot T$), на каждом из которых $[t_k, t_{k+1}]$ вычисляется фурье-образ электрической индукции

$$D_k(\omega) = \frac{1}{T} \int_{t_k}^{t_k+T} D(t) e^{-i\omega(t-t_k)} dt, \quad k = 0 \div M - 1. \quad (4)$$

Соответственно обратное преобразование имеет вид

$$D(t) = \int_{-\infty}^{\infty} D_k(\omega) e^{i\omega(t-t_k)} d\omega, \quad t \in [t_k, t_{k+1}]. \quad (5)$$

Заметим, что в численных экспериментах вместо (4) используется быстрое дискретное преобразование Фурье. При этом интенсивность спектральной моды определяется стандартно — как квадрат модуля соответствующей амплитуды гармоники

$$I_k(\omega) = |D_k(\omega)|^2. \quad (6)$$

Результаты компьютерного моделирования

Очевидно, что из-за нелинейности среды происходит генерация новых спектральных линий различной интенсивности. Следовательно, на каждом временном интервале присутствует несколько спектральных линий с центральными частотами $\omega_{k,m}$ (индекс k означает соответствующий временной интервал, а индекс m обозначает локальный спектральный максимум на данном временном интервале). При переходе от одного временного интервала к другому эти спектральные максимумы могут смещаться, исчезать, а также могут изменяться их амплитуды. Как следствие этого, изменяется частота, которой соответствует на данном временном интервале максимум спектральной интенсивности. Поэтому в численных экспериментах выбирается частота, которая на большинстве отрезков времени обладает максимальной спектральной интенсивностью: реализуется „глобальный“ спектральный максимум. На тех же нескольких интервалах, где максимум спектральной интенсивности достигается существенно на другой частоте, выбирается соответствующее значение для частоты „глобального“ спектрального максимума. Результаты выполненных расчетов представлены на последующих рисунках в виде зависимостей частоты

$$\omega_k = \max_{\omega} I_k(\omega), \quad k = 0 - (M - 1) \quad (7)$$

(с учетом сделанного выше замечания) от усредненной на данном интервале амплитуды внешнего воздействия

$$A_{\text{ext}} = \frac{(E_0(t_{k+1}) + E_0(t_k))}{2}. \quad (8)$$

Для удобства стрелками на них показано направление изменения времени. Начало и конец линий вблизи $A_{\text{ext}} \sim 0$ соответствует амплитудам появления или исчезновения соответствующих спектральных гармоник. Однако возможно и их исчезновение вблизи максимальной амплитуды сигнала (рис. 2, *b* кривая 4), что означает отсутствие данной спектральной гармоники. Для наглядности на некоторых рисунках приведены также число интервалов разбиения импульса и их длина

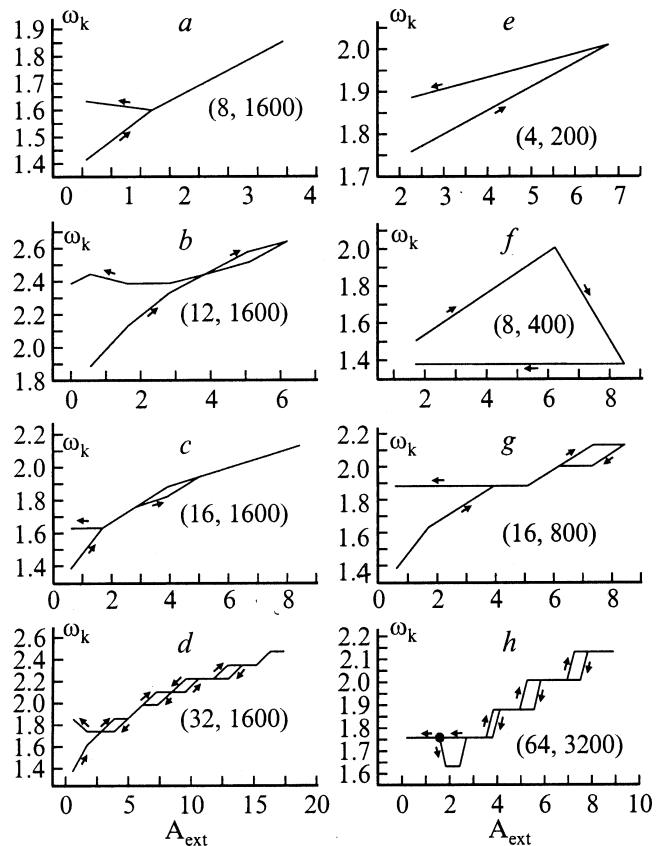


Рис. 1. *a-d* — зависимость частоты гармоники, имеющей максимальную интенсивность, от усредненной амплитуды треугольного импульса для параметров $L_t = 1600$, $\alpha = 0.9$, $\omega = 1.4$, $\delta = 10^{-4}$, $\beta = 0.1$ и при фиксированном значении произведения $E_0 T = \text{const}$; $(E_0; T) = (5; 200)$ (*a*), $(7.5; 133)$ (*b*), $(10; 100)$ (*c*), $(20; 50)$ (*d*); *e-h* — зависимость частоты гармоники, имеющей максимальную интенсивность, от длительности треугольного импульса для параметров $E_0 = 10$, $\alpha = 0.9$, $\omega = 1.4$, $\delta = 10^{-4}$, $\beta = 0.1$ и $L_t = 200$ (*e*), 400 (*f*), 800 (*g*), 3200 (*h*) в случае фиксированной длины интервала разбиения $T = 50$.

(соответственно первое и второе числа в круглых скобках). Заметим также, что увеличение (уменьшение) A_{ext} соответствует переднему (заднему) фронту импульса.

Для ответа на вопрос о возможности гистерезисной зависимости частоты гармоники с максимальной спектральной амплитудой от амплитуды воздействующего поля, в частности, проводятся две серии расчетов. Первая из них состоит в анализе реализации этой зависимости от максимальной амплитуды воздействующего импульса E_0 при фиксированной его длительности. При этом с ростом E_0 длина интервала разбиения уменьшалась с целью примерного сохранения импульса воздействующей силы. Заметим, что можно также выбрать и другой критерий разбиения, например сохранение величины $E_0^2 T$, характеризующей постоянство вклада энергии на интервале длительностью T .

Вторая серия расчетов состоит в исследовании указанной выше зависимости от длительности воздействующе-

го импульса при фиксированной его амплитуде и длине интервала разбиения T . Подобные исследования широко проводятся при изучении задач оптической бистабильности.

Кубично нелинейная среда. Как следует из рис. 1, гистерезисная зависимость частоты гармоники, обладающей максимальной интенсивностью, от амплитуды внешнего сигнала появляется как с ростом его амплитуды при фиксированной его длительности (рис. 1, *a-d*), так и с ростом длительности сигнала при фиксированной его амплитуде (рис. 1, *e-h*). При этом возможно появление многих локальных гистерезисов (рис. 1, *d, h*). Таким образом, рис. 1 показывает существование бистабильной зависимости частоты, обладающей максимальной спектральной интенсивностью, от амплитуды воздействующего импульса. Следовательно, спектральный состав отклика среды вблизи некоторых спектральных линий в частности и из-за этого будет различаться на переднем и заднем фронте импульса.

Следует также подчеркнуть, что гистерезисные зависимости могут одновременно наблюдаться на нескольких частотах (в качестве иллюстрации этого представ-

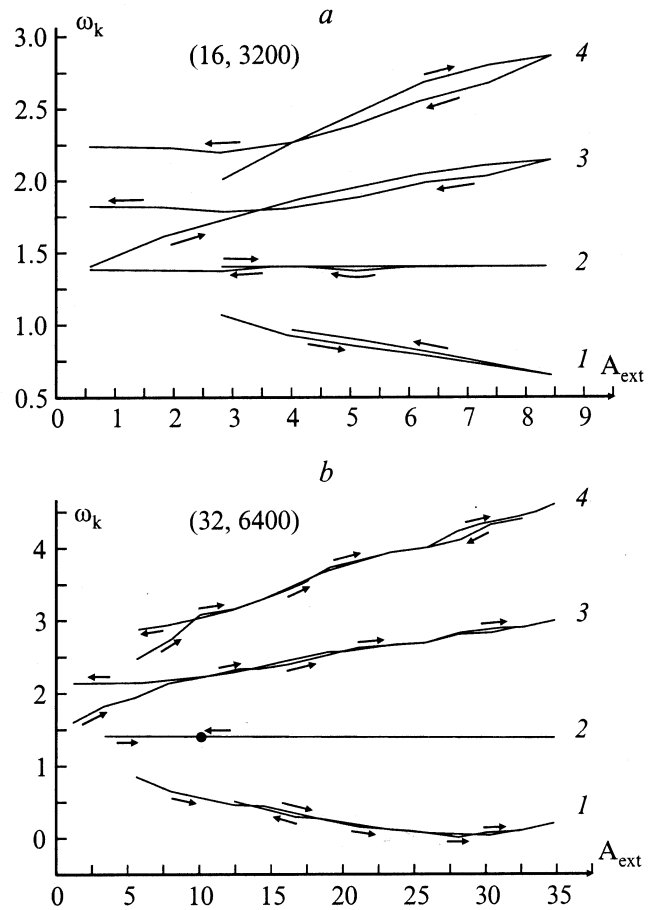


Рис. 2. Эволюция во времени четырех частот, обладающих максимальными спектральными амплитудами, при воздействии треугольного импульса с параметрами $\alpha = 0.9$, $\omega = 1.4$, $\delta = 10^{-4}$; $\beta = 0.1$; $E_0 = 10$ (*a*), 40 (*b*); $L_t = 3200$ (*a*), 6400 (*b*) и длины интервала разбиения импульса $T = 200$.

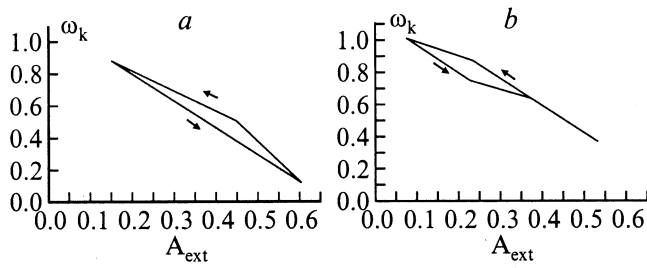


Рис. 3. Зависимость частоты центра одной из спектральных линий, имеющей интенсивность около 5% интенсивности максимальной гармоники, от амплитуды внешнего воздействия для трапециевидного (*a*) и треугольного (*b*) импульса и параметров $E_0 = 1$, $L_t = 400$, $\alpha = 0.6$, $\omega = 1.4$; $\delta = 10^{-4}$; $\beta = -4.485$ (*a*), -4.536 (*b*).

лен рис. 2). Однако амплитуды этих гармоник могут отличаться в широких пределах: от практически совпадающих значений до различающихся в десятки раз. Например, для рис. 2 на интервале, ближайшем к центру воздействующего импульса, максимальной является гармоника, обозначенная на рисунке цифрой 3. При этом частоты, обозначенные цифрами 1, 2 и 4, имеют относительно нее интенсивность соответственно 7, 28, 3 (рис. 2, *a*) и 10, 80, 1% (рис. 2, *b*).

Представленные на рис. 2 гистерезисные зависимости относятся к двум типам. Первая часть кривых имеет вид петлеобразных, вторая часть содержит хорошо заметные участки гистерезисных зависимостей. Заметим, что учитывая нестационарность отклика среды, даже в линейной среде можно также получить несамопересекающиеся петлеобразные кривые. Однако они будут реализовываться лишь вблизи одной центральной (несущей) частоты импульса, так как из-за линейности процесса распространения генерация новых частот будет отсутствовать. Невозможно также получить гистерезисную зависимость частоты максимальной гармоники от амплитуды внешнего сигнала из-за отсутствия в линейной среде зависимости от нее резонансной частоты. Поэтому рис. 2 иллюстрирует именно определяющую роль нелинейности процесса взаимодействия в появлении гистерезисных зависимостей частоты, обладающей максимальной интенсивностью, от амплитуды импульса. Дополнительные результаты представлены также на рис. 5, *e, f*.

Обсуждаемые выше закономерности не зависят от формы воздействующего импульса и знака параметра β . Для подтверждения этого на рис. 3 представлена эволюция частоты одной из гармоник во времени при воздействии трапециевидного (уравнение (2'')) (рис. 3, *a*) и треугольного (рис. 3, *b*) импульсов в случае отрицательных значений β . При этом спектральная интенсивность этой гармоники для большей части импульса составляет около 2–5% относительно интенсивности наибольшей спектральной компоненты, которая достигается на гармонике, не имеющей гистерезисной зависимости. Заметим, что лишь к концу воздействующего

импульса ее интенсивность достигает 10% и более от наибольшей спектральной интенсивности. Как видно, на рисунках присутствуют ярко выраженные гистерезисные зависимости в обоих случаях. При этом для трапециевидального импульса (рис. 3, *a*) конечной точке кривой (вблизи значения $A_{\text{ext}} \sim 0.62$) соответствует некоторый промежуток времени: из-за постоянной амплитуды воздействующего импульса в течение некоторого интервала времени частота рассматриваемой гармоники не изменится.

Появление и исчезновение гистерезисных зависимостей при фиксированном интервале разбиения импульса, очевидно, также должно зависеть от максимальной амплитуды воздействующего импульса, так как от нее зависит сдвиг частоты нелинейного резонанса. В качестве примера на рис. 4 представлена эволюция зависимости ω_k от A_{ext} при увеличении максимальной амплитуды воздействующего импульса. В качестве начального значения взято $E_0 = 9$, при котором отсутствует гистерезис (рис. 4, *a*), а реализуется существенная несимметричность формы прошедшего импульса (см. также рис. 5). Увеличение максимальной амплитуды импульса

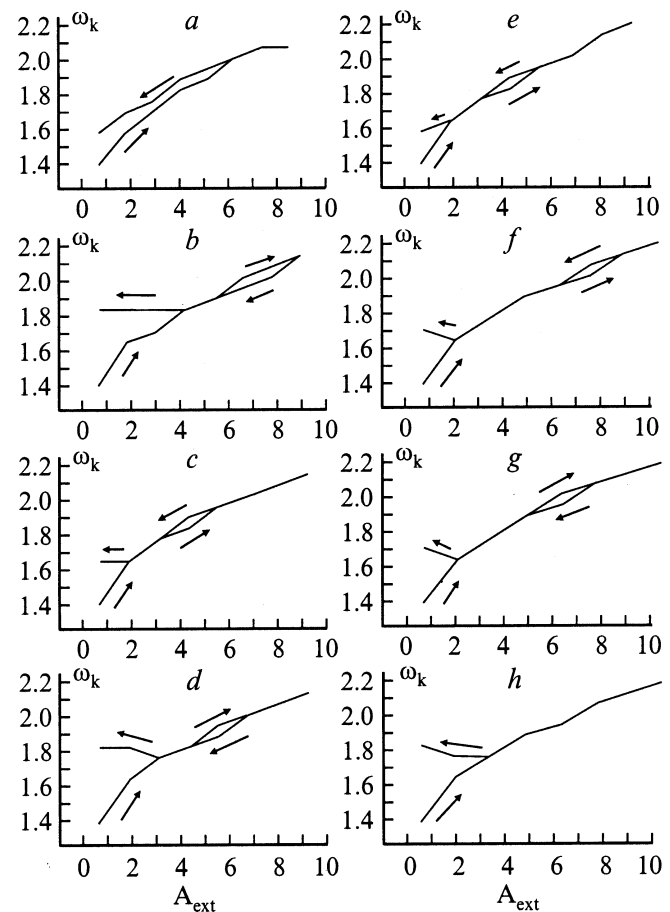


Рис. 4. Зависимость частоты гармоники, имеющей максимальную интенсивность, от амплитуды воздействующего треугольного импульса для $\alpha = 0.9$, $\delta = 10^{-4}$, $L_t = 1600$, $\omega = 1.4$, $\beta = 0.1$, $T = 100$, $E_0 = 9$ (*a*), 9.5 (*b*), 9.8 (*c*), 9.85 (*d*), 9.9 (*e*), 11 (*f*), 11.25 (*g*), 11.5 (*h*).

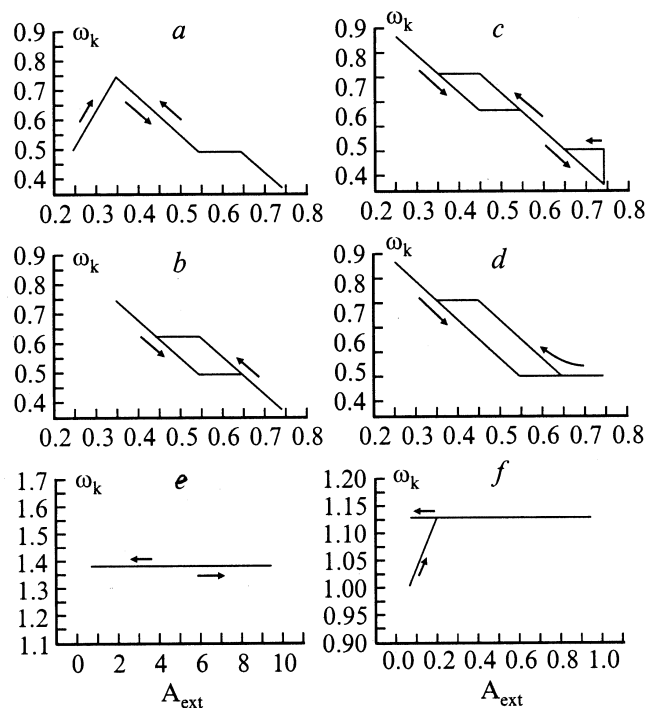


Рис. 5. *a-d* — реализация гистерезисных петель для одной из частот электрической индукции среды при воздействии треугольного импульса на среду с насыщающимся потенциалом для параметров $\alpha = 0.79$; $\delta = 10^{-4}$; $L_r = 800$; $(E_0; T) = (1; 50)$; $\omega = 1.098$ (*a*), 1.1 (*b*), 1.12 (*c*), 1.13 (*d*). *e, f* — зависимость единственной частоты отклика от амплитуды треугольного импульса в случае линейной среды, для параметров, соответствующих рис. 1, *g* (*e*) и рис. 5, *b* (*f*).

приводит к более раннему слиянию кривых и образованию гистерезиса (рис. 4, *b*). Дальнейший рост E_0 вплоть до значения 11.25 приводит к немонотонному смещению положения гистерезиса по оси абсцисс, что соответствует и изменению частоты, обладающей максимальной спектральной амплитудой. И наконец, при $E_0 = 11.5$ гистерезисная зависимость ω от амплитуды импульса исчезает (рис. 4, *h*). Это связано с тем, что временной масштаб развития гистерезисных зависимостей становится меньшим, чем используемый нами интервал разбиения импульса $T = 100$.

Среда с насыщающейся возвращающей силой. Аналогичные зависимости имеют место и при рассмотрении среды с насыщающимся откликом (уравнение (1'')). В качестве иллюстрации на рис. 5 представлены рассчитанные зависимости для нескольких различных частот воздействующего сигнала. Из-за более сложного нелинейного отклика среды в данном случае имеет место сильная зависимость реализации гистерезисов от отстройки частоты воздействующего импульса от частоты линейного резонанса. Так, при $\omega = 1.098$ частота с локально максимальной спектральной амплитудой отслеживает изменение амплитуды воздействующего сигнала (рис. 5, *a*). При некотором увеличении частоты светового импульса появляется гистерезис (рис. 5, *b*),

и он сохраняется вплоть до $\omega = 1.13$ (рис. 5, *c, d*). При дальнейшем увеличении частоты воздействующего импульса $\omega = 1.14$ гистерезис исчезает.

Выводы и замечания

Таким образом, при нелинейном воздействии фемтосекундного импульса может реализовываться гистерезисная зависимость частоты, обладающей максимальной спектральной интенсивностью, от амплитуды воздействующего импульса. Это означает, что вблизи центральной частоты одной или нескольких генерируемых гармоник будет иметь место гистерезисная зависимость максимально интенсивной частоты от времени.

Обнаруженный эффект позволяет предположить новый класс полностью оптических переключателей, в которых различным состояниям соответствует световая волна определенной частоты. Несомненным преимуществом таких переключателей является практически отсутствие затухания световой энергии, возможность реализации одновременно многих гистерезисных зависимостей и то, что времена переключения принадлежат фемтосекундному диапазону.

В качестве замечания еще раз необходимо подчеркнуть, что указанные гистерезисные зависимости являются следствием нелинейности процесса. Нестационарность отклика среды при воздействии фемтосекундного импульса приводит, как известно, к несимметричности формы импульса. В приводимом в данной работе спектральном анализе импульса несимметричность формы импульса проявляется в раздвоении кривых зависимости ω_k от A_{ext} . В качестве иллюстрации на рис. 5, *e, f* представлена эволюция гармоники, обладающая максимальной спектральной интенсивностью, от амплитуды треугольного импульса, проходящего через линейную среду с нестационарным откликом. В случае достаточно сильного воздействия сигнала на среду, когда влияние поляризации оказывается существенным, происходит деформация формы импульса и она проявляется в раздвоении зависимости ω_k от A_{ext} (рис. 5, *f*). Именно с нестационарностью процесса и сильным возбуждением среды связано появление раздвоения кривых ω_k от A_{ext} на предыдущих рисунках.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (грант № 02-01-727).

Список литературы

- [1] Гладков С.М., Коротеев Н.И. // УФН. 1990. Т. 160. № 7. С. 105–145.
- [2] Korolkov M.V., Manz J., Paramonov G.K. // Chemical Physics. 1997. Vol. 217. P. 341–374.
- [3] Маймистов А.И. // Квантовая электрон. 2000. Т. 30. № 4. С. 287–304.
- [4] Шен И.Р. Принципы нелинейной оптики. Пер. с англ. М.: Наука, 1989. 558 с.

- [5] *Andreev A.V., Kozlov A.B.* // Proc. SPIE. Ultrafast Phenomena and Interaction of Superstrong Laser Fields with Matter; Nonlinear Optics and High-Field Physics / Ed. M.V. Fedotov et al. 1998. Vol. 3735. P. 75–83.
- [6] *Skripov D.K., Trofimov V.A.* // Proc. SPIE. Laser Physics and Spectroscopy / Ed. V.L. Derbov, L.A. Melnikov, V.P. Ryabukho. 2000. Vol. 4002. P. 34–44.
- [7] *Скрипов Д.К., Трофимов В.А.* // Тр. УНЦ волоконно-оптических материалов и устройств. Волоконно-оптические технологии, материалы и устройства. 2000. № 3. С. 83–92.
- [8] *Скрипов Д.К., Трофимов В.А.* // Письма в ЖТФ. 2001. Т. 27. Вып. 14. С. 6–10.
- [9] *Скрипов Д.К., Трофимов В.А.* // Опт. и спектр. В печати.
- [10] *Рабинович М.И., Трубецков Д.И.* Введение в теорию колебаний и волн. М.: НИЦ „Регулярная и хаотическая динамика“, 2000. 560 с.
- [11] *Trofimov V.A., Skripov D.K.* // Program and Abstract on Second Conf. „Superstrong fields in Plasmas-2001“. Varenna (Italy), 2001. P. 8.