

Экранирование низкочастотных электрических полей системой экранов: тонкая незамкнутая сферическая оболочка — тонкостенная сферическая проницаемая оболочка

© В.Т. Ерофеевко,¹ Г.Ч. Шушкевич²

¹ Белорусский государственный университет,
220050 Минск, Белоруссия

² Гродненский государственный университет им. Янки Купалы,
230023 Гродно, Белоруссия
e-mail: sys@mail.grsu.grodno.by

(Поступило в Редакцию 22 февраля 2002 г. В окончательной редакции 29 августа 2002 г.)

Решена задача о проникновении низкочастотных электрических полей через тонкостенную сферическую проводящую оболочку в присутствии тонкой незамкнутой сферической идеально проводящей оболочки методом парных уравнений с использованием усредненных граничных условий. Численно исследовано влияние угла раствора незамкнутой сферической оболочки и месторасположения источника поля на коэффициент ослабления поля внутри замкнутой тонкостенной оболочки для различной толщины и материала оболочки.

Введение

С практической и теоретической точки зрения важным классом задач электродинамики являются задачи экранирования электромагнитных полей (ЭМП). В случае тонкостенных экранов не проводят исследование электромагнитных процессов в самом экране, а связывают ЭМП по обе стороны проводящего экрана с помощью эквивалентных граничных условий, заданных на срединной поверхности экрана. Такой подход строго обоснован, если толщина экрана не превышает глубину проникновения ЭМП. При исследовании одиночных тонкостенных экранов используют приближенные усредненные граничные условия второго рода [1–3]. В данной работе исследуется проникновение поля низкочастотного электрического диполя через тонкостенную сферическую проводящую оболочку в присутствии тонкой незамкнутой сферической идеально проводящей оболочки, при этом используются приближенные усредненные граничные условия третьего рода.

Постановка задачи экранирования

Пусть в однородном изотропном пространстве R^3 с диэлектрической проницаемостью ϵ_0 находится тонкая незамкнутая сферическая оболочка Γ , расположенная на поверхности сферы Γ_1 радиуса a_1 и имеющая угол раствора θ_0 , и тонкостенная сферическая оболочка S толщины Δ (см. рисунок). Предполагаем, что толщина сферической оболочки Γ достаточно мала по сравнению с другими геометрическими размерами. Среда, заполняющая оболочку S , характеризуется диэлектрической проницаемостью ϵ , магнитной проницаемостью μ и электрической проводимостью γ .

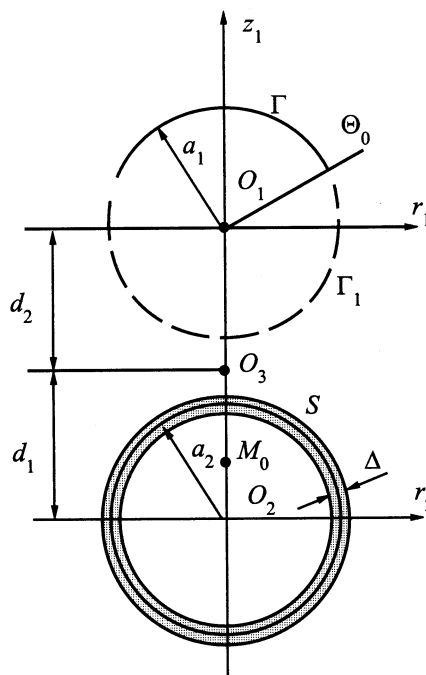
Пусть в точке O_3 находится низкочастотный электрический диполь, колеблющийся по закону $e^{-i\omega t}$, момент которого направлен вдоль оси Oz_3 ($\theta_3 = 0$).

Для решения задачи с точкой O_j ($j = 1, 2, 3$) свяжем сферические координаты $\{r_j, \theta_j, \varphi\}$

$$x_j = r_j \cos \varphi \sin \theta_j, \quad y_j = r_j \sin \varphi \sin \theta_j, \quad z_j = r_j \cos \theta_j$$

$$(0 \leq r_j < \infty, \quad 0 \leq \theta_j \leq \pi, \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi).$$

Далее условно разобьем все пространство R^3 сферой Γ_1 и срединной поверхностью S тонкостенного экрана S на три области: D_1 — область, расположенная внутри сферы Γ_1 ; D_2 — область, расположенная внутри



сферы \tilde{S} ; $D_3 = R^3 / (D_1 \cup D_2)$. Расстояние между точками O_1 и O_3 обозначим через d_2 , а расстояние между точками O_2 и O_3 — d_1 и $d = d_1 + d_2$.

Ставится задача о рассеянии поля электрического диполя на системе экранов Γ и S с учетом проникновения поля через сферический слой S , при этом незамкнутая сферическая оболочка Γ предполагается непроницаемой для поля.

Обозначим через U_d потенциал электрического диполя, расположенного в точке O_3 , U_j — потенциал поля в области D_j ($j = 1, 2, 3$).

В квазистационарном приближении решение задачи сводится к нахождению электрических потенциалов U_j в областях D_j ($j = 1, 2, 3$), удовлетворяющих уравнению Лапласа $\Delta U_j = 0$; граничным условиям на сфере \tilde{S} [4, с. 86], описывающим проникновение поля через тонкий сферический слой S ,

$$\frac{\partial}{\partial r_2}(U_3 + U_d - U_2)\Big|_{\tilde{S}} = -pF(U_3 + U_d + U_2)\Big|_{\tilde{S}}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial r_2}(U_3 + U_d + U_2)\Big|_{\tilde{S}} = qF\left(U_3 + U_d - U_2 - \frac{\delta\epsilon_0}{2\epsilon'}\left(\frac{\partial(U_3 + U_d + U_2)}{\partial r_2}\right)\right)\Big|_{\tilde{S}}, \quad (2)$$

где

$$p = \frac{\epsilon'\delta}{2\epsilon_0}, \quad q = \frac{2}{\omega^2\delta\mu\epsilon_0}, \quad \delta = \frac{2}{\kappa} \operatorname{tg}\left(\frac{\kappa\Delta}{2}\right),$$

$$\kappa = \omega\sqrt{\mu\epsilon'}, \quad 0 \leq \arg \kappa < \pi,$$

$\epsilon' = \epsilon + i(\gamma/\omega)$ — комплексная диэлектрическая проницаемость, $\omega = 2\pi f$ — угловая частота поля; граничному условию на поверхности тонкой незамкнутой сферической идеально проводящей оболочки Γ

$$(U_3 + U_d)\Big|_{\Gamma} = V - \text{const} \quad \text{при} \quad r_1 = a_1, \quad 0 \leq \theta_1 < \theta_0, \quad (3)$$

условию на бесконечности

$$U_3(M) + U_d(M) \rightarrow 0 \quad \text{при} \quad M \rightarrow \infty, \quad (4)$$

M — произвольная точка пространства.

Потребуем также выполнения условия непрерывности потенциала на сфере Γ_1 и условия непрерывности поля на части сферы Γ_1 , которая не является проводником

$$U_1 = U_3 + U_d \quad \text{при} \quad r_1 = a_1, \quad 0 \leq \theta_1 \leq \pi, \quad (5)$$

$$\frac{\partial U_1}{\partial r_1} = \frac{\partial(U_3 + U_d)}{\partial r_1} \quad \text{при} \quad r_1 = a_1, \quad \theta_0 < \theta_1 \leq \pi. \quad (6)$$

Оператор $F(U_j)$, входящий в граничные условия (1), (2), имеет представление [4, с. 86]

$$F(U_j) = (\mathbf{n}, \operatorname{rot} [\mathbf{n} \times \operatorname{grad} U_j]),$$

где \mathbf{n} — единичная нормаль к срединной поверхности \tilde{S} , направленная в область D_3 .

В сферической системе координат этот оператор преобразуется к виду [3]

$$F(U_j) = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} U_j \right) + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} U_j \right]. \quad (7)$$

Представление решения задачи

Потенциал электрического диполя в сферической системе координат имеет представление [4–6]

$$U_d(r_3, \theta_3) = M_z \left(\frac{a_2}{r_3} \right)^2 P_1(\cos \theta_3), \quad (8)$$

где M_z — момент диполя.

Потенциалы U_j ищем в виде суперпозиции сферических гармонических функций так, чтобы выполнялось условие на бесконечности (4),

$$U_1(r_1, \theta_1) = M_z \sum_{n=0}^{\infty} x_n^{(1)} \left(\frac{r_1}{a_1} \right)^n P_n(\cos \theta_1), \quad (9)$$

$$U_2(r_2, \theta_2) = M_z \sum_{n=0}^{\infty} x_n^{(2)} \left(\frac{r_2}{a_2} \right)^n P_n(\cos \theta_2),$$

$$U_3 = U_3^{(1)}(r_1, \theta_1) + U_3^{(2)}(r_2, \theta_2), \quad (10)$$

где

$$U_3^{(1)}(r_1, \theta_1) = M_z \sum_{n=0}^{\infty} y_n^{(1)} \left(\frac{a_1}{r_1} \right)^{n+1} P_n(\cos \theta_1), \quad (11)$$

$$U_3^{(2)}(r_2, \theta_2) = M_z \sum_{n=0}^{\infty} y_n^{(2)} \left(\frac{a_2}{r_2} \right)^{n+1} P_n(\cos \theta_2). \quad (12)$$

Здесь $P_n(\cos \theta)$ — полиномы Лежандра [5–8]. Известные коэффициенты $x_n^{(j)}$, $y_n^{(j)}$ ($j = 1, 2$) подлежат определению из граничных условий.

Выполнение граничных условий

Для выполнения граничных условий (3), (5), (6) представим потенциалы $U_3^{(2)}(r_2, \theta_2)$, $U_d(r_3, \theta_3)$ через сферические гармонические функции, отнесенные к системе координат с началом в точке O_1 . Используя формулу [3,9]

$$\frac{1}{r_2^{n+1}} P_n(\cos \theta_2) = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{(n+k)!}{n!k!} \times \frac{1}{d^{n+k+1}} r_1^k P_k(\cos \theta_1), \quad r_2 < d,$$

имеем

$$U_3^{(2)}(r_1, \theta_1) = M_z \sum_{n=0}^{\infty} f_n^{(1)} r_1^n P_n(\cos \theta_1), \quad (13)$$

$$U_d(r_1, \theta_1) = M_z \sum_{n=0}^{\infty} L_{n1}(a_2, d_2) r_1^n P_n(\cos \theta_1), \quad (14)$$

где

$$f_n^{(1)} = \sum_{k=0}^{\infty} L_{nk}(a_2, d) y_k^{(2)}, \quad (15)$$

$$L_{nk}(a_2, d) = \frac{(-1)^n (n+k)!}{n!k!d^n} \left(\frac{a_2}{d}\right)^{k+1}. \quad (16)$$

Принимая во внимание представления (9), (11), (13), (14) и выполняя граничные условия (3), (5), (6), получим парные сумматорные уравнения по полиномам Лежандра вида

$$\sum_{n=0}^{\infty} y_n^{(1)} P_n(\cos \theta_1) = \sum_{n=0}^{\infty} (V\delta_{0n} - f_n^{(1)} - L_{n1}(a_2, d_2)) \times a_1^n P_n(\cos \theta_1), \quad 0 \leq \theta_1 < \theta_0,$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) y_n^{(1)} P_n(\cos \theta_1) = 0, \quad \theta_0 < \theta_1 \leq \pi,$$

где δ_{0n} — символ Кронекера.

Вышеприведенные парные сумматорные уравнения преобразуются к бесконечной системе линейных алгебраических уравнений второго рода относительно коэффициентов $y_n^{(1)} \in l_2$ [8,9]

$$y_s^{(1)} = \sum_{n=0}^{\infty} (V\delta_{0n} - f_n^{(1)} - L_{n1}(a_2, d_2)) a_1^n Q_{ns}(\theta_0);$$

$$s = 0, 1, 2, \dots, \quad (17)$$

где

$$Q_{ns}(\theta_0) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\theta_0} \cos\left(n + \frac{1}{2}\right) x \cos\left(s + \frac{1}{2}\right) x dx$$

или

$$Q_{ns}(\theta_0) = \frac{1}{\pi} \left[\frac{\sin(n-s)\theta_0}{(n-s)} - \frac{\sin(n+s+1)\theta_0}{(n+s+1)} \right],$$

$$\frac{\sin(n-s)\theta_0}{(n-s)} \Big|_{n=s} = \theta_0.$$

Учитывая представление (15), из (17) получим связь между коэффициентами $y_s^{(1)}$, $y_n^{(2)}$ вида

$$y_s^{(1)} = - \sum_{k=0}^{\infty} I_{ks} y_k^{(2)} + \sum_{n=0}^{\infty} (V\delta_{0n} - L_{n1}(a_2, d_2)) a_1^n Q_{ns}(\theta_0);$$

$$s = 0, 1, 2, \dots,$$

где

$$I_{ks} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (n+k)!}{n!k!} \mu_1^n \mu_2^{k+1} Q_{ns}(\theta_0),$$

$$\mu_j = \frac{a_j}{d}; \quad j = 1, 2.$$

Для выполнения граничных условий (1), (2) запишем потенциалы $U_3^{(1)}(r_1, \theta_1)$, $U_d(r_3, \theta_3)$ через сферические гармонические функции, отнесенные к системе координат с началом в точке O_2 . Используя формулу [3,9]

$$\frac{1}{r_1^{n+1}} P_n(\cos \theta_1) = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^n \frac{(n+k)!}{n!k!} \times \frac{1}{d^{n+k+1}} r_2^k P_k(\cos \theta_2), \quad r_2 < d,$$

имеем

$$U_3^{(1)}(r_2, \theta_2) = M_z \sum_{n=0}^{\infty} f_n^{(2)} r_2^n P_n(\cos \theta_2), \quad (18)$$

$$U_d(r_2, \theta_2) = M_z \sum_{n=0}^{\infty} p_n r_2^n P_n(\cos \theta_2), \quad (19)$$

где

$$f_n^{(2)} = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^{n+k} L_{nk}(a_1, d) y_k^{(1)},$$

$$p_n = (-1)^{n+1} L_{n1}(a_2, d_1). \quad (20)$$

Принимая во внимание представления (10), (12), (18), (19), представление оператора $F(U_j)$ в сферической системе координат (7) и выполняя граничные условия (1), (2), получим систему вида

$$(pG_n + n + 1)y_n^{(2)} + (n + pG_n)x_n^{(2)} = (n - pG_n)a_2^n (f_n^{(2)} + p_n),$$

$$(n + 1 - qG_n - (n + 1)\alpha G_n)y_n^{(2)} + (qG_n + n\alpha G_n - n)x_n^{(2)} = (n + qG_n - n\alpha G_n)a_2^n (f_n^{(2)} + p_n), \quad (21)$$

где

$$G_n = \frac{n(n+1)}{a_2}, \quad \alpha = \frac{\varepsilon_0 \delta}{2\varepsilon'} \frac{q}{a_2}.$$

Решая систему (21), находим, что

$$y_n^{(2)} = -T_n a_2^n (f_n^{(2)} + p_n); \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad (22)$$

$$x_n^{(2)} = N_n a_2^n (f_n^{(2)} + p_n); \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad (23)$$

где

$$T_n = \frac{2n}{n+1} \frac{1 + (n+1)^2 \frac{pq}{a_2^2} - n(n+1) \frac{\alpha}{a_2}}{\Delta},$$

$$N_n = \frac{(2n+1) \frac{p+q}{a_2} - n(n+1)(2n+1) \frac{p}{a_2} \frac{\alpha}{a_2}}{\Delta},$$

$$\Delta = (2n+1) \frac{q-p}{a_2} + \frac{2n(n+1)pq}{a_2^2} - 2 + 2n(n+1) \frac{\alpha}{a_2} + n(n+1)(2n+1) \frac{p}{a_2} \frac{\alpha}{a_2}.$$

Подставляя представление $f_n^{(2)}$ из (20) в (22), получим связь между коэффициентами $y_n^{(2)}$ и $y_k^{(1)}$ вида

$$y_n^{(2)} = -T_n a_2^n p_n - T_n a_2^n \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^{n+k} L_{nk}(a_1, d) y_k^{(1)}.$$

Таким образом, решение поставленной задачи свелось к решению связанной системы уравнений

$$y_s^{(1)} = - \sum_{k=0}^{\infty} I_{ks} y_k^{(2)} + \sum_{n=0}^{\infty} \left(V \delta_{0n} - L_{n1}(a_2, d_2) \right) a_1^n Q_{ns}(\theta_0);$$

$$s = 0, 1, 2, \dots, \quad (24)$$

$$y_n^{(2)} = -T_n a_2^n p_n - T_n a_2^n \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^{n+k} L_{nk}(a_1, d) y_k^{(1)};$$

$$n = 0, 1, 2, \dots \quad (25)$$

либо к бесконечной системе линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) второго рода относительно $y_s^{(1)} \in l_2$, если $y_k^{(2)}$ в (24) заменить представлением (25),

$$y_s^{(1)} - \sum_{p=0}^{\infty} M_{ps} y_p^{(1)} = F_s; \quad s = 0, 1, 2, \dots, \quad (26)$$

где

$$M_{ps} = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^p I_{ks} T_k F(k, p, a_2, a_1, d), \quad (27)$$

$$I_{ks} = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n F(n, k, a_1, a_2, d) Q_{ns}(\theta_0), \quad (28)$$

$$F(p, k, a_1, a_2, d) = \frac{(p+k)!}{p!k!} \left(\frac{a_1}{d} \right)^p \left(\frac{a_2}{d} \right)^{k+1}, \quad (29)$$

$$F_s = - \frac{a_2}{a_1} \sum_{k=0}^{\infty} I_{ks} T_k F(1, k, a_1, a_2, d_1)$$

$$+ \sum_{n=0}^{\infty} (V \delta_{0n} - (-1)^n F(n, 1, a_1, a_2, d_2)) Q_{ns}(\theta_0). \quad (30)$$

Если диполь расположен в точке O_1 , то правая часть системы (26) вычисляется по формуле

$$F_s = V Q_{0s}(\theta_0) + \left(\frac{a_2}{a_1} \right)^2 (\delta_{1s} - Q_{1s}(\theta_0)).$$

Вычисление коэффициентов экранирования (ослабления) поля

Напряженность электрического поля диполя в произвольной точке пространства $M_0(r_2, \theta_2)$ в отсутствие экранов равна

$$\mathbf{E}_d(M_0) = -\text{grad } U_d(M_0) = - \left(\frac{\partial U_d}{\partial r_2} \mathbf{e}_{r_2} + \frac{1}{r_2} \frac{\partial U_d}{\partial \theta_2} \mathbf{e}_{\theta_2} \right)$$

или, принимая во внимание представление (19), имеем

$$\mathbf{E}_d(M_0) = -M_z \sum_{n=0}^{\infty} n p_n r_2^{n-1} P_n(\cos \theta_2) \mathbf{e}_{r_2}$$

$$+ M_z \frac{1}{r_2} \sum_{n=0}^{\infty} p_n r_2^n \frac{d}{dx} P_n(x) \Big|_{x=\cos \theta_2} \sin \theta_2 \mathbf{e}_{\theta_2}.$$

Если точка M_0 находится на оси Oz_2 , то $\theta_2 = 0$ либо $\theta_2 = \pi$, $\sin \theta_2 = 0$ и, согласно представлениям (20), (16),

$$\mathbf{E}_d^+ = \mathbf{E}_d(r_2, 0) = M_z \frac{1}{r_2} \left(\frac{a_2}{d_1} \right)^2 \sum_{n=1}^{\infty} n(n+1) \left(\frac{r_2}{d_1} \right)^n \mathbf{e}_{z_2},$$

$$\mathbf{E}_d^- = \mathbf{E}_d(r_2, \pi)$$

$$= M_z \frac{1}{r_2} \left(\frac{a_2}{d_1} \right)^2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n(n+1) \left(\frac{r_2}{d_1} \right)^n \mathbf{e}_{z_2}.$$

Напряженность вторичного электрического поля в произвольной точке пространства $M_0(r_2, \theta_2)$ области D_2 равна

$$\mathbf{E}_2(M_0) = - \left(\frac{\partial U_2}{\partial r_2} \mathbf{e}_{r_2} + \frac{1}{r_2} \frac{\partial U_2}{\partial \theta_2} \mathbf{e}_{\theta_2} \right)$$

$$= -M_z \sum_{n=1}^{\infty} n x_n^{(2)} \frac{r_2^{n-1}}{a_2^n} P_n(\cos \theta_2) \mathbf{e}_{r_2}$$

$$+ M_z \frac{1}{r_2} \sum_{n=0}^{\infty} x_n^{(2)} \left(\frac{r_2}{a_2} \right)^n \frac{d}{dx} P_n(x) \Big|_{x=\cos \theta_2} \sin \theta_2 \mathbf{e}_{\theta_2}.$$

Если точка M_0 находится на оси Oz_2 , то $\theta_2 = 0$ либо $\theta_2 = \pi$ и

$$\mathbf{E}_2^+ = \mathbf{E}_2(r_2, 0) = -M_z \sum_{n=1}^{\infty} n x_n^{(2)} \frac{r_2^{n-1}}{a_2^n} \mathbf{e}_{z_2},$$

$$\mathbf{E}_2^- = \mathbf{E}_2(r_2, \pi) = -M_z \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n x_n^{(2)} \frac{r_2^{n-1}}{a_2^n} \mathbf{e}_{z_2}.$$

Используя представления (23), (20), (16), находим, что коэффициенты $x_n^{(2)}$ выражаются через решения бесконечной системы линейных алгебраических уравнений (26) по формуле

$$x_n^{(2)} = N_n \left[- \frac{a_2}{a_1} F(1, n, a_1, a_2, d_1) \right.$$

$$\left. + \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k F(n, k, a_2, a_1, d) y_k^{(1)} \right].$$

Если диполь находится в точке O_1 , то коэффициенты $x_n^{(2)}$ вычисляются по формуле

$$x_n^{(2)} = N_n \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k F(n, k, a_2, a_1, d) y_k^{(1)}.$$

Коэффициент экранирования (ослабления) в точке $M_0(r_2, \theta_2)$, расположенной в области D_2 , вычисляем по формуле

$$K^{(\pm)}(r_2) = \frac{|\mathbf{E}_2^{(\pm)}|}{|\mathbf{E}_d^{(\pm)}|}.$$

Если отсутствует незамкнутая сферическая оболочка Γ , то коэффициент экранирования $K^{(\pm)}(r_2)$ в точке $M_0(0, 0)$ равен

$$K^{(\pm)}(0) = |N_1|.$$

Вычислительный эксперимент

С помощью математической системы MathCAD 2000 [10] проведены вычисления коэффициента экранирования $K^{(\pm)}(r_2)$ для различных геометрических параметров экранов и разных материалов тонкостенной оболочки. Коэффициенты (27), (28), (30), представляющие собой сходящиеся ряды, вычислены с точностью 10^{-6} . Бесконечная СЛАУ (26) решена методом усечения [11], порядок усечения взят равным 40, что обеспечивает решение системы (26) с точностью 10^{-6} для всех рассматриваемых параметров задачи. Расчеты проведены для случаев, когда тонкостенная оболочка S выполнена из органического стекла ($\epsilon_r = 3.7$, $\gamma = 10^{-12} \frac{1}{\Omega \cdot m}$) [12] и материала типа PPV¹ ($\epsilon_r = 5$, $\gamma = 0.1 \frac{1}{\Omega \cdot m}$), $\epsilon = \epsilon_r \cdot \epsilon_0$, $\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi} 10^{-9} \frac{F}{m}$, $\mu = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{H}{m}$.

Таблица 1.

Отношение d_1 к a_2	Отношение r_2 к радиусу a_2				
	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8
1.1	0.975 0.0000042	0.962 0.0000032	0.943 0.0000023	0.911 0.0000016	0.844 0.0000008
2.0	0.986 0.0000043	0.978 0.0000037	0.968 0.0000032	0.956 0.0000026	0.941 0.0000022
2.5	1.008 0.0000043	0.999 0.0000039	0.989 0.0000034	0.978 0.0000031	0.965 0.0000026
4	1.521 0.0000065	1.479 0.0000059	1.438 0.0000055	1.397 0.0000051	1.356 0.0000046

Таблица 2.

Отношение d_1 к a_2	Отношение толщины Δ к радиусу a_2			
	0.01	0.005	0.002	0.001
1.1	0.931 0.000039	0.964 0.000078	0.986 0.000194	0.994 0.000388
1.5	0.955 0.000051	0.982 0.00011	0.984 0.000252	0.999 0.000503
1.9	0.988 0.000059	1.012 0.000118	1.026 0.000295	1.030 0.000589
3	1.121 0.000078	1.141 0.000156	1.154 0.000389	1.158 0.000778

В табл. 1 приведены значения коэффициента экранирования $K^{(+)}(r_2)$ в зависимости от месторасположения диполя: $d_1/a_2 = 1.1$ (первая строка таблицы), $d_1/a_2 = 2.0$ (вторая строка), $d_1/a_2 = 2.5$ (третья строка), диполь расположен в точке O_1 — $d_1 = d$ (четвертая строка) и при $\theta_0 = \pi/3$, $a_1/a_2 = 1$, $d/a_2 = 4$, $\Delta = 0.01a_2$, $V = 0$, $f = 50$ Hz. В каждой строке таблицы

Таблица 3.

Отношение d_1 к a_2	Значение угла раствора θ_0 в градусах				
	30	60	90	120	150
1.1	0.987 0.0000083	0.988 0.0000084	0.989 0.0000084	0.991 0.0000084	1.005 0.0000087
1.5	0.988 0.0000083	0.991 0.0000084	0.993 0.0000084	0.994 0.0000085	1.038 0.0000089
1.8	0.991 0.0000083	0.995 0.0000084	1.001 0.0000085	0.981 0.0000083	1.067 0.0000092
4	1.122 0.0000095	1.182 0.0000098	1.096 0.0000093	0.789 0.0000067	0.258 0.0000022

верхние значения соответствуют органическому стеклу, нижние — материалу типа PPV.

В табл. 2 приведены значения коэффициента экранирования $K^{(+)}(a_2/2)$ в зависимости от месторасположения диполя и толщины Δ сферической оболочки S при угле раствора $\theta_0 = \pi/2$, $a_1/a_2 = 1$, $d/a_2 = 3$, $V = 0$, $f = 1000$ Hz.

В табл. 3 приведены значения коэффициента экранирования $K^{(+)}(0)$ в зависимости от месторасположения диполя и угла раствора θ_0 незамкнутой сферической оболочки S при $a_1/a_2 = 2$, $d/a_2 = 4$, $\Delta = 0.005a_2$, $V = 0$, $f = 50$ Hz.

На основании вычислительного эксперимента можно сделать следующие выводы.

1. Если тонкостенная оболочка выполнена из материала типа PPV, то коэффициент экранирования практически равен нулю, т.е. поле не проникает через данную оболочку.

2. При удалении источника поля от тонкостенной оболочки S в области D_3 ($d_2 > a_1$) значение коэффициента экранирования увеличивается независимо от угла раствора θ_0 сферической оболочки Γ , т.е. заземленная идеально проводящая незамкнутая оболочка Γ действует как отражатель и усиливает поле внутри области D_2 . Если источник поля находится в области D_1 ($0 \leq d_2 < a_1$), то при угле раствора $\theta_0 < 90^\circ$ сферической оболочки Γ коэффициент экранирования увеличивается, а при $\theta_0 \geq 90^\circ$ уменьшается.

3. Последнее слагаемое в правой части граничного условия (2), являясь дифференциальным выражением третьего порядка, оказывает влияние на значение коэффициента экранирования, если источник поля находится на расстоянии $d_1 \leq 1.25a_2$.

Список литературы

- [1] Жуков С.В. // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. 1983. № 5. С. 54–58.
- [2] Шницберг В.Е. // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. 1989. № 1. С. 110–115.

¹ http://infomag.apc.relearn.ru/texts/b007r/1995_V002_%23013_notes.txt

- [3] *Аполлонский С.М., Ерофеев В.Т.* Электромагнитные поля в экранирующих оболочках. Минск: Университетское изд-во, 1988. 246 с.
- [4] *Аполлонский С.М., Ерофеев В.Т.* Эквивалентные граничные условия в электродинамике. СПб.: Безопасность, 1999. 416 с.
- [5] *Лебедев Н.Н.* Специальные функции и их приложения. М.; Л.: ГИТТЛ, 1953. 380 с.
- [6] *Арсенин В.Я.* Методы математической физики и специальные функции. М.: Наука, 1984. 384 с.
- [7] Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами / Под ред. М. Абрамовица, И. Стигана. М.: Наука, 1979. 840 с.
- [8] *Уфлянд Я.С.* Метод парных уравнений в задачах математической физики. Л.: Наука, 1977. 220 с.
- [9] *Шушкевич Г.Ч.* Расчет электростатических полей методом парных, тройных уравнений с использованием теорем сложения. Гродно: ГрГУ, 1999. 238 с.
- [10] *Шушкевич Г.Ч., Шушкевич С.В.* Введение в MathCAD 2000. Гродно: ГрГУ, 2001. 140 с.
- [11] *Канторович Л.В., Крылов В.И.* Приближенные методы высшего анализа. М.; Л.: Физматгиз, 1962. 708 с.
- [12] *Енохович А.С.* Справочник по физике. М.: Просвещение, 1990. 384 с.