

01;03

Влияние внешнего однородного магнитного поля на затухание осцилляций газового пузырька в вязкой электропроводной жидкости

© А.П. Васильев

Оренбургский государственный университет,
460352 Оренбург, Россия
e-mail: post@mail.osu.ru

(Поступило в Редакцию 6 марта 2002 г.
В окончательной редакции 26 июня 2002 г.)

Рассматриваются динамические и теплообменные процессы при свободных колебаниях газового пузырька в вязкой электропроводной жидкости, помещенной в однородное магнитное поле. Численными методами получены решения системы уравнений, описывающих релаксацию пузырька. Показано, что магнитное поле через механизм джоулевой диссипации приводит к быстрому затуханию колебаний. На осциллирующей стадии процесса энергия рассеивается в основном через джоулеву диссипацию, а на завершающей стадии — через тепловую диссипацию.

Процессы динамики и теплообмена газовых и паровых пузырьков представляют интерес для многих отраслей техники [1]. В частности, в предложенном в [2,3] жидко-металлическом МГД (магнитогидродинамическом) компрессоре сжатие газа сопровождается диссипацией энергии от колеблющихся пузырьков газа в вязкой электропроводной жидкости, помещенной в магнитное поле.

К известным и изученным механизмам вязкой и тепловой диссипации энергии при осцилляциях газовых пузырьков [4] в канале МГД компрессора добавляется дальнедействующий механизм джоулевой диссипации, который может влиять на протекание динамических и тепловых процессов осциллирующего пузырька, вызывать быстрые затухания колебаний. Необходимость исследования этих процессов продиктована стремлением к рациональному проектированию указанных устройств.

Пусть в центре сферической системы координат (r, Θ, φ) расположен сферический пузырек с совершенным газом, находящийся в механическом и термическом равновесии с окружающей вязкой несжимаемой электропроводной жидкостью. Внешняя магнитная система создает во всем объеме жидкости однородное магнитное поле $\mathbf{B} = \{0, 0, -B\}$, $B = \text{const}$ (в декартовой системе). Воздействием ступенчатого импульса давления в бесконечности пузырек выводится из состояния равновесия, и начинается процесс релаксации, приводящий пузырек в новое состояние равновесия.

Для описания этого переходного процесса обратимся к уравнениям неразрывности, импульсов, энергии (или притока теплоты), законам Ома и Джоуля, термическому уравнению состояния газа, считая, что процесс затухающих колебаний газового пузырька протекает при малых магнитных числах Рейнольдса,

$$\text{div } \mathbf{v}_1 = 0, \quad (1)$$

$$\rho_1 \left(\frac{\partial \mathbf{v}_1}{\partial t} + (\mathbf{v}_1 \cdot \nabla) \mathbf{v}_1 \right) = -\text{grad } p_1 + \mathbf{j} \times \mathbf{B} + \mu \nabla^2 \mathbf{v}_1, \quad (2)$$

$$\rho_1 c_1 \left(\frac{\partial T_1}{\partial t} + (\mathbf{v}_1 \cdot \nabla) T_1 \right) = -\text{div } \mathbf{q}_1 + \Phi + q_v, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \rho_2^0}{\partial t} + \text{div} (\rho_2^0 \mathbf{v}_2) = 0, \quad (4)$$

$$\rho_2^0 \left(\frac{\partial \mathbf{v}_2}{\partial t} + (\mathbf{v}_2 \cdot \nabla) \mathbf{v}_2 \right) = -\text{grad } p_2, \quad (5)$$

$$\rho_2^0 \frac{d_2}{dt} \left(u_2 + \frac{\mathbf{v}_2^2}{2} \right) = -\text{div } \mathbf{q}_2 + \text{div} (\mathbf{p}_{2n} \cdot \mathbf{v}_2), \quad (6)$$

$$p_2 = \rho_2^0 R_2 T_2, \quad (7)$$

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{v}_1 \times \mathbf{B}, \quad q_v = j^2 / \sigma. \quad (8)$$

В дальнейшем все величины с индексом 1 относятся к параметрам жидкой фазы, а с индексом 2 — к газовой. В уравнениях (1)–(8) приняты обозначения: \mathbf{v}_i — скорость; p_i — давление; \mathbf{p}_{in} — тензор поверхностных напряжений; T_i — температура; ρ_1, ρ_2^0 — истинные плотности жидкости и газа; \mathbf{q}_i — вектор плотности теплового потока; c_i — удельная массовая изохорная теплоемкость; λ_i — коэффициент теплопроводности i -й фазы; u_2 — удельная массовая внутренняя энергия; R_2 — удельная газовая постоянная, Φ — диссипативная функция; q_v — плотность объемного тепловыделения за счет джоулевой диссипации; μ, ν — динамический и кинематический коэффициенты вязкости жидкости; σ — электропроводность жидкости.

Наличие однородного магнитного поля искажает сферически-симметричный характер динамических и тепловых процессов вокруг пузырька. Действительно, при радиальном течении жидкости со скоростью $\mathbf{v}_1 = \{w_1, 0, 0\}$ в магнитном поле $\mathbf{B} = -B \cos \Theta \mathbf{i}_r + B \sin \Theta \mathbf{i}_\Theta$ вокруг пузырька индуцируется электрический ток $\mathbf{j} = \sigma w_1 B \sin \Theta \mathbf{i}_\varphi$, взаимодействие которого

с магнитным полем приводит к образованию электромагнитной силы

$$\mathbf{f} = \mathbf{j} \times \mathbf{B} = -\sigma w_1 B^2 \sin^2 \Theta \mathbf{i}_r - \sigma w_1 B^2 \cos \Theta \sin \Theta \mathbf{i}_\Theta = f_r \mathbf{i}_r + f_\Theta \mathbf{i}_\Theta,$$

где \mathbf{i}_r , \mathbf{i}_Θ , \mathbf{i}_φ — орты физического базиса в сферической системе координат.

Непотенциальная составляющая f_Θ электромагнитной силы будет приводить к меридиональному течению жидкости вокруг пузырька со скоростью w_Θ , что исказит ее чисто радиальное течение.

Среднее на сфере радиусом r значение меридиональной составляющей электромагнитной силы при радиальном течении равно нулю, а среднее значение радиальной компоненты составляет

$$\langle f_r \rangle = \frac{1}{4\pi r^2} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} f_r r^2 \sin \Theta d\Theta d\varphi = -\frac{2}{3} \sigma w_1 B^2.$$

Оставаясь в рамках одномерного описания поля скоростей в вязкой жидкости, будем пренебрегать меридиональным течением и заменим компоненту f_r ее средним значением $\langle f_r \rangle$. Осредним также джоулево тепловыделение $\langle q_v \rangle = (2/3)\sigma w_1^2 B^2$.

При этих допущениях из уравнения (1) следует закон изменения скорости в жидкости $w_1(r, t) = w_a(t)a^2/r^2$, где w_a — скорость межфазной границы; $a(t)$ — радиус пузырька, с учетом которого из уравнения импульсов (2) и условий механического равновесия межфазной границы следует уравнение динамики пузырька

$$a \frac{d^2 a}{dt^2} + \frac{3}{2} \left(\frac{da}{dt} \right)^2 + \frac{2}{3} \frac{\sigma B^2}{\rho_1} a \frac{da}{dt} + 4\nu \frac{1}{a} \frac{da}{dt} + 2 \frac{\Sigma}{a} = \frac{p_{2a}(t) - p_\infty}{\rho_1},$$

где Σ — коэффициент поверхностного натяжения, p_∞ — давление жидкости в бесконечности.

Это уравнение содержит две неизвестные функции: $a(t)$ — радиус пузырька и $p_{2a}(t)$ — давление газа на межфазной поверхности.

Уравнение притока теплоты в жидкой фазе (3) при известной скорости $w_1(r, t)$ с учетом закона теплопроводности Фурье $\mathbf{q}_i = -\lambda_i \nabla T_i$, а также осреднения величины q_v и вычисления диссипативной функции Φ записывается в виде

$$\rho_1 c_1 \left(\frac{\partial T_1}{\partial t} + w_1 \frac{\partial T_1}{\partial r} \right) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda_1 r^2 \frac{\partial T_1}{\partial r} \right) + 12\mu \frac{w_1^2}{r^2} + \frac{2}{3} \sigma w_1^2 B^2.$$

Принимая для давления газа в пузырьке p_2 условие гомобаричности, уравнения (4)–(6) с учетом (7) приводятся к виду [4]: уравнение для скорости газа в пузырьке

$$w_2(r, t) = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{1}{p_2(t)} \left(\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial r} \right) - \frac{r}{3\gamma p_2(t)} \frac{dp_2}{dt},$$

где γ — показатель адиабаты; уравнение для давления газа в пузырьке

$$\frac{dp_2}{dt} = -3\gamma \frac{p_2 w_a}{a} - 3(\gamma - 1) \frac{q_a}{a},$$

где

$$q_a = -\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial r} \Big|_{r=a}$$

— плотность теплового потока на межфазной границе; уравнение притока теплоты в газовой фазе

$$\frac{\partial T_2}{\partial t} + w_2(r, t) \frac{\partial T_2}{\partial r} = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{T_2}{p_2} \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda_2 r^2 \frac{\partial T_2}{\partial r} \right) + \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{T_2}{p_2} \frac{dp_2}{dt}.$$

Имея в виду численное исследование выписанной системы уравнений, приведем ее к удобному для этих целей виду. Для этого введем следующие характерные величины: в качестве масштаба длин выберем начальный радиус пузырька a_0 ; величину характерной скорости — $v_0 = \sqrt{p_0/\rho_1}$, где p_0 — начальное давление газа в пузырьке; характерного времени — $t_0 = a_0/v_0$; характерной температуры — начальную температуру в системе T_0, K .

Перейдем от эйлеровых координат (r, t) к подвижной системе приведенных координат $t_* = t/t_0$, $\eta = r/a(t)$.

Используя введенные масштабы физических величин и формулы перехода [4]

$$\frac{\partial}{\partial r} = \frac{1}{a} \frac{\partial}{\partial \eta}, \quad \left(\frac{\partial}{\partial t} \right)_r = \left(\frac{\partial}{\partial t} \right)_\eta - \frac{\dot{a}}{a} \eta \frac{\partial}{\partial \eta},$$

преобразуем вышеприведенные уравнения к следующей системе: уравнение динамики пузырька (уравнение Рэлея)

$$a_* \frac{d^2 a_*}{dt_*^2} + \frac{3}{2} \left(\frac{da_*}{dt_*} \right)^2 + \frac{2}{3} \frac{\text{Ha}^2}{\text{Re}_1} a_* \frac{da_*}{dt_*} + \frac{4}{\text{Re}_1} \frac{1}{a_*} \frac{da_*}{dt_*} + \frac{2}{\text{We}_1} \frac{1}{a_*} = p_* - (k + 1); \quad (9)$$

уравнение притока теплоты в жидкости

$$\frac{\partial \Theta_1}{\partial t_*} + \frac{\dot{a}_*}{a_*} \left(\frac{1}{\eta^2} - \eta \right) \frac{\partial \Theta_1}{\partial \eta} = \frac{1}{\text{Pe}_1} \frac{1}{a_*^2} \left(\frac{\partial^2 \Theta_1}{\partial \eta^2} + \frac{2}{\eta} \frac{\partial \Theta_1}{\partial \eta} \right) + 12 \frac{\text{Ec}_1}{\text{Re}_1} \left(\frac{\dot{a}_*}{a_*} \right)^2 \frac{1}{\eta^6} + \frac{2}{3} \frac{\text{Ha}^2 \text{Ec}_1}{\text{Re}_1} \frac{\dot{a}_*^2}{\eta^4}; \quad (10)$$

уравнение для давления газа в пузырьке

$$\frac{dp_*}{dt_*} = 3(\gamma - 1) \frac{\rho_*}{\text{Pe}_2 \text{Ec}_2} \frac{1}{a_*^2} \frac{\partial \Theta_2}{\partial \eta} \Big|_{\eta=1} - 3\gamma p_* \frac{\dot{a}_*}{a_*}; \quad (11)$$

уравнение для скорости газа в пузырьке

$$w_{2*}(\eta, t_*) = \frac{\rho_*}{\text{Pe}_2 \text{Ec}_2} \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{1}{p_* a_*} \frac{\partial \Theta_2}{\partial \eta} - \frac{1}{3\gamma} \frac{dp_*}{dt_*} \eta; \quad (12)$$

уравнение притока теплоты в газовой фазе

$$\frac{\partial \Theta_2}{\partial t_*} + \frac{w_{2*} - \eta \dot{a}_*}{a_*} \frac{\partial \Theta_2}{\partial \eta} = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{\rho_*}{\text{Re}_2 \text{Ec}_2} \times \left(\frac{\partial^2 \Theta_2}{\partial \eta^2} + \frac{2}{\eta} \frac{\partial \Theta_2}{\partial \eta} \right) + \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{\Theta_2}{p_*} \frac{dp_*}{dt_*}. \quad (13)$$

В этих уравнениях $a_* = a(t)/a_0$ — приведенный радиус пузырька; $p_* = p(t)/p_0$ — приведенное давление; $w_{2*} = w_2/v_0$ — приведенная скорость газа в пузырьке; $\Theta_1 = T_1/T_0$, $\Theta_2 = T_2/T_0$ — приведенные температуры в жидкости и газе; k — параметр возмущения давления, определяемый равенством $\delta p_\infty = k p_0$.

Краевые условия для системы уравнений (9)–(13) задаются так:

$$t_* = 0: a_* = 1, \quad \dot{a}_* = w_{a*} = 0, \quad \Theta_1(\eta, 0) = 1, \quad \Theta_2(\eta, 0) = 1;$$

$$\eta = 0: \quad \frac{\partial \Theta_2}{\partial \eta} = 0, \quad \Theta_2 < \infty, \quad w_{2*} = 0;$$

$$\eta = 1: \quad \lambda_2 \frac{\partial \Theta_2}{\partial \eta} = \lambda_1 \frac{\partial \Theta_1}{\partial \eta}, \quad \Theta_1(1, t_*) = \Theta_2(1, t_*);$$

$$\eta \rightarrow \infty: \quad w_{1*} \rightarrow 0, \quad \Theta_1(\infty, t_*) \rightarrow 1.$$

Критерии и числа подобия в этой системе уравнений были определены по следующим равенствам: $\text{Ha} = a_0 B \sqrt{\sigma/\mu}$ — число Гартмана; $\text{Re}_1 = a_0 v_0/\nu$ — число Рейнольдса; $\text{We}_1 = \rho_1 v_0^2/(\Sigma/a_0)$ — число Вебера; $\text{Ec}_1 = v_0^2/(c_1(T_0 - 273))$, $\text{Ec}_2 = v_0^2/(c_{2p}(T_0 - 273))$ — числа Эккерта; $\text{Re}_1 = a_0 v_0/(\lambda_1/(\rho_1 c_1))$, $\text{Re}_2 = a_0 v_0/(\lambda_2/(\rho_{20}^0 c_{2p}))$ — числа Пекле; $\rho_* = \rho_{20}^0/\rho_1$ — приведенная плотность; ρ_{20}^0 — начальная плотность газа.

Решение системы уравнений (9)–(13) с условиями однозначности (14) находилось численными методами. Интегрирование обыкновенных дифференциальных уравнений системы проводилось по схеме Рунге–Кутты четвертого порядка точности, а при интегрировании уравнений притока теплоты использовалась явная конечно-разностная схема. На пространственном отрезке $0 \leq \eta \leq L$ — бесконечно удаленная точка, вводился шаг $\delta\eta = L/M$, так что текущее значение координаты составляло $\eta_j = j\delta\eta$; $j = 0, 1, \dots, M$. На временном интервале $0 \leq t_* < \tau$ вводился временной шаг $\delta t = \tau/N$, так что $t_{*i} = i\delta t$; $i = 0, 1, \dots, N$. В качестве бесконечно удаленной точки принималось значение $L = 2$, а длительность временного интервала τ назначалась исходя из условия завершения осциллирующей стадии процесса. Параметры сетки M и N подбирались экспериментально из условия устойчивости процесса вычислений и минимальных затрат машинного времени, а полученные результаты иногда сравнивались на сетке при удвоенном параметре M . Большинство расчетов проводилось на сетке $N = 5000$, $M = 50$.

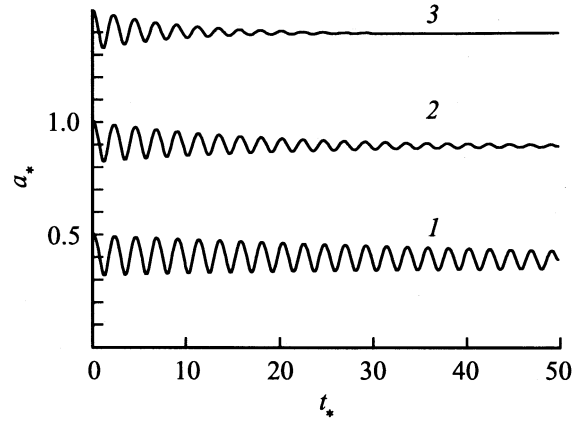


Рис. 1. Зависимость приведенного радиуса воздушного пузырька a_* от приведенного времени t_* при затухающих колебаниях в жидком галлии. В, Т: 1 — 0.5, 2 — 1.0, 3 — 1.5. Кривая 1 смещена по оси ординат на -0.5 единиц, а кривая 3 — на $+0.5$ единиц.

При интегрировании динамического уравнения и уравнения притока теплоты программно предусматривался обмен данными о плотности теплового потока на поверхности пузырька и выполнялась процедура „сшивки“ решений на межфазной границе в соответствии с граничными условиями IV рода.

Ниже представлены результаты численного исследования динамических и тепловых процессов при осциллирующих газовом пузырьке в различных условиях.

Расчеты проводились в среде жидкого галлия в качестве жидкой фазы и воздуха — дисперсной, с теплофизическими свойствами при 100°C . Во всех расчетах, где это не оговорено, радиус пузырька принимался равным $a_0 = 1$ мм, а начальное давление в пузырьке $p_0 = 100$ кПа. Параметр возмущения давления составлял $k = 0.5$, что соответствовало конечному давлению в системе в 150 кПа. Характерное время при этих параметрах составляло $t_0 = 2.5 \cdot 10^{-4}$ с, а характерная скорость была $v_0 = 4.05$ м/с. Числа задачи составляли: число Рейнольдса $\text{Re}_1 = 13000$, числа Пекле $\text{Pe}_1 = 3787$, $\text{Pe}_2 = 131$, число Вебера $\text{We}_1 = 205$, числа Эккерта $\text{Ec}_1 = 1.2 \cdot 10^{-4}$, $\text{Ec}_2 = 1.54 \cdot 10^{-4}$. Индукция магнитного поля варьировалась в пределах от 0 до 1.5 Т.

На рис. 1 представлены графики зависимости приведенного радиуса пузырька a_* от времени t_* для различных чисел Гартмана Ha : кривая 1 — 22.5 , кривая 2 — 45.1 , кривая 3 — 67.7 . Характер кривых говорит о сильном влиянии магнитного поля на длительность процесса затухания колебаний — осциллирующую стадию процесса. Эту же закономерность подтверждают и графики зависимости приведенного давления газа в пузырьке p_* от времени, показанные на рис. 2 для различных магнитных полей.

Теплообмен между пузырьком и окружающей жидкостью характеризуются производной $\partial \Theta_2/\partial \eta$ при $\eta = 1$, графики которой от времени для различных магнит-

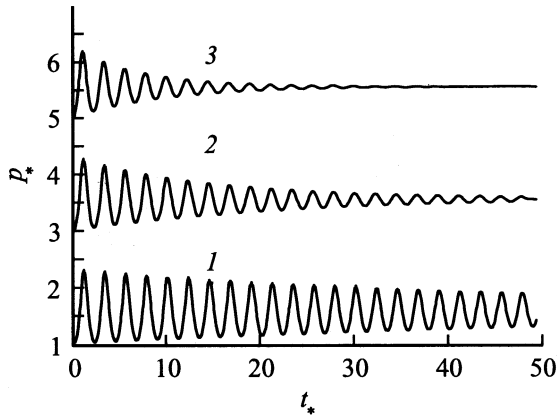


Рис. 2. Зависимость приведенного давления в пузырьке p_* от приведенного времени t_* для различных магнитных полей. В, Т: 1 — 0,5, 2 — 1,0, 3 — 1,5. Кривая 2 смещена по оси ординат на +2 единицы, а кривая 3 — на +4 единиц.

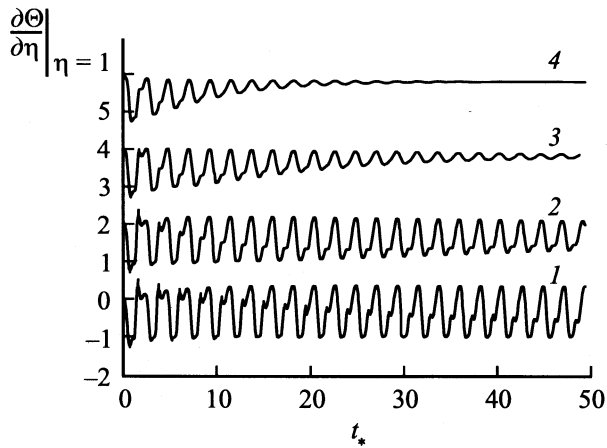


Рис. 3. Производная температуры по радиусу на поверхности пузырька в различные моменты времени t_* . В, Т: 1 — 0, 2 — 0,5, 3 — 1,0, 4 — 1,5. Кривая 2 смещена по оси ординат на +2, 3 — на +4 и 4 — на +6 единицы.

ных полей приведены на рис. 3. Графики показывают, что магнитное поле вносит коррективы в протекание теплообмена между газовым пузырьком и окружающей жидкостью. При отсутствии магнитного поля (кривая 1) производная температуры по радиусу на поверхности пузырька (условная плотность теплового потока) является знакопеременной функцией, однако ее среднее значение отрицательно, а с течением времени эта производная стремится к нулю, оставаясь в целом отрицательной. Отрицательное значение производной температуры означает, что теплота отводится от пузырька в окружающую жидкость, а положительное — подвод теплоты в пузырек.

Кривая 1 на этом рис. показывает, что пузырек периодически отдает (в фазе сжатия) и получает (в фазе расширения) теплоту окружающей жидкости, в целом охлаждаясь. По мере увеличения магнитного поля

(кривые 3 и 4) производная температуры по радиусу становится всюду знакоотрицательной, асимптотически приближаясь к нулю, что говорит о направлении теплового потока из пузырька в окружающую жидкость. Таким образом, магнитное поле, сокращая длительность осциллирующей стадии процесса, блокирует обратную перекачку теплоты из жидкости в пузырек при внешнем повышении давления.

На рис. 4 показаны графики температуры в центре пузырька и на его поверхности для различных магнитных полей во времени. Характер кривых говорит о синхронном изменении температуры в различных частях газового пузырька. В начальной стадии процесса температура в центре пузырька (кривые *a*) осциллирует с большей амплитудой, чем температура на его поверхности (кривые *b*), оставаясь при этом больше единицы, т. е. газ в пузырьке имеет температуру, большую, чем до возмущения. Температура на поверхности пузырька при малых полях может быть и больше, и меньше единицы. С увеличением индукции магнитного поля эффект переохлаждения поверхности пузырька вырождается.

Переохлаждение приграничных слоев газа в пузырьке при малых магнитных полях (кривые 1 и 2) обусловлено его расширением и снижением вследствие этого температуры. При расширении пузырька растет теплоотдающая поверхность и снижается температурный напор, общее же количество теплоты, полученной пузырьком от жидкости в фазе расширения, меньше количества теплоты, которую отдает пузырек в фазе сжатия. Магнитное поле (кривые 3 и 4), с одной стороны, снижает число пульсаций, из-за чего сокращается время передачи теплоты из пузырька в окружающую

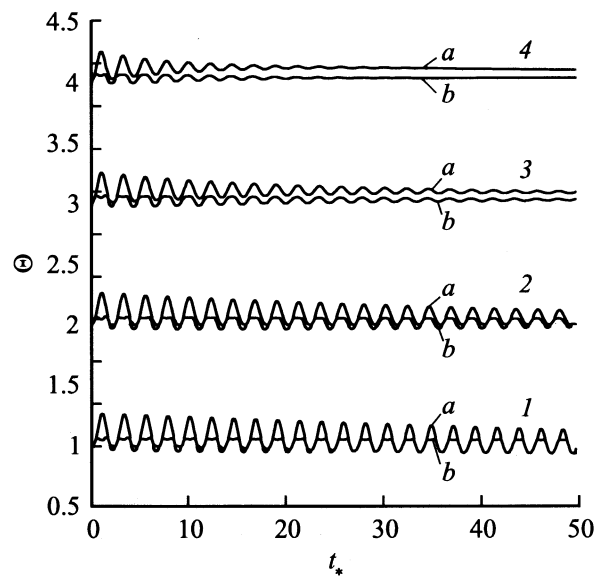


Рис. 4. Приведенная температура Θ в центре пузырька (*a*) и на его поверхности (*b*) в зависимости от приведенного времени t_* . В, Т: 1 — 0, 2 — 0,5, 3 — 1,0, 4 — 1,5. Смещения по оси ординат: кривая 2 — на +1, 3 — на +2, 4 — на +3 единицы.

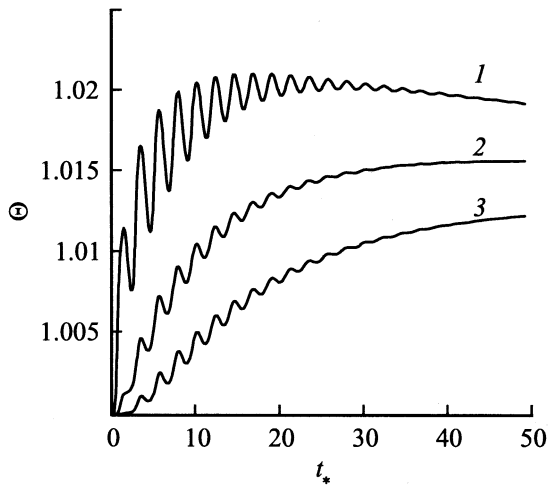


Рис. 5. Распределение приведенной температуры Θ в жидкости во времени t_* на различных расстояниях от пузырька. Кривая 1 — на расстоянии 1 пространственного шага, 2 — двух шагов, 3 — трех шагов $\delta\eta = L/M$.

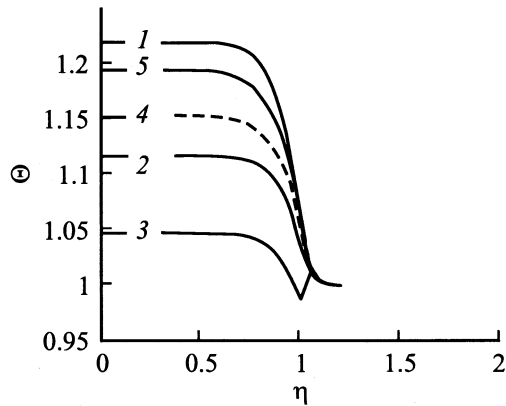


Рис. 6. Зависимость приведенной температуры Θ от приведенного расстояния η в различные фазы колебания. Слева — газ, справа — жидкость.

жидкость, с другой — уменьшает амплитуду колебаний величины межфазной поверхности, тем самым снижая подвод теплоты в пузырек в фазе расширения.

Другой особенностью магнитного поля в процессе релаксации газового пузырька является разделение механических и теплофизических процессов. При отсутствии поля динамические и тепловые процессы взаимосвязаны в течение всего времени релаксации (кривая 1 на рис. 4). В присутствии магнитного поля происходит гашение колебаний динамических параметров и сокращается осциллирующая фаза процесса. При этом термического равновесия система не успевает достигнуть и начинается вторая фаза — фаза регулярного теплообмена, по завершении которой пузырек переходит в новое термодинамическое равновесие (кривая 4 на рис. 4).

На рис. 5 приведены графики зависимости температуры в жидкости на различных расстояниях от поверх-

ности пузырька. Магнитное поле в этом примере было одно и то же и составляло 1.5 Т.

Кривые показывают, что близлежащие к межфазной поверхности слои жидкости испытывают осцилляции температуры, притом чем дальше от поверхности пузырька расположен слой жидкости, тем меньше влияние температуры газа.

В целом жидкость вокруг пузырька слабо разогревается, аккумулируя теплоту, полученную от газа.

Распределение температуры по радиусу для различных моментов времени при $B = 1.5$ Т представлено на рис. 6. Значение $\eta = 0$ — центр пузырька, $\eta = 1$ — поверхность пузырька, $\eta = L$ — бесконечно удаленная точка. Кривые 1 и 5 соответствуют двум последовательным наибольшим сжатиям пузырька в первом цикле: 1 — $t = 0$ и 5 — $T = 2\pi/\omega$ (ω — собственная круговая частота затухающих колебаний), кривая 2 — $t = T/4$, кривая 3 — $t = T/2$, кривая 4 — $t = 3T/2$. В центральной части пузырька почти до его поверхности температура газа остается однородной и лишь вблизи поверхности пузырька возникают градиенты температуры, знак которых зависит от фазы периода (сжатие или расширение). Наибольшему расширению пузырька соответствует наименьшая температура газа.

Представляет интерес удельный вклад в рассеиваемую энергию различных механизмов: вязкой, тепловой и джоулевой диссипации.

Кинетическая энергия осциллирующего пузырька, превращенная в теплоту силами вязкого трения к моменту времени t от начала колебаний, определяется выражением

$$Q_{\mu}(t) = \int_0^t \int_{V_0}^{\infty} 12 \frac{\mu w_1^2}{r^2} dt dV = 16\pi\mu a_0 t_0 v_0^2 J_{\mu}(t),$$

где

$$J_{\mu}(t) = \frac{Q_{\mu}(t)}{16\pi\mu a_0 t_0 v_0^2} = \int_0^{t_*} a_* w_*^2 dt_*$$

— диссипативный интеграл от вязких напряжений.

Кинетическая энергия осциллирующего пузырька, превращенная в теплоту через механизм джоулевой диссипации, к моменту времени t будет равна

$$Q_j(t) = \int_0^t \int_{V_0}^{\infty} \frac{j^2}{\sigma} dt dV = \frac{8}{3} \pi \sigma B^2 a_0^3 v_0^2 t_0 J_j(t),$$

где

$$J_j(t_*) = \frac{Q_j(T)}{\frac{8}{3} \pi \sigma B^2 a_0^3 v_0^2 t_0} = \int_0^{t_*} a_*^3 w_*^2 dt_*.$$

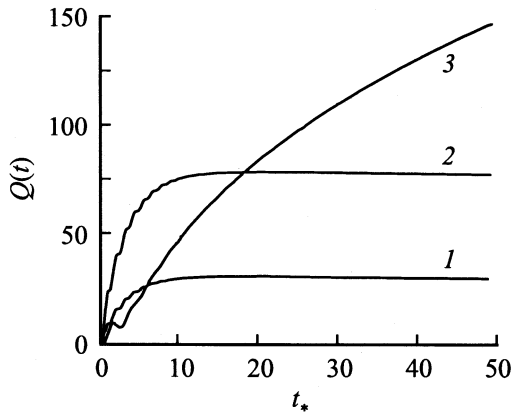


Рис. 7. Величина диссипируемой во времени t_* энергии. 1 — $Q_\mu \cdot 10^8$, 2 — $Q_j \cdot 10^5$, 3 — $Q_\lambda \cdot 10^5$, (J). Индукция магнитного поля $B = 1$ Т, начальный радиус пузырька $a_0 = 3$ мм.

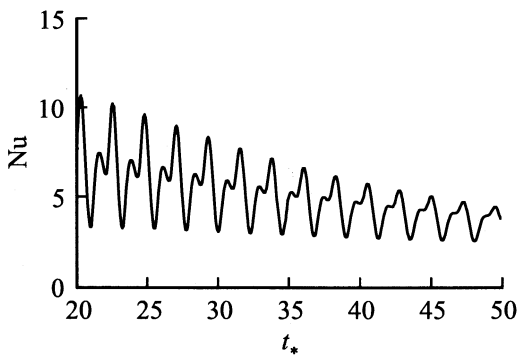


Рис. 8. Зависимость числа Нуссельта Nu от приведенного времени t_* на осциллирующей стадии процесса затухающих колебаний пузырька. Индукция магнитного поля $B = 0.5$ Т, начальный радиус пузырька $a_0 = 3$ мм.

Энергия, рассеиваемая от неравновесного подвода (и отвода) теплоты через поверхность пузырька, определяется интегралом

$$Q_\lambda(t) = \int_0^t \oint_\Sigma q_a dt d\Sigma = 4\pi a_0 T_0 \lambda_2 t_0 J_\lambda(t),$$

где

$$J_\lambda(t_*) = \frac{Q_\lambda(t)}{4\pi a_0 T_0 \lambda_2 t_0} = - \int_0^{t_*} a_* \frac{\partial \Theta}{\partial \eta} \Big|_{\eta=1} dt_*$$

— тепловой диссипативный интеграл.

На рис. 7 приведены зависимости энергий Q_μ , Q_j , Q_λ от времени процесса. Выход кривой на горизонтальный участок означает прекращение диссипации энергии под действием данного механизма. На осциллирующей стадии процесса все три кривые нарастают, причем зависимость Q_λ испытывает осцилляции, связанные с различным направлением теплового потока в начале процесса. Затем, после завершения этой фазы процесса, кривые Q_μ

и Q_j выходят на горизонтальный участок. Джоулева диссипация энергии на три порядка больше, чем вязкая диссипация. Последняя зависит от вязкости жидкости, которая у жидкого галлия мала. Тепловая диссипация энергии по порядку величин сравнима с джоулевой на осциллирующей стадии, но превышает ее на завершающей стадии процесса. Тем не менее на первой стадии через механизм джоулевой диссипации рассеивается энергии в несколько раз больше, чем от тепловой. Наклон кривой Q_λ на всем временном интервале говорит о незавершенности тепловых процессов.

Информацию о тепловых процессах пузырька с окружающей жидкостью несет также число Нуссельта

$$Nu = \frac{2a\alpha}{\lambda_2} = \frac{2a}{T_a - \langle T_2 \rangle} \frac{\partial T_2}{\partial r} \Big|_{r=a} = \frac{2}{\Theta_{\eta=1} - \langle \Theta \rangle} \frac{\partial \Theta}{\partial \eta} \Big|_{\eta=1},$$

где α — коэффициент теплоотдачи, $\langle T_2 \rangle$ — среднemasовая температура газа в пузырьке.

На рис. 8 показана зависимость числа Нуссельта при индукции магнитного поля $B = 0.5$ Т на осциллирующей стадии процесса.

Число Нуссельта в начале процесса является знакопеременной функцией, что говорит о нагреве и охлаждении пузырька. В моменты времени наибольшего сжатия пузырька число Нуссельта достигает своего максимального значения. Моментам наибольшего расширения пузырька соответствует минимум числа Нуссельта. Положительное значение числа Нуссельта соответствует отводу теплоты из пузырька, что имеет место в моменты сжатия, когда температура пузырька больше температуры жидкости. Отрицательные значения числа Нуссельта соответствуют подводу теплоты в пузырек, что возникает при расширении пузырька с понижением его температуры. По мере завершения процесса число Нуссельта асимптотически стремится к двум.

Заключение

Подводя итог, отметим основные особенности процесса затухания свободных колебаний объема газового пузырька в электропроводной жидкости в присутствии магнитного поля.

1) К известным [4] механизмам вязкой и тепловой диссипации добавляется высокоэффективный механизм джоулевой диссипации.

2) Магнитное поле приводит к качественному разделению релаксационного процесса на две части: а) осциллирующая стадия, которая характеризуется наличием пульсаций всех динамических и термодинамических параметров, что обуславливает рассеяние кинетической энергии жидкости в основном за счет джоулевой диссипации; в конце этой стадии наступает механическое равновесие, исчезают пульсации параметров, но не достигается термическое равновесие; б) регулярная (безинерционная) стадия, которая характеризуется тем, что „выключаются“ механизмы вязкой и джоулевой

диссипации, а рассеивание энергии и переход пузырька к состоянию равновесия происходит за счет теплообмена с окружающей жидкостью. В конце этой стадии достигается полное термодинамическое равновесие по всем параметрам пузырька.

3) На осциллирующей стадии доминирующим механизмом диссипации энергии является джоулево тепловыделение, на регулярной — тепловая диссипация. В маловязких жидкостях типа воды кинетическая энергия, диссипируемая в теплоту от вязких напряжений, на три порядка меньше по сравнению с омической.

4) С увеличением индукции магнитного поля длительность осциллирующей стадии процесса релаксации пузырька сокращается, а при высоких полях (больших числах Гартмана) гармонические затухающие колебания вырождаются в апериодические.

5) Вихревые токи, обусловленные радиальными колебаниями пузырька, приводят к разогреву пограничного с пузырьком слоя жидкости, что влияет на процесс теплообмена пузырька, блокируя обратную перекачку теплоты в пузырек в фазе его расширения.

Список литературы

- [1] *Жаров А.Н., Григорьев А.И.* // ЖТФ. 2001. Т. 71. Вып. 11. С. 12–20.
- [2] *Васильев А.П., Кирко И.М.* и др. А.С. (СССР) № 1549445. МКИ Н02К 44/00. Способ сжатия и устройство для его осуществления.
- [3] *Васильев А.П., Бондаренко В.А., Тараков Д.А., Прокопенко А.Д.* // Холодильная техника. 1991. № 12. С. 22–24.
- [4] *Нигматулин Р.И.* Динамика многофазных сред. М.: Наука, 1987. Т. 1, 2. 464 и 360 с.