

Параметрическая генерация высокочастотных гармоник в полупроводниковых сверхрешетках

© Ю.Ю. Романова[†]

Институт физики микроструктур Российской академии наук,
603950 Нижний Новгород, Россия

(Получена 25 апреля 2012 г. Принята к печати 25 апреля 2012 г.)

Исследовано поведение полупроводниковой сверхрешетки в бигармоническом квазистатическом электрическом поле, содержащем статическую компоненту. Получены аналитические выражения для высокочастотного отклика, и проанализирована возможность параметрической генерации высокочастотных гармоник в бездоменном режиме в сверхрешетках с различной степенью диссипации.

1. Введение

Интерес к полупроводниковым сверхрешеткам (СР) в значительной степени связан с сильной нелинейностью тока в сравнительно слабых электрических полях (10^2 – 10^4 В/см). Эта нелинейность является следствием брэгговских отражений электрона на границах узких мини-зон Бриллюэна. В статических полях отражения приводят к пространственной локализации и достаточно высокочастотным периодическим блоховским осцилляциям (БО) электронов [1]. В переменном электрическом поле с частотой ω (без постоянной составляющей) брэгговские отражения вызывают в СР нелинейные периодические блоховские колебания (БК) электронов с периодом этого поля [2–4]. БК и отрицательные эффективные массы электрона являются причинами возникновения абсолютной отрицательной проводимости (АОП) и статической и высокочастотной (динамической) отрицательных дифференциальных проводимостей (ОДП) СР [5]. Это открывает перспективы использования СР в качестве умножителей частоты с гармониками, лежащими в терагерцовом диапазоне (см., например, [6]).

В СР с гармоническим законом дисперсии электронов в нижней мини-зоне высокочастотная отрицательная проводимость возникает только на падающем участке вольт-амперной характеристики (ВАХ). Генерация блоховских колебаний в таких СР разрушается, однако, с развитием относительно низкочастотной доменной неустойчивости (эффект Ганна). В неоднородном поле электронный ансамбль теряет временную когерентность, и усиление терагерцового излучения становится трудно достижимым. Поэтому для решения задач усиления терагерцовых колебаний предпочтительно выбирать такие режимы работы, в которых области отрицательной динамической проводимости лежат вне областей статической дифференциальной и абсолютной отрицательной проводимостей. Известно, что интенсивное переменное поле меняет ВАХ СР, сдвигая область отрицательной дифференциальной проводимости [7–9]. Сильное высокочастотное поле создает также новые области положительной и отрицательной дифференциальных проводимостей [10]. Экспериментально этот эффект наблюдался

в [11,12] на частотах порядка 0.6–1.5 ТГц. При этом генерация и поглощение оптических фононов возникали в условиях, когда низкочастотная неустойчивость была подавлена. Возможность подавления доменной неустойчивости в СР высокочастотными полями обсуждалась также в [13]. Заметим, что для не сильно легированных СР ($n \approx 10^{16}$ см⁻³) моделирование методом Монте-Карло подтверждает успешное подавление доменной неустойчивости переменным полем [14].

Характерной величиной, разграничивающей разные режимы поведения СР во внешнем электрическом поле $E(t) = E_c + E_1 \cos(\omega_1 t - \delta_1)$, является величина $\omega_1 \tau$, где ω_1 — частота поля накачки, а τ — время релаксации функции распределения. Случай $\omega_1 \tau \ll 1$ условно называют низкочастотным или квазистатическим, хотя в сильно легированных СР он соответствует субтерагерцовому диапазону (при $\tau \approx 10^{-13}$ с $\omega_1 \leq 2\pi \cdot 160$ ГГц). $\omega_1 \tau \gg 1$ соответствует высокочастотному (ВЧ) случаю. Возможен также „гибридный“ режим: поле $E_1(t)$ — низкочастотное, а частота его гармоник лежит в ВЧ диапазоне $\omega_2 \tau = m\omega_1 \tau \geq 1$.

В большинстве экспериментальных работ, изучающих параметрическую генерацию гармоник (например, [15,16]), для численных расчетов была использована квазистатическая формула зависимости тока от поля в СР. Аналитические выражения для проводимостей СР в квазистатическом поле были записаны в [7], где акцент был сделан на рассмотрение взаимодействия сильных статического и гармонического полей. Случай высоких частот был подробно рассмотрен в [17–20], и в настоящей работе мы будем обращаться к нему только для сравнения. Гибридный же режим последовательно никем не анализировался, хотя в [21] и делались попытки записать соответствующие проводимости через квантовые производные и были приведены графические интерпретации формул, но конкретных аналитических выражений получено не было. В настоящей работе мы их получим.

Проводимость СР в сильных переменных полях с $\omega \tau \ll 1$ обладает рядом особенностей, которые могут быть полезны для работы в режиме параметрической генерации гармоник [7]: 1) отсутствуют области индуцированной и самоиндуцированной прозрачности, аб-

[†] E-mail: jul@ipm.sci-nnov.ru

солотной отрицательной проводимости (АОП), т.е. в симметричной СР невозможна генерация статических полей чисто гармоническим полем; 2) вольт-амперная характеристика СР, формирующаяся под воздействием конечных статического и гармонического полей, имеет только одну область статической ОДП, что облегчает возможность генерации гармоник в бездоменном режиме. В [7,8] было отмечено, что в режиме подавления доменной неустойчивости гармоническое поле (E_1) можно усилить до значительной величины путем медленного (по сравнению с максвелловской релаксацией) увеличения статического поля (E_c), медленно двигаясь по кривой $\sigma_1(E_c, E_1) = 0$ (σ_1 — проводимость СР на частоте основного сигнала). В настоящей работе мы обсудим перспективы использования особенностей нелинейного взаимодействия периодических и статического полей в СР для усиления гармоник поля.

Работа построена следующим образом. В разд. 2 записаны основные выражения для статических и высокочастотных проводимостей в квазистатическом и высокочастотном случаях и приведен вывод формул для гибридного случая: $\omega_1\tau \ll 1$, $\omega_2\tau = m\omega_1\tau \geq 1$. В разд. 3 мы остановимся на вопросе взаимодействия гармонического и статического полей в системах с разной диссипацией, приведем результаты численного моделирования. Разд. 4 посвящен непосредственно вопросу параметрической генерации и усиления гармоник поля, влиянию на него различных параметров системы. В Заключение сформулированы основные результаты работы.

2. Основные соотношения

Рассмотрим поведение полупроводниковой СР в поле вида

$$E(t) = E_c + E_1 \cos(\omega_1 t - \delta_1) + E_2 \cos(\omega_2 t - \delta_2). \quad (1)$$

Будем предполагать выполненными неравенства $\Delta_g \gg \hbar\tau^{-1}$, $\Delta \gg \hbar\tau^{-1}$, $\Delta_g \gg \hbar\omega$, eEd , $\Delta \gg eEd$. Здесь d — период сверхрешетки, Δ и Δ_g — ширины разрешенной и запрещенной мини-зон соответственно. Первое неравенство необходимо для возникновения мини-зонной структуры, второе — для существования определенного закона дисперсии в мини-зоне, третье — позволяет ограничиться одноминизонным приближением, четвертое (не являющееся необходимым для справедливости качественных результатов) совместно с тремя предыдущими обеспечивает справедливость квазиклассического описания поведения электронов в мини-зоне. В случае гармонического закона дисперсии электрона и при выполнении неравенств, определяющих медленность изменения поля,

$$\omega\tau \ll 1, \quad \tau |dE(t)/dt| \ll E^*, \quad (2)$$

ток в СР в τ -приближении описывается известным выражением [22,23]:

$$j(t) = \sigma_0 \frac{E(t)}{1 + [E(t)/E^*]^2}, \quad (3)$$

где $E^* = edE/\hbar$ — напряжение, при котором достигается максимум тока, $\sigma_0 = \varepsilon\omega_0^2\tau/4\pi$ — линейная статическая проводимость СР, $\omega_0^2 = 4\pi ne^2 d^2/\varepsilon\hbar^2 (\Delta/2 - \langle \varepsilon_3 \rangle_0)$ — плазменная частота, $\langle \varepsilon_3 \rangle_0 = \Delta/2[1 - I_1(\Delta/2T_0)/I_0(\Delta/2T_0)]$ — средняя равновесная продольная энергия электрона, T_0 — температура, n — концентрация электронов, ε — диэлектрическая проницаемость СР. Дифференциальная проводимость СР в этом случае равна

$$\sigma_d(E(t)) \equiv \frac{dj}{dE} = \sigma_0 \frac{1 - (E(t)/E^*)^2}{[1 + (E(t)/E^*)^2]^2}. \quad (4)$$

Из (2), (4) следует, что при $|E(t)| > E^*$ дифференциальная проводимость СР отрицательная и принимает максимальное по абсолютной величине значение, равное $\sigma_0/8$ при $E(t) = \sqrt{3}E^*$. При $|E(t)| \gg E^*$ электрический ток в СР и ее проводимость малы, а поглощаемая в единицу времени плотность энергии стремится к постоянной величине, равной $\sigma_0(E^*)^2$. Другими словами, при $E(t) \gg E^*$ из-за быстрых блоховских осцилляций электронов и хаотического перемешивания столкновениями их фаз распределение электронов в импульсном пространстве (но не отдельный электрон) слабо реагирует на изменение электрического поля. Это приводит к специфическим особенностям энергообмена между полями в СР. Например, рассмотрим качественное взаимодействие интенсивного гармонического поля со слабым полем своей m -й гармоники.

Рассмотрим СР в поле (1) без статической компоненты: $E_1 > E^*$, $E^2 \ll E^*$, $\omega_2 = m\omega_1$. Гармоника m будет усиливаться полем основной гармоники, если

$$\int_0^{2\pi} \sigma_d(E_1(t)) E_2^2(t) dt < 0. \quad (5)$$

Неравенство (5) может быть выполнено лишь при определенных значениях фазы $\varphi = \delta_2 - \delta_1$. Она должна быть такой, чтобы максимальное поле m -й гармоники приходилось на моменты ОДП, создаваемой полем основной гармоники, и минимальное — на моменты наибольшей положительной проводимости СР. Количественные оценки энергообмена между полями, подтверждающие возможность усиления гармоник интенсивного поля при указанных значениях сдвига фаз, будут приведены далее. Для дальнейшего исследования необходимо знать нелинейные проводимости, связывающие гармоники тока и поля в СР. Если E_2 — слабое поле, то ток в СР

описывается формулой [7]

$$j(t) = \sigma_c(E_c, E_1)E_c + \operatorname{Re} \sum_{m=1}^{\infty} \sigma_1(m\omega_1; E_c, E_1)E_1 \times \exp[-im(\omega_1 t - \delta_1)] + \operatorname{Re} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sigma_2(\omega_2 + m\omega_1; E_c, E_1)E_2 \times \exp\{-i[(\omega_2 + m\omega_1)t - m\delta_1 - \delta_2]\} \quad (6)$$

с проводимостями

$$\sigma_c(E_c, E_1) = \frac{1}{2}\sigma_1(0; E_c, E_1) = \frac{\sigma_0}{\sqrt{2}\rho_c} \left[\frac{\sqrt{A^2 + 4\rho_c^2} - A}{A^2 + 4\rho_c^2} \right]^{1/2}, \quad (7)$$

$$\sigma_1(m\omega_1; E_c, E_1) = \frac{2\sigma_0}{\rho_1^{n+1}} \operatorname{Re} \left[\frac{(\sqrt{A + 2i\rho_c} - 1 - i\rho_c)^m}{i^{m-1}\sqrt{A + 2i\rho_c}} \right], \quad (8)$$

$$\sigma_2(\omega_2 + m\omega_1; E_c, E_1) = \frac{\sigma_0}{\rho_1^{|m|}} \operatorname{Re} \left[\frac{(\sqrt{A + 2i\rho_c} - 1 - i\rho_c)^{|m|}}{i^{|m|}(A + 2i\rho_c)^{3/2}} \times \left(1 + i\rho_c + |m|\sqrt{A + 2i\rho_c} \right) \right], \quad (9)$$

$A = 1 + \rho_1^2 - \rho_c^2$, $\rho_{1,c} = E_{1,c}/E^* = \Omega_{1,c}\tau$, $\operatorname{Re}\sqrt{A + 2i\rho_c} > 0$. Здесь $\Omega = eEd/\hbar$ — блоховская частота. Нелинейная проводимость $\sigma_c(E_c, E_1)$ определяет измененную интенсивным гармоническим полем E_1 статическую ВАХ СР. Проводимость $\sigma_1(m\omega; E_c, E_1)$ с $n \geq 2$ описывает генерацию m -й гармоники поля E_1 , а при $m = 1$ — это измененная статическим полем нелинейная проводимость СР на основной частоте. Нелинейная проводимость $\sigma_2(\omega_2 + m\omega_1; E_c, E_1)$ при $m = 0$ представляет собой измененную гармоническим полем E_1 линейную проводимость СР на частоте ω_2 , она описывает несинхронное (независящее от фазовых соотношений) взаимодействие полей, а при $m \neq 0$ — их синхронное взаимодействие с образованием комбинационных гармоник. В случае произвольных частот проводимости σ выражаются через функции Бесселя [24]:

$$\sigma_c(\omega_1; E_c, E_1) = \frac{\sigma_0}{\Omega_c} \sum_{\mu=-\infty}^{\infty} \frac{\Omega_c + \mu\omega_1}{1 + (\Omega_c + \mu\omega_1)^2\tau^2} \times J_{\mu}^2\left(\frac{\Omega_1}{\omega_1}\right) \leq \frac{\sigma_0}{2\Omega_c\tau}, \quad (10)$$

$$\operatorname{Re} \sigma_1(m\omega_1; E_c, E_1, \omega_1) = \operatorname{Re} \left[i \frac{\sigma_0}{2\Omega_1\tau} \sum_{\mu=-\infty}^{\infty} J_{\mu}\left(\frac{\Omega_1}{\omega_1}\right) J_{\mu+m} \times \left(\frac{\Omega_1}{\omega_1}\right) \left\{ \frac{1}{1 + i(\Omega_c + \mu\omega_1)\tau} - \frac{(-1)^m}{1 - i(\Omega_c - \mu\omega_1)\tau} \right\} \right], \quad (11)$$

$$\operatorname{Re} \sigma_2(\omega_2 + m\omega_1; E_c, E_1, \omega_1) = \operatorname{Re} \left\{ i \frac{\sigma_0}{2\omega_1\tau} \sum_{\mu=-\infty}^{\infty} J_{\mu}\left(\frac{\Omega_1}{\omega_1}\right) J_{\mu+m} \left(\frac{\Omega_1}{\omega_1}\right) \times \left[\frac{1}{[1 + i\tau(\mu\omega_1 + \Omega_c)][(\omega_2 - \mu\omega_1 - \Omega_c)\tau + i]} + \frac{(-1)^m}{[1 + i\tau(\mu\omega_1 - \Omega_c)][(\omega_2 - \mu\omega_1 + \Omega_c)\tau + i]} \right] \right\}. \quad (12)$$

Наиболее интересным в экспериментальном плане оказывается промежуточный случай, когда частота поля накачки относительно мала ($\omega_1\tau \ll 1$), а частота усиливаемого сигнала (гармоники) достаточно велика (выходит за рамки квазистатического случая) ($\omega_2\tau \geq 1$). Аналитические формулы для этого случая ранее не были написаны, поэтому остановимся на нем подробнее.

Решая классическое кинетическое уравнение, приведенное в [24], получим следующее выражение для плотности тока, возбуждаемого в сверхрешетке полем вида (1):

$$j(t) = \frac{i}{2} j_0 \sum_{\mu_{1,2}=-\infty}^{\infty} \frac{J_{\mu_1}(\Omega_1/\omega_1) J_{\mu_2}(\Omega_2/\omega_2)}{1 + i(\Omega_c + \mu_1\omega_1 + \mu_2\omega_2)\tau} \times \exp \left[i\mu_1(\omega_1 t - \delta_1) - i \frac{\Omega_1}{\omega_1} \sin(\omega_1 t - \delta_1) + i\mu_2(\omega_2 t - \delta_2) - i \frac{\Omega_2}{\omega_2} \sin(\omega_2 t - \delta_2) \right] + \text{c. c.}, \quad (13)$$

где $j_0 = \sigma_0\hbar/ed\tau$. Используя соотношение

$$\lim_{\omega\tau \rightarrow 0} \sum_{\mu=-\infty}^{\infty} J_{\mu}\left(\frac{\Omega}{\omega}\right) \frac{\exp [i\mu(\omega t - \delta) - i \frac{\Omega}{\omega} \sin(\omega t - \delta)]}{1 + i\mu\omega\tau} = \frac{1}{1 + i\Omega\tau \cos(\omega t - \delta)} \quad (14)$$

и заменив τ на $\tau' = \tau/[1 + i(\Omega_c + \mu_2\omega_2)]$, получим

$$j(t) = \frac{i}{2} j_0 \sum_{\mu=-\infty}^{\infty} \frac{J_{\mu}(\Omega_2/\omega_2)}{1 + i(\Omega_c + \mu_2\omega_2)\tau + i\Omega_1\tau \cos(\omega_1 t - \delta_1)} \times \exp \left[i\mu(\omega_2 t - \delta_2) + i \frac{\Omega_2}{\omega_2} \sin(\omega_2 t - \delta_2) \right] + \text{c. c.} \quad (15)$$

Заметим, что для более простого случая $\omega_2\tau = 0$ и $\Omega_c\tau = 0$ выражения для токов получены в [17], там же рассмотрены некрatные частоты $\omega_2 \gg \omega_1$, но $\omega_2\tau \ll 1$, и показано, что при определенных условиях поле „2“ может быть усилено полем „1“. Для определенности положим $\sigma_1 = 0$. Разложим (15) во временной ряд Фурье по $\omega_1 t$ и $\omega_2 t$, тогда

$$j = j_0 \sum_{v_{1,2}=-\infty}^{\infty} j_{v_1, v_2} \exp[-iv_1(\omega_1 t) - iv_2(\omega_2 t - \delta_2)] + \text{c. c.}, \quad (16)$$

$$j_{v_1, v_2} = \frac{i}{2} \sum_{\mu=-\infty}^{\infty} \frac{J_{\mu}(\Omega_2/\omega_2) J_{\mu+v_2}(\Omega_2/\omega_2)}{\sqrt{B_{\mu} + 2i(\rho_c + \mu\omega_2\tau)}} \times \frac{[\sqrt{B_{\mu} + 2i(\rho_c + \mu\omega_2\tau)} - 1 - i(\rho_c + \mu\omega_2\tau)]^{|\nu_1|}}{(i)^{|\nu_1|} (\rho_1)^{|\nu_1|}},$$

$$B_{\mu} = 1 + \rho_1^2 - (\rho_c + \mu\omega_2\tau)^2. \quad (17)$$

Полагаем поле „2“ слабым ($\Omega_2/\omega_2 \ll 1, \Omega_1/\omega_1$), что и реализуется на начальной стадии усиления гармоник; тогда проводимость на комбинационной частоте есть

$$\text{Re } \sigma_2(\omega_2 + m\omega_1; E_c, E_1) = \text{Re} \left\{ -\frac{1}{2\omega_2\tau} \frac{1}{(i\rho_1)^{|m|}} \times \left(\frac{[\sqrt{B_{-1} + 2i(\rho_c - \omega_2\tau)} - 1 - i(\rho_c - \omega_2\tau)]^{|m|}}{\sqrt{B_{-1} + 2i(\rho_c - \omega_2\tau)}} + (-1)^{|m|} \frac{[\sqrt{B_{-1} - 2i(\rho_c + \omega_2\tau)} - 1 + i(\rho_c + \omega_2\tau)]^{|m|}}{\sqrt{B_{-1} - 2i(\rho_c + \omega_2\tau)}} \right) \right\}. \quad (18)$$

Выражение (18) отличается от (9) наличием зависимости от ω_2 и справедливо для любых гармоник (а не только для $\omega_2\tau \geq 1$). В отсутствие статического поля оба слагаемых равны по модулю, и в спектре тока остаются только нечетные гармоники основной частоты и их сателлиты. При $\omega_1\tau \rightarrow 0$ (19) переходит в (9). Далее мы остановимся на квазистатическом и гибридном случаях. Параметрические эффекты, связанные с генерацией гармоник на более высоких частотах, рассмотрены в работах [17–20].

3. Взаимодействие гармонического и статического полей в системах с разной диссипацией

Рассмотрим теперь взаимодействие статического и гармонического полей с произвольными амплитудами в СР с различной диссипацией. Согласно (6) под воздействием поля (1) с $E_2 = 0$ в СР возникают статический ток

$$j_c = \sigma_c(E_c, E_1)E_c \quad (19)$$

и ток на основной частоте

$$j_{\omega_1}(t) = \sigma_1(E_c, E_1)E_1 \cos(\omega_1 t - \delta_1) \quad (20)$$

с проводимостями (7), (10) или (8), (11). Чтобы определить границы бездоменного режима, запишем также среднюю за период дифференциальную проводимость:

$$\bar{\sigma}_d = \begin{cases} \sigma_0 \text{Re} \frac{1 + i\rho_c}{[A(\rho_1, \rho_c) + 2i\rho_c]^{3/2}}, & \omega\tau \ll 1 \\ -\sigma_0 \sum_{\mu=-\infty}^{\infty} J_{\mu}^2 \left(\frac{\Omega_1}{\omega_1} \right) \frac{1 - (\Omega_c + \mu\omega_1)^2 \tau^2}{[1 + (\Omega_c + \mu\omega_1)^2 \tau^2]^2}, & \omega\tau \text{ произвольно.} \end{cases} \quad (21)$$

В чисто гармоническом поле ($E_c = 0$) $\bar{\sigma}_d = \sigma_c(0, E_1)$. При $\omega\tau \ll 1$ $\bar{\sigma}_d = \sigma_2(\omega_2; 0, E_1)$ всегда положительна.

Поэтому АОП в слабых статических полях ($E_c \ll E^*$) и обычное (непараметрическое) усиление низкочастотных полей с некратными ω_1 частотами не возникают ни при каких амплитудах гармонического поля, и флуктуации соответствующих полей всегда затухают. Однако возможно усиление гармоник поля $E_1(t)$, что будет рассмотрено в следующем разделе.

Известно, что интенсивное переменное поле меняет ВАХ СР, сдвигая область отрицательной дифференциальной проводимости в случае высокочастотных полей к меньшим, а в низкочастотных полях — к большим значениям статических полей, при этом максимальное значение статического тока с ростом амплитуды переменного поля падает [7–9]. На рис. 1 приведены области отрицательных проводимостей: динамической σ_1 , статической σ_c и дифференциальной σ_d : а) для системы с сильной диссипацией: $\omega_1\tau \ll 1$; б) $\omega_1\tau = 0.8$: соотношения (2) не выполняются, но АОП в чисто гармоническом поле еще не возникает; в) для системы со слабой диссипацией: $\omega_1\tau = 4$; I — $\sigma_{1,d} < 0$; II — $\sigma_1 < 0, \sigma_d > 0$; III — $\sigma_{1,d} > 0$; IV — $\sigma_1 > 0, \sigma_d < 0$; область $\sigma_c < 0$ заштрихована.

На рис. 1, а, б статическая проводимость (σ_c) всегда положительна, т.е. под действием „низкочастотного“ гармонического поля (в отличие от высокочастотного, рис. 1, в) энергия статического поля всегда поглощается, абсолютная отрицательная проводимость (АОП) не возникает. Поэтому статическое поле спонтанно не возбуждается ни в мягком, ни в жестком режимах, но может быть возбуждено бигармоническим полем [7]. Напротив, гармоническое поле даже с относительно большими амплитудами ($E_1 \approx E_c$) может усиливаться статическим полем. Для значений $E_1 \geq E^*$ максимальное усиление возникает при $E_c \approx E^* + E_1$. В относительно узкой области II взаимосвязанных значений амплитуд (E_1, E_c) усиление гармонического поля происходит при положительной дифференциальной проводимости СР по статическому току. Таким образом, в режиме подавления доменной неустойчивости гармоническое поле можно усилить до значительной величины ($E_1 < E^*/\omega_1\tau$) путем медленного (по сравнению с максвелловской релаксацией) увеличения статического поля, медленно двигаясь при этом в области II вблизи кривой $\sigma_1(\rho_c, \rho_1) = 0$, т.е. при $(dE_c/dt)/E_c \ll \omega_0^2\tau$, где $\omega_0 = (4\pi\sigma_0/\epsilon_0\tau)^{1/2}$ — плазменная частота, ϵ_0 — диэлектрическая проницаемость СР без учета поляризации свободных электронов. Важно, что в этом режиме, согласно (9), проводимости на других частотах положительны, $\sigma_2(\omega_2; E_c, E_1) > 0$, и обычное (непараметрическое) усиление других колебаний отсутствует. Однако их параметрическое усиление при относительно больших значениях ρ_1 , определяемых условием

$$|\sigma_2(\omega_2 + n\omega_1; E_c, E_1)| > |\sigma_2(\omega_2; E_c, E_1)|, \quad (22)$$

возможно. При этом наиболее эффективными будут параметрические усиление и генерация кратных и полукратных гармоник сильного поля. Приведем приближенные выражения для максимальных значений

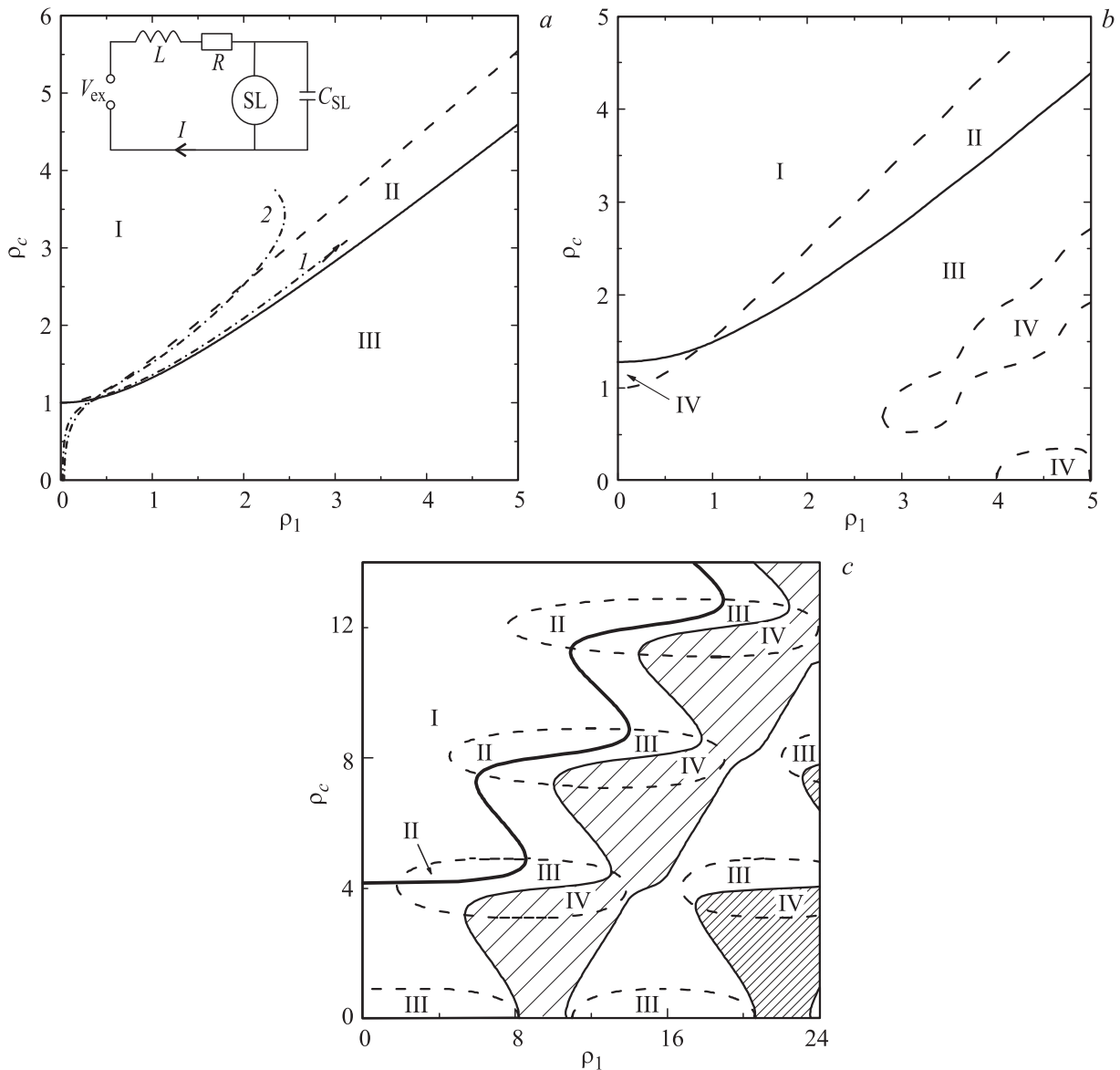


Рис. 1. Области отрицательных значений проводимостей $\sigma_1(E_c, E_1)$ и $\sigma_d(E_c, E_1)$. I — $\sigma_{1,d}(E_c, E_1) < 0$; II — $\sigma_1(E_c, E_1) < 0$, $\sigma_d(E_c, E_1) > 0$; III — $\sigma_{1,d}(E_c, E_1) > 0$; IV — $\sigma_1(E_c, E_1) > 0$, $\sigma_d(E_c, E_1) < 0$; заштрихованы области АОП ($\sigma_c < 0$); a — $\omega_1 \tau \ll 1$ (квазистатические поля); b — $\omega_1 \tau = 0.7$; c — $\omega_1 \tau = 4$. Овалы на (c) — области положительной статической дифференциальной проводимости. Сплошные толстые линии — $\sigma_1 = 0$, сплошные тонкие — $\sigma_c = 0$, штриховые — $\sigma_d = 0$, штрихпунктирные линии — примеры усиления амплитуды переменного поля при медленном увеличении статического, $\omega_0/\omega = 4$, $R\tau/L$: 1 — 0.0075, 2 — 0.015.

статического тока и отрицательной проводимости $\sigma_1(E_c, E_1)$ при заданной амплитуде гармонического поля E_1 и $\omega\tau \ll 1$: $(j_c)_{\max} \approx 0.5j_0(1 + \rho_1^2)^{-1/4}$, $\max[-\sigma_1(E_c, E_1)] \approx \sigma_0\rho_1^{-2}[(1 + \rho_1)^{1/4} - (1 + \rho_1)^{-1/4}]^2$. При $E_1 \gg E^*$ имеем для максимального энергообмена

$$j_c E_c \approx -\frac{1}{2} \sigma_1(E_c, E_1) E_1^2 \approx \frac{1}{2} \sigma_0 (E^*)^2 \sqrt{\rho_1} \gg \overline{j(t)E(t)} \approx \sigma_0 (E^*)^2, \quad (23)$$

т.е. в этом случае перекачка энергии от статического поля к гармоническому идет с относительно малыми диссипативными потерями.

В слабодиссипативных СР области II прерываются областями ОДП и возможность бездоменного усиления ограничена скоростью прохождения этих участков. Важной отличительной особенностью рис. 1, b является появление области IV, в которой диссипируют оба поля — E_1 и E_c , но статическая дифференциальная проводимость отрицательна. Поэтому в этой области линейное усиление поля E_2 происходит за счет энергии полей E_1 и E_c . В слабодиссипативной СР (c) появляются довольно широкие области АОП ($\sigma_c < 0$, на рисунке заштрихованы), в которых генерация и усиление статического поля будет подавлять все другие процессы.

Примеры усиления амплитуды гармонического поля, рассчитанные в простейшей резонансной схеме [25], настроенной на его частоту, показаны на рис. 1 штрихпунктирными кривыми для разных потерь в цепи (параметр $R\tau/L$). Электрическая схема (см. вставку на рис. 1, *a*) содержала последовательно соединенные СП (SL) толщиной Nd с собственной емкостью $C_{SL} = S\epsilon_0/4\pi Nd$, индуктивность L , нагрузочное сопротивление R , и источник напряжения V_{ex} , амплитуда которого определяется интенсивностью внешнего излучения. Подобная экспериментальная установка рассматривалась, например, в работе [26], в ней напряжение на СП создавалось с помощью микроволновой антенны. Все размеры структуры считались малыми по сравнению с длиной волны. Сопротивление R включало в себя сопротивления контактов, излучения антенны и источника напряжения. Уравнения Кирхгофа для схемы (рис. 1, *a*, вставка) имеют вид $LdI/dt + IR + V_{SL} = V_C + V_1 \cos(\omega, t - \delta_1)$, $I = j_{SL}S + C_{SL}dV_{SL}/dt$, где S — поперечное сечение СП, I — ток через нагрузочное сопротивление, j_{SL} — плотность тока через СП.

Все рисунки приведены в безразмерных параметрах, что делает возможным их приложение к различным экспериментальным ситуациям. Теперь приведем некоторые оценки для конкретных сверхрешеток [16,27]: период СП $d \approx 100 \text{ \AA}$, число периодов $N \approx 100$, критическое поле $E^* \approx 10 \text{ кВ/см}$, концентрация электронов $n \approx 10^{17} \text{ см}^{-3}$, ширина первой мини-зоны $\Delta \approx 33 \text{ мэВ}$, время релаксации $\tau \approx 0.5 \cdot 10^{-13} \text{ с}$. Тогда в СП, помещенной в статическое поле $E_c = 1.1 \cdot E^* = 11 \text{ кВ/см}$ и переменное электрическое поле на частоте 340 ГГц ($\omega\tau = 0.1$) с амплитудой $E_1 \approx 3.8\text{--}5.3 \text{ кВ/см}$ (область неустойчивости II на рис. 1), в идеальной (без потерь) цепи переменное поле может быть усилено медленно растущим статическим до величин порядка 100 кВ/см . В тех же условиях переменное поле на частоте 1 ТГц ($\omega\tau = 0.3$) может быть усилено до 33 кВ/см . В случае наличия потерь усиление переменного поля ограничится меньшими значениями. Например, для кривой 2 на рис. 1, *a* ($L \approx 1 \cdot 10^{-9} \text{ Гн}$, $R \approx 300 \text{ Ом}$) — это 25 кВ/см на частоте 340 ГГц . Некоторое отклонение от кривых, рассчитанных по формулам (8), (11), связано с инерционностью системы.

Таким образом, возможность непрерывного бездომного усиления переменного поля в СП с сильной диссипацией делает их более перспективными для этой цели.

4. Особенности параметрической генерации гармоник переменного поля в полупроводниковых сверхрешетках

Рассмотрим особенности параметрического взаимодействия переменного квазистатического поля со своими гармониками. Ток на частоте ω_2 в СП, помещенной в

поле вида (1), определяется выражением

$$j_{\omega_2}(t) = \sigma_2(\omega_2; \rho_c, \rho_1) E_2 \cos(\omega_2 t - \delta_2) + \sigma_2(\omega_2 - 2m\omega_1; \rho_c, \rho_1) E_2 \cos(\omega_2 t - 2m\delta_1 + \delta_2) + \sigma_3(m\omega_1; \rho_c, \rho_1) E_1 \cos[m(\omega_1 t - \delta_1)]. \quad (24)$$

Второе слагаемое в (24) описывает параметрическое усиление m -й гармоники сильного поля, последнее — обычную ее генерацию. Если ω_2 полукратна ω_1 (m — полуцелые числа), то в (24) следует опустить последнее слагаемое. Параметрическая генерация и усиление m -й гармоники на линейной стадии описывается проводимостями $\sigma_2(\omega_2; E_c, E_1)$ и $\sigma_2(\omega_2 - 2m\omega_1; E_c, E_1)$. Средние за период $2\pi/\omega_1$ потери энергии m -й гармоники поля равны

$$\overline{j_{\omega_2}(t)E_2(t)} \propto \frac{1}{2} \sigma_2(\omega_2; E_c, E_1) + \sigma_2(\omega_2 - 2m\omega_1; E_c, E_1) \cos[2(\delta_2 - m\delta_1)]. \quad (25)$$

В областях $\overline{j_{\omega_2}(t)E_2(t)} < 0$ возможно параметрическое усиление поля на частоте ω_2 за счет энергии переменного и (или) статического полей. Заметим, что при $\omega_{1,2}\tau \ll 1$

$$\sigma_2(\omega_2; \rho_c, \rho_1) = \sigma_0 \text{Re} \left[\frac{1 + i\rho_c}{(A + 2i\rho_c)^{3/2}} \right] = \left(1 + \rho_c \frac{\partial}{\partial \rho_c} \right) \sigma_c(\rho_c, \rho_1) \equiv \sigma_d(\rho_c, \rho_1). \quad (26)$$

Таким образом, в квазистатическом случае $\sigma(\omega_2; \rho_c, \rho_1)$ есть дифференциальная проводимость СП, определяемая измененной гармоническим полем статической ВАХ. В случае несоизмеримых частот область неустойчивости поля E_2 будет совпадать с областью доменной неустойчивости (область I на рис. 1), поэтому этот случай не представляет для нас интереса.

Рассмотрим случай кратных частот $\omega_2 = m\omega_1$. Сначала остановимся подробнее на случае чисто гармонического внешнего воздействия, так как он позволяет сделать несколько полезных оценок. Для высших гармоник (гибридный случай) $\sigma_2(\omega_2; E_c, E_1) \neq \langle \sigma_d \rangle$, но по-прежнему $\sigma_2(\omega_2; E_c = 0) > 0$ для любых полей E_1 и ω_2 (даже при $\omega_2\tau \gg 1$). При $\omega_{1,2}\tau \ll 1$ $\sigma_2(\omega_2 - 2m\omega_1; \rho_c, \rho_1)$ отрицательна для четных m и положительна для нечетных. При $\rho_1 \gg 1$, отношение проводимостей $|\sigma_2(\omega_2 - 2m\omega_1)/\sigma_2(\omega_2)| \approx \approx 2m\rho_1 (1 - \rho_1^{-1})^{2m} > 1$. Поэтому при благоприятном сдвиге фаз энергия поля E_1 будет частично перекачиваться в свои гармоники, усиливая их. Скорость перекачки энергии максимальна при

$$\sigma_2 - 2m\sigma_1 = \begin{cases} \pm\pi/2, & \text{для четных } m, \\ 0, \pi, & \text{для нечетных } m. \end{cases} \quad (27)$$

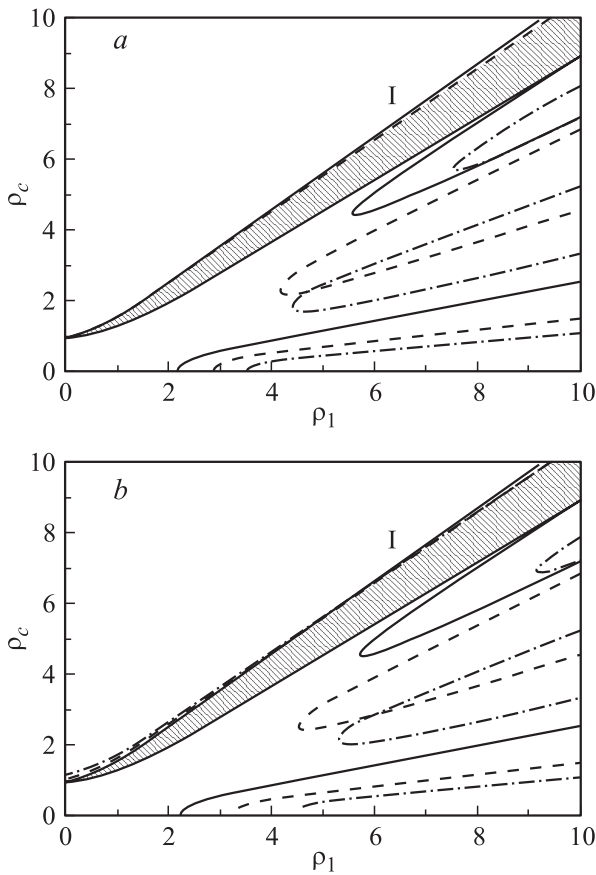


Рис. 2. Области усиления m -гармоники переменного поля ограничены кривыми $j_{\omega_2}(t)E_2(t) = 0$, $\omega_2 = m\omega_1$, $\delta_2 = 0$. Сплошная кривая — $m = 3$, штриховая — $m = 5$, штрихпунктирная — $m = 7$. Область бездоменной усиления переменного поля основной частоты заштрихована. a — $\omega_1\tau \ll 1$, b — $\omega_1\tau = 0.1$.

Важно, что фазовые условия для усиления четных гармоник отличаются от условий генерации статического поля [7]. Отличительной особенностью нечетных гармоник является возможность параметрической генерации их без начальной флуктуации (для генерации четных гармоник последняя необходима), так как существует обычная их генерация нелинейными токами. Отметим, что в процессе временной эволюции сдвиг фаз взаимодействующих полей меняется. Поэтому возможна ситуация, когда на начальном этапе гармоника затухает до некоторого значения и только потом начинает нарастать [28].

Из (9) следует, что усиление m -гармоники начинается при $\rho_1 > \rho^*(m) > 1$, где $\rho^*(m)$ определяется уравнением $(1 + 2m\sqrt{1 + \rho^2})(\sqrt{1 + \rho^2} - 1)^{2m} = \rho^{2m}$. Его численное решение дает $\rho^*(2) \approx 1.73$, $\rho^*(3) \approx 2.13$, $\rho^*(4) \approx 2.5$, $\rho^*(5) \approx 2.85$ в квазистатическом случае. Учет конечности $\omega_2\tau$ ведет к сдвигу области усиления в сторону больших полей. Этот сдвиг тем больше, чем больше номер гармоники (ср. рис. 2, a и b). Следовательно, при умеренной амплитуде E_1 усиливаться может лишь

небольшое число первых гармоник. Максимальная перекачка энергии поля E_1 в m -гармонику реализуется при амплитуде $\rho_1^2 = 1/2m(m + \sqrt{m^2 + 4})$. Рассчитанные по (8), (9), (18) области отрицательных потерь на основной частоте поля и на частотах его 3, 5 и 7-й гармоник приведены на плоскости (ρ_1, ρ_c) на рис. 2: a — $\omega_{1,2}\pi \ll 1$, b — $\omega_1\tau = 0.1$; $\delta_2 - 2m\delta_1 = 0$. Выше кривой I возможно усиление всех гармоник, но это и область доменной неустойчивости. Таким образом, при слабых статических полях усиливаются прежде всего низшие гармоники, однако при значительных статических и гармонических полях возможно усиление более высоких. С ростом номера гармоники количество областей неустойчивости увеличивается.

С ростом частоты (или номера гармоники) $\sigma_2(\omega_2 - 2m\omega_1)$ становится знакопеременной, поэтому появляются области полей, в которых благоприятные фазовые соотношения будут отличаться от (27), и ρ^* становится немонотонной функцией от m . В частности,

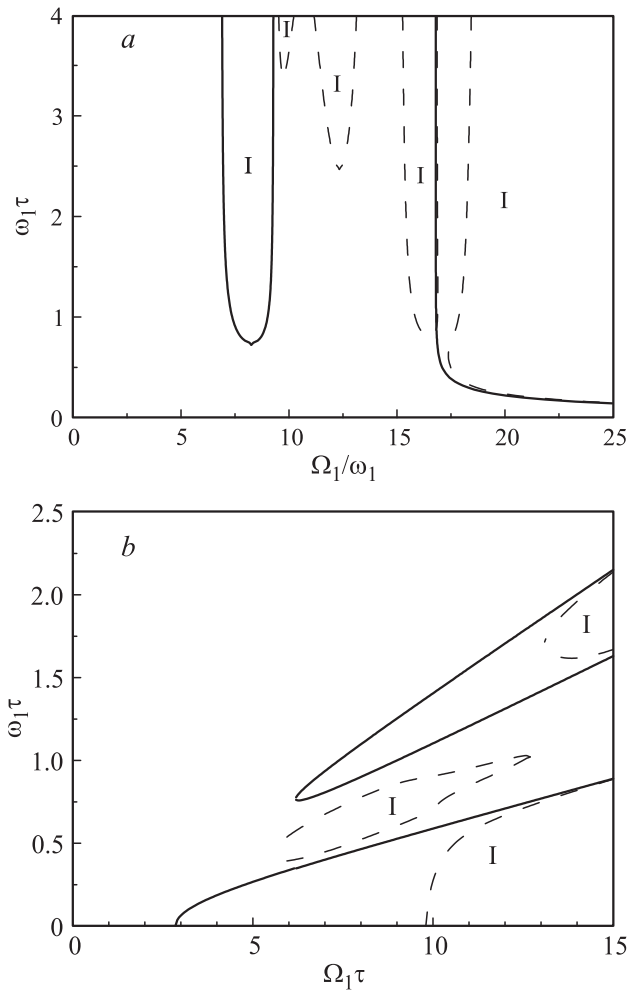


Рис. 3. Изменение областей неустойчивости 5-й гармоники с ростом τ (a) и ω_1 (b), рассчитанное по формулам (10), (17), (18). Сплошные линии — $\rho_c = 0$, штриховые — $\rho_c = 1.5$. a — ω_1 фиксировано, b — τ фиксировано. $\delta_2 = 0$.

при $\omega\tau = 0.2$ 9-я гармоника начнет усиливаться с $\rho_1 \geq 6.32$ ($\delta_2 - 2m\delta_1 = \pm\pi/2$), в то время как 7-я только с $\rho_1 \geq 6.82$ ($\delta_2 - 2m\delta_1 = \pm\pi$).

Несмотря на некоторые общие особенности поведения СР в квазистатических переменных полях (например, отсутствие АОП, одна область статической ОДП), ω и τ по-разному влияют на возможность генерации и усиления гармоник, что наглядно видно из сравнения рис. 3, а и б, отражающих изменение областей неустойчивости 5-й гармоники с ростом τ и ω_1 соответственно. Величина τ играет особую роль, пока она мала. Поясним это. В переменном поле электроны колеблются с периодом поля. Его же величина определяет частоту брэгговских отражений от границ мини-зон и модулирует БК электрона, приводя, таким образом, к немонотонной зависимости амплитуд гармоник БК и тока от амплитуды поля. Частые столкновения разрушают блоховские колебания, поэтому при малых τ необходимы очень сильные поля ($\rho = \Omega\tau \gg 1$), чтобы электроны успевали достигнуть границ мини-зон и отражения играли существенную роль. Чем больше τ , тем при меньших полях начнется усиление гармоник (см. рис. 3, а). Если столкновения редки ($\omega_1\tau \geq 1$), то генерация гармоник и фазовое соотношение между током и напряжением определяются в основном соотношением между амплитудой и частотой переменного поля и практически не зависят от τ . Рост частоты (рис. 3, б), напротив, приводит к росту амплитуды переменного поля, необходимого для генерации и усиления гармоник. В отсутствие статического поля этот рост почти линейный.

Немаловажно, что и появление статического поля сдвигает области усиления к большим амплитудам переменного и создает дополнительные области положительной и отрицательной высокочастотной проводимостей. Первое, по-видимому, связано с перераспределением энергии накачки между большим числом гармоник (добавляются четные). Области ОДП появляются примерно с $\omega_2\tau \geq 0.5$.

Таким образом, найдены оптимальные условия усиления гармоник в СР с сильной диссипацией; проанализирована их зависимость от внешнего воздействия и параметров СР (τ). Преимуществом такой СР перед слабодиссипативным случаем ($\omega_1\tau \gg 1$) является наличие только одной области статической ОДП (тогда как в высокочастотном поле их может быть несколько — см. рис. 1, с), что расширяет возможности параметрического усиления гармоник в бездомном режиме.

Заметим также, что малое τ ($\omega\tau \ll 1$), как правило, соответствует высокой степени легирования СР и, следовательно, высокой концентрации электронов ($\omega_0/\omega \gg 1$). Последнее приводит: а) к экранированию (и ослаблению) поля внутри СР, б) к сильному его искажению, а именно обогащению спектра не только тока, но и напряжения гармониками и субгармониками его основной частоты. Последнее ведет, с одной стороны, к „более выгодным“ условиям усиления гармоник при меньших полях, а с другой, перераспределяет энергию

поля в широком диапазоне частот. В приведенных выше формулах эти эффекты не учитывались.

В заключение приведем размерные значения пороговых полей, начиная с которых возможно усиление гармоник, для реальной СР, описанной в предыдущем разделе: для 3-й гармоники поля с частотой 340 ГГц ($\omega_1\tau = 0.1$) $E_1 \geq 21$ кВ/см ($\omega_2 = 2\pi \cdot 1.2$ ТГц); для 5-й гармоники $E_1 \geq 32$ кВ/см ($\omega_2 = 2\pi \cdot 1.7$ ТГц). Максимальные отрицательные потери ($|j_{\omega_2}(t)E_2(t)|$) на частоте 5-й гармоники равны $1.9 \cdot 10^{-6}$ Вт при $E_1 = 6.47E^* = 64.7$ кВ/см в чисто гармоническом поле и $3.4 \cdot 10^{-6}$ Вт при $E_1 = 5.52E^* = 55.2$ кВ/см, $E_c = 3E^* = 30$ кВ/см.

5. Заключение

1. Получены и исследованы аналитические формулы для высокочастотного отклика СР, находящейся в низкочастотном электрическом поле (в присутствии статической компоненты и без нее).

2. Предсказано, что в относительно узкой полосе взаимосвязанных значений амплитуд гармонического и статического полей усиление первого происходит при положительной дифференциальной проводимости СР по статическому току.

3. Показано, что в СР с чисто диссипативной нелинейностью возможны эффективные генерация и параметрическое усиление гармоник поля накачки. Найдены условия усиления высокочастотных гармоник в СР с различной диссипацией.

4. Проанализировано: а) влияние диссипации на усиление высокочастотных гармоник внешнего поля; б) взаимосвязь между номером гармоники и амплитудами внешних полей, необходимых для эффективного ее усиления; в) роль частоты внешнего воздействия в генерации и усилении гармоник внешнего поля.

Таким образом, полупроводниковые сверхрешетки могут быть использованы для усиления высокочастотного сигнала.

Автор выражает благодарность Л.К. Орлову за полезное обсуждение результатов работы.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 11-02-97057-р_поволжье_a).

Список литературы

- [1] F. Bloch. Z. Phys., **52**, 555 (1928); C. Zener. Proc. Royal Soc. (London) Ser. A, **145**, 523 (1934).
- [2] O.N. Dunlap, V.M. Kenkre. Phys. Rev. B, **34**, 3625 (1986); Phys. Lett. A, **127**, 438 (1988).
- [3] Ю.А. Романов, Ю.Ю. Романова. ФТТ **43**, 520 (2001).
- [4] Y.A. Romanov, J.Y. Romanova, L.G. Mouroukh, N.J.M. Horing. J. Appl. Phys., **89** (7), 3836 (2001).
- [5] С.А. Ктиторов, Г.С. Симин, В.Я. Синдаловский. ФТТ, **13** (8), 2230 (1971).

- [6] В.Л. Вакс, А.Н. Панин, С.А. Басов, А.В. Иллюк, С.И. Приползин, Д.Г. Павельев, Ю.И. Кошуринов. Изв. вузов. Радиофизика., **52** (7), 569 (2009).
- [7] Y.A. Romanov, J.Y. Romanova, L.G. Mouroukh. J. Appl. Phys., **99** (1), 013 707 (2006).
- [8] Ю.Ю. Романова, Ю.А. Романов, И.В. Келейнов. Тез. докл. VII Росс. конф. по физике полупроводников (М., Россия, 2005) с. 190.
- [9] Ю.А. Романов, В.П. Бовин, Л.К. Орлов. ФТП, **12** (9), 1665 (1978).
- [10] Ю.А. Романов. В сб.: Многослойные полупроводниковые структуры и сверхрешетки (Горький, 1984), с. 212; А.А. Игнатов, Ю.А. Романов. Изв. вузов СССР. Радиофизика, **21** (1), 132 (1978).
- [11] K. Unterrainer, B.J. Keay, M.C. Wanke, S.J. Allen, D. Leonard, G. Medeiros-Ribeiro, U. Bhattacharya, M.J.W. Rodwell. Phys. Rev. Lett., **76** (16), 2973 (1996).
- [12] S. Zeuner, B.J. Keay, S.J. Allen, K.D. Maranowski, A.C. Gossard, U. Bhattacharya, M.J.W. Rodwell. Phys. Rev. B, **53** (4), R1717 (1996).
- [13] H. Kroemer. // cond-mat/0009311.
- [14] K.N. Alekseev, M.V. Gorkunov, N.V. Demarina, T. Hyart, N.V. Alexeeva, A.V. Shorokhov. Europhys. Lett., **73** (6), 934 (2006).
- [15] F. Klappenberger, K.F. Renk. Int. J. Infr. Millimet. Waves, **25** (3), 429 (2004).
- [16] K.F. Renk, B.I. Stahl. Phys. Lett. A, **375**, 2644 (2011).
- [17] Л.К. Орлов, Ю.А. Романов. ФТТ, **19** (9), 726 (1977).
- [18] Л.К. Орлов. Радиотехника и электроника, **35** (12), 2622 (1989).
- [19] Л.К. Орлов. Радиотехника и электроника, **30** (4), 781 (1985).
- [20] А.А. Игнатов, Л.К. Орлов, Ю.А. Романов, В.И. Шашкин. Тематический сб. ИЭ РАН УССР (1984) с. 3.
- [21] A.V. Shorokhov, K.N. Alekseev. Physica E., **33**, 284 (2006).
- [22] L. Esaki, R. Tsu. IBM J. Res. Dev. **14**, 61 (1970).
- [23] Ю.А. Романов. ФТП, **5**, 1434 (1971).
- [24] Ю.А. Романов, Ю.Ю. Романова. ЖЭТФ, **118** (5), 1193 (2000).
- [25] СВЧ-полупроводниковые приборы и их применение, под ред. Г. Уотсона (М., Мир, 1972).
- [26] A.W. Ghosh, M.C. Wanke, S.J. Allen, J.W. Wilkins. Appl. Phys. Lett. **74** (15), 2164 (1999).
- [27] E. Schomburg, T. Blomeier, K. Hofbeck, J. Grenzer, S. Brandl, I. Lingott, A.A. Ignatov, K.F. Renk, D.G. Pavel'ev, Yu. Koschurinov, B.Ya. Melzer, V.M. Ustinov, S.V. Ivanov, A. Zhukov, P.S. Kor'ev. Phys. Rev. B, **58**, 4035 (1998).
- [28] Н. Бломберген. Нелинейная оптика (М., Мир, 1966).

Редактор Л.В. Беляков

Parametric generation of the high frequency harmonics in the semiconductor superlattices

Yu.Yu. Romanova

Institute for Physics of Microstructures,
Russian Academy of Sciences,
603950 Nizhny Novgorod, Russia

Abstract The semiconductor superlattices behavior in the electric field consisting of quasistatic bi-harmonic and static components is investigated. The analytic expressions for high-frequency response are derived. With domain instability suppressed ways of parametric generation of high-frequency harmonics are analyzed in superlattices with different dissipation degree.