

## Нелинейная тепловая модель гетеропереходного светодиода

© В.А. Сергеев<sup>¶</sup>, А.М. Ходаков

Ульяновский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова Российской академии наук, 432011 Ульяновск, Россия

(Получена 28 апреля 2011 г. Принята к печати 17 октября 2011 г.)

Рассмотрена математическая нелинейная тепловая модель гетеропереходного светоизлучающего диода, позволяющая оценивать неоднородности распределений плотности тока и температуры в активной области гетероструктуры с учетом эффективности светодиода и температурной зависимости коэффициента теплопроводности структуры. Численно-аналитическим итерационным методом решена система уравнений, включающая решение нелинейного стационарного уравнения теплопроводности с зависящей от эффективности светодиода плотности преобразуемой в тепло электрической мощности и уравнения электротепловой обратной связи, при условии постоянства средней плотности тока по активной области структуры. Для мощных светоизлучающих диодов представлены результаты расчетных и экспериментальных исследований зависимости величины теплового сопротивления  $p$ - $n$ -переход-корпус от прямого тока.

### 1. Введение

При анализе тепловых свойств светоизлучающих диодов (СИД) обычно полагают, что плотность электрической мощности однородно распределена по активной области гетероперехода [1,2]. Однако даже при однородном распределении плотности мощности по площади структуры в результате неравномерного отвода тепла от ее различных частей распределение температуры будет неоднородным. Экспериментальная зависимость плотности тока от температуры в результате положительной электротепловой обратной связи приводит к увеличению неоднородности распределения температуры активной области, причем с ростом полного тока неоднородности распределений плотности тока и температуры возрастают. Особенностью гетеропереходных СИД является то, что эффективность светодиода с ростом температуры и плотности тока уменьшается [3], что приводит к дополнительной положительной электротепловой обратной связи: электрическая мощность, преобразуемая в тепло, и плотность греющей мощности в более нагретых областях гетероструктуры будут возрастать, что приводит к еще большему увеличению неоднородности. В результате действия указанных механизмов обратной связи зависимости максимальной и средней температуры гетероперехода от полного тока СИД будут нелинейными. Это приводит к тому, что измеряемое косвенными методами тепловое сопротивление переход-корпус  $R_{Th}$  светодиодов должно расти с увеличением полного тока СИД. Другой причиной, приводящей к зависимости теплового сопротивления от полного тока, является зависимость коэффициентов теплопроводности материалов структуры СИД от температуры. Наиболее сильно и опасно увеличение  $R_{Th}$  проявляется в мощных светодиодах, что приводит к возникновению локальных перегревов структуры СИД выше критических значений.

### 2. Нелинейная тепловая модель светодиода

Для проведения расчетных исследований и анализа указанных эффектов в развитие ранее предложенной модели [4] была рассмотрена теплоэлектрическая модель In-GaN/GaN гетеропереходной структуры на сапфировой подложке, размещенной на металлическом теплоотводе (рис. 1). Поскольку толщина и глубина залегания гетероперехода малы, источники тепла в этой модели считались поверхностно распределенными. Вследствие малой толщины и высокой теплопроводности слоев гетероструктуры ( $\lambda_g = 130 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-1} \text{К}^{-1}$ ) тепловое сопротивление  $p$ - $n$ -перехода мало и им можно пренебречь по сравнению с тепловым сопротивлением подложки.

Математическая модель, описывающая тепловые свойства рассматриваемой структуры СИД, включает систему уравнений, состоящую из:

— уравнения теплопроводности

$$\text{div}(\lambda(T_i)\text{grad } T_i) = 0, \quad i = 1, 2, \quad (1)$$

с температурозависимой плотностью мощности источников тепла на верхней поверхности структуры

$$-\lambda(T_1(x, y, 0))T_{1z}(x, y, 0) = U_D J(T_1(x, y, 0)), \quad (2)$$

при следующих граничных условиях

$$T_{1x}(0, y, z) = T_{1x}(L_x, y, z) = 0,$$

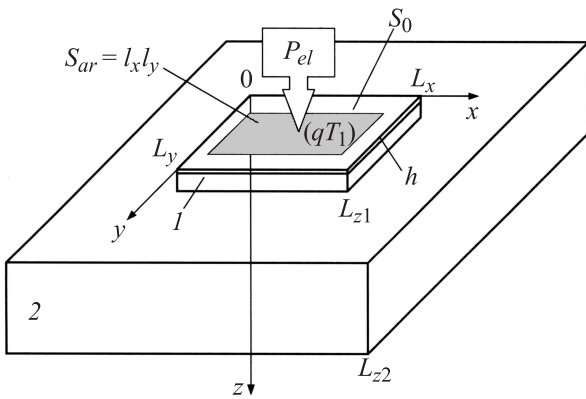
$$T_{1y}(x, 0, z) = T_{1y}(x, L_y, z) = 0, \quad (3)$$

$$T_2(x, y, L_z) = T_0, \quad (4)$$

где  $T_0$  — температура окружающей среды,  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности подложки;  $J$ ,  $U_D$  — плотность тока активной области и прямое падение напряжения на СИД;

— нелинейного уравнения электротепловой обратной связи, учитывающего температурную зависимость плотности тока активной области гетероструктуры СИД,

<sup>¶</sup> E-mail: ufire@gmv.ru



**Рис. 1.** Тепловая модель структуры СИД:  $h$  — гетероструктура InGaN/GaN;  $1$  — сапфировая подложка,  $2$  — теплоотвод.

которая определяется его вольт-амперной характеристикой (ВАХ) [5]:

$$J(T_1(x, y, 0)) = C \cdot \exp\left(-\frac{E_g - e[U_D - rS_{ar}J(T_1(x, y, 0))]}{pk_B T_1(x, y, 0)}\right), \quad (5)$$

где  $C$  — слабо зависящий от температуры параметр,  $E_g$  — ширина запрещенной зоны полупроводника,  $r$  — сопротивление гетероструктуры,  $S_{ar}$  — площадь активной области структуры,  $k_B$  — постоянная Больцмана,  $e$  — заряд электрона,  $p$  — коэффициент неидеальности ВАХ светодиода.

Плотность преобразуемой в тепло электрической мощности можно записать в виде

$$q(x, y) = [1 - \eta(T_1(x, y, 0), J)]J(T_1(x, y, 0))U_D, \quad (6)$$

где  $\eta$  — эффективность светодиода, являющаяся функцией температуры гетероструктуры и плотности тока. При заданном полном токе, протекающем через СИД  $I_D = \text{const}$  для нахождения значения  $U_D$  необходимо для известного распределения температуры решать уравнение

$$\iint_{S_{ar}} J(T_1(x, y, 0)) dx dy = I_D. \quad (7)$$

Согласно работам [1–3] по исследованию зависимости эффективности светодиодов от режимов работы СИД, зависимость от плотности тока и температуры моделировалась функцией вида

$$\eta(T, J) = \eta_0(T_0, J_0) \exp(-C_T \Delta T - C_J \Delta J), \quad (8)$$

где  $\Delta T, \Delta J$  — отклонения температуры и плотности тока от начальных значений  $T_0$  и  $J_0$ ,  $\eta_0$  — значение эффективности светодиода при  $T_0$  и  $J_0$ . Параметры  $C_T, C_J$  и  $\eta_0$  определялись по экспериментальным данным, например, взятым из работ [1,2].

В качестве модельной аппроксимации зависимости  $\lambda(T)$  подложки из  $\text{Al}_2\text{O}_3$  гетероструктуры можно принять функцию [6]

$$\lambda = C_\lambda / T = \lambda_0 T_0 / T, \quad (9)$$

где  $C_\lambda$  — постоянная величина,  $\lambda_0$  — коэффициент теплопроводности при начальной температуре  $T_0$ .

### 3. Решение теплоэлектрической задачи

Для случая идеального полубесконечного теплоотвода ( $L_{z2} = \infty$ ) путем линеаризации нелинейного стационарного уравнения теплопроводности (1) известным способом с помощью введения функции [7]

$$G = \int_{T_0}^T \lambda(\xi) d\xi \quad (10)$$

преобразуем исходную задачу теплопроводности нелинейной тепловой модели СИД следующим образом:

$$\Delta G = 0, \quad G_z(x, y, 0) = -q(x, y),$$

$$G_x(0, y, z) = G_x(L_x, y, z) = 0,$$

$$G_y(x, 0, z) = G_y(x, L_y, z) = 0, \quad G(x, y, L_{z1}) = 0. \quad (11)$$

Решением этой задачи является функция

$$G = \frac{q_{00}}{L_x L_y} (L_{z1} - z) + \frac{4}{L_x L_y} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} q_{nm} A_{nm} \times \frac{\text{sh}(\gamma_{nm}(L_{z1} - z))}{\text{ch}(\gamma_{nm} L_{z1})} \cos(n\pi x / L_x) \cos(m\pi y / L_y), \quad (12)$$

где

$$q_{nm} = \iint_{S_0} q(x, y) \cos(n\pi x / L_x) \cos(m\pi y / L_y) dx dy,$$

$$A_{nm} \gamma_{nm} = \begin{cases} 1/2, & n = 0 \text{ или } m = 0 \\ 1, & n \neq 0 \text{ и } m \neq 0 \end{cases}$$

$$\gamma_{nm}^2 = (n\pi / L_x)^2 + (m\pi / L_y)^2. \quad (13)$$

Тогда, в случае аппроксимации коэффициента теплопроводности подложки выражением (9), распределение температуры по верхней поверхности гетероструктуры находится по формуле

$$T(x, y, 0) = T_0 \exp\left(\frac{G(x, y, 0)}{\lambda_0 T_0}\right). \quad (14)$$

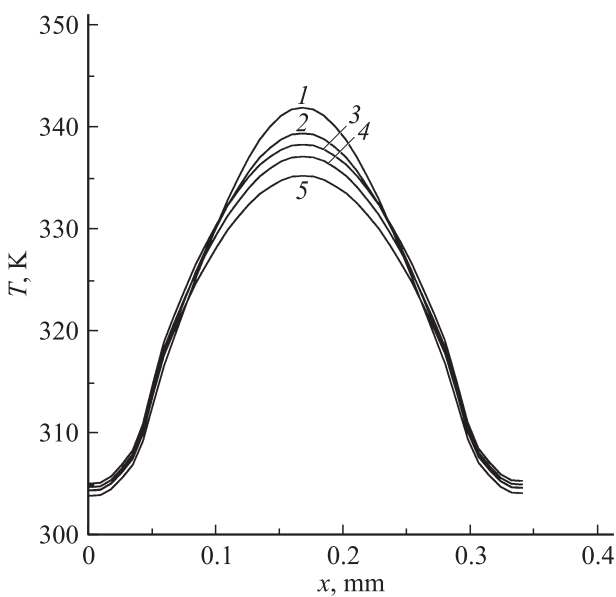
### 4. Численное решение задачи и анализ полученных результатов

Геометрические размеры и физические характеристики элементов расчетной структуры InGaN/GaN на подложке из сапфира приведены в работе [4]. Там же представлен численно-аналитический метод решения системы рассматриваемых модельных уравнений, если величина  $\eta = 0$ . С использованием разработанного вычислительного алгоритма для случая идеального полу-

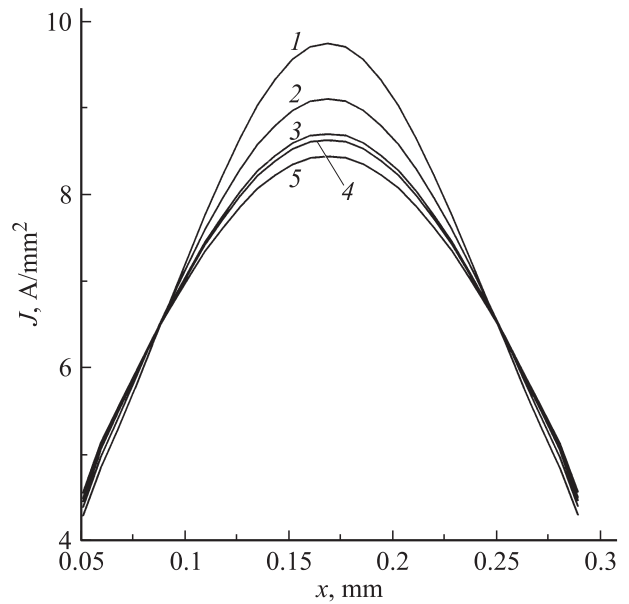
бесконечного теплоотвода при  $\lambda = \text{const}$  были получены распределения температуры (рис. 2) и плотности тока (рис. 3) верхней поверхности гетероструктуры для различных видов функциональной зависимости  $\eta(T, J)$ . Результаты показали, что при зависимости эффективности светодиода от плотности тока и температуры максимальный перегрев и максимальная плотность тока в наиболее нагретой точке верхней поверхности структуры  $(L_x/2, L_y/2, 0)$  для данного расчетного варианта возрастают соответственно на 12 и 10% по сравнению с приближением  $\eta = \text{const}$ .

На рис. 4 представлены зависимости величины теплового сопротивления структуры  $R_{\text{Th}}$  от прямого тока СИД  $I$  для различных сочетаний функциональных зависимостей  $\eta(T, J)$  и  $\lambda(T)$ . Учет зависимости эффективности светодиода от плотности тока и температуры, а также изменения коэффициента теплопроводности сапфира с температурой приводят к увеличению теплового сопротивления СИД на 15% при увеличении тока  $I$  в 5 раз.

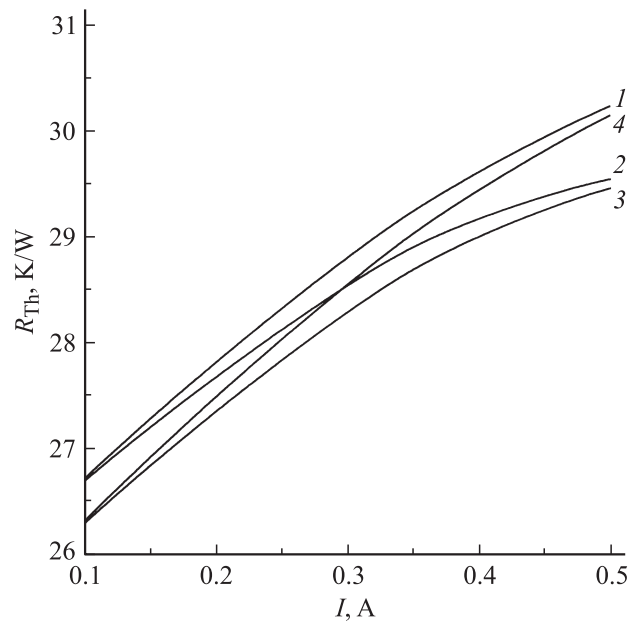
Апробация предложенной модели проводилась путем сравнения расчетных и экспериментальных зависимостей теплового сопротивления структуры мощного светодиода от полного тока. Для измерения параметров нелинейных тепловых моделей СИД использовался экспериментальный образец микроконтроллерного измерителя теплового импеданса диодов [8]. Результаты измерения модуля теплового импеданса мощных СИД типа ELJ-465-617 и расчета по предложенной модели показаны на рис. 5. Так как существует разброс справочных данных значений коэффициента теплопроводности материалов структуры, расчетные кривые получены для двух значений коэффициента теплопроводности: 1) спра-



**Рис. 2.** Температура верхней поверхности гетероструктуры: 1 —  $\eta = 0$ , 2 —  $\eta = \eta(J, T)$ , 3 —  $\eta = \eta(T)$ , 4 —  $\eta = \eta(J)$ , 5 —  $\eta = \text{const}$ ;  $I = 0.35$  А,  $\lambda = 40.0$  Вт · м<sup>-1</sup>К<sup>-1</sup>.

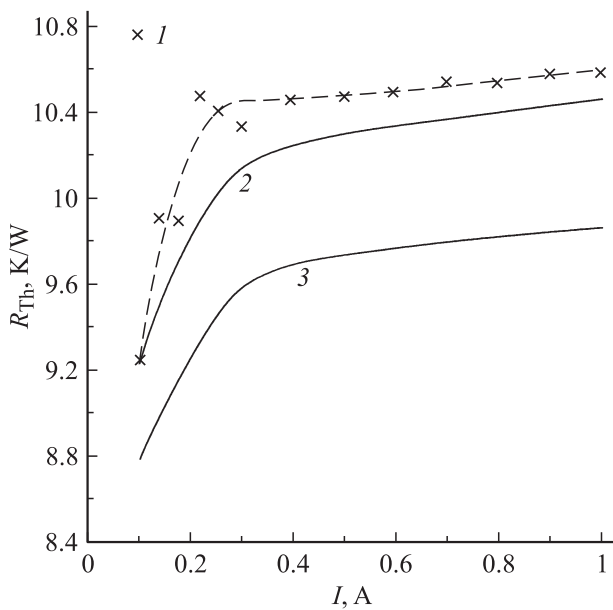


**Рис. 3.** Распределение плотности тока по активной области: 1 —  $\eta = 0$ , 2 —  $\eta = \eta(J, T)$ , 3 —  $\eta = \eta(T)$ , 4 —  $\eta = \eta(J)$ , 5 —  $\eta = \text{const}$ ;  $I = 0.35$  А,  $\lambda = 40.0$  Вт · м<sup>-1</sup>К<sup>-1</sup>.



**Рис. 4.** Расчетные зависимости теплового сопротивления структуры СИД от параметров модели: 1 —  $\lambda(T)$ ,  $\eta = 0$ ; 2 —  $\lambda = 40.0$  Вт · м<sup>-1</sup>К<sup>-1</sup>,  $\eta = 0$ ; 3 —  $\lambda = 40.0$  Вт · м<sup>-1</sup>К<sup>-1</sup>,  $\eta = \eta(T, J)$ ; 4 —  $\lambda(T)$ ,  $\eta = \eta(J, T)$ .

вочного —  $\lambda = 40.0$  Вт · м<sup>-1</sup>К<sup>-1</sup> (кривая 3); 2) рассчитанного методом последовательных приближений, исходя из экспериментального значения величины перегрева структуры при токе  $I = 0.1$  А —  $\lambda = 35.4$  Вт · м<sup>-1</sup>К<sup>-1</sup> (кривая 2). Из полученных результатов следует, что между зависимостями величины теплового сопротивления от полного тока, рассчитанными по нелинейной



**Рис. 5.** Токовая зависимость теплового сопротивления мощного СИД: 1 — эксперимент; 2, 3 — расчет при  $\lambda$ , Вт · м<sup>-1</sup>К<sup>-1</sup>: 2 — 35,4, 3 — 40,0.

тепловой модели СИД и полученными экспериментальным путем, наблюдается хорошее соответствие. Разница между расчетными (кривая 2) и экспериментальными результатами обусловлена неидеальностью теплоотвода реальной конструкции светодиода. С увеличением греющего тока с 0.1 до 1.0 А тепловое сопротивление подложки возрастает в 1.2 раза, что хорошо описывается в рамках предложенной модели. При этом наблюдается резкий рост  $R_{Th}$  при малых токах и выход на насыщение при токах больше 0.4 А. Это связано с сильным уменьшением величины эффективности светодиода для больших токов, тогда как на пологом участке изменение теплового сопротивления светодиода в основном обусловлено только температурной зависимостью коэффициента теплопроводности структуры.

## 5. Заключение

Предложена математическая нелинейная тепловая модель гетеропереходного светоизлучающего диода, позволяющая оценивать неоднородности распределений плотности тока и температуры в активной области гетероструктуры с учетом зависимости величины эффективности светодиода от плотности тока и температуры, а также температурной зависимости коэффициента теплопроводности структуры. Проведенные для мощного СИД расчетные и экспериментальные исследования зависимости величины теплового сопротивления  $p-n$ -переход-корпус от прямого тока светодиода показали, что:

1) для небольших токов ( $< I_{max}/2$ , где  $I_{max}$  — максимальный прямой ток, протекающий через СИД) происходит резкое возрастание величины теплового со-

противления с ростом тока, что в основном связано с зависимостью эффективности светодиода от плотности тока и температуры;

2) для больших токов ( $> I_{max}/2$ ) зависимость  $R_{Th}(I)$  определяется температурной зависимостью коэффициента теплопроводности структуры, при этом величина теплового сопротивления слабо возрастает с увеличением силы тока.

Крутизна токовой зависимости  $R_{Th}$  на начальном участке может быть использована для оценки токовой и температурной зависимости эффективности СИД и неоднородности распределения плотности тока и температуры в структуре.

## Список литературы

- [1] A. Poppe, J.M. Lasance. *13th Int. Workshop on Thermal Investigations of ICs and Systems* (Rome, Italy, 2008) p. 213.
- [2] А.А. Ефремов, Н.И. Бочкарева, Р.И. Горбунов, Д.А. Лавринович, Ю.Т. Ребане, Д.В. Тархин, Ю.Г. Шретер. *ФТП*, **40**, 621 (2006).
- [3] A.Y. Kim, W. Gotz, D.A. Steigerwald. *Phys. Status Solidi A*, **188** (1) 15 (2001).
- [4] В.А. Сергеев, А.М. Ходаков. *ФТП*, **44**, 230 (2010).
- [5] Ф.Шуберт. *Светодиоды* (М., Физматлитгиз, 2008) с. 83.
- [6] А. Миснар. *Теплопроводность твердых тел, жидкостей, газов и их композиций* (М., Мир, 1968) с. 24.
- [7] Г. Карслоу, Д. Егер. *Теплопроводность твердых тел* (М., Наука, 1964) с. 19.
- [8] В.А. Сергеев, В.И. Смирнов, А.А. Гавриков, М.Л. Которович. *Промышленные АСУ и контроллеры*, **3**, 45 (2010).

Редактор Л.В. Беляков

## Nonlinear thermal model of a heterojunction light-emitting diode

V.A. Sergeev, A.M. Hodakov

Kotel'nikov Institute of Radio Engineering and Electronics (Ulyanovsk branch),  
Russian Academy of Sciences,  
432011 Ulyanovsk, Russia

**Abstract** The mathematical nonlinear thermal model of a heterojunction light-emitting diode is considered, allowing estimating non-uniformity of distributions of density of a current and temperature in active area of heterostructure with the account of efficiency of a light-emitting diode and temperature dependence of factor of heat conductivity of structure. The numerically-analytical iterative method solves the system of the equations including the decision of the nonlinear stationary equation of heat conductivity with depending on efficiency of a light-emitting diode of the electric power transformed to heat and the equation of an electrothermal feedback, under condition of a constancy of average current density on active area of structure. For powerful light-emitting diodes results calculated and experimental researches of dependence of value of thermal resistance  $p-n$ -junction-case from a direct current are presented.