

Выпрямление поперечного тока в сверхрешетке на основе графена

© Д.В. Завьялов¹, В.И. Конченков¹, С.В. Крючков^{1,2} ¶

¹ Волгоградский государственный педагогический университет, 400131 Волгоград, Россия

² Волгоградский государственный технический университет, 400131 Волгоград, Россия

(Получена 12 апреля 2011 г. Принята к печати 15 июня 2011 г.)

Предложена модель энергетического спектра сверхрешетки на основе графена, помещенного на подложку из периодически расположенных слоев различных диэлектриков. Вычислена постоянная составляющая тока в такой структуре, направленная перпендикулярно тянущему электрическому полю, возникающая под влиянием эллиптически поляризованной электромагнитной волны. Проанализирована зависимость плотности поперечного тока от напряженностей тянущего электрического поля и компонент эллиптически поляризованной волны.

1. Введение

Графен был экспериментально получен в 2004 г. [1] и в настоящий момент привлекает внимание исследователей в связи с возможностью наблюдения новых эффектов, являющихся специфичными для этого материала (см., например, [2]), а также из-за предполагаемого широкого использования его в микроэлектронике (см., например, [3–5]). В последнее время внимание исследователей сосредоточивается, кроме того, на изучении сверхрешеток на основе графена [6–16], которые могут быть сформированы путем создания в образце дополнительного периодического потенциала.

В работах [6–9] предлагается создавать периодический потенциал в графене путем приложения затворного напряжения между подложкой и периодически расположенными на поверхности этого материала полупроводниковыми контактными площадками. Сверхрешетка в графене может быть сформирована также под действием пространственно-периодичного магнитного поля, в которое помещается образец [10]. В [11] приводится квантово-химический расчет сверхструктуры, состоящей из графена и периодически расположенных на его поверхности атомов водорода. Предложены модели сверхрешеток на основе графена с периодически модулированной поверхностью [12], а также на основе графеновых нанолент с периодически меняющейся шириной [13]. В [14] изучена структура, состоящая из чередующихся слоев графена и полупроводников. Среди экспериментальных работ отметим работу [15], в которой двумерная сверхрешетка формируется в графене на подложке рутения.

В [16] предложена модель сверхрешетки на основе графена, помещенного на подложку, состоящую из периодически расположенных полосок различных диэлектриков. Известно, что за счет взаимодействия с подложкой в энергетическом спектре графена может возникать запрещенная зона. В спектре графена на

подложке карбида кремния энергетическая щель составляет $2\Delta \approx 0.26$ эВ [17], а образец на подложке гексагонального нитрида бора обладает запрещенной зоной $2\Delta \approx 0.053$ эВ [18]. В то же время графен, помещенный на подложку из оксида кремния, не имеет в своем спектре энергетической щели [1,2,19,20]. Чередование полосок щелевой и бесщелевой модификации этого материала создает набор потенциальных барьеров для носителей заряда. Эта структура, по нашему мнению, является наиболее обоснованной и простой моделью графеновой сверхрешетки.

Исследование электронных свойств сверхрешетки на основе графена представляет интерес прежде всего в связи с возможностью проявления новых нелинейных эффектов, связанных с наличием в кристалле дополнительного периодического потенциала. Кроме того, спектр графена неаддитивен [19,20], что приводит к взаимной зависимости движений носителей заряда вдоль перпендикулярных друг другу направлений, поэтому при конструировании электронных устройств на основе графеновых сверхрешеток появляется дополнительная возможность регулирования тока вдоль оси сверхрешетки приложением поперечного напряжения. Длина свободного пробега носителей заряда в графене велика по сравнению с таковой в большинстве объемных полупроводников [1], поэтому размеры устройств могут быть увеличены, что должно упростить их изготовление.

2. Приближенное выражение энергетического спектра сверхрешетки на основе графена

Мы будем рассматривать модель сверхрешетки, предложенную в [16]. Энергетическая схема такой сверхструктуры показана на рис. 1. Здесь Δ — полуширина запрещенной зоны щелевой модификации графена, V_0 — дополнительный скалярный потенциал, который может появиться из-за несовпадения положения дираковской

¶ E-mail: sed@fizmat.vspu.ru

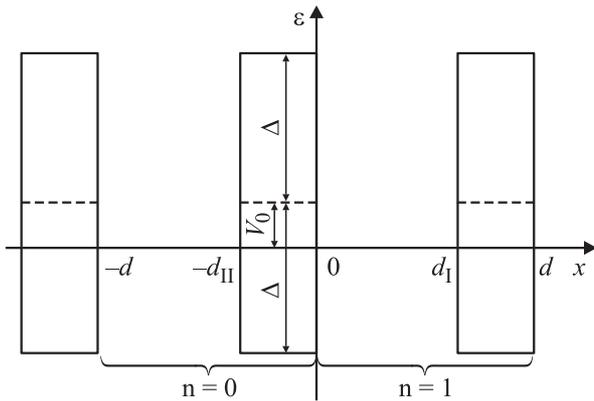


Рис. 1. Энергетическая схема сверхрешетки, состоящей из чередующихся полосок щелевого и бесщелевого графена (предложена в [16]). n нумерует ячейки сверхрешетки.

точки бесщелевой модификации и середины запрещенной зоны щелевой модификации, d_I и d_{II} — ширины полосок бесщелевого и щелевого графена, $d = d_I + d_{II}$ — период сверхрешетки. В [16] получено дисперсионное соотношение для рассматриваемой структуры:

$$\begin{cases} \frac{(B^2 q_y^2 - \varepsilon^2 + EV)}{\sqrt{a_1} \sqrt{b_1}} \operatorname{sh} \left(\frac{b \sqrt{b_1}}{B} \right) \sin \left(\frac{a \sqrt{a_1}}{B} \right) \\ + \operatorname{ch} \left(\frac{b \sqrt{b_1}}{B} \right) \cos \left(\frac{a \sqrt{a_1}}{B} \right) - \cos q_x = 0, & b_1 \geq 0; \\ \frac{(B^2 q_y^2 - \varepsilon^2 + EV)}{\sqrt{a_1} \sqrt{-b_1}} \sin \left(\frac{b \sqrt{-b_1}}{B} \right) \sin \left(\frac{a \sqrt{a_1}}{B} \right) \\ + \cos \left(\frac{b \sqrt{-b_1}}{B} \right) \cos \left(\frac{a \sqrt{a_1}}{B} \right) - \cos q_x = 0, & b_1 < 0. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь $a_1 = \varepsilon^2 - B^2 q_y^2$, $b_1 = 1 + B^2 q_y^2 - (\varepsilon - V)^2$, $B = \hbar v_F / \Delta d$, $\varepsilon = \varepsilon_0 / \Delta$, $V = V_0 / \Delta$, $q_x = p_x d / \hbar$, $q_y = p_y d / \hbar$, $a = d_I / d$, $b = d_{II} / d$, ε_0 — энергия электрона, p_x , p_y — компоненты квазиимпульса электрона, v_F — скорость Ферми в графене.

Для проведения дальнейших аналитических выкладок удобно задать некоторым модельным энергетическим спектром, который, с одной стороны, отражает основные особенности поведения носителей заряда, а с другой — является достаточно простым. В [21] предложено такое выражение:

$$\varepsilon = \sqrt{1 + B^2 q_y^2 + 2B^2(1 - \cos q_x)}. \quad (2)$$

Спектр (2) обладает следующими важными свойствами. Во-первых, он (как это и должно быть) периодичен по q_x . Во-вторых, он неаддитивен. В-третьих, при малых q_x подкоренное выражение в (2) переходит в известное (см., например, [2]) выражение для энергетического спектра щелевой модификации графена

$$\varepsilon = \sqrt{1 + B^2(q_x^2 + q_y^2)}.$$

Вместе с тем (2) никак не зависит от соотношения ширины барьера и ямы. Также из (1) и (2) трудно определить

аналитически ширины ближайших к рассматриваемой запрещенной зоне и соответственно оценить значения температуры и полей, при которых справедливы приближения, приводящие к данному виду спектра. Решения дисперсионного соотношения (1) и зависимость $\varepsilon(q_x, q_y)$, построенная по формуле (2), качественно схожи, однако ни одно из этих решений не совпадает с (2) с достаточной точностью. Поэтому представляется целесообразным подобрать приближенное выражение для энергетического спектра в следующей форме:

$$\varepsilon = f'_1 + \sqrt{f'^2_2 + f'^2_3 q_y^2 + 2f'_4(1 - \cos q_x)}. \quad (3)$$

В этом случае зависимость энергии электрона от параметров сверхрешетки будет учтена в коэффициентах f'_i , которые подбираются численно исходя из решения дисперсионного соотношения (1). Расчет показывает, что коэффициенты f'_i могут быть подобраны в достаточно широких областях значений параметров сверхрешетки.

Спектр в форме (3) все еще достаточно сложен и, являясь уже некоторым приближением, требует введения дополнительных упрощающих предположений для проведения аналитических выкладок. Важной особенностью рассматриваемой структуры является то, что в разложении спектра, полученного из численного решения дисперсионного уравнения (1), в ряд Фурье по q_x амплитуда первой гармоники почти на 2 порядка больше амплитуд всех других гармоник. Поэтому с относительной точностью в несколько процентов энергетический спектр можно представить в форме

$$\varepsilon = g_1(q_x, q_y) + g_2(q_x, q_y) \cos q_x. \quad (4)$$

Формально раскладывая (3) по степеням f'_4 и ограничиваясь первым порядком, получаем выражение для спектра, укладываемое в форму (4),

$$\varepsilon_{\text{appr}} = f_1 + \sqrt{f_2^2 + f_3^2 q_y^2} + \frac{f_4(1 - \cos q_x)}{\sqrt{f_2^2 + f_3^2 q_y^2}}. \quad (5)$$

Спектр в форме (5), как и (3), является неаддитивным и периодичным по q_x . Он отличается от спектра полупроводниковой сверхрешетки в приближении сильной связи тем, что ширина зоны проводимости для графеновой сверхрешетки, созданной вдоль оси x , зависит от поперечного квазиимпульса. Оказывается, что коэффициенты f_i могут быть подобраны с не меньшей точностью, чем коэффициенты f'_i , при этом требование малости f'_4 по сравнению с f'^2_2 , f'^2_3 , необходимое, чтобы ограничиться в (5) первым порядком f'_4 , не является обязательным. Поэтому в настоящей работе используется выражение для энергетического спектра в форме (5).

Коэффициенты f_i подбирались численно на основе непосредственного решения дисперсионного уравнения с использованием алгоритма Левенберга–Марквардта (LMA — см., например, [22]). Как показывает расчет, при $V_0 = 0$ отношение ширины запрещенной зоны к

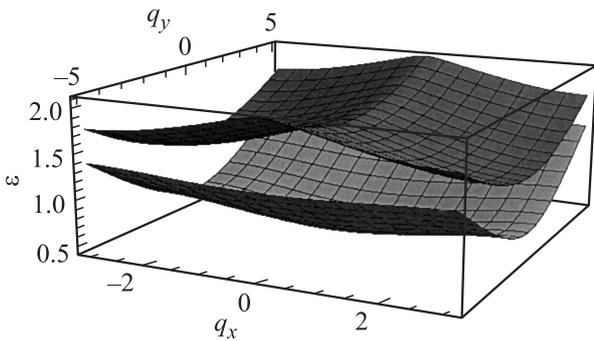


Рис. 2. Зависимости энергии от квазимпульса в двух первых мини-зонах.

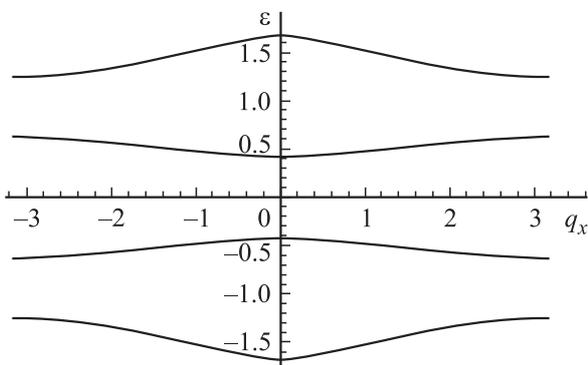


Рис. 3. Зависимость энергии от компоненты квазимпульса q_x при $q_y = 0$.

ширине разрешенной зоны достигает максимального значения при следующих значениях параметров сверхструктуры:

$$a = b = 0.5, \quad B = 0.25. \quad (6)$$

В этом случае подгоночные параметры принимают следующие значения:

$$f_1 = -0.0273612, \quad f_2 = 0.451551, \\ f_3 = 0.255208, \quad f_4 = 0.0483906. \quad (7)$$

Относительная ошибка $\eta = |(\varepsilon - \varepsilon_{\text{appr}})/\varepsilon_{\text{appr}}|$, которая возникает в результате замены значений энергии ε , полученных непосредственно из численного решения дисперсионного уравнения, значениями $\varepsilon_{\text{appr}}$, вычисленными по формуле (5), не превышает 2%.

Наличие дополнительного потенциала V_0 увеличивает высоту барьера для электронов, и при этом соответственно возрастают ширины запрещенных зон, однако теоретически оценить этот потенциал трудно; поэтому будем полагать $V_0 = 0$.

Две первые мини-зоны, энергия электрона в которых больше, чем в дираковской точке бесщелевой модификации графена, представлены на рис. 2. Зависимости $\varepsilon(q_x)$ для четырех ближайших к дираковской точке мини-зон при $q_y = 0$ показаны на рис. 3. Ширина запрещенной

зоны между первой и второй мини-зонами $\varepsilon_{1,2}^g$ приблизительно равна 0.6Δ , ширина первой мини-зоны равна $\Delta_1 \approx 0.2\Delta$, энергетическая щель ε_0^g между самой нижней мини-зоной для электронов и самой верхней мини-зоной для дырок равна $\varepsilon_0^g \approx 0.85\Delta$.

В настоящей работе ограничимся рассмотрением одноминизонного приближения. Прежде всего, это приближение накладывает ограничения на температуру T и значения электрических полей E : $T \ll \varepsilon^g$, $eEd \ll \varepsilon^g$, где d — период сверхрешетки. Очевидно, что границы применимости одноминизонного приближения тем шире, чем больше ширина запрещенной зоны ε^g . При частоте падающей волны $\omega \sim 10^{12} \text{ с}^{-1}$, периоде сверхрешетки $d \approx 2 \cdot 10^{-6} \text{ см}$ условие $eEd \ll \varepsilon^g$ приводит к требованию $E \ll 10^2 \text{ ед. СГСЭ}$. Условие на температуру, связанное с использованием одноминизонного приближения, принимает вид $T \leq 10^2 \text{ К}$.

В качестве бесщелевой модификации мы будем предполагать графен на подложке SiO_2 [1]. Чтобы дополнительный периодический потенциал мог привести к разбиению зоны проводимости графена на мини-зоны, период сверхструктуры d должен быть намного меньше, чем средняя длина свободного пробега λ : $d \ll \lambda$ [23,24]. Средняя длина свободного пробега λ в графене при комнатной температуре и концентрации носителей заряда $n \sim 10^{12} \text{ см}^{-2}$ составляет $\lambda \approx 4 \cdot 10^{-5} \text{ см}$ [1]. Для выполнения равенства $B = 0.25$ в сверхрешетке над подложкой нитрида бора в качестве щелевой модификации период сверхструктуры d должен быть равным приблизительно 650 межатомных расстояний ($d \approx 0.2\lambda$), а при использовании графена на подложке карбида кремния период сверхрешетки должен составлять приблизительно 135 межатомных расстояний ($d \approx 0.05\lambda$). Таким образом, одноминизонное приближение предпочтительнее использовать в сверхрешетке на основе графена, помещенного на подложку, состоящую из чередующихся полосок оксида кремния и карбида кремния.

3. Вычисление плотности постоянного тока, текущего перпендикулярно тянущему электрическому полю под влиянием эллиптически поляризованной электромагнитной волны

Неаддитивность энергетического спектра является причиной взаимной зависимости движений носителей заряда в перпендикулярных друг другу направлениях, что может привести к проявлению так называемых эффектов поперечного выпрямления [21,25–27]. В частности, в [21] изучен эффект возникновения постоянной составляющей тока в направлении, перпендикулярном оси сверхрешетки на основе графена, под влиянием двух нормально падающих на поверхность образца электромагнитных волн, частота одной из которых превосходит частоту

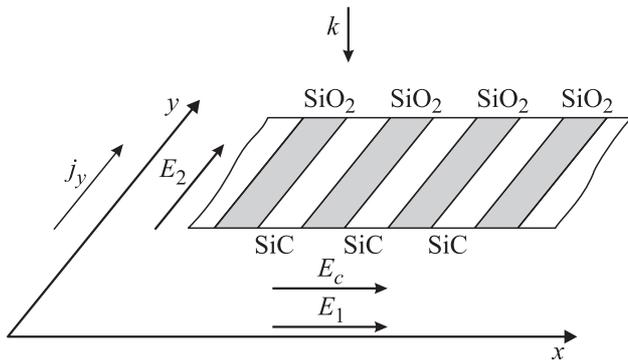


Рис. 4. Геометрия задачи.

другой в 2 раза и плоскости поляризации которых перпендикулярны друг другу. Ранее эффект, подобный изученному в [21], был предсказан в графене [25]. Эффект выпрямления токов изучался в полупроводниках с квадратичным законом дисперсии [28,29] и в полупроводниковых сверхрешетках [30–33]. Физическая причина возникновения постоянного тока под влиянием только переменных электрических полей состоит в появлении в образце выделенного направления под действием одной из волн (обычно сильной) [28,30]. В частности, электромагнитная волна может вносить асимметрию в рассеяние носителей заряда [29]. В [26,27] рассмотрен эффект возникновения постоянного тока в графене, помещенном в поле эллиптически поляризованной электромагнитной волны, перпендикулярно постоянному тянущему электрическому полю, созданному в образце. В [34,35] возникновение постоянного тока под действием эллиптически поляризованного лазерного излучения экспериментально наблюдалось в графене. С точки зрения экспериментатора эффекты выпрямления замечательны простотой экспериментальной установки и широкими возможностями для изучения свойств лазерного излучения.

Представляет интерес рассмотреть задачу, аналогичную решенной в [26,27], для сверхрешетки на основе графена. Геометрия задачи представлена на рис. 4. Здесь E_c — напряженность постоянного поля, $E_1 = E_{10} \cos(\omega t)$, $E_2 = E_{20} \cos(\omega t + \phi)$ — напряженности электрического поля компонент эллиптически поляризованной волны. Будем искать постоянную составляющую плотности тока вдоль оси y . Неравновесная функция распределения $f(\mathbf{p}, t)$ удовлетворяет кинетическому уравнению Больцмана с членом столкновений в форме постоянной частоты столкновений ν :

$$\frac{\partial f(\mathbf{p}, t)}{\partial t} + e\mathbf{E} \frac{\partial f(\mathbf{p}, t)}{\partial \mathbf{p}} = -\nu [f(\mathbf{p}, t) - f_0(\mathbf{p})], \quad (8)$$

где $f_0(\mathbf{p})$ — равновесная функция распределения, $\mathbf{E} = \{E_c + E_1, E_2\}$ — вектор напряженности результирующего электрического поля. Предполагая газ невырожденным, берем $f_0(\mathbf{p})$ в форме функции распреде-

ления Больцмана: $f_0(\mathbf{p}) = A \exp[-\varepsilon_{\text{appr}}(\mathbf{p})/T]$, где A — постоянная нормировки, T — температура, выраженная в единицах Δ .

Решение уравнения (8) может быть найдено методом характеристик:

$$f(\mathbf{p}, t) = \nu \int_{-\infty}^t dt' \exp[-\nu(t-t')] f_0(\mathbf{p}'(t'; \mathbf{p}, t)), \quad (9)$$

где \mathbf{p}' — решение квазиклассического уравнения движения

$$\frac{d\mathbf{p}'}{dt'} = e\mathbf{E}(t') \quad (10)$$

с начальным условием

$$\mathbf{p}' = \mathbf{p} \quad \text{при} \quad t' = t. \quad (11)$$

Введем векторный потенциал \mathbf{A} , удовлетворяющий условию

$$-\frac{1}{c} \frac{d\mathbf{A}}{dt'} = \mathbf{E}. \quad (12)$$

Решение уравнения (10) принимает вид

$$p'_x = p_x - \frac{e}{c} A_x, \quad p'_y = p_y - \frac{e}{c} A_y, \quad (13)$$

где

$$A_x = -c \int_{t'}^t (E_c + E_1) dt', \quad A_y = -c \int_{t'}^t E_2 dt'. \quad (14)$$

Постоянная составляющая плотности тока вдоль оси y задается соотношением

$$j_y = \left\langle e \sum_{\mathbf{p}} v_y f(\mathbf{p}, t) \right\rangle_t, \quad (15)$$

где угловые скобки $\langle \rangle_t$ означают усреднение по большому по сравнению с периодом падающей волны промежутку времени t , v_y — компонента скорости носителей заряда вдоль оси y ,

$$v_y = \frac{\partial(\Delta\varepsilon_{\text{appr}})}{\partial p_y} = \frac{\Delta d}{\hbar} \frac{f_3^2 q_y}{\sqrt{f_2^2 + f_3^2 q_y^2}} \left[1 - \frac{f_4(1 - \cos q_x)}{f_2^2 + f_3^2 q_y^2} \right]. \quad (16)$$

Таким образом, плотность тока принимает вид

$$j_y = e\nu \left\langle \sum_{\mathbf{p}} \int_{-\infty}^t dt_1 \exp[-\nu(t-t_1)] v_y(\mathbf{p}) f_0\left(\mathbf{p} - \frac{e}{c} \mathbf{A}\right) \right\rangle_t. \quad (17)$$

Заменим переменную суммирования:

$$\mathbf{p} \rightarrow \mathbf{p} - \frac{e}{c} \mathbf{A}.$$

При этом (17) принимает вид

$$j_y = e\nu \left\langle \sum_{\mathbf{p}} \int_{-\infty}^t dt_1 \exp[-\nu(t-t_1)] v_y\left(\mathbf{p} + \frac{e}{c} \mathbf{A}\right) f_0(\mathbf{p}) \right\rangle_t. \quad (18)$$

Подставляя (16) в (18), получаем:

$$j_y = \frac{j_0 f_3^2 \gamma}{2\pi P_0} \left\langle \int_{-\infty}^0 dt_1 \exp(\gamma t_1) \int_{-\infty}^{\infty} dq_y \int_{-\pi}^{\pi} dq_x \right. \\ \times \frac{q_y - F_2 [\sin(t_1 + t + \phi) - \sin(t + \phi)]}{\sqrt{f_2^2 + f_3^2 \{q_y - F_2 [\sin(t_1 + t + \phi) - \sin(t + \phi)]\}^2}} \\ \times \left[1 - \frac{f_4 (1 - \cos\{q_x - F_0 t_1 - F_1 [\sin(t_1 + t) - \sin t]\})}{f_2^2 + f_3^2 \{q_y - F_2 [\sin(t_1 + t + \phi) - \sin(t + \phi)]\}^2} \right] \\ \times \exp \left[-\frac{f_2^2 + f_3^2 q_y^2 + f_4 (1 - \cos q_x)}{T \sqrt{f_2^2 + f_3^2 q_y^2}} \right] \Bigg\rangle_t. \quad (19)$$

Здесь $F_0 = eE_c d / \hbar \omega$, $F_1 = eE_{10} d / \hbar \omega$, $F_2 = eE_{20} d / \hbar \omega$, $\gamma = v / \omega$, $j_0 = en \Delta d / \hbar$, n — поверхностная концентрация носителей заряда,

$$P_0 = \int_{-\infty}^{\infty} dq_y I_0 \left(\frac{f_4}{T \sqrt{f_2^2 + f_3^2 q_y^2}} \right) \exp \left(-\frac{f_2^2 + f_3^2 q_y^2 + f_4}{T \sqrt{f_2^2 + f_3^2 q_y^2}} \right),$$

$I_0(x)$ — модифицированная функция Бесселя первого рода. В первом исчезающем приближении по безразмерной напряженности F_2 выражение для плотности тока приводится к виду

$$j_y = \frac{j_0 f_3^2 f_4 \gamma}{P_0} F_2 \int_{-\infty}^{\infty} dq_y \frac{2f_3^2 q_y^2 - f_2^2}{(f_2^2 + f_3^2 q_y^2)^{5/2}} \\ \times I_1 \left(\frac{f_4}{T \sqrt{f_2^2 + f_3^2 q_y^2}} \right) \exp \left(-\frac{f_2^2 + f_3^2 q_y^2 + f_4}{T \sqrt{f_2^2 + f_3^2 q_y^2}} \right) \\ \times \left\langle \int_{-\infty}^0 dt_1 \exp(\gamma t_1) \cos\{F_0 t_1 + F_1 [\sin(t_1 + t) - \sin t]\} \right. \\ \times [\sin(t_1 + t + \phi) - \sin(t + \phi)] \Bigg\rangle_t. \quad (20)$$

Окончательно получаем:

$$j_y = j_0 f_3^2 f_4 \frac{P_1}{P_0} \cos \phi \cdot F_2 G_y(F_0, F_1, \gamma), \quad (21)$$

где

$$P_1 = \int_{-\infty}^{\infty} dq_y \frac{2f_3^2 q_y^2 - f_2^2}{(f_2^2 + f_3^2 q_y^2)^{5/2}} \\ \times I_1 \left(\frac{f_4}{T \sqrt{f_2^2 + f_3^2 q_y^2}} \right) \exp \left(-\frac{f_2^2 + f_3^2 q_y^2 + f_4}{T \sqrt{f_2^2 + f_3^2 q_y^2}} \right),$$

$$G_y(F_0, F_1, \gamma) = \gamma F_0 \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k(F_1) [J_{k+1}(F_1) - J_{k-1}(F_1)] \\ \times \frac{F_0^2 - k^2 + \gamma^2}{[(F_0 - k)^2 + \gamma^2][(F_0 + k)^2 + \gamma^2]}. \quad (22)$$

Зависимости G_y от безразмерных напряженностей F_0, F_1 показаны на рис. 5. При температуре $T \approx 70$ К, $\gamma \approx 0.1$, $\omega \sim 10^{12}$ с⁻¹, $E_c, E_1 \sim 1$ ед. СГСЭ, $E_2 \sim 0.1$ ед. СГСЭ, $n \sim 10^{10}$ см⁻², $d \sim 10^{-6}$ см плотность тока $j_y \sim 10^{-4}$ А/см.

4. Обсуждение результатов

Рассмотрим частные случаи.

Случай слабых полей. Вначале полагаем слабым продольное высокочастотное поле ($F_1 \ll 1$). Поскольку разложение функции Бесселя $J_k(F_1)$ начинается с членов порядка F_1^k , для того чтобы обеспечить первое не исчезающее приближение по полю F_1 , достаточно оставить в сумме (20) только слагаемые с $k = -1, 0, 1$. Таким образом, получаем

$$G_y^1(F_0, F_1, \gamma) = \gamma F_0 F_1 \\ \times \left(\frac{1}{F_0^2 + \gamma^2} - \frac{F_0^2 - 1 + \gamma^2}{[(F_0 - 1)^2 + \gamma^2][(F_0 + 1)^2 + \gamma^2]} \right). \quad (23)$$

Считая, кроме того, малым F_0 , разложим (23) в ряд по F_0 и ограничимся первым исчезающим приближением. При этом получаем выражение для плотности поперечного тока j_y :

$$j_y = j'_0 F_0 F_1 F_2 \cos \phi, \quad (24)$$

где

$$j'_0 = j_0 f_3^2 f_4 \frac{P_1}{P_0} \frac{1 + 3\gamma^2}{\gamma(1 + \gamma^2)^2}.$$

Подобная (24) зависимость плотности поперечного тока получена для графена ранее в [26,27] для той же конфигурации полей.

Рассмотрим также случай $F_1 \sim 1, F_0 \ll 1$. Раскладывая в ряд по F_0 каждое из слагаемых в (22), получаем

$$G_y^0(F_0, F_1, \gamma) = \gamma F_0 \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k(F_1) [J_{k+1}(F_1) - J_{k-1}(F_1)] \\ \times \frac{\gamma^2 - k^2}{(k^2 + \gamma^2)^2}. \quad (25)$$

Случай малой частоты столкновений ($\gamma \ll 1$). Из рис. 5 видно, что при целых значениях безразмерной напряженности постоянного поля F_0 зависимость плотности поперечного тока от F_0 обнаруживает особенности.

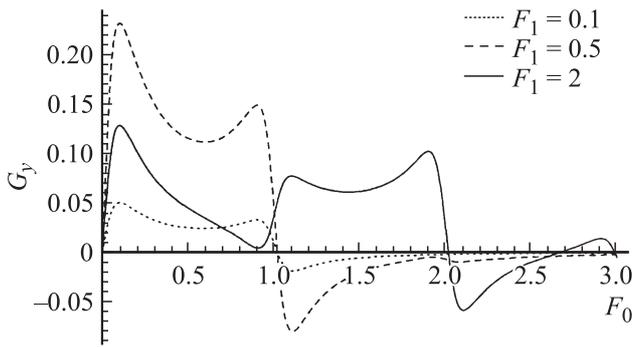


Рис. 5. Зависимости плотности поперечного тока от безразмерной напряженности постоянного поля F_0 при фиксированных F_1 .

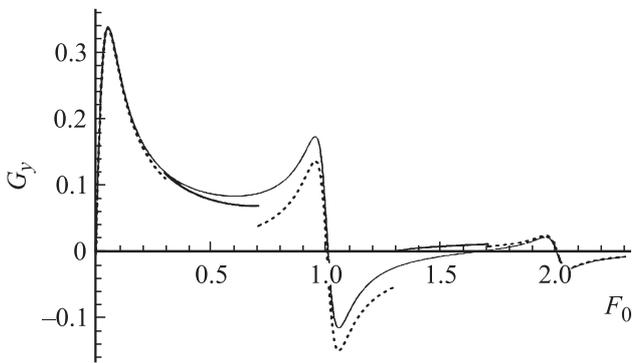


Рис. 6. Зависимости плотности поперечного тока от безразмерной напряженности постоянного поля F_0 . Тонкая сплошная линия соответствует плотности тока, рассчитанной с помощью формулы (20), толстая сплошная — рассчитанной с использованием (26), пунктирная — рассчитанной с использованием (27), (28). $F_1 = 1$, $\gamma = 0.05$.

Раскладывая (22) в ряд по малой величине γ и ограничиваясь первым неисчезающим приближением, получаем

$$G_y^\gamma(F_0, F_1, \gamma) = 2\gamma \frac{J_0(F_1)J_1(F_1)}{F_0} + 2\gamma F_0 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{J_k(F_1)[J_{k+1}(F_1) - J_{k-1}(F_1)]}{(F_0 - k)(F_0 + k)}. \quad (26)$$

Выражение для $G_y^\gamma(F_0, F_1, \gamma)$ имеет разрывы второго рода в точках $F_0 = 1, 2, \dots$, которые снимаются присутствием γ^2 в знаменателе (22). Формулой (26) можно пользоваться при значениях постоянного поля вдали от целых значений F_0 .

Вблизи значений $F_0 = l$ ($l = 0, 1, 2, \dots$) основной вклад в сумму (22) вносят слагаемые с номерами l и $-l$, и функция G_y может быть приближенно заменена следующим выражением:

$$G_{y,l=1,2,\dots}(F_0, F_1, \gamma) = 2\gamma F_0 J_l(F_1) [J_{l+1}(F_1) - J_{l-1}(F_1)] \times \frac{F_0^2 - l^2 + \gamma^2}{[(F_0 - l)^2 + \gamma^2][(F_0 + l)^2 + \gamma^2]}, \quad (27)$$

$$G_{y,l=0}(F_0, F_1, \gamma) = 2\gamma F_0 \frac{J_0(F_1)J_1(F_1)}{F_0^2 + \gamma^2}. \quad (28)$$

Учитывая, что в (27) $F_0 + l \approx 2l$, $F_0 + l \gg \gamma$, получаем

$$G_{y,l=1,2,\dots}(F_0, F_1, \gamma) = \gamma J_l(F_1) [J_{l+1}(F_1) - J_{l-1}(F_1)] \times \frac{2l(F_0 - l) + \gamma^2}{2l[(F_0 - l)^2 + \gamma^2]}. \quad (29)$$

На рис. 6 представлена зависимость безразмерной плотности поперечного тока G_y от F_0 , построенная с использованием приближенных формул (26)–(29).

Обнаруженные здесь особенности в поведении поперечного тока имеют природу, аналогичную природе штарковского резонанса в квантовых полупроводниковых сверхрешетках [24]. Однако в нашем случае наличие резонансных условий для продольного поля приводит к особенностям в поведении поперечного тока. Такие же резонансные особенности должны проявляться и в продольном токе. Действительно, вычислим плотность постоянного тока, текущего вдоль оси графеновой сверхрешетки под действием постоянного электрического поля E_c и высокочастотного поля E_1 ,

$$j_x = j_0 f_4 \frac{P_2}{P_0} G_x(F_0, F_1, \gamma), \quad (30)$$

где

$$G_x(F_0, F_1, \gamma) = \gamma F_0 \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k^2(F_1) \times \frac{F_0^2 - k^2 + \gamma^2}{[(F_0 - k)^2 + \gamma^2][(F_0 + k)^2 + \gamma^2]}, \quad (31)$$

$$P_2 = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dq_y}{\sqrt{f_2^2 + f_3^2 q_y^2}} I_1 \left(\frac{f_4}{T \sqrt{f_2^2 + f_3^2 q_y^2}} \right) \times \exp \left(-\frac{f_2^2 + f_3^2 q_y^2 + f_4^2}{T \sqrt{f_2^2 + f_3^2 q_y^2}} \right).$$

Из (22) и (31) видно, что поведение функций G_x и G_y схоже вблизи целых значений F_0 , соответствующих значениям штарковской частоты $\Omega_{St} = eE_c d/\hbar$, кратным частоте падающей волны: $\Omega_{St} = k\omega$, $k = 1, 2, 3, \dots$. За счет неаддитивности энергетического спектра графеновой сверхрешетки электроны совершают некоторое сложное движение под действием приложенных электрических полей, поэтому при условиях, соответствующих штарковскому резонансу, немонотонный характер приобретает также и поперечный ток. При $F_1 = 0$ в сумме (31) остается только слагаемое с $k = 0$,

$$G_x(F_0, 0, \gamma) = \frac{\gamma F_0}{F_0^2 + \gamma^2} = \frac{\nu \Omega_{St}}{\nu^2 + \Omega_{St}^2}. \quad (32)$$

Видно, что зависимость плотности постоянного тока вдоль оси сверхрешетки от напряженности постоянного электрического поля полностью аналогична таковой в полупроводниковой сверхрешетке [24]. Поскольку для графена характерна меньшая частота столкновений, чем частота столкновений в полупроводниковых сверхрешетках ($\nu \sim 10^{10} - 10^{11} \text{ с}^{-1}$ [1,2] в графене и $\nu \sim 10^{12} \text{ с}^{-1}$ [24] в полупроводниковых сверхрешетках), в графеновых сверхрешетках отрицательная дифференциальная проводимость и другие немоноктонности в поведении электрического тока должны проявляться при значительно меньших значениях напряженностей электрических полей.

Отметим, наконец, что плотность тока в поперечном направлении примерно на порядок меньше плотности тока в направлении оси сверхрешетки.

При расчете плотности тока предполагалось, что в состоянии равновесия носители заряда подчиняются статистике Больцмана. Оценим температуры, при которых электронный газ в графене, имеющем в спектре энергетическую щель, невырожден. Для двумерных систем импульс Ферми определяется выражением [36]

$$p_F^2 = 2\pi\hbar^2 n. \quad (33)$$

Критерий сильного вырождения электронного газа есть

$$T \ll \varepsilon_F, \quad (34)$$

где $\varepsilon_F = \sqrt{v_F^2 p_F^2 + \Delta^2} - \Delta$ — энергия Ферми, отсчитанная от дна зоны проводимости. При концентрации носителей заряда $n = 10^{10} \text{ см}^{-2}$ условие сильного вырождения электронного газа в графене на подложке карбида кремния принимает вид

$$T \leq 10 \text{ К}. \quad (35)$$

С учетом указанного выше ограничения на температуру сверху, связанного с использованием одноминизонного приближения, можно считать, что полученные результаты справедливы при температурах порядка нескольких десятков кельвинов.

5. Заключение

Рассмотренное модельное выражение (5) для энергетического спектра сверхрешетки на основе графена позволяет исследовать электронные свойства такой структуры, производя многие расчеты аналитически. Зависимость ширины мини-зоны сверхрешетки, созданной вдоль одного из направлений от величины квазиимпульса в поперечном направлении учитывает неаддитивность спектра такой структуры. Ширина мини-зоны графеновой сверхрешетки составляет несколько сотых долей электронвольта, ширина запрещенных зон примерно в 3 раза больше ширины мини-зоны, поэтому использование одноминизонного приближения в этой

структуре возможно в электрических полях, напряженности которых составляют несколько ед. СГСЭ, и при температурах порядка нескольких десятков кельвинов. Неаддитивность энергетического спектра сверхрешетки на основе графена приводит к взаимной зависимости движений носителей заряда вдоль перпендикулярных друг другу направлений, что является, в частности, причиной проявления в такой структуре эффекта выпрямления тока в направлении, перпендикулярном тянущему полю, под влиянием эллиптически поляризованной волны, падающей на поверхность образца. При этом плотность тока в поперечном направлении оказывается примерно на порядок меньше плотности тока в направлении оси сверхрешетки. Зависимость плотности тока от напряженностей приложенных полей имеет существенно немонотонный характер. Природа такой зависимости аналогична природе штарковского резонанса, известного в квантовых полупроводниковых сверхрешетках.

Работа поддержана грантом РФФИ № 10-02-97001-р_поволжье_а.

Список литературы

- [1] K.S. Novoselov, A.K. Geim, S.V. Morozov, D. Jiang, Y. Zhang, S.V. Dubonos, I.V. Grigorieva, A.A. Firsov. *Science*, **306**, 666 (2004).
- [2] A.H. Castro Neto, F. Guinea, N.M.R. Peres, K.S. Novoselov, A.K. Geim. *Rev. Mod. Phys.*, **81**, 109 (2009).
- [3] Y.Q. Wu, P.D. Ye, M.A. Capano, Y. Xuan, Y. Sui, M. Qi, J.A. Cooper, T. Shen, D. Pandey, G. Prakash, R. Reifengerber. *Appl. Phys. Lett.*, **92**, 092 102 (2008).
- [4] T. Mueller, F. Xia, P. Avouris. *Nature Photonics*, **4**, 297 (2010).
- [5] Yi Zheng, Guang-Xin Ni, Sukang Bae et al. *Euro. Phys. Lett.*, **93**, 17 002 (2011).
- [6] M. Barbier, F.M. Peeters, P. Vasilopoulos, J.M. Pereira, jr. *Phys. Rev. B*, **77**, 115 446 (2008).
- [7] M. Barbier, P. Vasilopoulos, F.M. Peeters. *Phil. Trans. R. Soc. A*, **368**, 5499 (2010).
- [8] J.M. Pereira, jr., F.M. Peeters, A. Chaves, G.A. Farias. *Semicond. Sci. Technol.*, **25**, 033 002 (2010).
- [9] Li-Gang Wang, Xi Chen. E-print archives, cond-mat/1008.0504.v1.
- [10] M. Ramezani Masir, P. Vasilopoulos, A. Matulis, F.M. Peeters. *Phys. Rev. B*, **77**, 235 443 (2008).
- [11] Л.А. Чернозатонский, П.В. Сорокин, Е.Э. Белова, Й. Брюнинг, А.С. Федоров. *Письма ЖЭТФ*, **85** (1), 84 (2007).
- [12] A. Isacsson, L.M. Jonsson, J.M. Kinaret, M. Jonson. *Phys. Rev. B*, **77**, 035 423 (2008).
- [13] H. Sevincli, M. Topsakal, S. Ciraci. *Phys. Rev. B*, **78**, 245 402 (2008).
- [14] D. Bolmatov, Chung-Yu Mou. *ЖЭТФ*, **139** (1), 119 (2011).
- [15] Y. Pan, N. Jiang, J.T. Sun et al. E-print archives, cond-mat/0709.2858.
- [16] П.В. Ратников. *Письма ЖЭТФ*, **90** (6), 515 (2009).
- [17] S.Y. Zhou, G.-H. Gweon, A.V. Fedorov, P.N. First, W.A. de Haar, D.-H. Lee, F. Guinea, A.H. Castro Neto, A. Lanzara. *Nature Mater.*, **6**, 770 (2007).

- [18] G. Giovannetti, P.A. Khomyakov, G. Brocks, P.J. Kelly, J. van der Brink. *Phys. Rev. B*, **76**, 073 103 (2007).
- [19] P.R. Wallace. *Phys. Rev.*, **71**, 622 (1947).
- [20] S. Reich, J. Maultzsch, C. Thomsen, P. Ordejón. *Phys. Rev. B*, **66**, 035 412 (2002).
- [21] С.В. Крючков, Е.И. Кухарь, В.А. Яковенко. *Изв. РАН. Сер. физ.*, **74**, 1759 (2010).
- [22] Ф. Гилл, У. Мюррей, М. Райт. *Практическая оптимизация* (М., Мир, 1985).
- [23] А.П. Силин. *УФН*, **147**, 485 (1985).
- [24] Ф.Г. Басс, А.А. Булгаков, А.П. Тетервов. *Высокочастотные свойства полупроводников со сверхрешетками* (М., Наука, 1989).
- [25] Д.В. Завьялов, В.И. Конченков, С.В. Крючков. *ФТТ*, **51**, 2033 (2009).
- [26] Д.В. Завьялов, С.В. Крючков, Э.В. Марчук. *Письма ЖТФ*, **34** (21), 21 (2008).
- [27] Д.В. Завьялов, С.В. Крючков, Т.А. Тюлькина. *ФТП*, **44**, 910 (2010).
- [28] Г.М. Шмелев, Г.И. Цуркан, Нгуен Хонг Шон. *Изв. вузов. Физика*, **28** (2), 84 (1985).
- [29] Nguyen Hong Shon, Vo Hohg Anh. *Phys. Status Solidi B*, **134** (1), 363 (1986).
- [30] С. Менса, Г.М. Шмелев, Э.М. Эпштейн. *Изв. вузов. Физика*, **31** (6), 112 (1988).
- [31] K. Seeger. *Appl. Phys. Lett.*, **76** (1), 82 (2000).
- [32] Д.В. Завьялов, С.В. Крючков, Е.И. Кухарь. *Опт. и спектр.*, **100**, 992 (2006).
- [33] А.В. Шорохов, Н.Н. Хвастунов, Т. Хьярт, К.Н. Алексеев. *ЖЭТФ*, **138**, 930 (2010).
- [34] J. Karch, P. Olbrich, M. Schmalzbauer et al. E-print archives, cond-mat/1002.1047v1.
- [35] J. Karch, P. Olbrich, M. Schmalzbauer et al. E-print archives, cond-mat/1008.2116v1.
- [36] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. *Статистическая физика* (М., Наука, 1976) ч. 1, гл. 5, с. 187.

Редактор Л.В. Шаронова

A transverse current rectification in a superlattice on the base of graphene

D.V. Zavalov, V.I. Konchenkov, S.V. Kruchkov

Volgograd State Pedagogical University,
400131 Volgograd, Russia

Abstract A model of energy spectrum of superlattice on the base of graphene placed on a substrate consisted of periodically arranged strips of different dielectrics is proposed. A direct current component perpendicular to pulling electric field under the influence of elliptically polarized electromagnetic wave is investigated. A dependence of transverse current density on the intensities of pulling electric field and elliptically polarized wave components is analyzed.