

# Численное моделирование эволюции электронно-дырочных лавин и стримеров в кремнии в однородном электрическом поле

© А.С. Кюрегян<sup>¶</sup>

Всероссийский электротехнический институт им. В.И. Ленина,  
111250 Москва, Россия

(Получена 2 марта 2010 г. Принята к печати 15 марта 2010 г.)

Впервые проведено численное моделирование зарождения и эволюции стримеров в Si. Предполагалось, что внешнее электрическое поле  $E_0$  постоянно и однородно, лавина и стример аксиально-симметричны, фоновые электроны и дырки отсутствуют. Расчеты проводились в рамках диффузионно-дрейфового приближения с учетом ударной и туннельной ионизации, оже-рекомбинации и электронно-дырочного рассеяния. Использовались наиболее реалистичные значения скоростей ионизации и рекомбинации, коэффициентов диффузии и дрейфовых подвижностей электронов и дырок. Показано, что характер эволюции лавин и стримеров в общих чертах согласуется с тем, что был получен автором ранее для гипотетического полупроводника с равными кинетическими коэффициентами электронов и дырок. Асимметрия этих коэффициентов (главным образом — коэффициентов ударной ионизации) проявляется лишь на начальной стадии эволюции. Однако со временем формируются два экспоненциально-автомодельных стримера, отличающихся только знаками заряда фронтов и направлениями распространения. Для этой главной стадии эволюции получены эмпирические зависимости основных параметров стримеров от  $E_0$  в диапазоне 0.34–0.75 МВ/см.

## 1. Введение

Недавно в работе автора [1] были изложены первые результаты численного моделирования эволюции электронно-дырочных лавин и стримеров в полупроводниках. Расчеты проводились для случая постоянного и однородного внешнего электрического поля  $E_0$  в рамках диффузионно-дрейфового приближения с учетом ударной и туннельной ионизации. Для того чтобы изучить основные качественные особенности лавин и стримеров в полупроводниках и уменьшить, насколько возможно, число свободных параметров задачи, предполагалось, что электроны и дырки отличаются лишь знаком заряда. Иногда это допущение более или менее оправдано, так как дрейфовые скорости электронов  $v_e$  и дырок  $v_h$  обычно слабо различаются в сильных полях, а в некоторых полупроводниках (например, в Ge [2], GaAs [3], InP [4] и в ряде тройных соединений [5,6]) отношение коэффициентов ионизации  $\alpha_e/\alpha_h$  отличается от единицы не более чем в 2 раза. Однако в других полупроводниках эта (приближенная) симметрия сильно нарушается:  $\alpha_e \gg \alpha_h$  в Si [7] и  $\alpha_e \ll \alpha_h$  в 6H-SiC [8], 4H-SiC [9] и CdTe [10]. Изучение лавин и стримеров в подобных материалах представляет значительный научный интерес, поскольку их эволюция может происходить иначе, чем в гипотетическом полупроводнике с равными кинетическими коэффициентами электронов и дырок [1], но и не так, как в газах, где перенос заряда и ионизация осуществляются только электронами [11].

Данная работа посвящена решению этой задачи путем численного моделирования применительно к кремнию. Выбор материала обусловлен двумя причинами. Во-первых, необходимые для моделирования характе-

ристики у кремния изучены наиболее (хотя и далеко не достаточно) полно. Во-вторых, есть основания полагать [12,13], что стримерный механизм пробоя определяет (по крайней мере в некоторых режимах) работу уникальных по своим характеристикам коммутаторов — лавинных обострителей напряжения [14,15], основным материалом для которых до сих пор служит именно кремний. Это обстоятельство определяет практическую ценность информации об основных параметрах лавин и стримеров в Si.

## 2. Математическая модель лавины и стримера

Как и авторы большинства работ, посвященных численному моделированию стримеров (см. список литературы в [1]), мы использовали диффузионно-дрейфовое приближение, в рамках которого распределения электронов  $n(t, r)$ , дырок  $p(t, r)$  и потенциала  $\varphi(t, r)$  описываются системой уравнений непрерывности и Пуассона

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \mathbf{j}_e = \frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \mathbf{j}_h = s_g - s_r, \quad (1)$$

$$\Delta \varphi = \frac{q}{\varepsilon} (n - p), \quad (2)$$

где  $q$  — элементарный заряд,  $\varepsilon$  — диэлектрическая проницаемость полупроводника, слагаемые  $s_{g,r}$  описывают процессы генерации и рекомбинации. Плотности потоков свободных носителей заряда равны

$$\mathbf{j}_e = (-\mu_e \mathbf{E}n - \nabla D_e n), \quad \mathbf{j}_h = (\mu_h \mathbf{E}p - \nabla D_h p),$$

индексы  $e$  и  $h$  соответствуют электронам и дыркам,  $\mu_e, \mu_h$  — подвижности,  $D_e, D_h$  — коэффициенты диф-

<sup>¶</sup> E-mail: ask@vei.ru

фузии электронов и дырок. В непрямозонных полупроводниках генерация пар происходит главным образом за счет ударной и туннельной ионизации, поэтому

$$s_g = (\alpha_e v_e n + \alpha_h v_h p) h(n + p - n_{th}) + g_t,$$

где  $v_{e,h} = \mu_{e,h} E$ ,  $h(x)$  — единичная функция Хевисайда,  $n_{th}$  — некоторая пороговая концентрация,  $g_t$  — скорость туннельной ионизации. Концентрация  $n_{th}$  введена для того, чтобы исключить появление нефизических решений из-за ударной ионизации далеко перед фронтом стримера, где концентрация электронов и дырок очень мала ( $n + p < n_{th}$ ) и континуальное приближение заведомо неприменимо. Предполагая, что время рекомбинации носителей заряда через глубокие уровни и время излучательной рекомбинации много больше времени распространения стримера, мы учитывали только оже-рекомбинацию, скорость которой равна

$$s_r = np(c_e n + c_h p).$$

Кроме того мы считали, что коэффициенты ударной ионизации  $\alpha_{e,h}$ , дрейфовые подвижности  $\mu_{e,h}$ , коэффициенты диффузии  $D_{e,h}$ , коэффициенты оже-рекомбинации  $c_{e,h}$  и скорость туннельной ионизации  $g_t$  являются заданными мгновенными и локальными функциями напряженности поля  $\mathbf{E} = -\nabla\varphi$  (и, может быть, концентраций  $n, p$ ), описанными в *Приложении*. Применимость такого приближения для моделирования стримеров обсуждалась в работе [1].

В однородном внешнем поле  $\mathbf{E}_0$ , направленном вдоль оси  $x$ , лавина и стример обладают аксиальной симметрией, поэтому мы использовали цилиндрическую систему координат  $\mathbf{r} = \{x, \rho, \vartheta\}$ , где  $\rho = \sqrt{y^2 + z^2}$ . При сделанных допущениях начальные условия для системы уравнений (1), (2) имеют вид

$$n(0, x, \rho) = p(0, x, \rho) = n_0(x, \rho), \quad \varphi(0, x, \rho) = E_0 x, \quad (3)$$

где  $n_0(x, \rho)$  — любая достаточно сильно локализованная функция, удовлетворяющая условию нормировки

$$2\pi \iint n_0(x, \rho) \rho d\rho dx = 1.$$

Оно соответствует появлению в начале координат одной электронно-дырочной пары в момент времени  $t = 0$ . Мы использовали гауссово распределение с характерным радиусом 0.02 мкм. Область, в которой проводились вычисления, представляла собой прямоугольник  $|x| \leq x_0$ ,  $0 \leq \rho \leq \rho_0$ , размеры которого  $2x_0, \rho_0$  во всех случаях значительно превосходили длину стримера. При этом граничные условия принимают вид

$$\begin{aligned} \varphi(t, 0, \rho) = 0, \quad \varphi(t, \pm x_0, \rho) = \pm E_0 x_0, \\ \frac{\partial \varphi(t, x, \rho)}{\partial \rho} \Big|_{\rho=0, \rho_0} = 0, \end{aligned} \quad (4)$$

$$n(t, \pm x_0, \rho) = n(t, x, \rho_0) = p(t, \pm x_0, \rho) = p(t, x, \rho_0) = 0, \quad (5)$$

$$\frac{\partial n(t, x, \rho)}{\partial \rho} \Big|_{\rho=0} = \frac{\partial p(t, x, \rho)}{\partial \rho} \Big|_{\rho=0} = 0. \quad (6)$$

Задача Коши (1)–(6) решалась методом конечных элементов с адаптивной неоднородной сеткой так, как описано в работе [1].

### 3. Результаты моделирования и их обсуждение

Расчеты выполнялись для напряженностей внешнего поля  $E_0 = 345\text{--}750$  кВ/см при  $n_{th} = 10^9$  см<sup>-3</sup>. Оказалось, что характер эволюции лавин и стримеров в общих чертах согласуется с тем, что был получен ранее [1] для гипотетического полупроводника с равными кинетическими коэффициентами электронов и дырок.

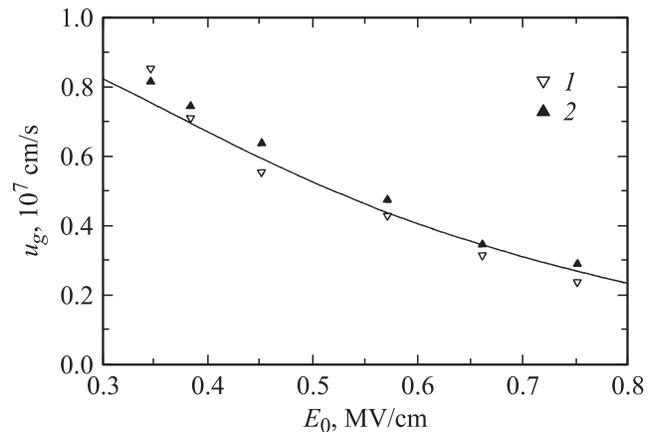
На стадии линейной эволюции лавины полное число электронов и дырок растет по экспоненциальному закону с инкрементом

$$\frac{1}{t_0} = (\alpha_e v_e + \alpha_h v_h)_{E=E_0}.$$

Асимметрия кинетических коэффициентов приводит к тому, что точки, в которых концентрация  $(n + p)$  максимальна, напряженность поля минимальна и плотность объемного заряда  $q(n - p) = 0$ , двигаются вдоль оси  $x$  против поля. В одномерном случае при  $t \gg t_0$  координаты этих точек совпадают, а скорость  $u_g$  их движения равна [16]

$$u_g = \frac{\alpha_h v_h^2 - \alpha_e v_e^2}{\alpha_e v_e + \alpha_h v_h} \Big|_{E=E_0}. \quad (7)$$

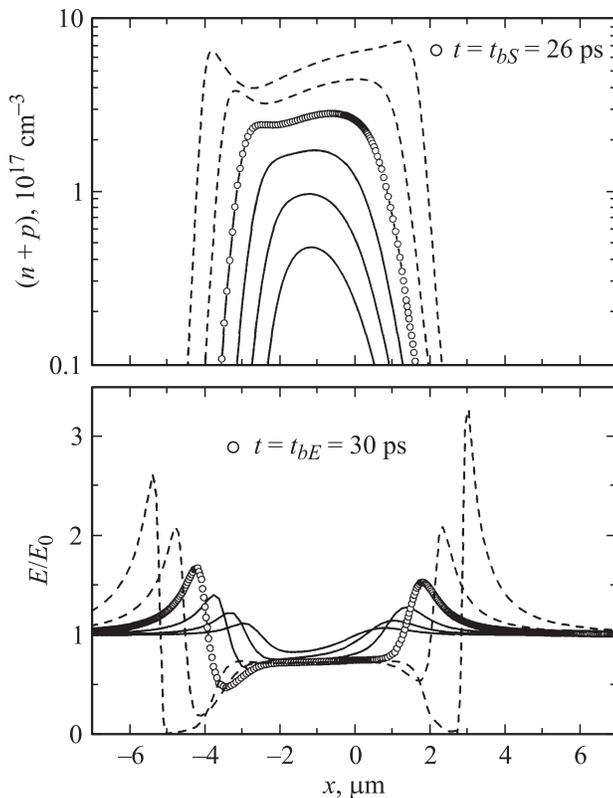
В реальной лавине эта формула также оказалась приближенно верной, что иллюстрируется данными, приведенными на рис. 1. Такая зависимость  $u_g(E_0)$  обусловлена



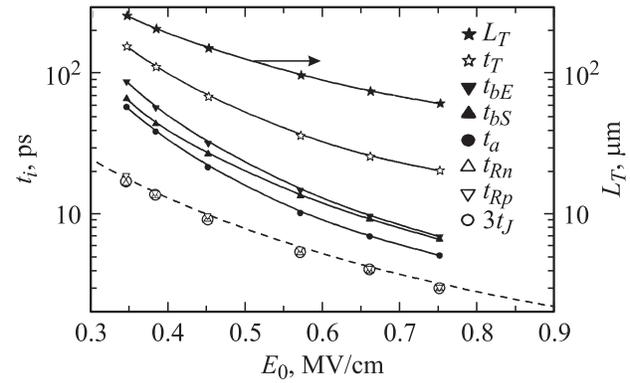
**Рис. 1.** Зависимости групповых скоростей лавины от напряженности внешнего поля, определенные по положениям точек, в которых  $(n + p)$  максимальна (символы 1) или плотность объемного заряда  $q(n - p) = 0$  (символы 2). Линия — расчет по формуле (7).

тем, что в Si отношение  $\alpha_e/\alpha_h$ , близкое к единице в сильных полях, экспоненциально увеличивается при уменьшении  $E_0$  [7].

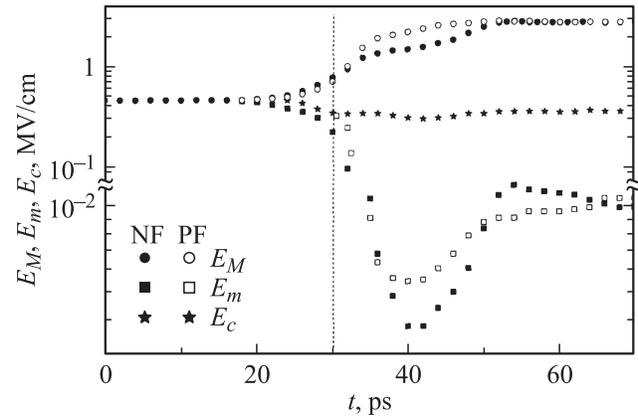
Стадия линейной эволюции лавины продолжается вплоть до момента  $t = t_a$ , после которого ее объемный заряд уже существенно искажает внешнее поле и начинается лавинно-стримерный переход (ЛПС). На этой стадии происходят две бифуркации (рис. 2). Сначала при  $t = t_{bS}$  возникает второй максимум концентрации вблизи отрицательного фронта лавины. Чуть позже (при  $t = t_{bE} \approx 1.5t_a$ , см. рис. 3) возникает второй минимум напряженности поля вблизи положительного фронта. Все эти времена уменьшаются с ростом  $E_0$ , как изображено на рис. 3. После бифуркаций напряженности поля на фронтах начинают резко возрастать, причем максимальное поле  $E_M$  на положительном фронте увеличивается заметно быстрее, чем на отрицательном (рис. 2, 4). Причина этого различия состоит в том, что эффективный поперечный радиус лавины вблизи положительного фронта меньше (а значит, искажение поля объемным зарядом лавины сильнее), чем вблизи отрицательного.



**Рис. 2.** Распределения концентрации носителей заряда  $(n + p)$  и напряженности поля  $E$  вдоль оси симметрии в различные моменты времени с шагом 2 пс на стадии лавинно-стримерного перехода при  $E_0 = 0.45$  МВ/см. Символами отмечены распределения в моменты бифуркаций профилей концентрации (при  $t = t_{bS} = 26$  пс) и напряженности поля (при  $t = t_{bE} = 30$  пс). Сплошные линии — распределения до бифуркаций, штриховые — после бифуркаций.  $t = 45$  пс.

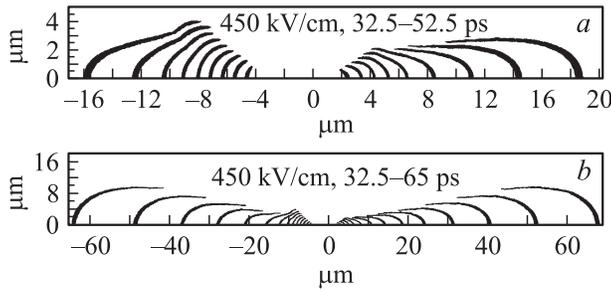


**Рис. 3.** Зависимости времени  $t_a$  начала лавинно-стримерного перехода, времени  $t_{bS}$  бифуркации распределения концентрации, времени  $t_{bE}$  бифуркации распределения поля, постоянных времени увеличения линейных размеров отрицательного ( $t_{Rn}$ ) и положительного ( $t_{Rp}$ ) стримеров, постоянной времени  $t_J$  увеличения межэлектродного тока, времени  $t_T$  максимального нагрева стримера до  $650^\circ\text{C}$  и длины стримера  $L_T$  в моменты времени  $t = t_T$  от напряженности внешнего поля. Штриховая линия — расчет по формулам (8) и (11).

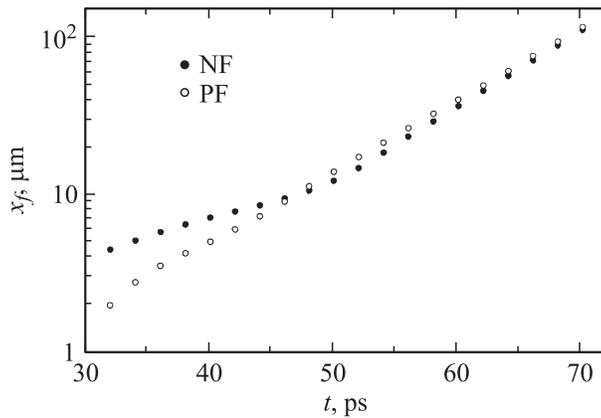


**Рис. 4.** Зависимости максимальной ( $E_M$ ), минимальной ( $E_m$ ) напряженностей поля на оси симметрии и поля  $E_c$  в точке старта лавины от времени при  $E_0 = 0.45$  МВ/см. Темные символы — отрицательный фронт (NF), светлые символы — положительный фронт (PF). Вертикальной пунктирной прямой указан момент  $t_{bE}$  бифуркации распределения напряженности поля.

После ЛСП наступает „диффузионная“ стадия эволюции стримеров [1], во время которой их длины и радиусы кривизны фронтов увеличиваются с почти постоянными скоростями, которые определяются не только ударной ионизацией и дрейфом, но и диффузией [17]. Длительность этой стадии невелика (рис. 5, а), так как сначала перед положительным фронтом (где напряженность поля существенно выше), а потом и перед отрицательным начинает проявляться туннельная ионизация. Как и в симметричном случае [1], это приводит к формированию сначала положительного, а потом и отрицательного экспоненциально-автомодельных стримеров, структура



**Рис. 5.** Эволюция отрицательного (слева) и положительного (справа) фронтов стримера при  $E_0 = 0.45$  МВ/см. Изображены области, внутри которых  $|n - p| > 10^{17}$  см $^{-3}$ , в различные моменты времени с шагом 2.5 пс. Диффузионная стадия эволюции положительного стримера завершается при  $t \approx 40$  пс, а отрицательного — при  $t \approx -45$  пс.



**Рис. 6.** Зависимости положений отрицательного (NF, темные символы) и положительного (PF, светлые символы) фронтов от времени при  $E_0 = 0.45$  МВ/см.

которых подробно описана в [1]. Фронты превращаются из сплюснутых эллипсоидов вращения в вытянутые (рис. 5, b). Отстающий вначале отрицательный стример догоняет со временем положительный (рис. 6), так что при больших  $t$  различия между ними экспоненциально уменьшаются в соответствии с выводами работ [18,19]. Максимальные  $E_M$  и минимальные  $E_m$  напряженности поля увеличиваются (рис. 4), но со временем достигают стационарных значений, как и все остальные параметры стримеров: концентрации  $n_- \approx p_-$  электронов и дырок за фронтом, напряженность поля  $E_c$  в месте старта лавины и, наконец, отношения  $x_f/b_y$ ,  $b_x/b_y$ ,  $x_f/x_c$  линейных размеров стримеров. Здесь  $x_f$  — положение фронта на оси стримера,  $b_x$  и  $b_y$  — продольная и поперечная полуоси фронтального эллипсоида,  $x_c$  — протяженность центральной области  $\Omega_c$  (см. [1,19]) с почти однородным полем  $E_c$ . При этом сами линейные размеры экспоненциально увеличиваются с одной и той же постоянной времени  $t_R$ .

Как уже говорилось во Введении, практическое значение имеют зависимости основных параметров, характе-

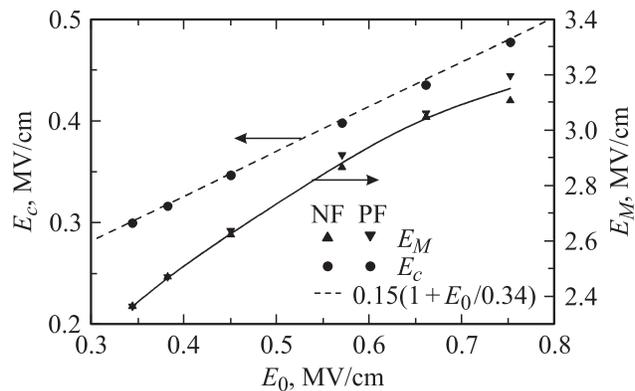
ризующих структуру стримеров и характер ее эволюции в Si, от напряженности внешнего поля. Эти зависимости приведены на рис. 3, 7–9. Как видно, некоторые из них можно с хорошей точностью аппроксимировать линейными функциями:

$$E_c(E_0) = E_{c0} \left( \frac{E_0}{E_{c1}} + 1 \right), \quad (8)$$

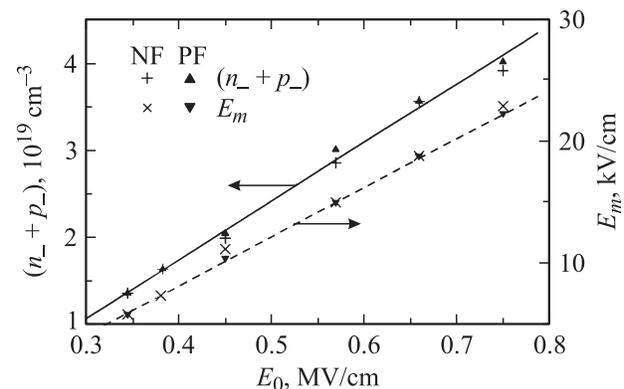
$$n_-(E_0) = p_-(E_0) = n_-^0 \left( \frac{E_0}{E_{n1}} - 1 \right), \quad (9)$$

$$E_m(E_0) = E_{m0} \left( \frac{E_0}{E_{m1}} - 1 \right), \quad (10)$$

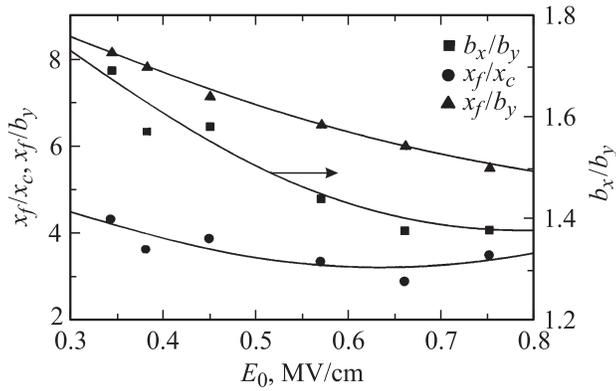
где  $E_{c0} = 0.15$  МВ/см,  $E_{c1} = 0.34$  МВ/см,  $n_-^0 = 4.5 \cdot 10^{18}$  см $^{-3}$ ,  $E_{n1} = 0.135$  МВ/см,  $E_{m0} = 7.5$  кВ/см,  $E_{m1} = 0.19$  МВ/см. Зависимости  $E_m$ ,  $x_f/b_y$ ,  $b_x/b_y$  и  $x_f/x_c$  от  $E_0$  можно аппроксимировать полиномами 2-й степени (сплошные линии на рис. 7, 9), формулы для которых мы не приводим.



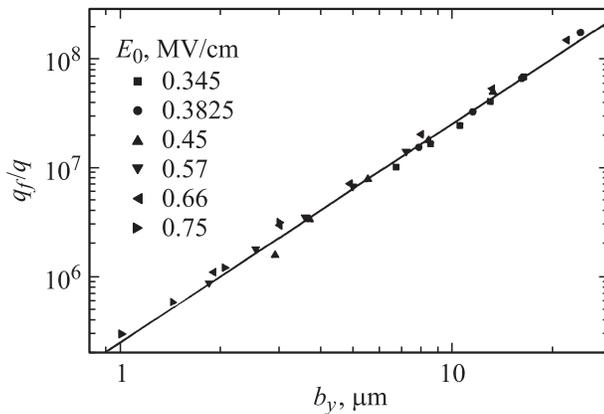
**Рис. 7.** Зависимости напряженности поля  $E_c$  в точке старта лавины и максимальной напряженности поля  $E_M$  на фронтах стримеров на стадии экспоненциально-автомодельной эволюции. Штриховая линия — аппроксимация (8).



**Рис. 8.** Зависимости концентрации носителей заряда  $(n_- + p_-)$  и минимальной напряженности поля  $E_m$  за фронтами отрицательного (крестики) и положительного (треугольники) стримеров от напряженности внешнего поля на стадии экспоненциально-автомодельной эволюции. Сплошная линия — аппроксимация (9), штриховая линия — (10).



**Рис. 9.** Зависимости отношений характерных размеров стримера на стадии экспоненциально-автомодельной эволюции от напряженности внешнего поля. Символы — результат моделирования, линии — аппроксимации полиномами второй степени.



**Рис. 10.** Зависимость заряда фронта  $q_f$  от длины поперечной полуоси фронтального эллипсоида  $b_y$  на стадии экспоненциально-автомодельной эволюции при различных напряженностях внешнего поля  $E_0$ . Символы — результат моделирования, линии — аппроксимация (12).

Линейные соотношения (8)–(10) не содержат в себе никакого физического смысла и описывают результаты моделирования лишь при конкретном сочетании параметров кремния и в ограниченном (хотя и наиболее актуальном) диапазоне значений  $E_0$ . Очевидно, что они должны нарушаться в очень слабых полях, что и обнаруживается, в частности, при анализе зависимости  $n_-(E_0)$ , полученной в [1]. В то же время аппроксимация (8) для  $E_c$  обеспечивает наименьшую погрешность (не более 5%) во всем изученном диапазоне полей и в симметричном случае [19]. Кроме того, она позволяет очень просто проверить формулу

$$t_R = \frac{2}{(\alpha_e v_e + \alpha_h v_h)_{E=E_c}}, \quad (11)$$

которая, согласно [19], должна выполняться для любого экспоненциально-автомодельного стримера. Действительно, подстановка (8) в (11) дает зависимость  $t_R(E_0)$ ,

которая, как видно на рис. 3, хорошо описывает результаты моделирования.

Еще одна простая эмпирическая зависимость связывает заряд фронта  $q_f$  с его размерами. Оказалось (рис. 10), что в нашем случае при любом внешнем поле

$$q_f = 8\pi\epsilon\tilde{E}b_y^2, \quad (12)$$

где  $\tilde{E} = 1.5$  МВ/см, тогда как данные работы [1] лучше описываются формулой  $q_f = 8\pi\epsilon E_0 b_x^2$ . Причина этого расхождения непонятна, однако в любом случае из этих формул следует, что ток проводимости через плоскость  $x = 0$  должен увеличиваться экспоненциально с постоянной времени  $t_R/2$ . В то же время ток между плоскими электродами, удаленными друг от друга на расстояние  $d$ , растёт с постоянной времени  $t_I = t_R/3$  (рис. 3), как и должно быть при экспоненциальной автомодельности стримера [1]. Протекание этого тока вызывает джоулев разогрев, который максимален в точке старта лавины и достигает величины  $\Delta T$ , когда концентрация электронов в начале координат увеличивается до [1]

$$n_T \approx \frac{2c_V\Delta T}{qE_c t_R (v_e^s + v_h^s)}, \quad (13)$$

где  $c_V$  — теплоемкость единицы объема кристалла. Используя (13) и полагая, что разрушение кристалла наступит при достижении температуры пластичности (для кремния около  $650^\circ\text{C}$ ), можно определить время  $t_T$  неразрушающей эволюции стримера и его длину  $L_T$  при  $t = t_T$ . Зависимости этих величин от  $E_0$  приведены на рис. 3. Нетрудно видеть, что длительность экспоненциально-автомодельной эволюции до разрушения равна примерно  $2.5t_R$ . За это время его длина увеличивается примерно в 10 раз, а межэлектродный ток — в 1000 раз и достигает величины  $J_T = d^{-1}(0.1-0.3)$  А · см в зависимости от  $E_0$ .

В заключение этого раздела отметим, что учет электроно-дырочного рассеяния, как описано в *Приложении*, приводит к увеличению минимальной напряженности поля  $E_m$  за фронтом примерно в 3 раза, в результате чего оказывается  $E_m \approx E_{e,h}^s$ . При этом остальные

Параметры кремния, использованные при моделировании

Параметры	Единицы измерения	Электроны	Дырки
$\epsilon$	Ф/см	$1.06 \cdot 10^{-12}$	
$D_{e,h}$	см <sup>2</sup> /с	36	12
$E_{e,h}^s$	кВ/см	7.0	18
$v_{e,h}^s$	см/с	$10^7$	$8.5 \cdot 10^6$
$n_0$	см <sup>-3</sup>	$3.5 \cdot 10^{17}$	
$n_1$	см <sup>-3</sup>	$7 \cdot 10^{16}$	
$E_f$	кВ/см	12.0	
$\tilde{\alpha}_{e,h}$	см <sup>-1</sup>	0.63	1.74
$\tilde{E}_{e,h}$	МВ/см	1.23	2.18
$\tilde{g}_I$	см <sup>-3</sup> с <sup>-1</sup>	$1.74 \cdot 10^{34}$	
$\tilde{E}_I$	МВ/см	22.6	
$c_{e,h}$	см <sup>6</sup> /с	$5 \cdot 10^{-31}$	$5 \cdot 10^{-31}$
$c_V$	Вт/(см <sup>3</sup> · град)	1.72	

параметры стримера практически не изменяются. Время жизни носителей заряда за фронтом, определяемое оже-рекомбинацией, во всех случаях оказалось много меньше  $t_R$ . Поэтому этот процесс может оказаться важным только вблизи начала координат, где концентрация максимальна при больших  $t$ . Однако при  $t \leq t_T$  оже-рекомбинацией можно пренебречь и в этой области, так как ее скорость оказывается меньше скорости ударной ионизации, даже если указанные в таблице значения  $c_{e,h}$  увеличить в 10 раз.

#### 4. Заключение

В работе впервые проведено численное моделирование зарождения и эволюции стримеров в Si. Основные результаты работы состоят в следующем.

Характер эволюции лавин и стримеров в общих чертах согласуется с тем, что был получен ранее [1] для гипотетического полупроводника с равными кинетическими коэффициентами электронов и дырок. Асимметрия этих коэффициентов (главным образом — коэффициентов ударной ионизации) проявляется лишь на начальной стадии эволюции. Во-первых, „центр тяжести“ лавины движется против внешнего поля  $E_0$  со скоростью  $u_g$ , модуль которой увеличивается при уменьшении  $E_0$  в соответствии с теорией [16]. Во-вторых, положительный стример формируется раньше и распространяется быстрее отрицательного, так как во время „диффузионной“ стадии эволюции максимальная напряженность поля на его фронте заметно больше, чем на фронте отрицательном.

Вскоре после завершения лавинно-стримерного перехода начинает проявляться туннельная ионизация, сначала перед положительным, а потом перед отрицательным фронтами. Со временем это приводит к формированию двух экспоненциально-автомодельных стримеров, отличающихся только знаками заряда фронтов и направлениями распространения. В качественном отношении они ничем не отличаются от стримеров, описанных ранее в работе [1]. Для этой основной стадии эволюции получены эмпирические зависимости основных параметров, характеризующих структуру, скорость распространения и длительность неразрушающей эволюции стримеров в Si, от  $E_0$  в диапазоне 0.34–0.75 МВ/см. Эти данные могут служить основой для анализа работы кремниевых лавинных обострителей напряжения в мультистримерном режиме.

#### Приложение

##### Кинетические коэффициенты электронов и дырок в Si

Выбор зависимостей кинетических коэффициентов от  $n$ ,  $p$  и  $E$  весьма нетривиален даже для такого хорошо изученного материала, как кремний. Проблема состоит

в том, что в лавине и тем более в стримере реализуются условия, при которых и концентрации, и напряженность поля достигают экстремально больших значений (порядка и более  $10^{20}$  см $^{-3}$  и  $10^6$  В/см соответственно). Насколько нам известно, для этих уникальных условий в опубликованной литературе нет почти никакой экспериментальной или хотя бы теоретической информации. Поэтому мы руководствовались следующими более или менее правдоподобными соображениями.<sup>1</sup>

##### 1. Коэффициенты диффузии

Экспериментальные зависимости  $D_{e,h}(E)$  известны только до  $E_0 = 50$  кВ/см [20], но лишь для продольных коэффициентов диффузии  $D_{e,h}^l$ . Поперечные коэффициенты диффузии электронов  $D_{e,h}^t$  измерены до  $E_0 = 10$  кВ/см и рассчитаны методом Монте-Карло до  $E_0 = 50$  кВ/см [21]. Оказалось, что  $D_{e,h}^l$  уменьшаются в полях 1–10 кВ/см в 3–3.5 раза, после чего остаются примерно постоянными, тогда как  $D_e^t$  изменяются немонотонно, а в самых сильных полях уменьшаются в  $\sim 1.5$  раза. Как изменяются  $D_{e,h}$  в Si при многократном усилении поля неизвестно. Но теория [16,17] дает возможность оценить, насколько сильно величины  $D_{e,h}$  могут повлиять на конечные результаты моделирования. Во-первых, от  $D_{e,h}$  зависит время  $t_a$  начала лавинно-стримерного пробоя (ЛСП) [16]; эта зависимость логарифмически слабая, поэтому уменьшение  $D_{e,h}$  в 3–4 раза должно приводить к уменьшению  $t_a$  не более чем на 10–15%. Во-вторых, от  $D_{e,h}$  зависит скорость фронта на стадии диффузионной эволюции стримера [17], которая должна уменьшиться на 20–40%. Однако длительность этой промежуточной стадии невелика, так что фактически величины  $D_{e,h}$  лишь незначительно влияют на размеры зародыша экспоненциально-автомодельного стримера и на время его формирования. Наконец, в течение этой основной стадии эволюции диффузия вообще не влияет на параметры стримера [1,18,19]. Поэтому при отсутствии иной информации мы сочли возможным пренебречь зависимостями коэффициентов диффузии от  $E$  и использовали низкополевые значения  $D_{e,h}$ .

##### 2. Дрейфовые подвижности

Экспериментальные зависимости  $\mu_{e,h}(E)$  при малых  $n$ ,  $p$ , известные до  $E_0 = 50$  кВ/см, хорошо согласуются с расчетами методом Монте-Карло, выполненными вплоть до  $E_0 = 500$  кВ/см [22,23]. Они очень точно описываются функциями

$$\mu_{e,h} = v_{e,h}^s [E^\beta + (E_{e,h}^s)^\beta]^{-1/\beta} \quad (14)$$

при  $\beta = 5/4$ , но и при значении  $\beta = 1$ , которое мы использовали для упрощения формул, погрешность не превосходит 13%. Здесь  $E_{e,h}^s$  — характерные поля, выше которых дрейфовые скорости достигают насыщенных значений  $v_{e,h}^s$ . При больших  $n$ ,  $p$  в слабых полях подвижности сильно уменьшаются из-за электронно-дырочного

<sup>1</sup> Далее „насколько нам известно“ мы опускаем.

рассеяния (ЭДР) [24]. Простейший способ учета этого эффекта в слабом поле и при больших  $n \approx p$  состоит в замене обычных подвижностей  $\mu_{e,h}$  на эффективные величины

$$\frac{1}{\mu_{e,h}^{eff}} = \frac{1}{\mu_{e,h}} + \frac{\mu_e^0 + \mu_h^0}{\mu_{EH}\mu_{e,h}^0}, \quad (15)$$

где  $\mu_{e,h}^0$  — подвижности в слабых полях при малых  $n, p$  и температуре  $T = T_0$ ,

$$\mu_{EH} = (\mu_e^0 + \mu_h^0) \frac{M(n)}{n} \left( \frac{T}{T_0} \right)^{3/2}, \quad (16)$$

функция  $M(n) = n_0[1 + n_0/(n_1 + 1)]^{-1}$  феноменологически описывает зависимость сечения ЭДР от  $n$  и обеспечивает хорошее совпадение с экспериментом [25] при надлежащем выборе параметров  $n_{0,1}$  [24]. Такая модификация модели должна привести к тому, что поле  $E_m$  за фронтом сильно увеличится и может значительно превысить  $E_{e,h}^s$ . Однако в столь сильном поле „температуры“  $T_{e,h}$  электронов и дырок становятся много больше  $T$ , в результате чего сечение ЭДР существенно уменьшается. Для грубой оценки этого эффекта можно в формуле (16) заменить  $T$  на

$$T_f = T \sqrt{1 + (E/E_f)^2}. \quad (17)$$

Эта функция дает правильные асимптотики в слабом и сильном полях и при подходящих значениях параметра  $E_g$  хорошо описывает зависимости средних энергий электронов и дырок от  $E$ , полученные для кремния методом Монте-Карло в [22,23]. В условиях сильного ЭДР „температуры“ электронов и дырок должны совпадать, поэтому в (17) следует использовать среднее значение  $E_f$ . Тогда при  $\beta = 1$  для подвижностей получаются формулы, отличающиеся от (14) заменой параметров  $E_{e,h}^s$  на функции

$$\hat{E}_{e,h}^s = E_{e,h}^s \left[ 1 + \frac{n+p}{2n_0} \left( 1 + \frac{2n_0}{n+p+2n_1} \right) \left( \frac{E_f^2}{E^2 + E_f^2} \right)^{3/4} \right]. \quad (18)$$

Они обеспечивают хорошее согласие с данными работы [25] в слабых полях при больших концентрациях и работ [22,23] в сильных полях при малых концентрациях, а в условиях, когда велики и концентрации и напряженность поля, дают оценку подвижностей, правильную по порядку величины.

### 3. Коэффициенты ударной ионизации

Экспериментальные зависимости коэффициентов ударной ионизации от электрического поля  $E$  в Si получены для значений  $E = 90-800$  кВ/см и во всем этом диапазоне хорошо описываются функцией Таунсенда [7]:

$$\alpha_{e,h} = \tilde{\alpha}_{e,h} \exp(-\tilde{E}_{e,h}/E), \quad (19)$$

однако максимальная напряженность на фронте может достигать 3.2 МВ/см. Мы использовали (19) и в этой

неизученной области полей, поскольку для нее расчеты отсутствуют, а измерения обычными квазистационарными методами невозможны вследствие нелокальности ударной ионизации в  $p-n$ -переходах, толщина которых меньше нескольких сотен ангстрем.

### 4. Скорость туннельной ионизации

Зависимость скорости туннельной ионизации от  $E$  обычно описывают функцией

$$g_t = \tilde{g}_t (E/E_t)^2 \exp(-E_t/E). \quad (20)$$

Разброс экспериментальных и теоретических значений входящих в нее параметров весьма велик; мы использовали значения, рекомендованные автором работы [27].

### 5. Скорость оже-рекомбинации

В слабо легированном кремнии скорость оже-рекомбинации измерялась в условиях, когда  $n \approx p$ , так что можно было определить только сумму  $(c_e + c_h)$ . По разным данным эта величина изменяется в пределах  $(1-2) \cdot 10^{-30}$  см<sup>6</sup>/с при комнатной температуре [28]. В нашем случае условие  $n \approx p$  также выполняется, так что значение суммы  $(c_e + c_h)$  по сути дела достаточно, а соотношение между  $c_e$  и  $c_h$  не имеет значения. Однако для удобства математической формулировки задачи его нужно конкретизировать, поэтому мы полагали, что  $c_e = c_h$ . Неизвестно, как должны измениться эти величины из-за увеличения „температуры“ носителей заряда в сильном поле. Но если принять для этого случая зависимость  $(c_e + c_h) \propto T^{0.6}$ , полученную экспериментально для диапазона 200–400 К в [29], и заменить в ней  $T$  на  $T_f$  (см. выше), то в полях  $E_c$  скорость оже-рекомбинации увеличится в 5–10 раз.

Численные значения параметров кремния, использованные в данной работе, приведены в таблице.

## Список литературы

- [1] А.С. Кюрегян. ЖЭТФ, **136**, 962 (2009).
- [2] А.П. Шотов. ЖТФ, **28**, 437 (1958).
- [3] H.D. Law, C.A. Lee. Sol. St. Electron., **21**, 331 (1978).
- [4] C.A. Armiento, S.H. Groves. Appl. Phys. Lett., **43**, 198 (1983).
- [5] H.D. Law, K. Nakano, L.R. Tomasetta et al. Appl. Phys. Lett., **33**, 948 (1978).
- [6] T.P. Pearsad. Appl. Phys. Lett., **36**, 218 (1980).
- [7] В.А. Кузьмин, Н.Н. Крюкова, А.С. Кюрегян и др. ФТП, **9**, 735 (1975).
- [8] А.О. Константинов. ФТП, **17**, 2124 (1983).
- [9] O. Konstantinov, Q. Wahab, N. Nordell et al. Appl. Phys. Lett., **71**, 90 (1997).
- [10] Н.В. Демич, В.П. Махний. Письма ЖТФ, **27**, 57 (2001).
- [11] Ю.П. Райзер. Физика газового разряда (М., Наука, 1992).
- [12] С.Н. Вайнштейн, Ю.В. Жилияев, М.Е. Левинштейн. Письма ЖТФ, **14**, 152 (1988).
- [13] А.С. Кюрегян. Письма ЖТФ, **31**, 11 (2005).
- [14] I.V. Grekhov. Sol. St. Electron., **32**, 923 (1989).
- [15] R.J. Focia, E. Schamiloghu, C.B. Fledermann et al. IEEE Trans. Plasma Sci., **25**, 138 (1997).
- [16] А.С. Кюрегян. ФТП, **42**, 23 (2008).

- [17] A.C. Кюрегян. Письма ЖЭТФ, **86**, 360 (2007).
- [18] A.S. Kyuregyan. Phys. Rev. Lett., **101**, 174 505 (2008).
- [19] A.C. Кюрегян. ЖЭТФ, **137**, 721 (2010).
- [20] M.A. Omar, L. Reggiani. Sol. St. Electron., **30**, 693 (1987).
- [21] R. Brunetti, C. Jaciboni, F. Nava et al. J. Appl. Phys., **52**, 6713 (1981).
- [22] M.V. Fischetti, S.E. Laux. Phys. Rev. B., **38**, 9721 (1988).
- [23] S.E. Laux, M.V. Fischetti, D.J. Frank. IBM J. Res. Develop., **34**, 496 (1990).
- [24] T.T. Mnatsakanov. Phys. Status Solidi B, **143**, 225 (1987).
- [25] R. Krausse. Sol. St. Electron., **15**, 1377 (1972).
- [26] A.C. Кюрегян, С.Н. Юрков. ФТП, **23**, 1819 (1989).
- [27] J.J. Liou. Sol. St. Electron., **33**, 971 (1990).
- [28] M.J. Kerr, A. Cuevas. J. Appl. Phys., **91**, 2473 (2002).
- [29] L. Huldt, N.G. Nilsson, K.G. Svanesson. Appl. Phys. Lett., **35**, 776 (1979).

*Редактор Т.А. Полянская*

## **Numerical simulation of electron-hole avalanches and streamers evolution in silicon in uniform electric field**

*A.S. Kyuregyan*

All-Russian Electrical Engineering Institute,  
111250 Moscow, Russia

**Abstract** Numerical simulation of the streamers formation and evolution in Si has been carried out for the first time. It was assumed that the external electric field  $E_0$  is constant and uniform, the avalanche and the streamer are axially symmetric, background electrons and holes are absent. Calculation was carried out within the framework of the diffusion-drift approximation subject to the impact and the tunnel ionizations, Auger recombination and electron-hole scattering. The most realistic values of the ionization and recombination rates, the diffusion coefficients and the drift mobilities of electrons and holes were used. It has been shown that the nature of the avalanches and streamers evolution is in general agreement with the same that was obtained earlier [JETP, **136**, 962 (2009)] for a hypothetical semiconductor with equal kinetic coefficients of electrons and holes. The asymmetry of the coefficients (mostly — impact ionization coefficients) appears to be of important only during the initial stage of evolution. However, over a certain time two exponentially self-similar streamers, differing only in charge of signs and directions of propagation of fronts, are formed. For this main stage of the streamers evolution empirical dependence of the basic parameters of streamers on  $E_0$  have been obtained for the range of 0.34–0.75 MV/cm.