

05

Особенности магнитных и магнитоэлектрических свойств редкоземельного мультиферроика $\text{PrFe}_3(\text{BO}_3)_4$ с синглетным основным состоянием

© Н.В. Костюченко^{1,2}, А.И. Попов³, А.К. Звездин^{1,2}

¹ Московский физико-технический институт, Москва, Россия

² Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН, Москва, Россия

³ Московский государственный институт электронной техники (Национальный исследовательский университет), Зеленоград, Россия

E-mail: nvkost@gmail.com

(Поступила в Редакцию 10 января 2012 г.)

Теоретически исследованы особенности процессов намагничивания редкоземельного мультиферроика $\text{PrFe}_3(\text{BO}_3)_4$ с синглетным основным состоянием. Изучена магнитная анизотропия кристалла. Рассчитаны зависимости констант анизотропии от температуры. Построена фазовая $H-T$ -диаграмма. Получены зависимости поведения векторов намагниченности магнитных подрешеток от внешнего магнитного поля температуры. Исследован магнитоэлектрический эффект, получены зависимости поляризации от температуры и величины поля при различных его ориентациях. Проведено сопоставление теоретических данных с экспериментальными. Установлено их хорошее количественное согласие.

1. Введение

Магнитоэлектрические материалы (мультиферроики — вещества, в которых одновременно присутствуют хотя бы два из трех параметров порядка: магнитный, электрический и упругий [1]) привлекают к себе последнее время все большее внимание. Они известны уже более полувека, но в силу малой величины обнаруженного в них магнитоэлектрического эффекта до последнего времени представляли собой только академический интерес. Лишь недавно обнаружены материалы с большой величиной этого эффекта. Кроме того, последние исследования свидетельствуют об обнаружении еще одного проявления магнитоэлектрических взаимодействий — возможности управления электрическим полем магнитным состоянием вещества и наоборот [1–3].

Среди новых мультиферроиков большое внимание привлекают ферробораты, в частности ферроборат празеодима $\text{PrFe}_3(\text{BO}_3)_4$. Он представляет интерес как объект исследования благодаря его магнитным и магнитоэлектрическим свойствам, связанным с взаимодействием двух магнитных подсистем, образованных ионами железа и празеодима [4–7]. Кроме того, он, как и другие редкоземельные ферробораты, является несобственным мультиферроиком [8–11].

2. Кристаллическая структура $\text{PrFe}_3(\text{BO}_3)_4$

Информация об основном магнитном состоянии и магнитном упорядочении во внешнем поле была впервые получена из данных макроскопических магнитных и спектроскопических исследований [12,13]. Микроско-

пические методы нейтронной дифракции и магнитного рассеяния рентгеновских лучей дают непосредственно картину деталей магнитного порядка [14,15]. Схематическое изображение магнитной структуры $\text{PrFe}_3(\text{BO}_3)_4$ приведено на рис. 1.

Кристаллическая структура $\text{PrFe}_3(\text{BO}_3)_4$ описывается пространственной группой симметрии $R32 (D_3^7)$ и имеет

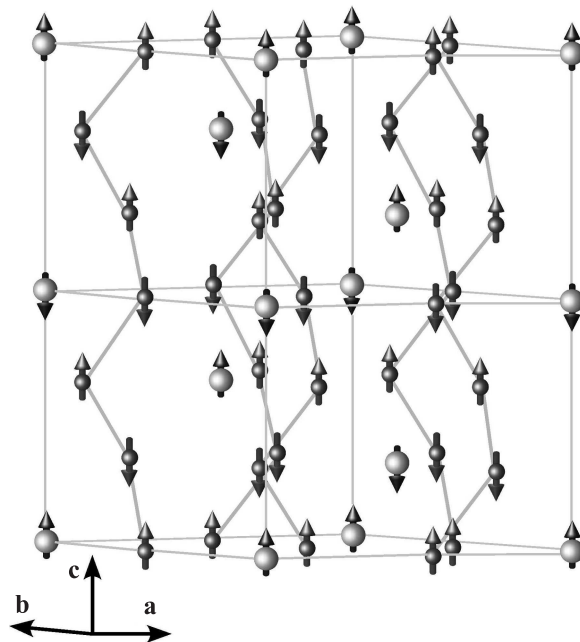


Рис. 1. Магнитная структура $\text{PrFe}_3(\text{BO}_3)_4$. Ионы Pr показаны светло-серым, ионы Fe — темно-серым, схематически показан прямой обмен Fe–Fe вдоль спиральных цепей.

форму спиральных цепей из октаэдров FeO_6 , соприкасающихся друг с другом вдоль ребер и взаимосвязанных изолированными призмами PrO_6 и треугольниками VO_3 . Спиральные цепи октаэдров FeO_6 направлены параллельно оси c так, что расстояния между ионами Fe разных спиралей существенно больше, чем между ионами Fe в одной спирали. Редкоземельные ионы в составе перекрученных треугольных призм RO_6 расположены в промежутках между спиральями так, что каждая призма RO_6 соединяет три спирали железа. При этом отсутствуют связи $R-O-R$, но существуют связи $R-O-Fe$, что и ведет к появлению подсистем, состоящих из ионов железа и редкоземельных ионов.

Связи между ионами Fe^{3+} вдоль цепочки и между цепочками таковы, что антиферромагнитное взаимодействие внутри цепочки сильнее, чем взаимодействие между цепочками. Величина взаимодействия между ионами железа на порядок больше взаимодействия $R-Fe$. Намагниченность редкоземельной подсистемы определяется $f-d$ -взаимодействием. Обменное взаимодействие Fe-Fe при низких температурах ($T < T_N = 32 \text{ K}$) формирует антиферромагнитное упорядочение (две магнитные подрешетки $\mathbf{M}_{1,2}$ ионов железа). В случае ферробората празеодима вектор антиферромагнетизма расположен вдоль оси z (z — ось третьего порядка).

В состоянии магнитного упорядочения ионов Fe^{3+} редкоземельные ионы в ферроборатах разбиваются на две подсистемы (две подрешетки), первая из которых обменно взаимодействует преимущественно с ионами железа, составляющими подрешетку \mathbf{M}_1 , а вторая — преимущественно с ионами железа, составляющими подрешетку \mathbf{M}_2 . В присутствии внешнего магнитного поля на редкоземельные ионы в подрешетках 1 и 2 воздействуют эффективные магнитные поля

$$\mathbf{H}_{\text{eff}}^i = \mathbf{H} + \lambda \mathbf{M}_i, \quad i = 1, 2, \quad (1)$$

где для иона Pr^{3+} обменное поле $H_{\text{exch}} = \lambda M = 115 \text{ kOe}$ [16], оси координат введены далее исходя из симметрии задачи.

Магнитные и магнитоэлектрические свойства определяются главным образом редкоземельными ионами, на которые сильное воздействие оказывает кристаллическое окружение, описываемое гамильтонианом кристаллического поля.

3. Гамильтониан кристаллического поля

Симметрия окружения редкоземельных ионов в ферроборате празеодима описывается точечной группой D_3 . Гамильтониан кристаллического поля представляется в виде

$$\mathcal{H}_{\text{CF}} = \mathcal{H}_{\text{CF}}^{\text{even}} + \mathcal{H}_{\text{CF}}^{\text{odd}}, \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{\text{CF}}^{\text{even}} = & B_0^2 C_0^{(2)} + B_0^4 C_0^{(4)} + B_0^6 C_0^{(6)} + i B_{-3}^4 [C_{-3}^{(4)} + C_3^{(4)}] \\ & + i B_{-3}^6 [C_{-3}^{(6)} + C_3^{(6)}] + B_6^6 [C_{-6}^{(6)} + C_6^{(6)}], \end{aligned} \quad (3)$$

Расщепление основного мультиплета в кристаллическом поле

n	$E_n, \text{ cm}^{-1}$ [17]	$\bar{E}_n, \text{ cm}^{-1}$	$ \psi_n\rangle$
1	0	0	$0.707 -3\rangle - 0.707 3\rangle$
2	48.5	53.5	$0.668 -3\rangle + 0.329i 0\rangle + 0.668 3\rangle$
3	192	228	$0.927 -4\rangle + 0.271i -1\rangle - 0.259 2\rangle$
4	192	228	$-0.259 -2\rangle + 0.271i 1\rangle + 0.927 4\rangle$
5	275	309	$0.153 -4\rangle + 0.356i -1\rangle + 0.922 2\rangle$
6	275	309	$0.922 -2\rangle + 0.356i 1\rangle + 0.153 4\rangle$
7	500	531	$0.342i -4\rangle + 0.894 -1\rangle + 0.289i 2\rangle$
8	500	531	$0.289i -2\rangle + 0.894 1\rangle + 0.342i 4\rangle$
9	560	572	$0.233i -3\rangle + 0.944 0\rangle + 0.233i 3\rangle$

$$\mathcal{H}_{\text{CF}}^{\text{odd}} = B_3^3 [C_{-3}^{(3)} - C_3^{(3)}] + B_3^5 [C_{-3}^{(5)} - C_3^{(5)}]. \quad (4)$$

Здесь $C_q^{(k)} = \sum_i C_q^{(k)}(i)$, где $C_q^{(k)}(i)$ — одноэлектронные неприводимые тензорные операторы, определяемые приведенными матричными элементами $(l' \| C^k \| l) = \sqrt{2l+1} C_{l'0k0}^l$, B_q^k — параметры кристаллического поля.

В работах [17,18] приведены значения параметров кристаллического поля, полученные путем согласования теоретически рассчитанных уровней энергии иона Pr^{3+} с экспериментальными данными по оптическим спектрам $\text{PrFe}_3(\text{BO}_3)_4$, нечетные параметры кристаллического поля получены с помощью модели точечных зарядов. Параметры кристаллического поля для Pr^{3+} равны (в cm^{-1}): $B_0^2 = 556$, $B_0^4 = -1447$, $B_0^6 = 534$, $B_{-3}^4 = 867$, $B_{-3}^6 = 165$, $B_6^6 = 376$, $B_3^3 = 2110$ и $B_3^5 = 2170$.

При исследовании магнитной анизотропии и процессов намагничивания достаточно ограничиться учетом основного мультиплета иона празеодима. В таблице приведены энергетические уровни и собственные векторы иона Pr^{3+} в кристаллическом поле, возникшие вследствие расщепления мультиплета 3H_4 . Взаимодействие редкоземельного иона с эффективным магнитным полем (см. (1)) на порядок меньше и может быть учтено по теории возмущений.

4. Термодинамический потенциал

Поведение \mathbf{M}_1^{Fe} и \mathbf{M}_2^{Fe} в поле \mathbf{H} определяется путем минимизации неравновесного термодинамического потенциала, при низких температурах имеющего вид

$$F = C \mathbf{M}_1^{\text{Fe}} \mathbf{M}_2^{\text{Fe}} - \mathbf{H} (\mathbf{M}_1^{\text{Fe}} + \mathbf{M}_2^{\text{Fe}}) + F_a, \quad (5)$$

где $M_i = M (\theta_i \cos \varphi_i, \sin \theta_i \sin \varphi_i, \cos \theta_i)$, $M = 15 \mu_B$, поле спин-флип-перехода $H_{\text{flip}} = 2CM = 10^6 \text{ kOe}$, $\lambda M = 115 \text{ kOe}$

(при $T = 0$ К). Энергия анизотропии F_a при $\mathbf{H} \parallel \mathbf{z}$ имеет вид

$$F_a = -\frac{K_1(T)}{2} \sum_{i=1,2} (h + \cos \theta_i)^2 - K_2(T) \sum_{i=1,2} (h + \cos \theta_i) \sin^3 \theta_i \cos 3\varphi_i, \quad (6)$$

где $h = H/\lambda M$. При записи F_a мы ограничились актуальными составляющими энергии анизотропии, опустив несущественные слагаемые четвертого и шестого порядков.

Константы K_1 и K_2 определяются с помощью анализа поведения энергетических уровней ионов Pr^{3+} в магнитном поле, рассчитанных с использованием данных таблицы. Зависимости $K_{1,2}(T)$ показаны на рис. 2.

Поведение углов $\theta_{1,2}$, при которых реализуется минимум термодинамического потенциала (5), в зависимости от внешнего поля (вдоль оси c) при $T = 0$ К приведено

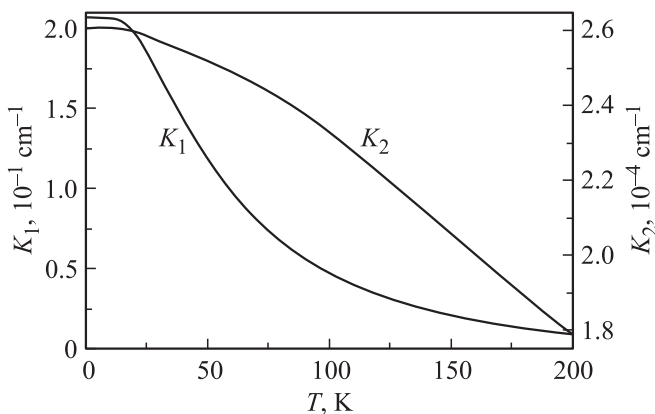


Рис. 2. Зависимости констант анизотропии K_1 и K_2 от температуры.

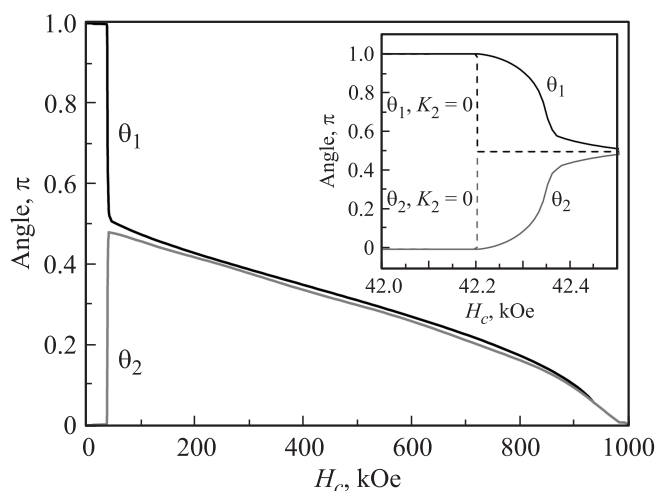


Рис. 3. Зависимости углов $\theta_{1,2}$ от внешнего поля, направленного вдоль оси c . Штриховыми линиями на вставке показаны значения углов при $K_2 = 0$.

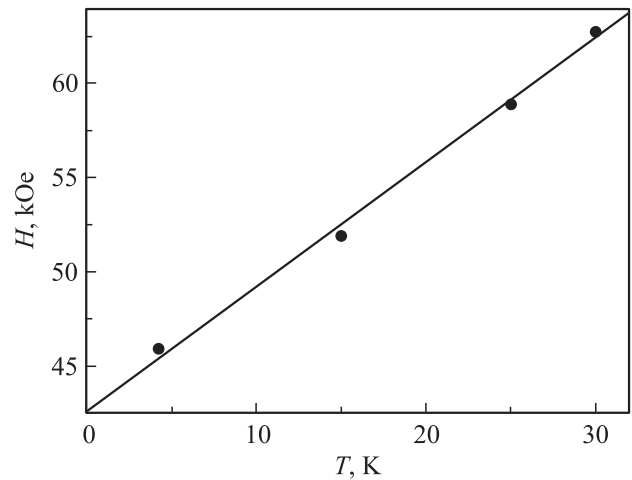


Рис. 4. Фазовая H – T -диаграмма. Сплошная кривая — теоретически рассчитанная линия фазового перехода, точки — данные эксперимента [10]. В области ниже кривой реализуется антиферромагнитная фаза, выше кривой — угловая.

на рис. 3, при этом $\varphi_1 = \pi/3$, $\varphi_2 = 4\pi/3$. Отметим, что при данных значениях констант K_1 и K_2 явление опрокидывания подрешеток (спин-флоп-переходов) не реализуется. Вместо перехода первого рода из антиферромагнитной фазы $\theta_1 = 0$, $\theta_2 = \pi$ в слабоферромагнитную фазу $\theta_1 \approx \theta_2 \approx \pi/2$ имеет место переход второго рода, внешне похожий на спин-флоп-переход (вставка на рис. 3). Фазовая H – T -диаграмма приведена на рис. 4.

5. Намагниченность

Каждая из подсистем (железа и редкоземельного иона) расщепляется на две решетки обменным взаимодействием. Обозначим моменты подрешеток железа через \mathbf{M}_1 и \mathbf{M}_2 , а редкоземельных ионов — через \mathbf{m}_1 и \mathbf{m}_2 . В приближении среднего поля гамильтониан редкоземельной подрешетки имеет вид

$$\mathcal{H}_{1,2}^{\text{RE}} = \mathcal{H}_{\text{CF}} + g_J \mu_B [(H + H_{\text{exch}} \cos \theta_{1,2}) \hat{J}_z \pm \sin \theta_{1,2} H_{\text{exch}} \hat{J}_x]. \quad (7)$$

Здесь g_J — фактор Ланде редкоземельного иона, \hat{J}_α — проекции полного момента, а H — внешнее поле, направленное по оси z . Обменное поле H_{exch} и фипа H_{flip} зависят от температуры:

$$H_{\text{exch}}(T) = B_J(x') H_{\text{exch}}(0), \quad H_{\text{flip}}(T) = B_J(x') H_{\text{flip}}(0), \quad (8)$$

где

$$B_J(x) = \frac{2J+1}{2J} \text{cth} \left(\frac{2J+1}{2J} x \right) - \frac{1}{2J} \text{cth} \left(\frac{1}{2J} x \right) \quad (9)$$

— функция Бриллюэна, а x' — решение уравнения

$$\frac{T}{T_N} \frac{J+1}{3J} x = B_J(x). \quad (10)$$

Здесь T_N — температура Нееля.

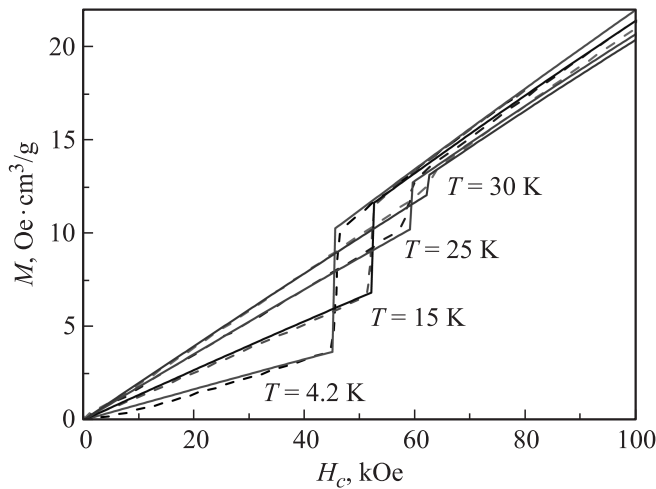


Рис. 5. Зависимость намагниченности при различных температурах от внешнего поля, направленного вдоль оси c . Сплошные кривые — теоретические данные, штриховые — эксперимент [10].

Намагниченность редкоземельных подрешеток определяется формулой

$$\mathbf{m}_i = \frac{k_B T}{\text{Tr} \exp(-\beta \mathcal{H}_i^{\text{RE}})} \frac{\partial (\text{Tr} \exp(-\beta \mathcal{H}_i^{\text{RE}}))}{\partial \mathbf{H}}, \quad \beta = \frac{1}{kT}. \quad (11)$$

Намагниченность подрешеток ионов железа равна

$$\mathbf{M}_i = 3g_{\text{Fe}} \mu_B \langle \mathbf{S}_i \rangle, \quad (12)$$

где \mathbf{S}_i — оператор спинового момента иона железа.

Таким образом, намагниченность ферробората празеодима имеет вид

$$\mathbf{M} = N \frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^2 \mathbf{M}_i + \sum_{i=1}^2 \mathbf{m}_i \right), \quad (13)$$

где N — концентрация ионов Pr^{3+} . Зависимость намагниченности от внешнего магнитного поля показана на рис. 5. Видно, что теоретические результаты находятся в хорошем согласии с экспериментальными данными [10]. Таким образом, можно сделать вывод, что параметры B_n^k [17,18] позволяют количественно описать намагниченность ферробората празеодима.

6. Магнитоэлектрический эффект

Электронный механизм магнитоэлектрического эффекта уже был в общих чертах описан в [19]. Здесь мы обсуждаем его в применении конкретно к ферроборату празеодима.

Редкоземельный ион находится под влиянием магнитного и внешнего электрического полей. Гамильтониан

возмущения записывается как

$$\mathcal{H} = -\mathbf{dE} + \mathcal{H}_{\text{CF}}^{\text{odd}}. \quad (14)$$

Здесь $\mathbf{d} = -e \sum_{k=1}^n \mathbf{r}_k$ — дипольный момент иона с n электронами в $4f$ -оболочке. $\mathcal{H}_{\text{CF}}^{\text{odd}}$ — оператор кристаллического поля (см. (4)).

Поправки к энергетическим уровням иона, линейные по приложенному электрическому полю, возникают во втором порядке теории возмущений с малым параметром $\|\mathcal{H}\|/W$, где $\|\mathcal{H}\|$ — это норма оператора \mathcal{H} в уравнении (14), а W — разность энергий между основным состоянием и усредненной энергией возбужденных электронных конфигураций (как правило, для редкоземельных ионов $W \sim 10^{15} \text{ cm}^{-1}$). Мы рассматриваем помимо основной лишь нижнюю возбужденную конфигурацию $4f5d$.

С помощью генеалогической схемы составления волновых функций и квантовой теории углового момента [20] находим выражение для магнитоэлектрического оператора редкоземельных ферроборатов

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{\text{me}} &= -\left(\frac{er_{fd}}{W}\right) \mathbf{ED} \\ &= -\left(\frac{er_{fd}}{W}\right) (E_+ D_- + E_- D_+ + E_z D_z). \end{aligned} \quad (15)$$

Здесь r_{fd} — радиальный интеграл; $E_{\pm} = (E_x \pm iE_y)/\sqrt{2}$; D_{α} ($\alpha = x, y, z$) — эффективные операторы компонент электрического дипольного момента редкоземельного иона, определяемые соотношением

$$D_{\pm} = \frac{(D_x \pm iD_y)}{\sqrt{2}} = \sum_{p=2,4,6} b_2^p C_{\mp 2}^p + \sum_{p=2,4,6} b_4^p C_{\mp 4}^p, \quad (16)$$

$$D_z = b_3^4 (C_3^4 - C_{-3}^4) + b_3^6 (C_3^6 - C_{-3}^6). \quad (17)$$

Коэффициенты b_q^p в уравнениях (16) и (17) выражаются через параметры кристаллического поля

$$b_2^2 = \frac{4\sqrt{3}}{7\sqrt{7}} B_3^3, \quad b_2^4 = -\frac{11}{21\sqrt{14}} B_3^3 + \frac{4\sqrt{5}}{7} B_3^5,$$

$$b_2^6 = -\frac{78}{7\sqrt{11}} B_3^5, \quad b_4^4 = -\frac{11\sqrt{2}}{21} B_3^3 - \frac{2\sqrt{5}}{7\sqrt{7}} B_3^5,$$

$$b_4^6 = \frac{3\sqrt{65}}{7\sqrt{11}} B_3^5, \quad b_3^4 = -\frac{11}{42} B_3^3 - \frac{4\sqrt{10}}{7\sqrt{7}} B_3^5,$$

$$b_3^6 = -\frac{3\sqrt{39}}{7\sqrt{22}} B_3^5.$$

Тогда магнитоэлектрический вклад в свободную энергию кристалла равен (в расчете на единицу объема)

$$\mathcal{F}_{\text{me}} = -\frac{N}{2} \left(\frac{er_{fd}}{W}\right) \mathbf{E} \sum_{i=1,2} \langle \mathbf{D} \rangle, \quad (18)$$

где N — концентрация редкоземельных ионов в образце. Символ $\langle \dots \rangle$ означает термодинамическое усреднение по волновым функциям редкоземельного иона. Очевидно, что усреднение D_{α} -операторов по состояниям иона Pr^{3+} в кристаллическом поле (см. таблицу) приводит к

$\langle D_\alpha \rangle = 0$. Поэтому необходимо учитывать воздействие магнитного поля на состояния ионов Pr^{3+} . Для нахождения этих волновых функций $|\psi_j(i)\rangle$ ($i = 1, 2$ — номер редкоземельной подрешетки, $j = 1-9$ — номер уровня) необходимо диагонализировать матрицу гамильтониана $\mathcal{H}^i = \mathcal{H}_{\text{CF}} + \mathcal{H}_z^i$, где \mathcal{H}_{CF} описывается формулой (2), $\mathcal{H}_z^i = g_J \mu_B \mathbf{J} \mathbf{H}_{\text{eff}}^i$ — оператор зеемановского взаимодействия магнитного момента иона с эффективным магнитным полем. В настоящей работе мы численно определили волновые функции $|\psi_j(i)\rangle$ и уровни энергии $E_j(i)$ и рассчитали поляризацию

$$p_\alpha(H, T) = -\frac{\partial F_{\text{me}}}{\partial E_\alpha} = C \sum_i \left[\frac{\sum_j (\langle \psi_j(i) | D_\alpha | \psi_j(i) \rangle) \exp(-\frac{E_j(i)}{kT})}{\sum_j \exp(-\frac{E_j(i)}{kT})} \right], \quad (19)$$

где $C = N e r_{fd} / W$, суммы берутся по всем собственным значениям матрицы гамильтониана, а D_α — матрица выбранного оператора поляризации.

Отметим, что определить $|\psi_j(i)\rangle$ в полях вплоть до $H = 10^6$ Ое можно, используя теорию возмущений с параметром малости $|\mathcal{H}_z / \Delta E| \ll 1$,

$$|\psi_j(i)\rangle = |\psi_j(0)\rangle + \sum_{k \neq j} \frac{\langle \psi_k(0) | \mathcal{H}_z^i | \psi_j(0) \rangle}{E_j(0) - E_k(0)} |\psi_k(0)\rangle + \dots \quad (20)$$

В этом случае магнитоэлектрический вклад в свободную энергию равен

$$F_{\text{me}} = F_1(T) \sum_{i=1,2} \left[E_x ((H_{\text{eff}y}^i)^2 - (H_{\text{eff}x}^i)^2) + 2E_y H_{\text{eff}x}^i H_{\text{eff}y}^i \right] + F_2(T) \sum_{i=1,2} E_z H_{\text{eff}x}^i H_{\text{eff}z}^i ((H_{\text{eff}x}^i)^2 - 3(H_{\text{eff}y}^i)^2), \quad (21)$$

где $F_{1,2}(T)$ — функции, зависящие только от температуры. Выражение (21) позволяет рассчитывать зави-

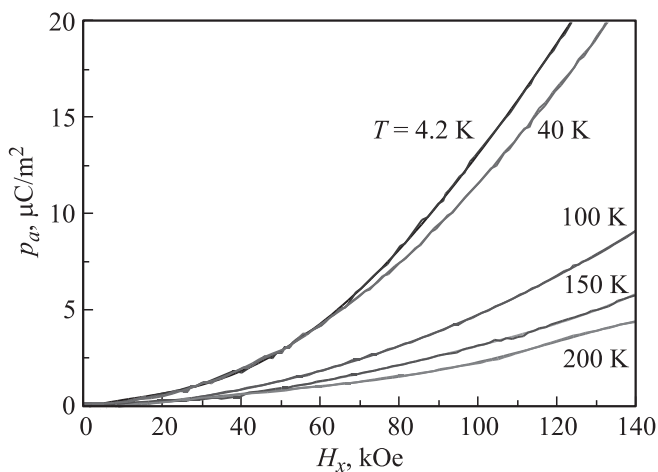


Рис. 6. Зависимость поляризации p_α от внешнего магнитного поля, направленного вдоль оси x , при различных температурах. Экспериментальные данные взяты из работы [10].

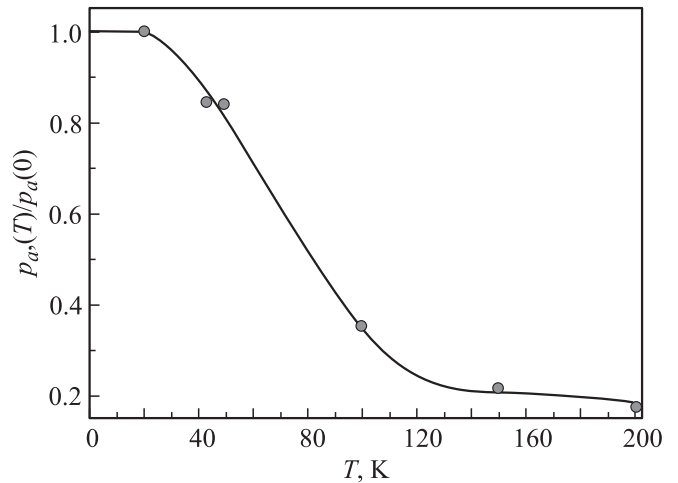


Рис. 7. Температурная зависимость приведенной поляризации $p_\alpha(T)/p_\alpha(0)$. Экспериментальные точки взяты из работы [10].

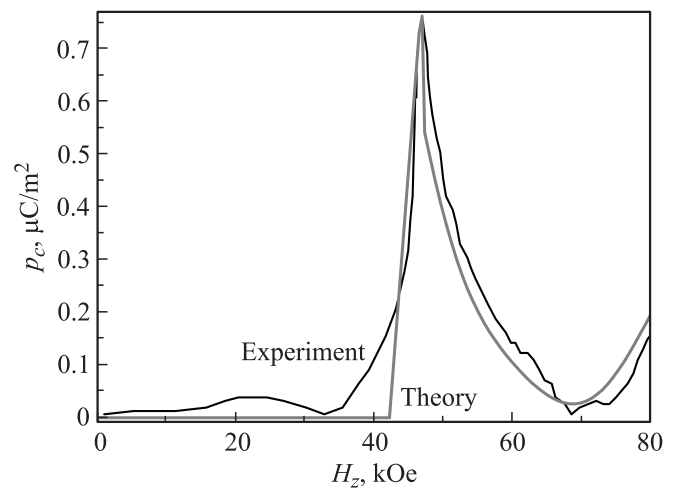


Рис. 8. Зависимость поляризации p_c от внешнего магнитного поля, направленного вдоль оси z , при $T = 4.2$ К. Экспериментальные данные взяты из работы [10].

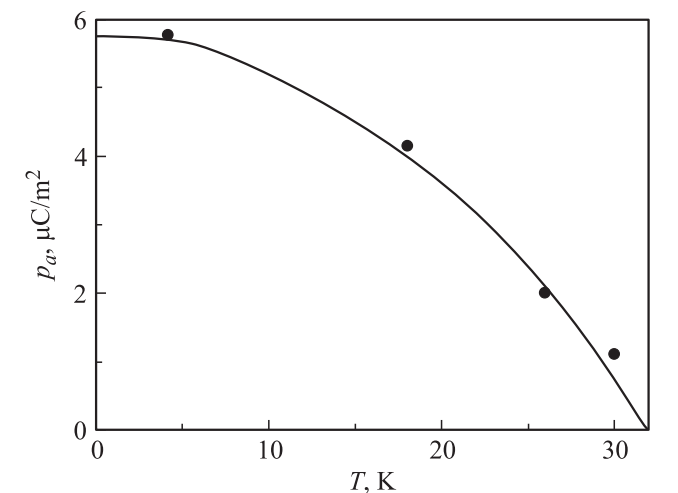


Рис. 9. Зависимость поляризации, направленной по оси x , от температуры при внешнем поле, равном 90 кОе и направленном вдоль оси z . Экспериментальные данные (точки) взяты из работы [16].

симось $p_{a,b,c}$ от величины и направления внешнего магнитного поля. Так, в частности, из (21) следует, что зависимость $p_{a,b}$ от H квадратична при $\mathbf{H} \parallel \mathbf{x}, \mathbf{y}$, что и наблюдается в эксперименте [10]. Приведем теперь результаты численного решения уравнения (19), в котором коэффициент C определяется из сопоставления вычисленного значения p_a при $H = 100$ кОе, $T = 4.2$ К с экспериментальным значением поляризации в той же точке. Зависимость поляризации от приложенного внешнего магнитного поля и температуры показана на рис. 6–9.

Видно, что параметры B_n^k из [17,18], полученные в модели точечных зарядов, позволяют с высокой точностью описать зависимость поляризации от температуры и внешнего магнитного поля.

7. Заключение

Таким образом, в настоящей работе исследованы особенности намагничивания редкоземельного мультиферроика ферробората празеодима. При использовании параметров кристаллического поля B_n^k из [17,18] рассчитаны зависимости констант магнитной анизотропии от температуры. Показано, что переход из антиферромагнитной фазы в угловую является переходом второго рода, внешне напоминающим спин-флоп-переход. Построены фазовая H – T -диаграмма и кривые намагничивания. Проведен анализ поведения магнитоэлектрических свойств данного соединения. Исследованы зависимости электрической поляризации кристалла от температуры, а также от величины и направления внешнего магнитного поля. Сопоставление теоретических результатов, полученных в настоящей работе, со всем комплексом экспериментальных данных показывает их хорошее количественное согласие и свидетельствует о том, что параметры кристаллического поля, полученные из спектроскопических данных, позволяют с высокой точностью описать не только магнитные, но и магнитоэлектрические явления.

Список литературы

- [1] H. Schmid. *Ferroelectrics*, **162**, 317 (1994).
- [2] A.M. Kadomtseva, Yu.F. Popov, A.P. Pyatakov, G.P. Vorob'ev, A.K. Zvezdin, D. Viehland. *Phase trans.* **79**, 1019 (2006).
- [3] J. Li, J. Wang, M. Wuttig, R. Ramesh, N. Wang, B. Ruetter, A.P. Pyatakov, A.K. Zvezdin, D. Viehland. *Appl. Phys. Lett.* **84**, 5261 (2004).
- [4] A.D. Balaev, L.N. Bezmaternykh, I.A. Gudim, V.L. Temerov, S.G. Ovchinnikov, S.A. Kharlamova. *J. Magn. Magn. Mater.* **258–259**, 532 (2003).
- [5] N. Tristan, R. Klingeler, C. Hess, B. Büchner, E. Popova, I.A. Gudim, L.N. Bezmaternykh. *J. Magn. Magn. Mater.* **316**, e621 (2007).
- [6] E.A. Popova, D.V. Volkov, A.N. Vasiliev, A.A. Demidov, N.P. Kolmakova, I.A. Gudim, L.N. Bezmaternykh. *Phys. Rev. B* **75**, 224 413 (2007).
- [7] E.A. Popova, N. Tristan, A.N. Vasiliev, V.L. Temerov, L.N. Bezmaternykh, N. Leps, B. Büchner, R. Klingeler. *Eur. Phys. J. B* **62**, 123 (2008).
- [8] A.K. Звездин, С.С. Кротов, А.М. Кадомцева, Г.П. Воробьев, Ю.Ф. Попов, А.П. Пятаков, Л.Н. Безматерных, Е.А. Попова. *Письма в ЖЭТФ* **81**, 335 (2005).
- [9] А.К. Звездин, Г.П. Воробьев, А.М. Кадомцева, Ю.Ф. Попов, А.П. Пятаков, Л.Н. Безматерных, А.В. Кувардин, Е.А. Попова. *Письма в ЖЭТФ* **83**, 600 (2006).
- [10] А.М. Кадомцева, Ю.Ф. Попов, Г.П. Воробьев, А.А. Мухин, В.Ю. Иванов, А.М. Кузьменко, Л.Н. Безматерных. *Письма в ЖЭТФ* **87**, 45 (2008).
- [11] F. Yen, B. Lorenz, Y.Y. Sun, C.W. Chu, L.N. Bezmaternykh, A.N. Vasiliev. *Phys. Rev. B* **73**, 054 435 (2006).
- [12] А.И. Панкрац, Г.А. Петраковский, Л.Н. Безматерных, О.А. Баюков. *ЖЭТФ* **126**, 887 (2004).
- [13] Д.В. Волков, А.А. Демидов, Н.П. Колмакова. *ЖЭТФ* **133**, 830 (2008).
- [14] P. Fischer, V. Pomjakushin, D. Sheptyakov, L. Keller, M. Janoschek, B. Roessli, J. Schefer, G. Petrakovskii, L. Bezmaternykh, V. Temerov, D. Velikanov. *J. Phys.: Cond. Matter* **18**, 7975 (2006).
- [15] C. Ritter, A. Vorotynov, A. Pankrats, G. Petrakovskii, V. Temerov, I. Gudim, R. Szymczak. *J. Phys.: Cond. Matter* **20**, 365 209 (2008).
- [16] A.M. Kadomtseva, Yu.F. Popov, G.P. Vorob'ev, A.P. Pyatakov, S.S. Krotov, K.I. Kamilov, V.Yu. Ivanov, A.A. Mukhin, A.K. Zvezdin, A.M. Kuzmenko, L.N. Bezmaternykh, I.A. Gudim, V.L. Temerov. *Low Temp. Phys.* **36**, 511 (2010).
- [17] M.N. Popova, T.N. Staniskavchuk, B.Z. Malkin, L.N. Tezmaternykh. *Phys. Rev. B* **80**, 195 101 (2009).
- [18] M.N. Popova, E.P. Chukalina, T.N. Stanislavchuk, B.Z. Malkin, A.R. Zakirov, E. Antic-Fidancev, E.A. Popova, L.N. Bezmaternykh, V.L. Temerov. *Phys. Rev. B* **75**, 224 435 (2007).
- [19] A.I. Popov, D.I. Plokhov, A.K. Zvezdin. *Europhys. Lett.* **87**, 67 004 (2009).
- [20] Д.А. Варшалович, А.Н. Москалев, В.К. Херсонский. *Квантовая теория углового момента*. Наука, Л. (1975). 440 с.