

Высокочастотная проводимость тонкой полупроводниковой цилиндрической проволоки при произвольной температуре

© И.А. Кузнецова[¶], А.А. Юшканов*, Р.Р. Хадчукаев

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова,
150000 Ярославль, Россия

* Московский государственный областной университет,
105005 Москва, Россия

(Получена 17 января 2008 г. Принята к печати 30 сентября 2008 г.)

В рамках классической кинетической теории исследуется высокочастотная проводимость тонкой прямой полупроводниковой проволоки круглого сечения. Расчет проводится для случая примесного полупроводника с простой зонной структурой при произвольном вырождении. Соотношение между радиусом проволоки и длиной свободного пробега носителей заряда считается произвольным. Рассматривается диффузный механизм отражения носителей заряда от границы проволоки.

PACS: 72.20.Dr, 73.50.Gr, 73.50.Mx

1. Введение

Электрические и теплофизические свойства проводящих материалов, характерный линейный размер которых сравним с длиной свободного пробега носителей заряда λ , существенно отличаются от свойств массивных образцов [1–4]. Это различие может быть обусловлено как квантовыми, так и классическими размерными эффектами. Так, если радиус сечения цилиндрической проволоки R сравним с длиной свободного пробега носителей заряда λ или меньше ее ($R \lesssim \lambda$), взаимодействие носителей заряда с границей образца начинает оказывать значительное влияние на электрические и теплофизические свойства проволоки. В этом случае локальные уравнения макроскопической электродинамики оказываются неприменимыми и решение задачи необходимо проводить в рамках кинетического подхода.

Отметим, что при комнатной температуре во многих типичных полупроводниках значения длины свободного пробега λ составляют 10–1000 нм, а характерная длина волны де Бройля при этой температуре $\Lambda_B \sim 10$ нм. В металлах с хорошей проводимостью $\lambda \sim 10$ –100 нм, а длина волны де Бройля порядка межатомного расстояния, $\Lambda_B \approx 3$ нм [5,6]. Таким образом, ситуация, когда можно пренебречь квантовыми размерными эффектами и необходимо учитывать классические размерные эффекты, т.е. когда $\Lambda_B \ll R < \lambda$, реализуется.

В работе [1], посвященной расчету проводимости тонкой цилиндрической проволоки (отношение радиуса сечения к длине $\ll 1$), рассматривались только стационарные электрические поля. В работе [2] экспериментально подтверждается важный факт: удельное электрическое сопротивление тонких металлических проволок (при заданной температуре) зависит от геометрии проволок. Непосредственно в данной работе измерялось электрическое сопротивление тонких металлических проволок прямоугольного сечения. В работе [3] рассчитывалась проводимость металлической проволоки прямоугольного сечения, а в работе [4] рассматривалась электрическая

проводимость тонкой металлической проволоки круглого сечения в продольном магнитном поле.

В упомянутых работах [3,4] применяется подход, основанный на решении кинетического уравнения Больцмана. При этом исследование проводилось только для случая вырожденного электронного газа, что соответствует нулевым температурам (или металлическим проволокам).

В настоящей работе исследуется влияние температуры на электрическую проводимость тонкой цилиндрической полупроводниковой проволоки n -типа (p -типа) проводимости, к концам которой приложено переменное напряжение частоты ω . Направление электрического поля \mathbf{E} совпадает с осью проволоки. Длина проволоки L считается много больше ее радиуса R ($L \gg R$), на соотношение между радиусом проволоки R и длиной свободного пробега носителей заряда λ ограничений не накладываемся. Рассматривается диффузный механизм отражения носителей заряда от границы проволоки.

Кинетическим методом рассчитывается функция распределения, описывающая линейный отклик носителей заряда на переменное электрическое поле. По найденной функции распределения для случая произвольного вырождения рассчитывается зависимость интегральной проводимости от частоты внешнего поля ω и соотношения R/λ .

2. Математическая модель и расчет

В случае толстой проволоки, т.е. когда радиус проволоки R много больше длины свободного пробега носителей заряда λ ($R \gg \lambda$), для вычисления плотности тока \mathbf{j} справедлив локальный закон Ома [7–9]

$$\mathbf{j} = \Sigma(\omega)\mathbf{E},$$

$$\Sigma(\omega) = \Sigma_0 / (1 - i\omega\tau), \quad (1)$$

где $\Sigma(\omega)$ — проводимость Друде, $\Sigma(0) = e^2 n \tau / m$ — статическая проводимость, e — заряд электрона, n и

[¶] E-mail: kuz@uniyar.ac.ru

m — соответственно равновесная концентрация и эффективная масса электрона (дырки), τ — время релаксации.

При условии, когда радиус проволоки R сравним с длиной свободного пробега электрона (дырки) λ , связь между \mathbf{E} и \mathbf{j} носит нелокальный характер и макроскопическая электродинамика становится неприменимой.

Однородное периодическое во времени t электрическое поле

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp(-i\omega t) \quad (2)$$

действует на носители заряда в проволоке, что вызывает отклонение f_1 их функции распределения f от равновесной фермиевской f_0 :

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{v}) = f_0(\varepsilon) + f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v}), \quad (3)$$

$$f_0 = \frac{1}{\exp[(\varepsilon - \mu)/k_0T] + 1}. \quad (4)$$

Здесь \mathbf{r} — радиус-вектор (начало координат выбирается на оси проволоки), $\varepsilon = mv^2/2$ — кинетическая энергия электрона (дырки) в случае простой сферически-симметричной энергетической зоны, μ — химический потенциал, T — температура частицы, k_0 — постоянная Больцмана. Отметим, что в условиях термодинамического равновесия химический потенциал μ определяется температурой T , эффективной массой m и равновесной концентрацией электронного газа n , т.е. $\mu = \mu(T, m, n)$. В зависимости от указанных параметров μ для электронного газа может принимать значения в интервале $-\infty < \mu < \infty$ [5].

Поле (2) приводит к возникновению высокочастотного тока в проволоке

$$\mathbf{j} = e \int \mathbf{v} f \frac{2d^3(mv)}{h^3} = 2e \left(\frac{m}{h}\right)^3 \int \mathbf{v} f_1 d^3v. \quad (5)$$

В формуле (5) использована стандартная нормировка функции распределения f , при которой плотность электронных состояний равна $2/h^3$.

Задача сводится к отысканию отклонения f_1 функции распределения от равновесной фермиевской функции f_0 , возникающего под воздействием высокочастотного поля (2). В линейном приближении по внешнему полю функция f_1 удовлетворяет кинетическому уравнению [8,9]

$$i\omega f_1 + \mathbf{v} \frac{\partial f_1}{\partial \mathbf{r}} + e(\mathbf{v}\mathbf{E}) \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} = -\frac{f_1}{\tau}, \quad (6)$$

где предполагается гармоническая зависимость от времени, $f_1 \propto \exp(-i\omega t)$, а интеграл столкновений взят в приближении времени релаксации электронов (дырок) τ :

$$(df_1/dt)_s = -\frac{f_1}{\tau}.$$

Решая уравнение (6) методом характеристик [10], для неравновесной функции распределения получаем

$$f_1 = A [\exp(-vt') - 1]/v, \quad t' \geq 0, \quad (7)$$

$$v = 1/\tau - i\omega, \quad A = e(\mathbf{v}\mathbf{E}) \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}, \quad (8)$$

$$\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} = -\frac{\exp[(\varepsilon - \mu)/k_0T]}{\{\exp[(\varepsilon - \mu)/k_0T] + 1\}^2 k_0T},$$

где v — эффективная частота столкновений, причем v и A постоянны вдоль траектории (характеристики). Параметр t' в выражении (7) имеет смысл времени движения электрона вдоль траектории от границы, на которой происходит отражение, до точки \mathbf{r} со скоростью \mathbf{v} .

Для однозначного определения функции f_1 необходимо задать для нее граничное условие на цилиндрической поверхности проволоки. В качестве такового принимаем условие диффузного отражения электронов от этой поверхности [3,9]:

$$f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v}) = 0 \quad \text{при} \quad \begin{cases} |\mathbf{r}_\perp| = R \\ \mathbf{r}_\perp \mathbf{v}_\perp < 0 \end{cases}, \quad (9)$$

где \mathbf{r}_\perp и \mathbf{v}_\perp соответственно компоненты радиус-вектора электрона \mathbf{r} и его скорости \mathbf{v} в плоскости, перпендикулярной оси проволоки.

При отражении электрона от границы проволоки параметр t' в выражении (7) определяется как

$$t' = \left\{ \mathbf{r}_\perp \mathbf{v}_\perp + [(\mathbf{r}_\perp \mathbf{v}_\perp)^2 + (R^2 - r_\perp^2)v_\perp^2]^{1/2} \right\} / v_\perp^2. \quad (10)$$

Это ясно из следующих геометрических соображений. Используя очевидное векторное равенство $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{v}t'$, где \mathbf{r}_0 — радиус-вектор электрона в момент отражения от границы проволоки, и проектируя его на плоскость, перпендикулярную оси симметрии, имеем $\mathbf{r}_\perp = \mathbf{r}_{0\perp} + \mathbf{v}_\perp t'$, где \mathbf{r}_\perp , $\mathbf{r}_{0\perp}$ и \mathbf{v}_\perp являются компонентами исходных векторов в плоскости проекции. Возведя обе части последнего равенства в квадрат и разрешив полученное уравнение относительно t' , можно получить выражение (10).

Соотношениями (7), (8) и (10) полностью определено решение f_1 уравнения (6) с граничным условием (9), что позволяет рассчитать ток (5).

При вычислении интеграла (5) удобно перейти к цилиндрическим координатам как в пространстве координат (\mathbf{r}_\perp , φ , z ; полярная ось — ось z ; вектор \mathbf{E}_0 параллелен оси z), так и в пространстве скоростей (\mathbf{v}_\perp , α , v_z ; полярная ось — ось v_z). Ось симметрии проволоки совпадает с осью z . Поле (2) в цилиндрических координатах имеет лишь z -компоненту:

$$\mathbf{E} = E_z \mathbf{e}_z; \quad E_z = E_0 \exp(-i\omega t).$$

Соответственно и ток (5) обладает лишь z -компонентой (линии тока являются прямыми, параллельными

оси z):

$$j_z = 2e^2 \frac{m^3}{h^3 v} E_z \int v_z^2 \left(\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \right) [\exp(-vt') - 1] d^3 v$$

$$= 2e^2 \frac{m^3}{h^3 v} E_z \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} v_z^2 \frac{\exp\left(\frac{m(v_z^2 + v_{\perp}^2)}{2k_0 T} - \frac{\mu}{k_0 T}\right)}{\left[\exp\left(\frac{m(v_z^2 + v_{\perp}^2)}{2k_0 T} - \frac{\mu}{k_0 T}\right) + 1\right]^2 k_0 T} \times [1 - \exp(-vt')] v_{\perp} dv_{\perp} d\alpha dv_z. \quad (11)$$

В силу симметрии задачи интегрирование по всему диапазону скоростей v_z в (11) заменяется интегрированием по положительному диапазону и результат удваивается. Кроме того, движение носителей заряда симметрично относительно любой диаметральной плоскости, в которой лежит точка их положения на траектории, поэтому можно считать, что угол α в пространстве скоростей меняется в пределах от 0 до π , и удваивать результат интегрирования по этой переменной. Учитывая сказанное и вводя новые безразмерные переменные, для плотности тока (11) получим

$$j_z = \frac{e^2 n R E_z}{\pi I_0 m v_{1z0}} \int_0^{\infty} \int_0^{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\exp(u_z + u_{\perp} - u_{\mu}) \sqrt{u_z}}{[\exp(u_z + u_{\perp} - u_{\mu}) + 1]^2} \times \left[1 - \exp\left(-\frac{z_0 \eta \tilde{v}_1}{\sqrt{u_{\perp}}}\right) \right] du_z d\alpha du_{\perp}, \quad (12)$$

$$I_0 = \int_0^{\infty} \frac{u^{1/2} du}{\exp(u - u_{\mu}) + 1}.$$

Здесь введены безразмерные переменные:

$$z_0 = v \frac{R}{v_1} = x_0 - iy_0,$$

$$x_0 = \frac{R}{\lambda}, \quad y_0 = \frac{R\omega}{v_1}, \quad (13)$$

$$u_z = \frac{mv_z^2}{2k_0 T}, \quad u_{\perp} = \frac{mv_{\perp}^2}{2k_0 T}, \quad u = \frac{\varepsilon}{k_0 T}, \quad u_{\mu} = \frac{\mu}{k_0 T},$$

$$vt' = z_0 \frac{\tilde{v}_1}{\sqrt{u_{\perp}}} \left[\xi \cos \alpha + (1 - \xi^2 \sin^2 \alpha)^{1/2} \right] = z_0 \frac{\tilde{v}_1}{\sqrt{u_{\perp}}} \eta,$$

$$\xi = \frac{r}{R},$$

λ — средняя длина свободного пробега носителей заряда. При нормировке z_0 использовалась характерная скорость носителей заряда v_1 , которая вводится следующим образом:

$$nv_1^2 = \frac{5}{3} \int v^2 f_0 \frac{2d^3(mv)}{h^3},$$

$$\tilde{v}_1 = \sqrt{\frac{m}{2k_0 T}} v_1 = I_0^{-1/2} \left(\frac{5}{3} \int_0^{\infty} \frac{u^{3/2} du}{\exp(u - u_{\mu}) + 1} \right)^{1/2},$$

$$n = 2 \left(\frac{m}{h} \right)^3 \int f_0 d^3 v = 4\pi \left(\frac{m}{h} \right)^3 \left(\frac{2k_0 T}{m} \right)^{3/2} I_0. \quad (14)$$

Для случая сильно вырожденного фермиевского газа ($u_{\mu} \gg 1$) при $T \rightarrow 0$ $v_1 \rightarrow v_0$, где v_0 — фермиевская скорость, определяемая выражением (14) для функции Ферми $f_0(T \rightarrow 0)$. В другом предельном случае невырожденного электронного газа ($u_{\mu} < 0$) при $T \rightarrow \infty$ $v_1 \rightarrow \sqrt{5k_0 T/m}$, т.е. имеет порядок средней тепловой скорости носителей заряда.

Полный ток I через поперечное сечение цилиндрической проволоки определяется выражением

$$I = 2\pi R^2 \int_0^1 j_z \xi d\xi. \quad (15)$$

Формально воспользовавшись законом Ома в виде $I = GU$ (где U — напряжение на концах проволоки) и учитывая, что электрическое поле внутри проволоки однородно ($U = E_z L$), получаем формулу для расчета интегральной проводимости проволоки G :

$$G = G_0 P(x_0, y_0, u_{\mu}), \quad G_0 = 2 \frac{e^2 n R^3}{m v_1 L}, \quad (16)$$

$$P(x_0, y_0, u_{\mu}) = \frac{1}{I_0 z_0} \int_0^{\infty} \int_0^{\pi} \int_0^1 \int_0^{\pi} \xi \frac{\exp(u_z + u_{\perp} - u_{\mu}) \sqrt{u_z}}{[\exp(u_z + u_{\perp} - u_{\mu}) + 1]^2} \times \left[1 - \exp\left(-\frac{z_0 \eta \tilde{v}_1}{\sqrt{u_{\perp}}}\right) \right] d\alpha d\xi du_z du_{\perp}, \quad (17)$$

где $P(x_0, y_0, u_{\mu})$ — безразмерный коэффициент (назовем его безразмерной интегральной проводимостью), который учитывает влияние размерных эффектов (конечности поперечного сечения проволоки), частоты внешнего поля и степени вырождения на проводимость (16).

Проведем в (17) замену переменной интегрирования во внутреннем интеграле $\alpha \rightarrow \eta$:

$$\cos \alpha = (\eta^2 + \xi^2 - 1)/2\eta\xi,$$

$$d\alpha = \frac{\xi^2 - \eta^2 - 1}{2\eta^2 \xi} \left[1 - \frac{(\xi^2 + \eta^2 - 1)^2}{4\eta^2 \xi^2} \right] d\eta,$$

$$\int_0^1 \int_0^{\pi} (\dots) d\alpha d\xi = - \int_0^1 \int_{1-\xi}^{1+\xi} (\dots) d\eta d\xi.$$

Далее, меняя порядок интегрирования, получим

$$- \int_0^1 \int_{1-\xi}^{1+\xi} (\dots) d\eta d\xi$$

$$= - \left[\int_0^1 \int_{1-\eta}^1 (\dots) d\xi d\eta + \int_1^2 \int_{\eta-1}^1 (\dots) d\xi d\eta \right].$$

Так как области интегрирования и подынтегральные выражения одинаковы, то

$$\begin{aligned} & \int_{1-\eta}^1 \frac{\xi^2 - \eta^2 - 1}{2\eta^2\xi} \left[1 - \frac{(\xi^2 + \eta^2 - 1)^2}{4\eta^2\xi^2} \right] \xi d\xi \\ &= \int_{\eta-1}^1 \frac{\xi^2 - \eta^2 - 1}{2\eta^2\xi} \left[1 - \frac{(\xi^2 + \eta^2 - 1)^2}{4\eta^2\xi^2} \right] \xi d\xi \\ &= -\frac{1}{2} \sqrt{4 - \eta^2}. \end{aligned}$$

Таким образом, безразмерная интегральная проводимость $P(x_0, y_0, u_\mu)$ имеет вид

$$\begin{aligned} P(x_0, y_0, u_\mu) &= \frac{1}{2z_0 I_0} \int_0^\infty \int_0^2 \int_0^\infty \frac{\exp(u_z + u_\perp - u_\mu) \sqrt{u_z}}{[\exp(u_z + u_\perp - u_\mu) + 1]^2} \\ &\times \left\{ 1 - \exp \left[-\frac{z_0 \eta \tilde{v}_1}{\sqrt{u_\perp}} \right] \right\} \sqrt{4 - \eta^2} du_z d\eta du_\perp. \end{aligned} \quad (18)$$

Проинтегрировав (18) по частям по u_z , и далее раскрыв скобки и интегрируя первое слагаемое, получим

$$\begin{aligned} P(x_0, y_0, u_\mu) &= \frac{1}{2z_0} \left(\pi - \frac{1}{2I_0} \right. \\ &\times \left. \int_0^\infty \int_0^2 \int_0^\infty \frac{\exp(-z_0 \eta \tilde{v}_1 / \sqrt{u_\perp})}{[\exp(u_z + u_\perp - u_\mu) + 1] \sqrt{u_z}} \sqrt{4 - \eta^2} du_z d\eta du_\perp \right). \end{aligned} \quad (19)$$

Сделаем замену переменной $u_z = h^2$, тогда (19) будет иметь вид

$$\begin{aligned} P(x_0, y_0, u_\mu) &= \frac{1}{2z_0} \left(\pi - \frac{1}{I_0} \right. \\ &\times \left. \int_0^\infty \int_0^2 \int_0^\infty \frac{\exp(-z_0 \eta \tilde{v}_1 / \sqrt{u_\perp})}{[\exp(h^2 + u_\perp - u_\mu) + 1]} \sqrt{4 - \eta^2} dh d\eta du_\perp \right). \end{aligned} \quad (20)$$

Таким образом, выражение (20) определяет зависимость безразмерной интегральной проводимости полупроводниковой цилиндрической проволоки $P(x_0, y_0, u_\mu)$ от безразмерной частоты внешнего поля y_0 , безразмерной обратной длины свободного пробега $x_0 = R/\lambda$ и безразмерного химического потенциала u_μ .

Независимо от степени вырождения (при произвольных значениях u_μ и соответственно T) для безразмерной интегральной проводимости имеет место макроскопическая асимптотика при $x_0 \gg 1$: в (20) можно пренебречь членом с экспонентой ввиду его быстрого затухания. Тогда безразмерная интегральная проводимость $P(x_0, y_0)$

(с учетом (16)) соответствует классическому результату (формула Друде) для цилиндрической проволоки:

$$P(x_0, y_0) = \frac{\pi}{2} \frac{1}{z_0} = \frac{\pi}{2} \frac{x_0 + iy_0}{x_0^2 + y_0^2}. \quad (21)$$

Численный расчет модуля и фазы безразмерной интегральной проводимости (20) представлены на рис. 1–6.

3. Обсуждение полученных результатов

На рис. 1, 2 приведены зависимости модуля и аргумента (фазы) безразмерной интегральной проводимости полупроводниковой проволоки P (20) от безразмерной частоты электрического поля y_0 при различных значениях безразмерного химического потенциала u_μ (безразмерная обратная длина свободного пробега носителей заряда $x_0 = 0.1$). Из рис. 1 следует, что при малых частотах ($y_0 < 0.9$) модуль безразмерной интегральной проводимости $|P|$ минимален для электронного газа с большой степенью вырождения, $u_\mu = 5$ (кривая 3). Как следует из вида функции распределения f_0 (4), условие сильного вырождения носит на самом деле экспоненциальный характер, т. е. $\exp(u_\mu) \gg 1$; поэтому, если $u_\mu \geq 5$, вырождение можно считать сильным. Напомним, что для типичного металла при комнатной температуре $u_\mu \approx 10^2$, т. е. вырождение очень сильное и остается таковым вплоть до температуры плавления [5,8,9]. Таким образом, кривая 3 (рис. 1) характеризует поведение модуля безразмерной проводимости для металлических проволок в широком диапазоне температур (от нулевых температур до температур плавления). Кривая 1 соответствует другому предельному случаю — невырожденного электронного газа, $u_\mu = -5$, удовлетворяющему

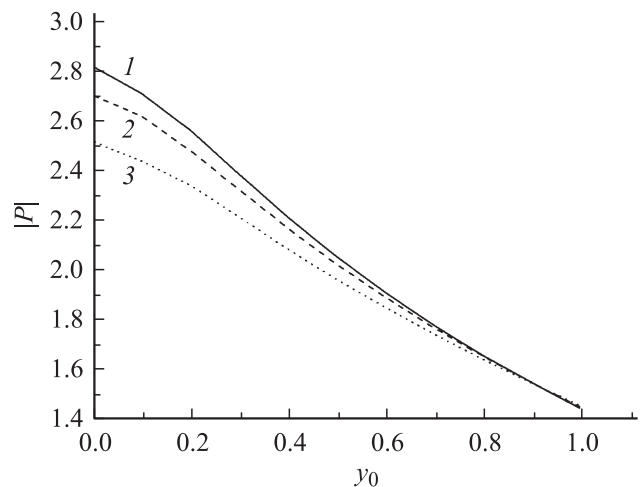


Рис. 1. Зависимости модуля безразмерной интегральной проводимости полупроводниковой проволоки $|P|$ от безразмерной частоты внешнего поля y_0 при значениях безразмерного химического потенциала $u_\mu = -5$ (1), 1 (2), 5 (3). Безразмерная обратная длина свободного пробега носителей заряда $x_0 = 0.1$.

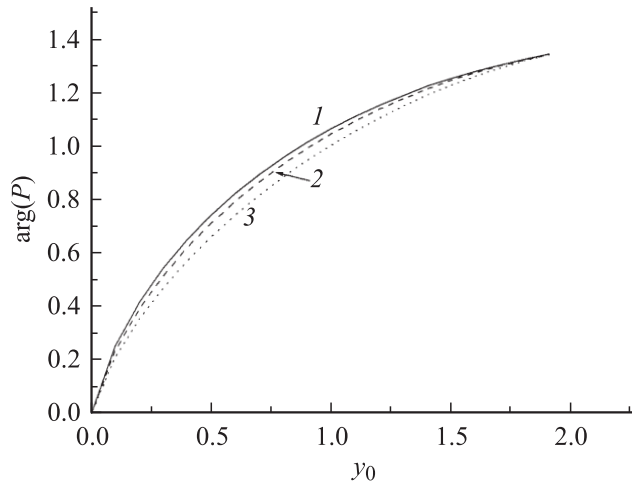


Рис. 2. Зависимости аргумента (фазы) безразмерной интегральной проводимости полупроводниковой проволоки $\arg(P)$ от безразмерной частоты внешнего поля y_0 при значениях безразмерного химического потенциала $u_\mu = -5$ (1), 1 (2), 5 (3). Безразмерная обратная длина свободного пробега носителей заряда $x_0 = 0.1$.

критерию $\exp(-u_\mu) \gg 1$ (при этом функция распределения f_0 (4) переходит в классическое распределение Максвелла–Больцмана). В этом случае, в отличие от случая вырожденного электронного газа, химический потенциал существенно зависит от температуры [5,8,9]. Применению классической статистики способствует малая концентрация n , большая эффективная масса m и высокая температура T . Таким образом, кривая 1 описывает безразмерную проводимость полупроводниковых проволок в случае невырожденного электронного газа при высокой температуре. Кривая 2 построена для промежуточного случая произвольного вырождения ($u_\mu = 1$, ненулевая и не очень высокая температура T). Из рис. 1 видно, что с увеличением безразмерной частоты поля y_0 модуль безразмерной проводимости $|P|$ уменьшается для всех значений u_μ , при больших y_0 ($y_0 > 1$) все зависимости сливаются. Причина такого поведения в следующем: не успевая полностью за колебаниями напряженности электрического поля, система свободных носителей заряда ведет себя в какой-то мере как совокупность связанных зарядов. Последние не дают вклада в ток проводимости, что и проявляется в уменьшении $|P(x_0, y_0, u_\mu)|$.

Аргумент (фаза) безразмерной интегральной проводимости $\arg(P)$ (рис. 2) слабо зависит от степени вырождения (т.е. от u_μ). При больших безразмерных частотах электрического поля зависимости 1–3 сливаются и аргумент P стремится к $\pi/2$, что указывает на мнимый характер проводимости.

На рис. 3, 4 приведены зависимости модуля и аргумента безразмерной интегральной проводимости P для случая невырожденного полупроводника ($u_\mu = -5$) от безразмерной обратной длины свободного пробега носителей заряда x_0 . Безразмерная частота электрического

поля y_0 разная для всех кривых. Из рис. 3 видно, что для проволок одинакового радиуса R модуль безразмерной интегральной проводимости $|P|$ наиболее велик для полупроводниковых проволок, в которых носители заряда имеют большую длину свободного пробега λ ($x_0 \ll 1$). При этом значение $|P|$ максимально для проволок, электрическое поле в которых стационарно. С увеличением безразмерной обратной длины свободного пробега носителей заряда x_0 все зависимости сливаются, так как имеет место макроскопическая асимптотика (21). Для каждого значения x_0 сдвиг по фазе наиболее заметен внутри проволок, в которых электрическое поле имеет наибольшую безразмерную частоту y_0 (для проволок,

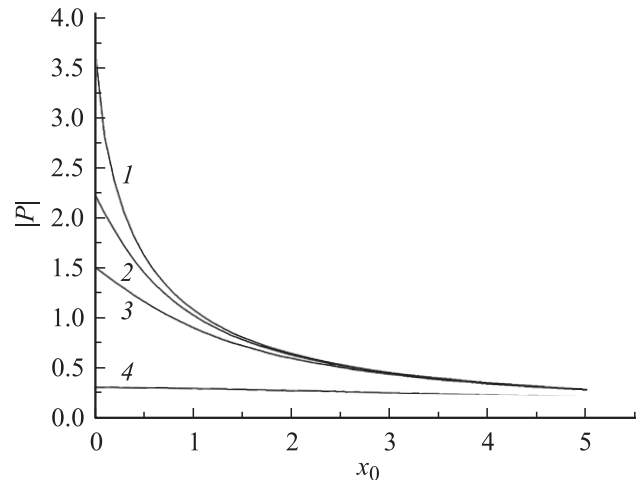


Рис. 3. Зависимости модуля безразмерной интегральной проводимости проволоки $|P|$ для невырожденного полупроводника при $u_\mu = -5$ от безразмерной обратной длины свободного пробега носителей заряда x_0 при значениях безразмерной частоты внешнего поля $y_0 = 0.01$ (1), 0.5 (2), 1 (3), 5 (4).

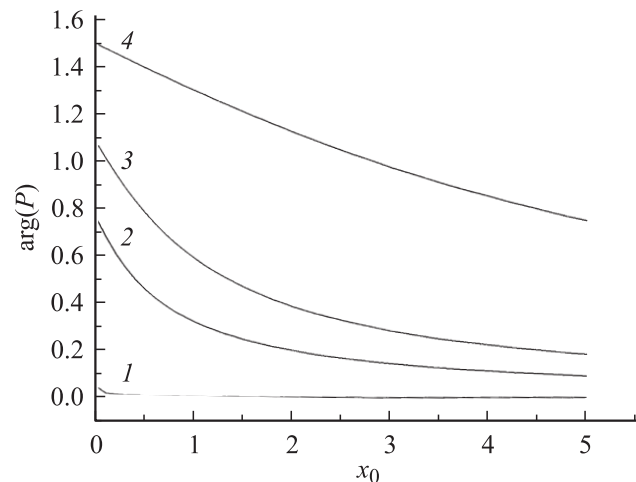


Рис. 4. Зависимости аргумента (фазы) безразмерной интегральной проводимости проволоки $\arg(P)$ для невырожденного полупроводника при $u_\mu = -5$ от безразмерной обратной длины свободного пробега носителей заряда x_0 при значениях безразмерной частоты внешнего поля $y_0 = 0.01$ (1), 0.5 (2), 1 (3), 5 (4).

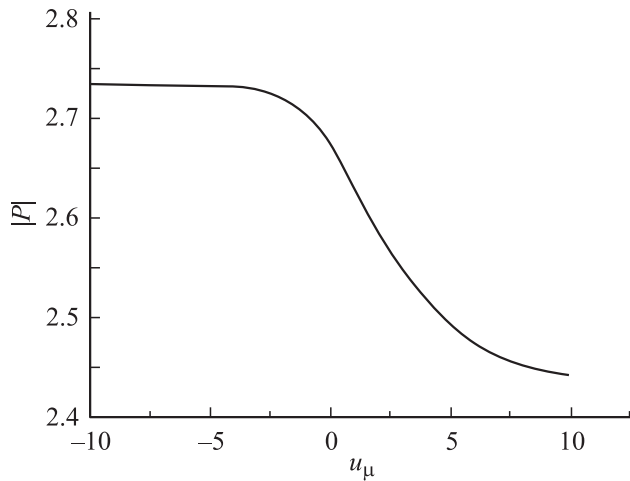


Рис. 5. Зависимость модуля безразмерной интегральной проводимости полупроводниковой проволоки $|P|$ от безразмерного химического потенциала u_μ при $x_0 = 0.1$, $y_0 = 0.1$.

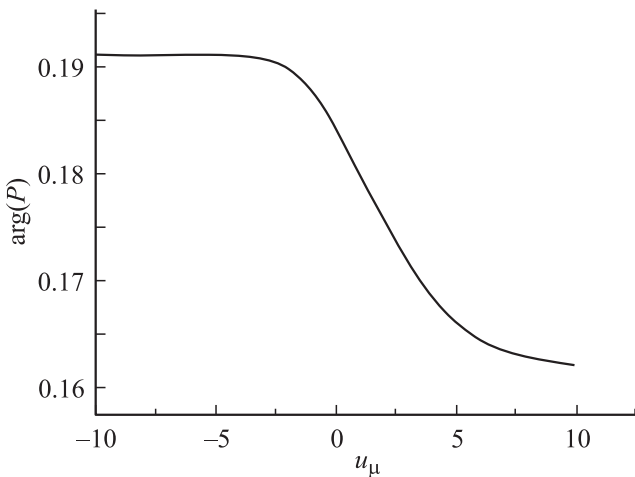


Рис. 6. Зависимость аргумента безразмерной интегральной проводимости полупроводниковой проволоки $\arg|P|$ от безразмерного химического потенциала u_μ при $x_0 = 0.1$, $y_0 = 0.1$.

в которых безразмерная частота электрического поля мала, сдвиг по фазе между полем и током практически отсутствует).

На рис. 5 и 6 представлены зависимости модуля и аргумента безразмерной интегральной проводимости P (20) от безразмерного химического потенциала u_μ (безразмерная частота электрического поля $y_0 = 0.1$ и безразмерная обратная длина свободного пробега носителей заряда $x_0 = 0.1$). В силу экспоненциальной зависимости подынтегральной функции (20) от u_μ в случаях вырожденного и невырожденного электронного газа проводимость быстро выходит на асимптотики, максимальное относительное различие значений $|P|$ на асимптотиках составляет 12%. Это различие уменьшается как с увеличением x_0 (т.е. уменьшением вклада поверхностных столкновений), так и с увеличением y_0 .

4. Заключение

В заключение отметим, что размерные эффекты оказывают значительное влияние на интегральную проводимость тонкой полупроводниковой проволоки в низкочастотной области ($y_0 < 1$) в случае, когда длина свободного пробега носителей заряда λ больше радиуса проволоки R . Так, например, для проволоки заданного радиуса R при частоте $y_0 = 0.1$ и параметрах $x_0 = R/\lambda = 0.1$, $u_\mu = -5$ кинетический расчет по формуле (21) дает значение проводимости (16) в 3 раза меньше, чем формальный расчет по формуле Друде (21) (который не учитывает поверхностное рассеяние носителей зная и справедлив только для толстой проволоки при $\lambda \ll R$). При уменьшении частоты y_0 это различие растет. Таким образом, при малых y_0 и $x_0 = R/\lambda$ кинетический учет поверхностных столкновений носителей заряда значительно (на порядок и более) ограничивает рост проводимости тонкой проволоки по сравнению с объемной проводимостью как для металлических, так и для полупроводниковых проволок при различных температурах.

Список литературы

- [1] R.B. Dingle. Proc. Roy. Soc. A, **201**, 545 (1950).
- [2] F. Pierre, A.B. Gougam, A. Anthore, H. Pothier, D. Esteve, Norman O. Birge. Phys. Rev. B, **68**, 085 413 (2003).
- [3] Э.В. Завитаев, А.А. Юшканов. ЖЭТФ, **129** (5), 938 (2006).
- [4] Э.В. Завитаев, А.А. Юшканов. ЖТФ, **77** (6), 139 (2007).
- [5] А.И. Ансельм. *Введение в теорию полупроводников*. (М., Наука, 1978).
- [6] И.М. Лифшиц, М.Я. Азбель, М.И. Каганов. *Электронная теория металлов* (М., Наука, 1971).
- [7] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. *Теоретическая физика*. Т. 10. *Электродинамика сплошных сред* (М., Наука, 1972).
- [8] У. Харрисон. *Теория твердого тела* (М., Мир, 1972).
- [9] Дж. Займан. *Электроны и фононы* (М., ИЛ, 1962).
- [10] Р. Курант. *Уравнения с частными производными* (М., Мир, 1962) гл. II.

Редактор Л.В. Шаронова

High-frequency conductivity of a thin semiconductor wire at arbitrary temperature

I.A. Kuznetsova, A.A. Yushkanov*, P.P. Khadchukaev

P.G. Demidov Yaroslavl' State University,
150000 Yaroslavl', Russia

* Moscow Region State University,
105005 Moscow, Russia