

09

## Особенности динамики предельно коротких оптических импульсов со скоростью, превосходящей скорость света в среде, в массиве углеродных нанотрубок

© М.Б. Белоненко<sup>1,2</sup>, Н.Н. Янюшкина<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Entropique Inc.,  
London, Canada

<sup>2</sup> Волгоградский институт бизнеса,  
Волгоград, Россия

<sup>3</sup> Волгоградский государственный университет,  
Волгоград, Россия

E-mail: yana\_nn@inbox.ru

(Поступила в Редакцию 22 ноября 2011 г.

В окончательной редакции 27 декабря 2011 г.)

Рассмотрены уравнения Максвелла для электромагнитного поля, распространяющегося в массиве углеродных нанотрубок, когда импульс на входе в систему имеет большую скорость, чем скорость света в среде. Получено уравнение для вектор-потенциала электромагнитного поля, которое решено численно. Выявлена зависимость импульса от его скорости на входе в массив нанотрубок.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (грант № 11-02-97054-р\_поволжье\_a), а также грантом для молодых ученых ВолГУ № 3-2011-МУ/ВолГУ.

### 1. Введение

Движение со сверхсветовой скоростью — один из интереснейших вопросов в современной науке. Еще в начале 40-х годов XX века советскими физиками Вавиловым и Черенковым проводились исследования люминесценции жидкостей под воздействием гамма-излучения. В результате было обнаружено слабое голубое свечение, вызванное быстрыми электронами, выбитыми из атомов среды гамма-излучением. Позже выяснилось, что эти электроны двигались со скоростью выше скорости света в среде [1]. Отметим также, что в оптике возможна ситуация, когда импульс на входе в систему имеет скорость, превышающую скорость света в среде, что может оказать существенное влияние на распространение электромагнитного импульса. Так, в работе [2] показана возможность устойчивого сверхсветового распространения предельно коротких (без заполнения) электромагнитных солитонов в неравновесных средах.

В недавних работах авторами рассмотрено распространение предельно коротких оптических импульсов в углеродных наноструктурах (графене и углеродных нанотрубках) [3,4]. В работе [5] изучался практически важный случай (применяемый при анализе распространения импульсов в волноводных структурах), в котором учитывалась собственная дисперсия среды. В то же время без внимания остался вопрос сверхсветового распространения импульсов, т.е. такого режима, когда скорость импульса на входе в среду больше, чем скорость света в среде. Именно этим и было стимулировано настоящее исследование, которое посвящено динамике предельно коротких импульсов, распространяющихся в

массиве углеродных нанотрубок со скоростью, большей, чем скорость света в среде.

### 2. Основные уравнения

Мы рассматриваем распространение электромагнитных импульсов в массиве углеродных нанотрубок в такой геометрии, в которой электрическое поле импульса направлено вдоль оси нанотрубок.

Известно, что спектр электронов, описывающий свойства электронной подсистемы в отсутствие кулоновского отталкивания  $\epsilon_s(p)$ , для углеродных нанотрубок типа zigzag имеет вид [6]

$$\epsilon_s(p) = \pm \gamma \sqrt{1 + 4 \cos(ap) \cos(\pi s/m) + 4 \cos^2(\pi s/m)}, \quad (1)$$

где  $s = 1, 2, \dots, m$ , нанотрубка имеет тип  $(m, 0)$ ,  $\gamma \approx 2.7 \text{ eV}$ ,  $a = 3b/2\hbar$ ,  $b = 0.142 \text{ nm}$  — расстояние между соседними атомами углерода.

Уравнения Максвелла с учетом электрических и магнитных свойств углеродных нанотрубок и среды, в которую они помещены, можно записать в виде [7]

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} + \frac{4\pi}{c} \frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t} = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial t^2}, \quad (2)$$

где  $\mathbf{E}$  — электрическое поле световой волны,  $\mathbf{j}$  — плотность электрического тока в углеродных нанотрубках,  $t$  — время,  $c$  — скорость света; поляризация среды  $\mathbf{P} = \alpha \mathbf{E} + \beta |\mathbf{E}|^2 \mathbf{E}$ . В настоящей работе рассмотрена простейшая модель поляризации среды, в которой вектор поляризации параллелен вектору  $\mathbf{E}$ .

Модифицируем уравнение (2), учитывая кулоновскую калибровку для описания распространения импульсов с широким спектром в нелинейной среде,

$$\mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}.$$

Интегрируя по времени, несложно убедиться в том, что обобщением уравнения (2) на случай нелинейной среды является уравнение вида

$$\frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} (1 + 4\pi\alpha) \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} - \frac{12\pi\beta}{c^4} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} \left( \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right)^2 + \frac{4\pi}{c} \mathbf{j} = 0. \quad (3)$$

Вектор-потенциал  $\mathbf{A}$  считается имеющим вид  $\mathbf{A} = (0, 0, A(x, t))$ .

Запишем стандартное выражение для плотности тока

$$j = e \sum_{ps} v_s \left( p - \frac{e}{c} A(t) \right) \langle a_{ps}^+ a_{ps} \rangle, \quad (4)$$

где  $v_s(p) = \frac{\partial \varepsilon_s(p)}{\partial p}$ , а угловые скобки означают усреднение с неравновесной матрицей плотности  $\rho(t)$ :  $\langle F \rangle = \text{Sp}(F(0)\rho(t))$ . Учитывая, что  $[a_{ps}^+ a_{ps}, H] = 0$ , из уравнений движения для матрицы плотности сразу получаем  $\langle a_{ps}^+ a_{ps} \rangle = \langle a_{ps}^+ a_{ps} \rangle_0$ , где  $\langle F \rangle_0 = \text{Sp}(F(0)\rho(0))$ .

Учтем, что  $\rho_0 = \exp(-H/kT)/\text{Sp}(-H/kT)$  ( $k$  — постоянная Больцмана,  $T$  — температура), и, разлагая  $v_s(p)$  в ряд Фурье, получим

$$v_s \left( p - \frac{e}{c} A(t) \right) = \sum_k A_{ks} \left( \sin(kp) \cos\left(\frac{ke}{c} A(t)\right) - \cos(kp) \sin\left(\frac{ke}{c} A(t)\right) \right).$$

Поскольку функция распределения  $\rho(0)$  является четной функцией квазиимпульса  $p$  и при усреднении  $\sin(kp)$  дает нуль, можно записать

$$v_s \left( p - \frac{e}{c} A(t) \right) = - \sum_k A_{ks} \cos(kp) \sin\left(\frac{ke}{c} A(t)\right). \quad (5)$$

Подставляя получившийся результат в (4) и выполняя суммирование по  $s$  и  $p$ , имеем

$$j = -en_0 \sum_k \sin\left(\frac{ke}{c} A(t)\right),$$

$$C_k = \sum_{s=1}^m \int_{-\pi/a}^{\pi/a} dp A_{ks} \cos(kp) \frac{\exp(-\sigma \varepsilon_s(p))}{1 + \exp(-\sigma \varepsilon_s(p))},$$

где  $n_0$  — концентрация равновесных электронов в углеродных нанотрубках,  $\sigma = 1/kT$ ,  $\varepsilon_s(p)$  — спектр электронов нанотрубки, описываемый уравнением (1).

В дальнейшем полагалось, что  $\beta = 0$ . Учитывая все изложенное выше, уравнение (3) после приведения к безразмерным величинам можно представить в виде

$$\frac{\partial^2 B}{\partial x'^2} - \frac{(1 + 4\pi\alpha)}{c^2} \frac{\partial^2 B}{\partial t'^2} + \sin B + \sum_{k=2}^{\infty} \frac{C_k}{C_1} \sin(kB) = 0,$$

$$B = \frac{eA}{c}, \quad x' = x \frac{e}{c} \sqrt{8\pi\gamma C_1}, \quad t' = t \frac{e}{c} \sqrt{8\pi n_0 \gamma C_1}. \quad (6)$$

Отметим, что уравнение (6) является обобщением широко известного уравнения синус-Гордона на случай, когда обобщенный потенциал раскладывается в общий ряд Фурье. Обобщенный потенциал, возникающий в этой задаче, очевидно, определяется как  $\frac{\partial U(B)}{\partial B} = \sin B + \sum_{k=2}^{\infty} C_k \sin(kB)$ .

### 3. Результаты численного моделирования

Уравнение (6) решалось численно при помощи прямой разностной схемы типа „крест“ [8]. Шаги по времени и координате определялись исходя из стандартных условий устойчивости. Начальное условие выбиралось в виде односолитонного решения для уравнения синус-Гордона

$$B(x, t) = R \arctg(e^{-(x-ut)^2/\delta}), \quad (7)$$

где  $R$  — амплитуда импульса,  $\delta^2 = |1/(1-u^2)|$ , причем  $u > 1$  — отношение скорости распространения импульса к скорости света в среде.

Эволюция электромагнитного поля с течением времени для случаев досветовой и сверхсветовой скорости представлена на рис. 1.

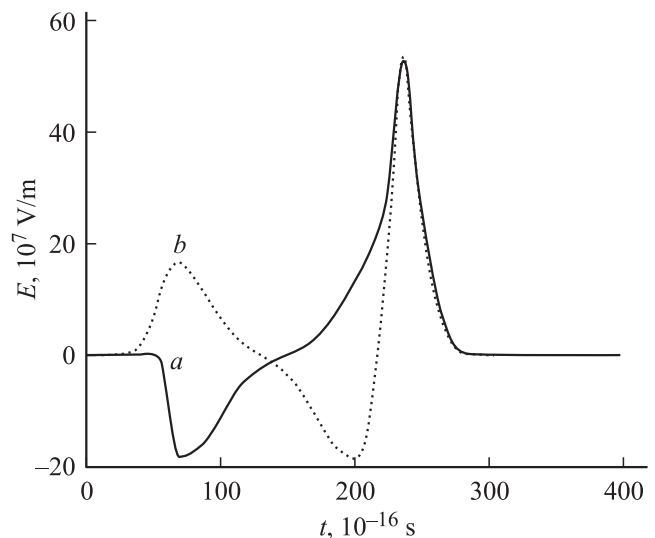


Рис. 1. Зависимость электрического поля, определяемого потенциалом в уравнении (6), от времени. Для кривой  $a$  —  $u > 1$ , для кривой  $b$  —  $u < 1$  (величина  $\delta$  для обоих случаев одинакова).

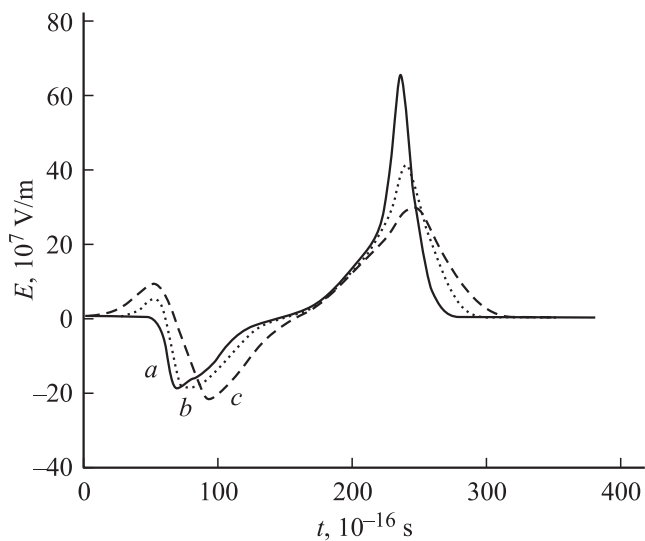


Рис. 2. То же, что на рис. 1, для различных значений параметра  $u$ :  $a$  — 1.05,  $b$  — 1.10,  $c$  — 1.15.

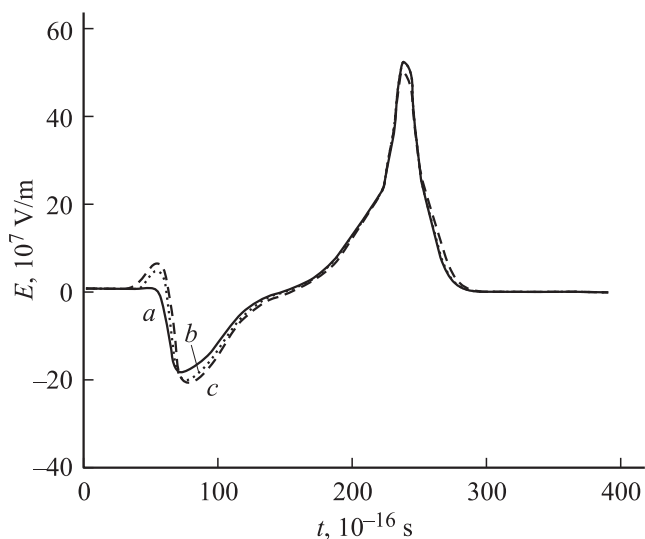


Рис. 3. То же, что на рис. 1, для различных температур ( $u > 1$ ). Для кривой  $b$  температура в 2 раза больше, чем для кривой  $a$ , для кривой  $c$  — в 3 раза больше, чем для кривой  $a$ .

Из рис. 1 видно, что изменение формы импульса с течением времени существенно зависит от скорости распространения. Следует отметить, что наблюдается также инверсия меньшего по амплитуде пика импульса. Такое существенное изменение формы предельно короткого импульса можно связать со скоростью его распространения, а именно с тем, что поле, вызванное током, индуцируемым в углеродных нанотрубках фронтом импульса, не успевает (вследствие того, что скорость импульса больше скорости света в среде) интерферировать с полем на спаде импульса.

Зависимость формы импульса от параметра  $u$  показана на рис. 2. Из приведенной зависимости видно, что наибольшее влияние на форму импульса оказывает величина

на скорости его распространения. Как и в случае, когда скорость импульса на входе в среду меньше скорости света в среде, наименее подвержен расплыванию тот импульс, у которого скорость ближе к скорости света в среде [9].

На рис. 3 изображена зависимость формы электромагнитного импульса от температуры.

Полученная зависимость позволяет сделать вывод, что на первоначальном этапе ( $t < 15$  fs) влияние температуры на форму электромагнитного импульса проявляется гораздо сильнее, чем для больших значений времени. Численные расчеты также показали, что зависимость электрического поля от типа углеродной нанотрубки проявляется слабо.

Таким образом, исходя из проведенных исследований можно сделать вывод, что в массиве углеродных нанотрубок возможно распространение предельно коротких оптических импульсов, когда скорость импульса на входе в среду больше, чем скорость света в среде.

#### 4. Выводы

1. Получено эффективное уравнение для динамики предельно коротких оптических импульсов в углеродных нанотрубках, распространяющихся со скоростью, большей, чем скорость света в среде.

2. Наибольшее влияние на характер распространения электромагнитных импульсов в среде оказывают собственная скорость импульсов и температура, поддерживаемая в среде.

3. Тип углеродной нанотрубки практически не оказывает влияния на распространение электромагнитных импульсов в нелинейной среде.

#### Список литературы

- [1] Б.М. Болотовский. УФН **62**, 3, 240 (1957).
- [2] С.В. Сазонов. УФН **171**, 6, 663 (2001).
- [3] Н.Н. Янюшкина, М.Б. Белоненко, Н.Г. Лебедев. Опт. и спектр. **108**, 4, 658 (2010).
- [4] М.Б. Белоненко, Н.Г. Лебедев, Н.Н. Янюшкина. ФТТ **52**, 8, 1656 (2010).
- [5] N.N. Yanyushkina, M.B. Belonenko, N.G. Lebedev, A.V. Zhukov, M. Paliy. Int. J. Mod. Phys. B **25**, 3401 (2011).
- [6] G. Ya. Slepian, S.A. Maksimenko, V.P. Kalosha. Phys. Rev. A **60**, 2, R777 (1999).
- [7] М.Б. Виноградова, О.В. Руденко, А.П. Сухоруков. Теория волн. Наука, М. (1990). 432 с.
- [8] Н.С. Бахвалов. Численные методы (анализ, алгебра, обыкновенные дифференциальные уравнения). Наука, М. (1975). 632 с.
- [9] М.Б. Белоненко, Н.Г. Лебедев, Е.Н. Нелидина. Изв. вузов. Физика **53**, 11, 14 (2010).