## Энергетическая структура квантовых точек, индуцированных неоднородным электрическим полем в квантовых ямах

© В.А. Николюк, И.В. Игнатьев ¶

Санкт-Петербургский государственный университет, 198504 Петродворец, Россия

(Получена 21 марта 2007 г. Принята к печати 9 апреля 2007 г.)

Теоретически рассмотрены квантовые точки для электронов, создаваемые неоднородным электрическим полем в гетероструктуре с одиночной квантовой ямой. Неоднородное электрическое поле может быть создано мозаичным электродом с регулярной системой отверстий нанометрового размера. В работе рассмотрена структура с нанесенным на поверхность электродом с одним отверстием. Проведен численный расчет потенциала во всей области между пластинами электрода. Получена аналитическая зависимость для глубины потенциальной ямы и определен профиль потенциала вблизи дна ямы. Рассчитана энергетическая структура уровней вблизи дна потенциальной ямы. Определена геометрия мозаичного электрода, которая наиболее благоприятна для сохранения спина электрона в квантовых точках такого типа. Показано, что в квантовых точках такого типа следует ожидать время жизни спина, лежащее в микросекундном диапазоне при температуре жидкого гелия.

PACS: 73.21.-b, 73.63.-b

#### 1. Введение

В последнее время интерес привлекает спиновая динамика и спиновая память в квантовых точках (КТ) в связи с проектами создания логических устройств на их основе [1-6]. Благодаря пространственной локализации носителей, подавляющей основные механизмы спиновой релаксации, время жизни спина электрона в КТ может достигать нескольких сотен микросекунд [2–6]. Вместе с тем наиболее активно исследуемые в настоящее время КТ, создаваемые методом самоорганизации, имеют ряд принципиальных недостатков, связанных с большим неоднородным уширением ансамбля и неизбежным наличием дефектов, в том числе парамагнитных, внутри КТ или в их окрестности. Разброс свойств КТ в пределах ансамбля не позволяет, в частности, добиться одинакового зарядового состояния КТ, необходимого для реализации спиновой памяти [2]. Наличие парамагнитных дефектов приводит к эффективной релаксации электронного спина. В связи с этим по-прежнему остается актуальной задача создания ансамбля КТ других типов, свободных от указанных недостатков.

В настоящей работе теоретически рассмотрена возможность создания КТ для электронов с помощью неоднородного электрического поля, прикладываемого к гетероструктуре с квантовой ямой (КЯ). Неоднородное электрическое поле, приводящее к латеральной локализации электронов в КЯ, может быть создано с помощью напряжения, приложенного между легированным буферным слоем гетероструктуры и нанесенным на поверхность структуры мозаичным электродом с регулярной системой одинаковых отверстий достаточно малого (нанометрового) размера. Система отверстий малого размера вполне может быть создана с помощью электронной литографии [7]. Более того, выполненные

в данной работе расчеты показывают, что при выборе оптимальной геометрии гетероструктуры размеры отверстий могут составлять сотни нанометров. Создание такого электрода возможно методами современной фотолитографии [8]. Литография в принципе позволяет делать отверстия с малым разбросом по размерам и по форме, что исключает неоднородное уширение создаваемого таким образом ансамбля КТ. Важным преимуществом индуцированных полем КТ является практически полное отсутствие дефектов на гетерогранице, что позволяет подавить один из важных каналов спиновой релаксации. Достоинством таких точек с точки зрения их потенциального практического использования является принципиальная возможность адресации каждой точки в отдельности с помощью специальных электродов, что невозможно для самоорганизованных КТ вследствие их случайного расположения.

Основной целью моделирования является определение профиля латерального потенциала, локализующего электроны, и энергетической структуры уровней размерного квантования электронов в таком потенциале. Заранее не ясно, возможно ли создание достаточно глубокого потенциала, способного отщепить нижайший чисто спиновый дублет от возбужденных уровней с ненулевым орбитальным моментом на величину  $\Delta E$ , существенно превышающую тепловую энергию kT. Здесь мы рассматриваем в качестве примера энергию тепловых колебаний при температуре жидкого гелия, оставляя вопрос о перспективности низкотемпературной спиновой памяти за пределами обсуждения. Условие  $\Delta E \gg kT$  вытекает из необходимости подавления одного из самых эффективных механизмов спиновой релаксации, обусловленного спин-орбитальным взаимодействием [9].

Ограничения на глубину локализующего потенциала обусловлены двумя принципиальными факторами. Во-первых, для сохранения качества гетероструктуры

3\* 1443

<sup>¶</sup> E-mail: ivan\_ignatiev@mail.ru

КЯ должна быть расположена на достаточном удалении от поверхности. В качестве примера в данной работе мы будем рассматривать гетероструктуры на основе GaAs/AlGaAs. Для этих структур толщина верхнего барьерного слоя не должна быть меньше 50 нм [10]. Как показывают результаты расчетов, приведенные далее, глубина локализующего потенциала на таком расстоянии от поверхности в несколько раз меньше, чем в плоскости мозаичного электрода. Второе ограничение накладывается предельной напряженностью поля  $F_{\max}$ , которое может быть создано без риска возникновения электрического пробоя. Мы будем считать, что  $F_{\rm max}=100\,{\rm kB/cm}$  для рассматриваемых гетероструктур [11]. Выполненные далее расчеты показывают, что в рамках этих ограничений при оптимальном выборе размеров отверстий мозаичного электрода для структуры с КЯ GaAs можно получить расстояние между нажайшими уровнями  $\Delta E = 3$  мэВ, что существенно превосходит тепловую энергию при температуре жидкого гелия  $(kT = 0.35 \,\text{M} \cdot \text{B}).$ 

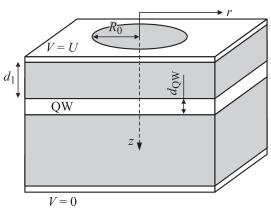
В работе выполнены численные расчеты локализующего потенциала и получены аналитические выражения, в хорошем приближении описывающие профиль потенциала вблизи его дна и позволяющие аналитически описать зависимость расстояния между нижайшими уровнями квантования от основных параметров задачи. В работе сделана также оценка скорости туннелирования электрона через треугольный барьер, возникающий при приложении сильного электрического поля. Время туннелирования лежит в микросекундном диапазоне и тем самым не может существенно ограничивать работоспособность спиновой памяти, созданной на структурах такого типа.

В данной работе мы не анализируем скорости различных процессов спиновой релаксации, поскольку они требуют отдельного обсуждения. Отметим, однако, что такой важный механизм релаксации, как анизотропное обменное взаимодействие электрона и дырки [9], проявляющийся при оптической ориентации спинов, должен быть сильно подавлен в КТ рассматриваемого типа изза быстрого разрыва связи между электроном и дыркой неоднородным электрическим полем.

## 2. Модель гетероструктуры с мозаичным электродом

Для создания ансамбля КТ мозаичный электрод должен иметь множество отверстий, однако для упрощения задачи мы будем рассматривать электрод с одиночным круглым отверстием радиуса  $R_0$ . Как показывает расчет, неоднородный потенциал, создаваемый отверстием, достаточно быстро убывает в латеральном направлении (вдоль слоя КЯ) и становится пренебрежимо малым на расстоянии  $2R_0$  от центра отверстия.

Рассмотрим структуру толщиной d с квантовой ямой толщиной  $d_{\rm OW}$ , расположенной на расстоянии  $d_1$  от



**Рис. 1.** Модель гетероструктуры и электродов. Обозначения даны в тексте.

поверхности. Структура помещена между проводящими пластинами бесконечно малой толщины (рис. 1). Одна из пластин (верхняя) имеет отверстие радиуса  $R_0$ , вторая (нижняя) — сплошная. Задачу удобно решать в цилиндрической системе координат (r,z). Начало координат выберем в центре отверстия, ось z направим перпендикулярно слоям структуры. В этой системе координат для верхней пластины z=0, для нижней z=d. Рассматриваются следующие граничные условия: потенциал верхней пластины V=U везде, за исключением отверстия, в пределах которого потенциал не определен; потенциал нижней пластины V=0.

На первом этапе рассмотрим распределение потенциала в области между пластинами, пренебрегая поляризацией материала гетероструктуры, т.е. рассматривая диэлектрическую проницаемость, равную проницаемости вакуума ( $\varepsilon=1$ ). Решение этой задачи помогает понять вид потенциала и поведение заряда на пластинах электрода. Во второй части работы учтем поляризацию среды ( $\varepsilon\neq1$ ). При этом пренебрежем малым различием диэлектрических проницаемостей барьерного слоя AlGaAs и квантовой ямы GaAs.

#### 3. Расчет потенциала в вакууме

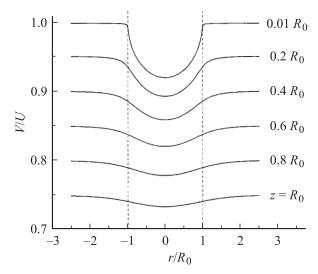
Относительно высокая (цилиндрическая) симметрия задачи допускает ее аналитическое решение для распределения потенциала между пластинами [12]:

$$V(r,z) = \frac{U}{d} \left( d - z \right) + \frac{U}{d} \frac{\sqrt{t}}{\pi} \left[ \frac{\sqrt{p}}{R_0} \operatorname{arctg} \left( \frac{R_0}{\sqrt{p}} \right) - 1 \right]. \quad (1)$$

Эллипсоидальные координаты t и p определяются выражениями:

$$t = \frac{1}{2} \left[ -R + \sqrt{R^2 + 4Q} \right], \quad p = \frac{1}{2} \left[ R + \sqrt{R^2 + 4Q} \right], \quad (2)$$

где  $R=z^2+r^2-R_0^2$ ,  $Q=(zR_0)^2$ . Пример радиального распределения потенциала для нескольких фиксированных значений координаты z приведен на рис. 2.



**Рис. 2.** Радиальное распределение потенциала на различных расстояниях z от верхнего электрода. Штриховыми линиями помечены границы отверстия.

Как видно из рисунка, в области  $r < R_0$  возникает потенциальная яма, глубина которой быстро убывает с удалением от отверстия вдоль оси z. При удалении от оси отверстия в латеральном направлении потенциал быстро убывает и становится едва заметным для  $r > 2R_0$ . Глубина потенциальной ямы зависит от радиуса отверстия  $R_0$ , толщины структуры d и потенциала U.

Распределение плотности заряда на верхней пластине (для  $r>R_0$ ) описывается выражением

$$\rho(r) = \rho_0 + \rho_0 \frac{2}{\pi} \left[ \frac{R_0}{\sqrt{r^2 - R_0^2}} - \arcsin\left(\frac{R_0}{r}\right) \right], \quad (3)$$

где  $\rho_0=U/(4\pi d)$ . Анализ этого выражения показывает, что плотность заряда остается практически постоянной везде, за исключением непосредственной близости к краю отверстия, где она быстро возрастает. Мы используем этот факт для приближенного решения задачи о распределении потенциала при наличии поляризуемой среды между пластинами. Для этой цели мы заменим распределение (3) приближенным распределением с  $\delta$ -образной особенностью на границе отверстия:

$$\rho_1(r) = \rho_0 \theta(r - R_0) + \rho_0 \frac{R_0}{2} \delta(R_0 - r), \qquad (3')$$

где  $\theta$  — функция Хевисайда. Суммарный заряд, распределенный на границе отверстия, равен заряду площадки  $S=\pi R_0^2$  с равномерно распределенным зарядом плотности  $\rho_0$ . Физическое обоснование этого условия следует из простого соображения, что вдалеке от отверстия  $(z\gg R_0)$  потенциал электрического поля совпадает с однородным потенциалом в плоском конденсаторе без отверстий. Отметим, что интегрирование 2-го слагаемого выражения (3) приводит к тому же результату. Для

нижней пластины мы выберем постоянное распределение заряда,  $\rho_2(r)=-\rho_0$ , которое хорошо согласуется с результатами расчета для достаточно толстой гетероструктуры  $(d>4R_0)$ . Как мы увидим далее, именно этот случай представляет наибольший интерес.

Замена реального распределения заряда (3) его приближенным выражением (3') позволяет вычислять распределения потенциала во всем пространстве между пластинами по стандартной формуле электростатики (см., например, [13]):

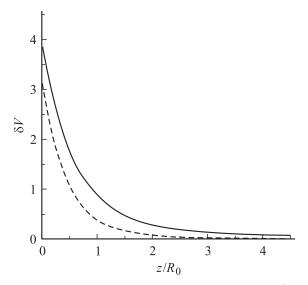
$$V(r,z) = \sum_{i=1,2} \int_{0}^{\infty} dr_{1}$$

$$\times \int_{0}^{2\pi} d\alpha \frac{\rho_{i}(r_{1})r_{1}}{\sqrt{(z-z_{i})^{2} + r^{2} + r_{1}^{2} - 2rr_{1}\cos\alpha}}.$$
 (4)

Суммирование в выражении (4) проводится по обеим пластинам конденсатора;  $z_1=0,\ z_2=d.$  Мы рассчитали глубину потенциальной ямы под отверстием,  $\delta V=V(\infty,z)-V(0,z),$  на различных расстояниях от него для достаточно толстого конденсатора  $(d>4R_0),$  в котором распределение заряда на нижней пластине является равномерным, и она не дает вклада в формирование потенциальной ямы. Интегрирование выражения (4) приводит к явному выражению:

$$\delta V = \pi \rho_0 R_0 \left( \frac{2}{z/R_0 + \sqrt{1 + (z/R_0)^2}} - \frac{1}{\sqrt{1 + (z/R_0)^2}} \right). \tag{5}$$

График зависимости глубины потенциальной ямы в относительных единицах приведен на рис. 3. Видно, что



**Рис. 3.** Зависимость глубины потенциальной ямы (в единицах  $\rho_0 R_0$ ) от расстояния до верхней пластины электрода (в единицах  $y=z/R_0$ ). Сплошной линией показана точная зависимость (расчет по формуле (5')), штриховой — приближенная зависимость (расчет по формуле (5)).

глубина ямы существенно убывает с расстоянием и при  $z>4R_0$  практически обращается в нуль. Для сравнения на этом рисунке приведен результат расчета глубины потенциальной ямы по формуле:

$$\delta V = 4\rho_0 R_0 \left[ 1 - \frac{z}{R_0} \operatorname{arctg} \left( \frac{R_0}{z} \right) \right], \tag{5'} \label{eq:deltaV}$$

следующий из точного решения (1). Видно, что полученные кривые несколько расходятся, что позволяет оценить точность сделанного нами приближения. Важно подчеркнуть, что приближенное решение дает немного меньшую глубину потенциальной ямы. Приведенные далее результаты для гетероструктуры в электрическом поле, полученные с использованием приближенного решения, также дают немного заниженное значение для глубины потенциальной ямы и расстояния между электронными уровнями (см. разд. 4 и 5). Реальные значения этих величин могут быть даже более оптимистичны.

#### 4. Распределение потенциала в гетероструктуре

Диэлектрические постоянные материалов рассматриваемой гетероструктуры достаточно велики:  $\varepsilon(GaAs) =$  $= 12.4, \ \ \varepsilon(Al_{0.3}Ga_{0.7}As) = 11.7 \ \ [14]. \ \$ Вследствие этого, электрическое поле вызывает значительную поляризацию материала и тем самым приводит к появлению связанного заряда. Неоднородная часть электрического поля в окрестности отверстия приводит к появлению объемного связанного заряда. Это сильно усложняет решение задачи и делает невозможным точное аналитическое решение даже для интересующих нас характеристик потенциальной ямы. В связи с этим мы провели на первом этапе численный расчет потенциала, который позволил обосновать приближения, использованные для последующего аналитического решения задачи. Для простоты мы пренебрегли небольшим различием диэлектрических постоянных материалов GaAs и Al<sub>0.3</sub>Ga<sub>0.7</sub>As.

#### 4.1. Численный расчет

Согласно принципу суперпозиции, реальный потенциал можно представить как сумму потенциалов, создаваемых плоским конденсатором со сплошными пластинами и заряженным диском радиуса  $R_0$  с распределением заряда:

$$\rho_d(r) = -\rho_0 \left[ 1 - \frac{R_0}{2} \, \delta(r - R_0) \right]. \tag{6}$$

Сумма этого заряда и постоянного заряда  $\rho_0$  дает распределение (3') заряда на пластине с отверстием. Распределение связанного заряда, обусловленного поляризацией среды, для плоского конденсатора известно: он локализуется только на поверхностях гетероструктуры. Поэтому рассчитывались только связанный заряд и потенциал, создаваемые заряженным диском. Поскольку

распределение связанного заряда  $\rho_s$ , заранее неизвестно, расчет производился при помощи итерационного метода по формуле, являющейся обобщением формулы (4):

$$V(r,z) = \int_{0}^{\infty} dz_{1} \int_{0}^{\infty} dr_{1}$$

$$\times \int_{0}^{2\pi} d\alpha \frac{\{\delta(z_{1})\rho_{d}(r_{1}) + \rho_{s}(r_{1}, z_{1})\}r_{1}}{\varepsilon\sqrt{(z - z_{1})^{2} + r^{2} + r_{1}^{2} - 2rr_{1}\cos\alpha}}. \quad (7)$$

На первом шаге объемный заряд полагался равным нулю. На каждом последующем шаге он вычислялся из уравнения Пуассона,  $\rho_s = \Delta V(\varepsilon-1)/4\pi$ , с использованием потенциала, вычисленного на предыдущем шаге. Стоит отметить, что используемый метод итераций расходится, если на первом же шаге использовать реальное (большое!) значение диэлектрической проницаемости. Чтобы избежать этого, величина диэлектрической проницаемости увеличивалась пошагово, и на каждом шаге производилось несколько итераций, чтобы получить самосогласованное решение задачи.

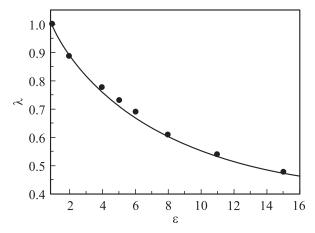
Численный расчет показал, что основная часть связанного заряда скапливается вблизи заряженного диска (поверхностный заряд), причем в области под диском  $(r < R_0)$  плотность заряда практически не зависит от радиальной координаты r. При удалении от диска в направлении z плотность связанного заряда быстро убывает и уже на расстоянии  $z=0.1R_0$  примерно в 20 раз меньше плотности заряда вблизи поверхности. В окрестности края диска возникает связанный заряд противоположного знака. Профиль рассчитанного потенциала в гетероструктуре, создаваемого заряженным диском, близок к профилю потенциала в вакууме (рис. 2). Основное отличие состоит в том, что глубина потенциальной ямы уменьшается с ростом  $\varepsilon$ .

### 4.2. Приближенное аналитическое решение задачи для диэлектрика

При аналитическом решении задачи мы пренебрегли связанным зарядом, индуцируемым в объеме гетероструктуры, и учитывали только связанный заряд, возникающий в плоскости расположения диска. В расчете предполагалось, что при  $r < R_0$  плотность связанного заряда постоянна и равна  $\rho_s = -\rho_0(\lambda-1)$ , где параметр  $\lambda < 1$  требует отдельного вычисления. Из закона сохранения заряда следует, что на границе диска должен появиться связанный заряд противоположного знака, в сумме равный  $-\pi \rho_s R_0^2$ . Таким образом, распределение суммарного заряда оказывается пропорциональным распределению свободного заряда:

$$\rho_t(r) = \rho_d(r) + \rho_s(r) = \lambda \rho_d(r). \tag{8}$$

Коэффициент  $\lambda$  зависит от величины диэлектрической проницаемости и может быть найден из закона сохранения энергии системы зарядов. В общем случае энергия



**Рис. 4.** Зависимость коэффициента  $\lambda$  от диэлектрической постоянной  $\varepsilon$ . Сплошная линия — расчет по формуле (11), символы — численный расчет.

системы зарядов с плотностью  $\rho(r)$  определяется выражением

$$E = \int_{0}^{2\pi} d\alpha \int_{0}^{R_0} \frac{\rho(r)V(r)}{2} r \, dr, \tag{9}$$

где V(r) — профиль потенциала в плоскости диска. В случае вакуума между пластинами конденсаторов, потенциал можно приближенно рассматривать как параболический:  $V(r) = \delta V(r^2/R_0^2-1)$ , где  $\delta V = \pi \rho_0 R_0$  — глубина потенциальной ямы. Его подстановка в формулу (9) дает явное выражение для энергии системы зарядов в вакууме:  $E_{\rm vac} = \delta V^2/2$ . При наличии среды между пластинами эта энергия перераспределяется между энергией, затрачиваемой на поляризацию среды (создание диполей),  $E_{\rm dip}$ , и энергией свободных и связанных зарядов в поле этих зарядов,  $E_q$ . Последняя величина легко вычисляется,  $E_q = \lambda^2 E_{\rm vac}$ , поскольку как суммарный заряд, так и глубина потенциальной ямы при поляризации среды изменяются в  $\lambda$  раз. Энергия, затрачиваемая на создание диполей, определяется выражением

$$E_{\text{dip}} = \int_{0}^{2\pi} d\alpha \int_{0}^{R_0} \frac{\bar{P}(r)\bar{E}(r)}{2} r dr$$
$$= \int_{0}^{2\pi} d\alpha \int_{0}^{R_0} \frac{\chi \left[\frac{\partial}{\partial r} V(r)\right]^2}{2} r dr, \tag{10}$$

где  $\chi = (\varepsilon - 1)/4\pi$  — диэлектрическая восприимчивость вещества. Интегралы в выражении (10) легко вычис-

ляются, что дает  $E_{\rm dip}=\lambda^2(\varepsilon-1)^2\delta V^2/8$ . Из равенства энергий,  $E_{\rm vac}=E_q+E_{\rm dip}$ , вытекает зависимость коэффициента  $\lambda$  от  $\varepsilon$ :

$$\lambda = 2/\sqrt{\varepsilon + 3}.\tag{11}$$

Мы использовали выражения (7), (8) и (11) для аналитического расчета глубины потенциальной ямы в гетероструктуре как функции  $\varepsilon$  при заданной разности потенциалов между электродами. Полученная при этом зависимость для параметра  $\lambda$  хорошо согласуется с результатами численного расчета (рис. 4). Это означает, что использованное приближение для распределения связанного заряда дает достаточно точный результат.

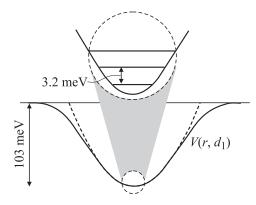
Пользуясь этим приближением, мы сосчитали также крутизну b параболического потенциала вблизи дна потенциальной ямы, определяемую выражением  $V(r,z)=(b/2)r^2$ . Она определяется второй производной потенциала V(r,z) при r=0, задаваемого формулой (7):

$$b = \frac{3Uy}{4dd_1\sqrt{\varepsilon + 3}\left(\sqrt{1 + y^2}\right)^5},\tag{12}$$

где  $y=d_1/R_0$ . Полученные выражения позволяют определить уровни размерного квантования в потенциальной яме, создаваемой неоднородным электрическим полем.

#### Расчет энергетической структуры уровней

Ключевым вопросом для рассматриваемой задачи является энергетическая структура уровней электрона в потенциале, созданном мозаичным электродом в плоскости квантовой ямы, т.е. на расстоянии  $z=d_1$  от отверстия (рис. 1). При низкой температуре имеет смысл обсуждать только несколько нижайших энергетических уровней электрона, расположенных вблизи дна потенциальной ямы, где она в хорошем приближении является



**Рис. 5.** Потенциальная яма на глубине  $d_1=60\,\mathrm{hm}$  при оптимальном значении радиуса отверстия  $R_0=120\,\mathrm{hm}$ ,  $\varepsilon=12$ , напряженности поля  $F=100\,\mathrm{kB/cm}$ . Пунктиром показан параболический потенциал, вычисленный аналитически (см. разд. 4.2). Вверху в увеличенном масштабе показана структура уровней вблизи дна потенциальной ямы.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Как свободные, так и связанные заряды в нашем приближении являются поверхностными, поэтому при расчете потенциальной энергии элементарного заряда в поле остальных зарядов мы не должны учитывать диэлектрическую проницаемость среды, входящую в формулу (7).

параболической (рис. 5). В потенциальной яме, имеющей цилиндрическую симметрию, состояния электрона характеризуются определенными значениями орбитального момента. Если электрон находится в возбужденных состояниях с ненулевым моментом, то его спин может легко релаксировать вследствие спин-орбитального взаимодействия. Для подавления этого механизма релаксации необходимо, чтобы нижайшее электронное состояние было хорошо отщеплено от состояний с ненулевым орбитальным моментом. Другими словами, энергетический зазор между этими состояниями должен значительно превосходить тепловую энергию. Только в этом случае электрон основное время будет проводить на нижайшем состоянии, и его спин не будет теряться.

#### 5.1. Энергетическая структура уровней в квантовой яме с латеральным ограничением движения. Решение уравнения Шредингера

Трехмерный потенциал, создаваемый барьерными слоями в направлении *z* и мозаичным электродом с одним круглым отверстием в латеральном направлении, имеет цилиндрическую симметрию. Поскольку нас интересуют только нижайшие состояния электрона, мы для простоты будем считать барьерные стенки в *z*-направлении бесконечно высокими, а для латерального направления ограничимся параболическим приближением. Тогда потенциал может быть записан в виде

$$V(r,z) = \begin{bmatrix} \frac{br^2}{2}, & |z| < d_{\text{QW}}/2, \\ \infty, & |z| > d_{\text{QW}}/2. \end{bmatrix}$$
(13)

Кривизна потенциальной ямы, b, зависит от расстояния до поверхности  $d_1$  (см. выражение (12)). Мы рассматриваем структуры с тонкими квантовыми ямами, толщины которых  $d_{\mathrm{QW}}$  существенно меньше толщины гетероструктуры d, поэтому можно считать, что при изменении расстояния на  $d_{\mathrm{QW}}$  крутизна потенциала меняется слабо,  $d \approx \mathrm{const.}$ 

Уравнение Шредингера в цилиндрических координатах для такого потенциала решается при помощи разделения переменных. Волновая функция  $\Psi(r,\varphi,z)$  представляется в виде  $\Psi(r,\varphi,z)=u(r,\varphi)Z(z)$ . Подстановка этой функции в уравнение Шредингера приводит к разбиению его на два уравнения. Одно из них описывает квантование движения электрона в направлении z и в случае бесконечно высоких барьеров дает простое аналитическое выражение для энергии уровней размерного квантования, отсчитываемой от дна зоны проводимости (см., например, [15]). Второе уравнение описывает круговой осциллятор, для которого решение уравнения Шредингера также хорошо известно [15]. Решение уравнения достигается дальнейшим разделением переменных:  $u(r,\varphi)=v(r)\exp(il\varphi)$ , где l— целое

число. Полная система уровней энергии определяется выражением

$$E_{k,n,l} = \frac{\hbar^2}{2m^*} \left( k^2 \left( \frac{\pi}{d_{\text{OW}}} \right)^2 \right) + \hbar \omega (n+1),$$
 (14)

где  $n=|l|+2n_r$  — главное квантовое число,  $n_r$  и l — радиальное и орбитальное квантовые числа,  $\hbar\omega=\hbar\sqrt{be/m^*}$  — энергия перехода между соседними уровнями кругового осциллятора. Здесь  $m^*$  — эффективная масса электрона; квантовые числа могут иметь значения:  $k=1,2,\ldots,n_r=0,1,\ldots,l=0,\pm 1,\ldots$ 

Первое слагаемое в выражении (14) определяет уровни квантования в прямоугольной потенциальной яме. Поскольку толщина КЯ невелика (мы рассматриваем КЯ толщиной 10 нм), расстояние между этими уровнями составляет десятки мэВ, и мы можем рассматривать только нижайший уровень (k=1) квантования движения в этом направлении.

Второе слагаемое описывает уровни энергии кругового осциллятора. В основном состоянии, n=0, орбитальный момент электрона равен нулю. Однако уже в первом возбужденном состоянии появляется ненулевой момент, так как  $l\neq 0$ , и его заселение приводит к быстрой релаксации спина в результате спин-орбитального взаимодействия. Поэтому интерес представляет расстояние между нижайшими электронными уровнями кругового осциллятора, которое с учетом формул (12) и (14) определяется выражением

$$\Delta E = \hbar \omega = \hbar \sqrt{\frac{3Ue}{4dd_1 m^* \sqrt{\varepsilon + 3}}} \sqrt{\frac{y}{(1 + y^2)^{5/2}}}, \quad (15)$$

где  $y=d_1/R_0$ . Полученное выражение является итоговым и определяет зависимость энергетического зазора между уровнями от параметров структуры и электродов. В частности, из него легко определить оптимальный радиус отверстия  $(R_0=2d_1)$ , при котором энергетический зазор максимален при заданной глубине залегания квантовой ямы  $d_1$ .

#### 6. Обсуждение полученных результатов

Выполненный анализ электростатической задачи позволил получить достаточно точные аналитические выражения для глубины потенциальной ямы и ее профиля вблизи дна, которые хорошо согласуются с численным расчетом (рис. 5). Определена энергетическая структура электрона в КТ, индуцированной неоднородным электрическим полем. Согласно проведенным расчетам, наиболее сильное расщепление энергетических уровней достигается в структурах, в которых квантовая яма расположена максимально близко к поверхности гетероструктуры (рис. 4). Однако, как указывалось выше (см. Введение), толщина верхнего барьерного слоя  $d_1$  не

может быть сделана сколь угодно малой без потери качества квантовой ямы. Опыт показывает, что минимально допустимая величина  $d_1$  составляет примерно 50 нм. В действительности, толщину барьера можно несколько увеличить, поскольку, согласно результатам расчета, при оптимальном радиусе отверстия энергетический зазор между основным и возбужденным уровнями достаточно слабо зависит от  $d_1$  (см. формулу (15)). Это позволит повысить качество структуры, сохранив ее релаксационные характеристики.

Оптимальный радиус отверстия мозаичного электрода зависит только от толщины барьерного слоя. Отметим, что, согласно формуле (15), энергетический зазор между уровнями относительно мало меняется при варьировании радиуса вблизи оптимального значения  $R_0=2d_1$ . К примеру, если изменять радиус  $R_0$  в пределах от  $1.25d_1$  до  $3.5d_1$ , то энергетический зазор  $\Delta E$  уменьшится менее чем на 10%.

Определенные ограничения на глубину потенциальной ямы и соответственно на расстояния между уровнями связаны с ограничениями на допустимые значения напряженности электрического поля, при которых еще нет опасности пробоя гетероструктуры. Критическая величина напряженности поля в структуре зависит от качества структуры. В структурах высокого качества она порядка 100 кВ/см [11].

Другим нежелательным явлением, возникающим в сильных электрических полях, является туннелирование электрона из квантовой ямы. Туннелирование может привести к интенсивному уходу электронов из квантовой ямы и тем самым может уменьшить время жизни спина электрона. Время туннелирования электрона из квантовой ямы можно оценить по следующей формуле [11]:

$$R = \frac{\pi\hbar}{2m^*L^2} \exp\left\{-\frac{4}{3\hbar eF} \sqrt{2m^*I^3}\right\},\,$$

где I — энергия ионизации электрона, L — эффективная толщина барьерного слоя. Оценка показывает, что если напряженность электрического поля в структуре  $F \leq 100~\mathrm{kB/cm}$ , то время пребывания электрона в квантовой яме существенно превосходит  $10^{-6}~\mathrm{c}$ . Это время является достаточно большим для возможных практических приложений.

В качестве примера использования полученных выше выражений с учетом ограничений на толщину барьера и напряженность электрического поля мы рассчитали глубину потенциальной ямы,  $\delta V$ , и энергию перехода электрона в состояние с ненулевым орбитальным моментом,  $\Delta E$ , для конкретной структуры (рис. 5). Глубина потенциальной ямы, возникающей в такой системе, оказывается достаточно большой,  $\delta V \approx 100\,\mathrm{mg}$ , благодаря чему энергетическое расщепление  $\Delta E$  почти в десять раз превышает тепловую энергию kT при гелиевой температуре. При таком энергетическом зазоре время жизни спина электрона должно увеличиться приблизительно на

4 порядка по отношению ко времени жизни в объемном материале. Учитывая, что даже в объемном GaAs время жизни спина составляет десятки или сотни наносекунд [16–18], можно ожидать, что рассматриваемый способ локализации электронов окажется эффективным для создания ячеек спиновой памяти.

#### 7. Заключение

Проведенный расчет показывает, что локализация электронов неоднородным электрическим полем, создаваемым мозаичным электродом, возможна даже с учетом существующих ограничений для реальных структур. При разумном выборе геометрии электрода и напряженности поля в структурах с индуцированными КТ, энергетический зазор между нижайшими уровнями электрона может значительно превышать тепловую энергию при температуре жидкого гелия. Как следствие, в значительной степени может быть подавлен механизм потери спина электрона в результате спин-орбитального взаимодействия, и тем самым на порядки может увеличиться время жизни спина электрона. Это откроет перспективы реализации устройств записи и хранения информации, созданных на основе структур с КТ такого типа.

Авторы благодарят Г.Г. Козлова и И.Я. Герловина за плодотворное обсуждение работы.

Работа поддержана грантом МНТЦ № 2679, грантами Министерства образования и науки и РФФИ.

#### Список литературы

- D.D. Awshalom, D. Loss, N. Samarth. Semiconductor spintronics and Quantum Computation (Springer Verlag, Berlin, 2002).
- [2] T. Fujisawa, D.G. Austing, Y. Tokura, Y. Hirayama, S. Tarucha. Nature, 419, 278 (2002).
- [3] J.M. Elzerman, R. Hanson, L.H. Willems van Beveren. Nature, 430, 431 (2004).
- [4] M. Kroutvar, Y. Ducommun, D. Heiss, M. Bichler, D. Schuh, G. Abstreiter, J. Finley. Nature, 432, 81 (2004).
- [5] M. Ikezawa, B. Pal, Y. Masumoto, I.V. Ignatiev, S.Yu. Verbin, I.Ya. Gerlovin. Phys. Rev. B, 72, 153 302 (2005).
- [6] B. Pal, M. Ikezawa, Y. Masumoto, I. Ignatiev. J. Phys. Soc. Japan, 75, 054 702 (2006).
- [7] S. Chou, P. Krauss, W. Zhang. J. Vac. Sci. Tecnol. B, 15 (6), 2897 (1997).
- [8] E. Kawamato, K. Kimura, J. Nakazato. Hitachi Rev., 48 (6), 334 (1999).
- [9] Оптическая ориентация, ред. Б.П. Захарченя, Ф. Майер (Л., Наука, 1989).
- [10] Л. Ченг, К. Плог. Молекулярно-лучевая эпитаксия и гетероструктуры (М., Мир, 1989).
- [11] R. Oulton, J.J. Finley, A.D. Ashmore, I.S. Gregory. Phys. Rev. B, 66, 045 313 (2002).
- [12] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Электродинамика сплошных сред (М., Наука, 1992) задача 7 к § 4.

- [13] И.Е. Тамм. Основы теории электричества (М., Наука, 1989) гл. 2, § 20.
- [14] J.S. Blakemore. J. Appl. Phys., 53, R123 (1982).
- [15] З. Флюгге. Задачи по квантовой механике (М., Мир, 1974) т. 1, гл. 2, с. 120.
- [16] J.M. Kikkawa, D.D. Awshalom. Phys. Rev. Lett., 80, 4313 (1998).
- [17] R.I. Dzioev, K.V. Kavokin, V.L. Korenev, M.V. Lazarev, B.Ya. Meltser, M.N. Stepanova, B.P. Zacharchenya, D. Gammon, D.S. Katser. Phys. Rev. B, 66, 245 204 (2002).
- [18] J.L. Colton, T.A. Kennedy, A.S. Bracker, D. Gammon. Phys. Rev. B, 69, 121 307 (2004).

Редактор Л.В. Беляков

# Energy structure of quantum dots induced by non-uniform electric field in quantum wells

V.A. Nicoluck, I.V. Ignatiev

St. Petersburg State University, Institute of Physics, 198504 Petrodvorets, Russia

Abstract The work is devoted to theoretical consideration of quantum dots (QDs), induced with non-uniform electric field in a heterostructure with a single thin quantum well. The electric field is created with a bias applied to a mosaic electrode with regular system of the nanometer holes. A structure with a single hole in the electrode is considered. Numerical and analytical calculations of the potential profile in the heterostructure are performed. Dependence of the potential well depth on the structure parameters is obtained and the potential profile near the well bottom is determined. The energy level structure near the potential well bottom is calculated. Optimal parameters of the mosaic electrode for efficient electron spin conservation are determined. It is shown that, in the QDs of such type, electron spin lifetime in the microsecond time scale should be expected.