

О влиянии медленных электронов на полевые зависимости коэффициента Холла для твердых растворов $\text{Cd}_x\text{Hg}_{1-x}\text{Te}$ при $T = 77\text{ K}$

© А.Г. Белов[¶], И.М. Белова^{*¶}, В.Е. Каневский, М.С. Свиридов, А.А. Шленский

Федеральное государственное унитарное предприятие „Гиредмет“,
119017 Москва, Россия

* Московский государственный индустриальный университет,
115280 Москва, Россия

(Получена 6 февраля 2007 г. Принята к печати 7 февраля 2007 г.)

Разработан алгоритм, позволяющий путем подгонки расчетной зависимости коэффициента Холла от индукции магнитного поля $R(B)$ под экспериментальные данные определять значения статистических весов и подвижностей свободных носителей заряда. Модель применена для описания зависимостей $R(B)$, полученных для материала $\text{Cd}_x\text{Hg}_{1-x}\text{Te}$ ($x \approx 0.2$) при температуре жидкого азота. Показано, что экспериментальные данные удовлетворительно описываются моделью, предполагающей наличие в образцах быстрых и медленных электронов. Установлено, что вклад медленных электронов тем значительнее, чем сильнее зависимость $R(B)$.

PACS: 71.55.Gs, 72.20.Mu, 73.25.+i

1. Введение

Твердые растворы $\text{Cd}_x\text{Hg}_{1-x}\text{Te}$ (КРТ) широко используются в приемниках инфракрасного излучения, работающих в спектральных диапазонах 3–5 и 8–12 мкм. За несколько десятков лет активного внедрения упомянутых соединений в микрофотозлектронику выполнен большой объем исследований фотоэлектрических, оптических и гальваномагнитных свойств этих материалов.

Несмотря на значительное число публикаций, вопрос об интерпретации данных гальваномагнитных измерений остается пока не решенным, особенно в части определения концентраций и подвижностей свободных носителей заряда. Поскольку в твердых растворах $\text{Cd}_x\text{Hg}_{1-x}\text{Te}$ ($x \approx 0.2$) при $T = 77\text{ K}$ в общем случае присутствуют электроны (концентрация n), легкие (p_l) и тяжелые (p_h) дырки, экспериментально наблюдаемая зависимость коэффициента Холла от индукции магнитного поля $R(B)$, будет определяться соотношениями концентраций и подвижностей свободных носителей заряда трех перечисленных типов [1].

Так, для образцов КРТ, в которых концентрация электронов при $T = 77\text{ K}$ превалирует, зависимость $R(B)$ определяется лишь холл-фактором и выражена слабо. При увеличении концентрации дырок коэффициент Холла начинает зависеть от B , оставаясь отрицательным. Если $p_h \gtrsim 10^{15}\text{ см}^{-3}$, то при увеличении B происходит инверсия знака $R(B)$, а при $p_h \gtrsim 10^{16}\text{ см}^{-3}$ $R(B) > 0$ в диапазоне $0.05 \lesssim B \lesssim 1.4\text{ Тл}$ [1]. Соответственно для определения концентраций и подвижностей свободных носителей заряда необходимо измерять зависимость $R(B)$ в возможно более широком диапазоне магнитных полей.

Цель данной работы заключалась в разработке алгоритма, позволяющего путем подгонки расчетной зависимости $R(B)$ под экспериментальную определять параметры свободных носителей заряда.

2. Основные соотношения (описание математической модели)

Известно (см., например, [2]), что если в образце присутствуют свободные носители заряда нескольких типов, то зависимость коэффициента Холла от индукции магнитного поля выражается соотношением

$$R = \frac{\sum_i e_i n_i \left\langle \frac{\mu_i^2}{1 + \mu_i^2 B^2} \right\rangle}{\left(\sum_i e_i n_i \left\langle \frac{\mu_i}{1 + \mu_i^2 B^2} \right\rangle \right)^2 + B^2 \left(\sum_i e_i n_i \left\langle \frac{\mu_i^2}{1 + \mu_i^2 B^2} \right\rangle \right)^2}. \quad (1)$$

Здесь e_i — заряд (со знаком „+“ или „–“), n_i — концентрация, μ_i — подвижность (со знаком „+“ или „–“) носителя заряда i -го типа. Угловые скобки означают усреднение по квазиимпульсу.

В дальнейшем будем пренебрегать тепловым разбросом скоростей носителей заряда и все холл-факторы будем считать равными единице.

По аналогии с [3,4] введем следующие обозначения:

$$f_i = \frac{e_i \mu_i n_i}{\sum_i e_i \mu_i n_i}. \quad (2)$$

Безразмерная величина f_i — это „статистический вес“ носителей заряда i -го типа, т.е. их вклад в общую проводимость образца. Поскольку e_i и μ_i берутся со своими знаками, всегда выполняется условие $f_1 > 0$. Кроме того, из (2) следует, что

$$\sum_i f_i = 1. \quad (3)$$

[¶] E-mail: bagira@girmet.ru

Факс: (495) 953-9490

^{¶¶} E-mail: belova@mail.msiu.ru

С учетом соотношения (2) формула (1) может быть преобразована к виду

$$R = \frac{\rho \sum_i \frac{f_i \mu_i}{1 + \mu_i^2 B^2}}{\left(\sum_i \frac{f_i}{1 + \mu_i^2 B^2} \right)^2 + B^2 \left(\sum_i \frac{f_i \mu_i}{1 + \mu_i^2 B^2} \right)^2}, \quad (4)$$

где

$$\rho = 1/\sigma = 1/\sum_i e_i \mu_i n_i \quad (5)$$

— удельное сопротивление образца в отсутствие магнитного поля.

При выводе формулы (4) мы предполагали, что все носители заряда распределены по образцу равномерно. Однако если предположить, что носители заряда i -го типа сосредоточены лишь в некоторой области образца (слоистая структура), то можно показать, что и тогда формула (4) будет справедлива.

В этом и состоит преимущество данного подхода, когда определенный тип носителей заряда описывается лишь статистическим весом f_i и подвижностью μ_i . При этом совершенно не важно, где именно располагаются носители заряда данного типа: занимают ли они весь объем образца или сосредоточены в некотором слое толщиной d_i . Подобный подход в принципе применим к многослойным структурам.

Нетрадиционный формализм, когда вклад от определенного типа носителей заряда описывается его статистическим весом, был предложен в работах [3,4] применительно к анализу зависимостей магнитосопротивления от индукции магнитного поля; мы же использовали подобный алгоритм для анализа зависимостей $R(B)$.

Если образец представляет собой слоистую структуру, то вместо объемных концентраций n_i целесообразно ввести их плоскостные (sheet) аналоги N_i , определив их соотношениями

$$N_i = n_i d_i = \frac{\sigma_i d_i}{e_i \mu_i}, \quad (6)$$

где σ_i — проводимость, обусловленная носителями заряда i -го типа.

Для многослойной структуры суммарная проводимость образца в отсутствие магнитного поля, σ , может быть записана в виде [5]

$$\sigma = 1/\rho = \frac{1}{d} \sum_i \sigma_i d_i, \quad (7)$$

где d — толщина образца. Подставив в (7) вместо σ_i выражение, взятое из (6), получим

$$\sigma = 1/\rho = \frac{1}{d} \sum_i e_i \mu_i N_i. \quad (8)$$

В формулу (8) входит только экспериментально измеряемая толщина образца d . Учитывая (2) и (8),

соотношение (6) можно записать в виде

$$N_i = \frac{df_i}{e_i \mu_i \rho}. \quad (9)$$

Для математической обработки экспериментальных данных нами была разработана компьютерная программа, которая путем подгонки расчетной зависимости $R(B)$ (4) под экспериментально наблюдаемую кривую позволяет получить значения варьируемых подгоночных параметров f_i и μ_i . Подгонка осуществлялась путем минимизации функционала:

$$\Phi = \sum_{j=1}^m (R_{j_c} - R_{j_e})^2, \quad (10)$$

где m — число точек измерения; R_{j_c} и R_{j_e} — соответственно расчетные и экспериментальные значения коэффициента Холла в j -й точке.

Минимизация функционала Φ (10) проводилась с использованием метода Левенберга–Маркуарта [6]. Этот алгоритм успешно применяется для подгонки нелинейных функций методом наименьших квадратов.

В результате процедуры минимизации функционала Φ определялись значения f_i и μ_i и по полученным значениям вычислялись значения N_i (9).

3. Методика эксперимента

Измерения электрофизических параметров образцов КРТ проводились по методу Ван-дер-Пау [7,8] при $T = 77$ К. Исследуемые образцы представляли собой пластины толщиной около 1 мм; форма пластин была близка к прямоугольной с размерами не более 20×20 мм.

Монокристаллические пластины КРТ вырезались из слитков, полученных методом Бриджмена, после чего подвергались механической и химико-механической полировке с использованием травителя, состоящего из 4% раствора Br_2 в HBr или 8% Br_2 в этиловом спирте.

С помощью микропаяльника к одной из плоских поверхностей пластины припаивались контакты. В качестве припоя использовался In (с чистотой 00) или In с чистотой 000. Два образца с контактами закреплялись на держателе, который помещался в открытый криостат. Последний располагался между полюсами электромагнита (диаметр полюсов — 90 мм, расстояние между ними — 17 мм). Коэффициент Холла измерялся в диапазоне (0.1–1.4) Тл.

4. Экспериментальные результаты и их обсуждение

Результаты измерений удельного сопротивления при $B = 0$ и коэффициента Холла при нескольких значениях магнитного поля, $T = 77$ К для 8 образцов $\text{Cd}_x\text{Hg}_{1-x}\text{Te}$

Данные гальваномагнитных измерений монокристаллических пластин КРТ и значения параметров, полученные в результате подгонки

Образец	Экспериментальные данные				Результаты подгонки					
	Толщина, d , мм	Удельное сопротивление, ρ , Ом·см ($T = 77$ К)	Коэффициент Холла R , $\text{см}^3/\text{Кл}$ ($T = 77$ К)		f_1	μ_1 , $\text{см}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$	μ_2 , $\text{см}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$	N_1 , см^{-2}	N_2 , см^{-2}	N_1/N_2
			Индукция магнитного поля B , Тл							
			0.1	1.4						
1	0.92	0.157	-25900	-24180	0.991	-166000	-17900	$2.19 \cdot 10^{13}$	$1.84 \cdot 10^{12}$	11.87
2	1.03	0.255	-50300	-44300	0.976	-203000	-21000	$1.21 \cdot 10^{13}$	$2.89 \cdot 10^{12}$	4.21
3	0.97	0.390	-60700	-41100	0.956	-161000	-10600	$9.22 \cdot 10^{12}$	$6.47 \cdot 10^{12}$	1.43
4	0.84	0.357	-56400	-33400	0.936	-167000	-11700	$8.22 \cdot 10^{12}$	$8.05 \cdot 10^{12}$	1.02
5	1.00	0.473	-91100	-44600	0.910	-217000	-14000	$5.53 \cdot 10^{12}$	$8.48 \cdot 10^{12}$	0.65
6	1.14	1.300	-141000	-41000	0.803	-142000	-7680	$3.10 \cdot 10^{12}$	$1.41 \cdot 10^{13}$	0.22
7	0.98	2.050	-132000	-25700	0.658	-107000	-4680	$1.83 \cdot 10^{12}$	$2.18 \cdot 10^{13}$	0.08
8	0.80	5.486	-325000	-23400	0.631	-107000	-1000	$5.37 \cdot 10^{11}$	$3.36 \cdot 10^{13}$	0.02

Примечание. f_1, μ_1, N_1 — быстрые электроны; μ_2, N_2 — медленные электроны.

($x \approx 0.2$) представлены в таблице. Как видно из таблицы, все значения $R(B)$ отрицательны.

Сначала мы попытались описать наблюдаемые зависимости с помощью традиционной модели, предполагающей наличие в образцах КРТ электронов, легких и тяжелых дырок [1], но такой подход успехом не увенчался: расчетная кривая не соответствовала экспериментальным данным. Тогда по аналогии с [5,9] мы исключили из модели дырки, заменив их медленными электронами, — подгонка пошла гораздо успешнее. Оказалось, что данные для всех 8 образцов описываются именно такой моделью.

В этом случае общая формула (4) существенно упрощается:

$$R = \frac{-\rho \left(\frac{f_1 |\mu_1|}{1 + \mu_1^2 B^2} + \frac{(1-f_1) |\mu_2|}{1 + \mu_2^2 B^2} \right)}{\left(\frac{f_1}{1 + \mu_1^2 B^2} + \frac{1-f_1}{1 + \mu_2^2 B^2} \right)^2 + B^2 \left(\frac{f_1 |\mu_1|}{1 + \mu_1^2 B^2} + \frac{(1-f_1) |\mu_2|}{1 + \mu_2^2 B^2} \right)^2}. \quad (11)$$

В результате подгонки по описанной выше процедуре были получены значения следующих параметров: статистические веса быстрых (f_1) и медленных ($f_2 = 1 - f_1$) электронов, их подвижности μ_1 и μ_2 , а также плоскостные концентрации электронов каждого типа (N_1 и N_2).

Как видно из таблицы, по мере роста номера образца наблюдаются монотонные изменения значений f_1, N_1 и N_2 . Статистический вес быстрых электронов уменьшается, соответственно уменьшается и значение N_1 , а значение N_2 возрастает. Как следствие, отношение N_1/N_2 уменьшается.

В качестве иллюстрации, насколько хорошо используемая модель описывает экспериментальные данные, на рис. 1 приведены результаты подгонки для образцов 1, 4, 8 (см. таблицу). Из рисунка видно, что применяемая математическая модель удовлетворительно описывает экспериментальные данные.

На рис. 2 приведены результаты расчета и данные эксперимента для образца с наименее выраженной полевой зависимостью (образец 1). Погрешности измерения указаны в виде отрезков прямых. Из рис. 2 видно, что рассматриваемая модель вполне удовлетворительно описывает экспериментальные данные (кривая 1), при этом $f_1 = 0.991$, соответственно $f_2 = 0.009$ (см. таблицу). Если исключить медленные электроны (положить $f_1 = 1$), то зависимость $R(B)$ примет вид горизонтальной прямой 2, которая плохо согласуется с экспериментом.

Таким образом, из полученных данных следует, что в рассматриваемых образцах присутствуют электроны двух типов: быстрые, $\mu_1 \gtrsim 10^5 \text{ см}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$, и медленные, $\mu_2 = 10^3 - 10^4 \text{ см}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$, причем последних тем больше, чем сильнее зависимость $R(B)$.

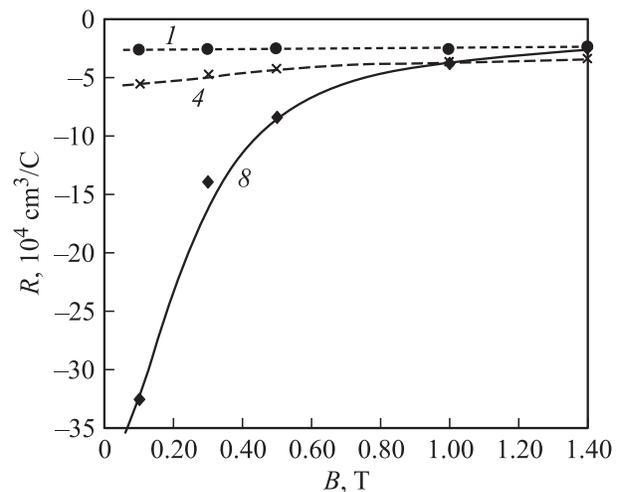


Рис. 1. Расчетные зависимости $R(B)$ и экспериментальные данные для образцов 1, 4, 8. Номера кривых соответствуют номерам образцов в таблице.

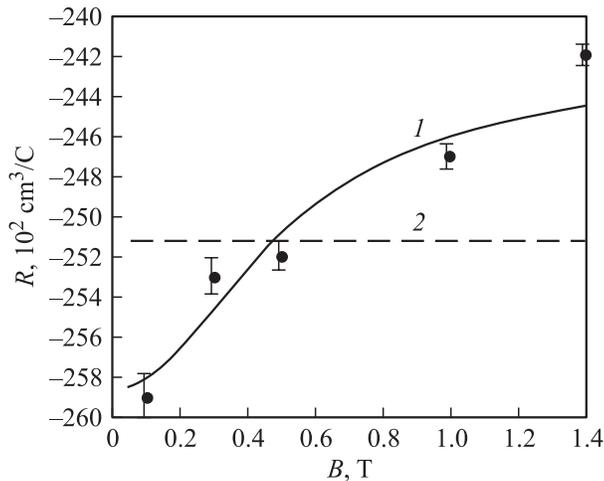


Рис. 2. Расчетные зависимости $R(B)$ и данные эксперимента для образца 1 (см. таблицу). Сплошная линия 1 — расчет для двух типов электронов (быстрых и медленных). Штриховая линия 2 — расчет в предположении наличия в образце только быстрых электронов.

Что касается природы медленных электронов, то можно сделать предположение, что они сосредоточены вблизи поверхности образца, где всегда много разного рода дефектов и поверхностных состояний. По нашему мнению, разница в подвижностях обусловлена различными механизмами рассеяния. К сожалению рассматриваемая модель не дает ответа на вопрос, где именно (в объеме образца или в узком приповерхностном слое) сосредоточены медленные электроны.

В работах [10,11] предложен метод определения концентраций и подвижностей свободных носителей заряда, основанный на построении „спектра подвижностей“ („mobility spectrum technique“). Путем математических расчетов вычисляется „плотность проводимости“ $s(\mu)$; по положениям максимумов на полученной кривой определяются подвижности и концентрации электронов ($\mu_i < 0$) и дырок ($\mu_j > 0$); число максимумов соответствует числу типов свободных носителей заряда. Этот метод требует проведения большого количества математических расчетов (построения матриц, вычисления собственных функций и т.д.) с довольно сложной процедурой определения „физических“ и „нефизических“ точек, но не дает однозначных результатов.

Для сравнения нашей модели с методом спектра подвижностей мы выбрали представленную в работе [10] зависимость $R(B)$ для образца с $\rho = 0.023$ Ом·см, $d = 10$ мкм и обработали ее по своей программе. Было показано, что рассматриваемая зависимость $R(B)$ вполне удовлетворительно описывается нашей моделью в предположении, что в образце существуют электроны двух типов: быстрые ($\mu_1 = 340\,000$ см²/(В·с), $f_1 = 0.77$) и медленные ($\mu_2 = 28\,000$ см²/(В·с), $f_2 = 0.23$), что вполне согласуется с результатами работы [12].

5. Заключение

1. Предложен простой алгоритм, позволяющий путем подгонки зависимости коэффициента Холла от магнитного поля получать значения статистических весов и подвижностей свободных носителей заряда.

2. Показано, что экспериментальные данные, полученные для материала $\text{Cd}_x\text{Hg}_{1-x}\text{Te}$ ($x \approx 0.2$) при температуре жидкого азота, удовлетворительно описываются моделью, предполагающей наличие в образцах двух типов электронов — быстрых и медленных.

Список литературы

- [1] А.Г. Белов, А.И. Белогорохов, В.М. Лакеенков. ФТП, **35**, 917 (2001).
- [2] П.С. Киреев. *Физика полупроводников* (М., Высш. шк., 1975).
- [3] J.S. Kim, D.G. Seiler, W.F. Tseng. *J. Appl. Phys.*, **73**, 8324 (1993).
- [4] J.S. Kim, D.G. Seiler. *J. Electron. Mater.*, **24**, 1305 (1995).
- [5] L.F. Lou, W.H. Frye. *J. Appl. Phys.*, **56**, 2253 (1984).
- [6] D.W. Marquardt. *J. Soc. Industr. Appl. Math.*, **11**, 431 (1963).
- [7] L.J. Van der Pauw. *Phil. Res. Rep.*, **13**, 1 (1958).
- [8] L.J. Van der Pauw. *Phil. Techn. Rep.*, **20**, 220 (1958).
- [9] K.K. Parat, N.R. Taskar, I.B. Bhat, S.K. Ghandhi. *J. Cryst. Growth*, **102**, 413 (1990).
- [10] W.A. Beck, J.R. Anderson. *J. Appl. Phys.*, **62** (2), 541 (1987).
- [11] J.R. Meyer, C.A. Hoffman, F.J. Bartoli, D.A. Arnold, S. Sivanathan, J.P. Faurie. *Semicond. Sci. Technol.*, **8**, 805 (1993).
- [12] M.B. Reine, K.R. Maschhoff, S.P. Tobin, P.W. Norton, J.A. Mroczkowski, E.E. Krueger. *Semicond. Sci. Technol.*, **8**, 788 (1993).

Редактор Т.А. Полянская

Influence of slow electrons on Hall coefficient fields dependencies for solid solutions $\text{Cd}_x\text{Hg}_{1-x}\text{Te}$ at $T = 77$ K

A.G. Belov, I.M. Belova*, V.E. Kanevsky, M.S. Sviridov, A.A. Shlensky

Federal State Unitary Enterprise „Giredmet“

119017 Moscow, Russia

* Moscow State Industrial University,

115280 Moscow, Russia

Abstract Mathematical model has been developed which gives the possibility to obtain values of statistical weight and mobility of free charge carriers by fitting theoretical Hall coefficient magnetic field dependency, $R(B)$, to experimental data. The model is applied for description of $R(B)$ -dependencies obtained for $\text{Cd}_x\text{Hg}_{1-x}\text{Te}$ ($x \approx 0.2$) samples at liquid nitrogen temperature. It is demonstrated that satisfactory agreement is obtained between experimental data and theoretical model taking into account existence of two types of electrons (fast and slow) in the samples. It is shown that the slow electron contribution increases when magnetic field dependency, $R(B)$, becomes stronger.