

14,15

Применение рекуррентной сложной сети для анализа пауз между последовательными актами разрушения механически нагруженных твердых тел методом дискретных элементов

© В.Л. Гиляров, Е.Е. Дамаскинская

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН,
Санкт-Петербург, Россия

E-mail: Vladimir.Hilarov@mail.ioffe.ru

Поступила в Редакцию 18 июня 2026 г.

В окончательной редакции 18 июня 2026 г.

Принята к публикации 28 июля 2026 г.

Концепция сложных сетей применена для анализа временных рядов пауз между последовательными разрывами связей (элементарными актами акустической эмиссии) в процессе моделирования разрушения гетерогенных образцов методом дискретных элементов. Рассчитан большой набор различных числовых параметров временных рядов, таких как детерминизм, транзитивность, коэффициент кластеризации, энтропии Шеннона и перестановок и др., и изучено их поведение во времени. Выявлены особенности динамики процесса разрушения для разных характеров гетерогенности.

Ключевые слова: прочность, метод дискретных элементов, сложные сети, рекуррентные сложные сети.

DOI: 10.61011/FTT.2026.08.63681.10243

1. Введение

Впервые важность исследования пауз между последовательными акустическими событиями (сигналами акустической эмиссии) в процессе разрушения материалов была отмечена, по-видимому, в [1]. На основе полученного аналитического выражения для статистики энерговыделения и пауз было показано, что их можно использовать для определения некоторых параметров трещинообразования, в частности, распределения локальных интенсивностей. В последующих работах эта тематика развивалась в различных направлениях. В [2] было выявлено, что для различных типов горных пород и разных экспериментальных условий распределение времен ожидания (пауз) между последовательными событиями акустической эмиссии (АЕ) описывается единой универсальной скейлинговой функцией. Эти результаты в дальнейшем были подтверждены в [3]. В [4] было отмечено, что временные интервалы между импульсами акустической эмиссии связаны с интенсивностью процесса накопления повреждений в материале, а в конечном счете — со скоростью диссипации подводимой к образцу механической энергии. В [5] были приведены результаты мультифрактального анализа пауз между соседними сигналами АЕ, согласно которому в гетерогенных образцах наблюдается переход от мультифрактальной динамики акустической эмиссии к монофрактальной при приближении к моменту разрушения — формирование состояния самоорганизованной критичности на конечной стадии разрушения. Авторы [6] использовали анализ пауз для идентификации точек перехода системы в состояние самоорганизованной критичности, что позволяет определять критические показатели, характеризующие эволюцию повреждений на разных стадиях (от

нестабильного состояния к критическому). Было показано, что на поздних стадиях критический показатель распределения времени ожидания увеличивается, что коррелирует с ростом частоты появления новых трещин.

Временной ряд пауз между последовательными сигналами АЕ является результатом нестационарного нелинейного процесса разрушения. В последнюю декаду для анализа таких временных рядов широко применяются сложные сети [7–10]. Под сложными сетями подразумеваются сети из большого числа узлов с нетривиальными топологическими свойствами, которые отражаются в их более сложной архитектуре, чем у классических сетей с заданным количеством узлов и связей (например, кристаллические решетки). Рассматриваемый в настоящей статье сетевой подход к анализу временных рядов пауз между сигналами АЕ основан на теории динамических систем [7,11] и представляет собой исследование по нелинейному анализу временных рядов [12].

Традиционные методы анализа временных рядов (такие как метод скользящего среднего, спектральный анализ, расчет автокорреляционных функций и т.д.) основаны на предположениях об их линейности, стационарности и нормальности распределения шумов. Однако многие реальные процессы — от биржевых котировок и сердечных ритмов до процессов в земной коре и климатических изменений — имеют принципиально нелинейную природу. Для их изучения и прогнозирования применяется аппарат нелинейной динамики.

В настоящей работе для анализа временных рядов сигналов акустической эмиссии используется конкретный вид рекуррентной сложной сети, построенной на основе рекуррентных графиков [13] и базирующегося на них методе количественного рекуррентного анализа (RQA) [14–16].

2. Методика расчетов

Метод рекуррентных графиков основан на анализе близости точек в лаговом пространстве $\mathbf{X}(t_i) = \mathbf{X}_i$; $\mathbf{X}(t_j) = \mathbf{X}_j$, понимаемой в смысле Грассбергера–Прокаччи [17]:

$$R_{ij}(m) = \theta(\varepsilon_i - \|\mathbf{X}_i(m) - \mathbf{X}_j(m)\|). \quad (1)$$

При этом на основании теоремы Такенса [18] лаговое m -мерное пространство (пространство вложения) эквивалентно фазовому пространству системы, в котором множество точек, принадлежащих исходному временному ряду, обладает топологическими свойствами аттрактора динамической системы. С этой целью для каждой точки временного ряда $x(t_i)$ строится m -мерный вектор $\mathbf{X}_i(m)$ с координатами вида

$$\mathbf{X}_i(m) = (x(t_i), x(t_i + \tau), \dots, x(t_i + (m-1)\tau)), \quad (2)$$

который определяет точку в m -мерном пространстве. В настоящей работе в качестве нормы вектора выбиралась евклидовская норма.

Рекуррентный график представляет собой двумерное множество точек, отвечающих соотношению (1), состоящее из нулей и единиц, причем близкие (рекуррентные) точки принято отображать черным цветом, а далекие — белым. Близость точек определяется параметром ε_i . Если выбрать его слишком большим, то большинство точек окажутся близкими друг к другу, и график будет представлять собой поле черного цвета, а если слишком малым, то рекуррентных точек практически не будет. Отсюда следует, что способ выбора величины порога ε_i весьма важен для анализа конечного результата. Для расчета были выбраны параметры $m = 1$, $\varepsilon_i = 0.1$. Выбранная величина порога, одинаковая для всех точек, не превышала десятых, а иногда и сотых долей максимального диаметра фазового пространства. Его конкретная величина зависит от экспериментальных данных. Поэтому перед началом расчета банки данных нормировались на нулевое среднее и единичное стандартное отклонение.

Преобразование рекуррентного графика в рекуррентную сеть заключается в преобразовании матрицы рекуррентности R из выражения (1) в матрицу связей A сложной сети и использовании для дальнейшего анализа временного ряда мер из теории сложных сетей. Это достигается исключением из (1) главной диагонали: $A_{ij} = R_{ij} - \delta_{ij}$, где δ_{ij} — символ Кронекера. Результирующая невзвешенная и ненаправленная сеть состоит из векторов фазового пространства (связанных с их временными точками) в качестве узлов (в настоящем исследовании это паузы между последовательными событиями) и их рекуррентностей в качестве связей. Отличие от количественного рекуррентного анализа (RQA) заключается в том, что в сети узлы могут быть переупорядочены без изменения свойств сети (это означает, что временная последовательность не важна),

тогда как в рекуррентных графиках и рекуррентном анализе количественный анализ основан на временном упорядочении состояний [19].

В настоящей работе разрушение образцов из гетерогенных материалов моделировалось методом дискретных элементов с использованием модели связанных частиц. Метод сложных сетей применен для анализа пауз между последовательными событиями разрыва связей, имитирующими единичные сигналы АЕ.

3. Описание компьютерного эксперимента

Моделировались образцы цилиндрической формы диаметром 10 mm и высотой 20 mm. Образец помещался в виртуальный пресс. Нижняя плита была неподвижна, а верхняя перемещалась вниз с постоянной скоростью $v = 0.02$ m/s. Тем самым имитировалось одноосное сжатие. Схема эксперимента аналогична изложенной в [20]. Размеры образца и скорость нагружения подобраны так, что время в секундах равно безразмерной деформации сжатия.

Изучались две серии образцов. Образцы первой серии содержали 48695 сферических частиц с диаметрами и процентным составом, указанными в таблице 1.

Размеры представляют собой набор величин со средним значением 0.3 mm и стандартным отклонением 0.1 mm, полученный генератором случайных чисел с нормальным распределением.

Во второй серии образцов было 33670 сферических частиц с диаметрами и процентным составом, указанными в таблице 2.

Эти размеры представляют собой набор величин со средним значением 0.08 mm и стандартным отклонением

Таблица 1. Диаметры зерен и процентный состав каждой из фракций

	Диаметр зерен различных фракций d_i , mm					Доля каждой фракции, %
Кварц	0.36	0.188	0.52	0.28	0.42	0.0595745
Ортоклаз	0.27	0.28	0.4	0.36	0.26	0.0702128
Олигоклаз	0.16	0.168	0.288	0.24	0.4	0.0702128

Таблица 2. Диаметры зерен и процентный состав каждой из фракций

	Диаметр зерен различных фракций d_i , mm					Доля каждой фракции, %
Кварц	0.09	0.047	0.132	0.079	0.106	0.0595745
Ортоклаз	0.068	0.07	0.096	0.91	0.064	0.0702128
Олигоклаз	0.041	0.042	0.077	0.063	0.098	0.0702128

Таблица 3. Параметры материалов, использованные при моделировании

№	Материал	ρ , kg/m ³	E , GPa	ν	σ_n , МПа	σ_t , МПа	η , Pa·s
1	Кварц	2650	94	0.29	600	600	5E19
2	Ортоклаз	2560	62	0.29	420	420	1E19
3	Олигоклаз	2560	70	0.29	480	480	1E19
4	Стекло	2500	50	0.22	50	50	1E40
5	Связь кварц–ортоклаз	2500	5.8	0.2	200	200	5E19
6	Связь кварц–олигоклаз	2500	5.8	0.2	300	300	5E19
7	Связь ортокла–олигоклаз	2500	5.8	0.2	100	100	5E19

Примечание. Здесь ρ — плотность материала, E — модуль Юнга, ν — коэффициент Пуассона, σ_n — прочность материала на разрыв, σ_t — прочность материала на сдвиг, η — динамическая вязкость.

0.025 mm, полученный генератором случайных чисел с нормальным распределением. Диаметр фракции 4 для ортоклаза увеличен на порядок для повышения степени гетерогенности.

Физические параметры материалов для частиц и связей выбирались из таблицы 3.

Использовались три типа связей между частицами: первый тип соответствовал связям из ортоклаза, второй тип отвечал случаю, когда частицы из одного материала соединялись связями из того же материала, а частицы из разных материалов соединялись хрупкими стеклянными связями 4, третий тип отвечал случаю, когда связи между частицами из одного материала соединялись связями из того же материала, а частицы из разных материалов соединялись низко модульными связями 5–7.

В процессе разрушения через равные промежутки времени — интервал времени сохранения данных записывался большой набор различных механических параметров образцов, который мог быть использован для дальнейшего анализа, а также времена разрыва связей. В настоящей работе на основании этих времен рассчитывались паузы между последовательными разрывами связей, которые мы интерпретировали как элементарные сигналы АЕ.

4. Основные результаты

Банки данных по паузам между последовательными разрывами связей разбивались на скользящие перекрывающиеся окна размером 2048 событий с перекрытием 128. Входными параметрами служили паузы между последовательными событиями. В каждом окне рассчитывались параметры количественного рекуррентного анализа и сложных рекуррентных сетей, описанные ниже. Временной отсчет приписывался последнему событию в окне. Следует отметить, что при таком подходе независимой переменной является номер события, а временная шкала представляет собой функцию (вообще говоря, нелинейную) от этого номера. Тем не менее

такое отображение номера события во временной отсчет взаимно однозначно.

Для расчетов применялась библиотека `ruunicorn` для Python, описанная в [21]. Рассчитывалось три класса параметров.

Во-первых, это традиционные параметры RQA, такие как детерминизм Det (3) и др.

$$\text{Det} = \frac{\sum_{l=l_{\min}}^N l \cdot P(l)}{\sum_{l=1}^N P(l)}. \quad (3)$$

Эта величина описывает долю рекуррентных точек с $R_{ij} = 1$, формирующих диагональные линии l рекуррентного графика. Здесь N — размер скользящего окна, $l_{\min}$ — минимальная длина диагональной линии (принималась равной 2). Хаотические, слабо коррелированные процессы либо вообще не имеют диагональных линий, либо эти линии очень короткие, тогда как детерминированные процессы имеют более длинные диагонали и меньшее число изолированных рекуррентных точек. Поэтому детерминизм является мерой предсказуемости процесса.

Второй класс параметров составляли сетевые параметры [10], такие как локальный и глобальный коэффициенты кластеризации c_p и C (4), транзитивность Trans (5) и среднее расстояние L (6):

$$c_p = \frac{1}{k_p(k_p - 1)} \sum_{q,r=1}^N A_{pq}A_{qr}A_{rp}, \quad C = \frac{1}{N} \sum_p c_p, \quad (4)$$

где $k_p = \sum_{q=1}^N A_{pq}$,

$$\text{Trans} = \frac{\sum_{p,q,r=1}^N A_{pq}A_{qr}A_{rp}}{\sum_{p,q,r=1}^N A_{pq}A_{rp}}, \quad (5)$$

$$L = \frac{1}{N(N-1)} \sum_{p,q=1}^N l_{pq}. \quad (6)$$

Здесь k_p — число связей узла p , называемое степенью узла. Локальный коэффициент кластеризации c_p измеряет долю пар вершин в окрестности p , которые соединены

между собой. Таким образом, он описывает плотность связей в окрестности вершины p . Глобальный коэффициент кластеризации C представляет собой долю треугольников, включающих различные вершины сети. Он оценивает, насколько вершины графа склонны формироваться в плотно связанные группы. Транзитивность (5) означает свойство графа иметь замкнутые структуры типа треугольника. Если узлы p и q связаны, и узлы q и r тоже связаны, высока вероятность существования связи между p и r . Высокая транзитивность говорит о наличии множества плотных подграфов в сети.

Расстояние l_{pq} в формуле (6) представляет собой наименьшее расстояние от узла p до узла q , а величина L представляет собой среднее арифметическое значение этих величин. В большинстве реальных сетей, несмотря на их часто большой размер N , существует относительно короткий путь между любыми двумя вершинами. Это свойство, которым обладают многие сети, называется эффектом „малого мира“ [22]. Термин „эффект малого мира“, частным случаем которого является теория „шести рукопожатий“, согласно которой все люди на планете связаны друг с другом через цепочку из не более чем шести знакомых, обозначает тот факт, что средние длины кратчайших путей L в социальных сетях, а также в других реальных сетях, намного короче, чем мы могли бы ожидать от случайных конфигураций связности. Такие сети характеризуются, как правило, также высокой локальной кластеризацией.

Третий класс параметров составляли статистические величины. Во-первых, это информационная энтропия Шеннона, рассчитанная по выборке из N событий для пауз по формуле

$$S = - \sum_{i=1}^N p_i \cdot \ln(p_i), \quad (7)$$

где p_i — вероятность i -го события в выборке. Во-вторых, это энтропия перестановок S_{order} , которая изучает статистику порядковых перестановок коротких последовательных значений [23]. В настоящей работе длина таких последовательностей m равна трем. Тогда существует $\pi = m! = 6$ возможных перестановок, например, (123, 132, 213, 231, 312, 321). Важны не сами значения величин, а порядок их следования. Энтропия перестановок определяется как энтропия Шеннона, рассчитанная для распределения вероятности конкретных перестановок в соседних точках временного ряда:

$$S_{\text{order}} = - \sum_{i=1}^{m!} p(\pi_i) \cdot \ln p(\pi_i). \quad (8)$$

Таким образом, энтропия Шеннона, рассчитанная для выборки временного ряда, выявляет изменения в распределении амплитуд или пауз акустических сигналов. В отличие от нее, энтропия перестановок учитывает динамику и, таким образом, выявляет изменения в

динамике, а не в распределениях значений различных величин.

Полный набор рассчитанных параметров сети в зависимости от времени приведен на рис. 1. В наборе представлены такие величины, как уровень возврата RR , детерминизм Det , средняя длина диагональных линий рекуррентного графика L_{ave} , энтропия диагональных линий S_{diag} , ламинарность Lam , транзитивность $Trans$, глобальный коэффициент кластеризации C , средняя длина кратчайшего пути L , энтропия Шеннона S и энтропия перестановок S_{order} . (Некоторые из этих величин в настоящей работе не используются, и поэтому не определены). На рис. 2 представлены зависимости от времени детерминизма, энтропии Шеннона и энтропии перестановок для пяти различных исследованных образцов. Также на этом рисунке приведены диаграммы нагружения.

5. Обсуждение результатов

На начальном этапе нагружения наблюдается увеличение большинства исследуемых параметров. Это можно объяснить тем, что процесс разрушения упрощается и происходит его самоорганизация. Наиболее наглядно это проявляется в увеличении детерминизма (рис. 2). Для однородных образцов с одним типом связей (рис. 2, *a* и *b*) зависимость детерминизма от времени практически повторяет диаграмму нагружения образца. Для гетерогенных образцов увеличение детерминизма наблюдается примерно до того момента времени, когда начинают активно разрываться слабые связи. В случае образцов со „стежками“ связями, именно эти связи („межзеренные“) разрушаются первыми. Для образцов с низко-модульными связями первыми разрушаются связи между одинаковыми частицами („внутризеренные“), поскольку „межзеренные“ низко-модульные связи еще сохраняют возможность деформироваться. Энтропия Шеннона на этой первой стадии увеличивается, что отражает общую тенденцию расширения функций распределения в процессе самоорганизованной критичности. Энтропия перестановок на этой стадии, как правило, уменьшается (рис. 1 и 2), что также отражает упрощение динамики процесса. Об этом свидетельствуют также уменьшение средней длины пути L и увеличение коэффициента кластеризации C .

Далее происходит массовое разрушение связей однородных образцов (с одним типом связей). Образуется и эволюционирует макротрещина [24]. Детерминизм и оба вида энтропии при этом уменьшаются. Для гетерогенных образцов на этой второй стадии активно разрушаются отдельные типы связей, как описано выше. Детерминизм при этом меняется незначительно. Энтропия Шеннона в начале этой стадии уменьшается, и далее сильно не изменяется. Энтропия перестановок также значительно не изменяется, равно как и большинство других исследуемых параметров. Эту стадию

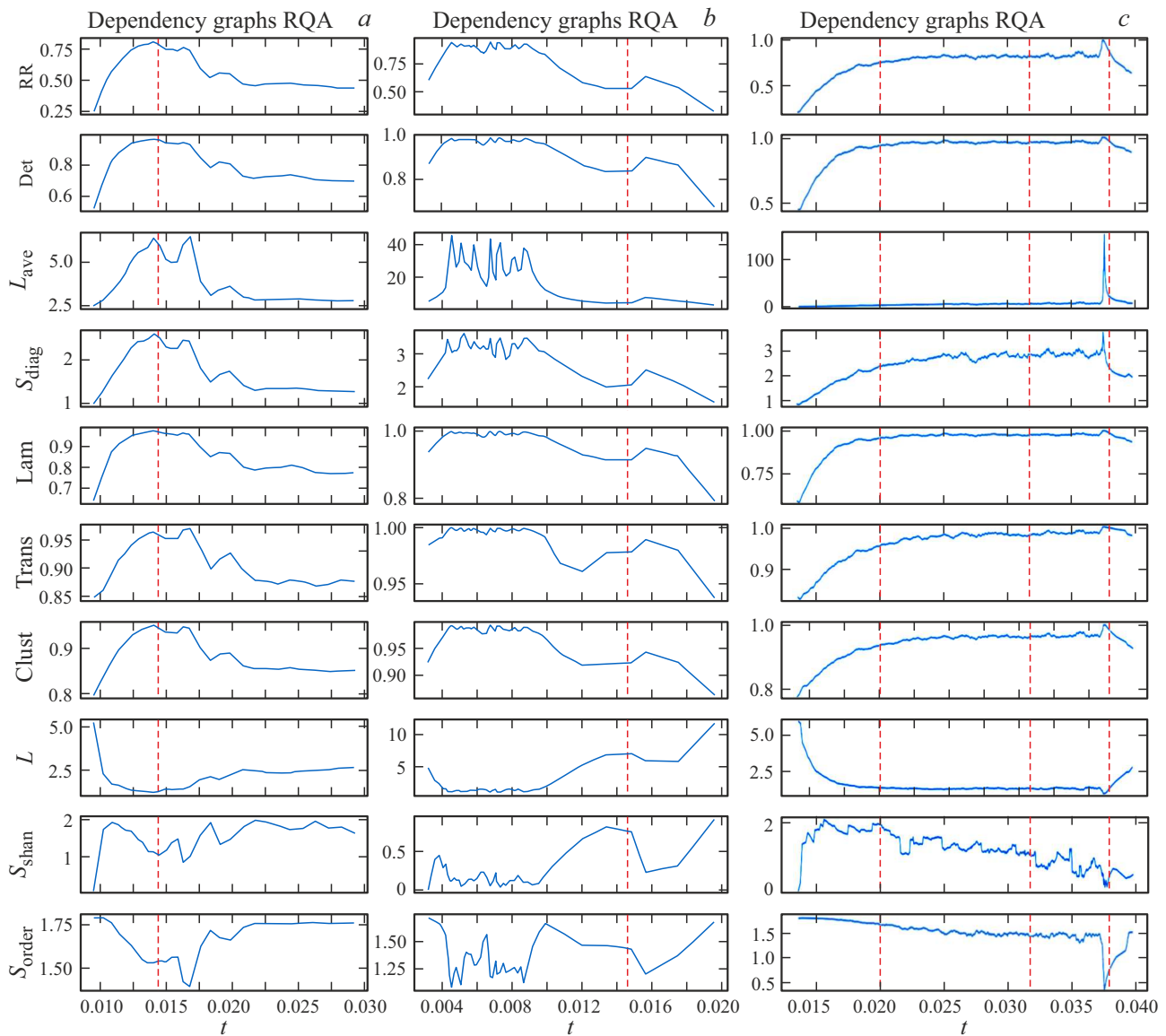


Рис. 1. Зависимости параметров от времени для образцов из 48695 частиц: *a*) образец с ортоклазовыми связями I типа (см. текст выше); *b*) образец со связями II типа; *c*) образец со связями III типа. На панелях (*a*) и (*b*) вертикальными линиями обозначен максимум диаграммы нагружения $\sigma(\varepsilon)$, на (*c*), помимо этого максимума при $t \approx 0.03175$ s, точка $t \approx 0.02$ s соответствует концу упругого участка (линейной зависимости $\sigma(\varepsilon)$), а точка $t \approx 0.03796$ s соответствует макроразрушению образца.

можно также трактовать как пластическую деформацию материалов [24].

Третья стадия разрушения наблюдается только в образцах с хрупкими „стеклянными“ связями. Эта стадия разрушения начинается после исчерпания разрушения слабых связей и длится до тех пор, пока не начинается массовое разрушение оставшихся связей. Детерминизм на этой стадии уменьшается (рис. 2, *c* и *d*). Энтропия Шеннона в среднем увеличивается. Энтропия перестановок существенно не меняется. Средняя длина пути увеличивается, а коэффициент кластеризации уменьшается. Таким образом, на этой стадии происходит некоторое усложнение динамики процесса. Для образцов с низко-модульными связями эта стадия отсутствует. Вместо это-

го продолжается вторая стадия. Это связано с тем, что в отличие от образцов со „стеклянными“ связями здесь нет явного разделения по времени в кинетике разрушения связей. Это, в частности, можно увидеть на диаграммах нагружения образцов (рис. 2, *c–e*). Для образцов со „стеклянными“ связями диаграмма имеет изломы: ее наклон уменьшается, когда начинают разрываться „стеклянные“ связи и восстанавливается, когда большинство из них разорваны. Для образцов с низко-модульными связями такого восстановления наклона нет. Это связано с тем, что кинетика разрыва одних связей не заканчивается ко времени начала разрыва связей другого типа.

Наконец, далее во времени происходит активное разрушение оставшихся в гетерогенных образцах связей.

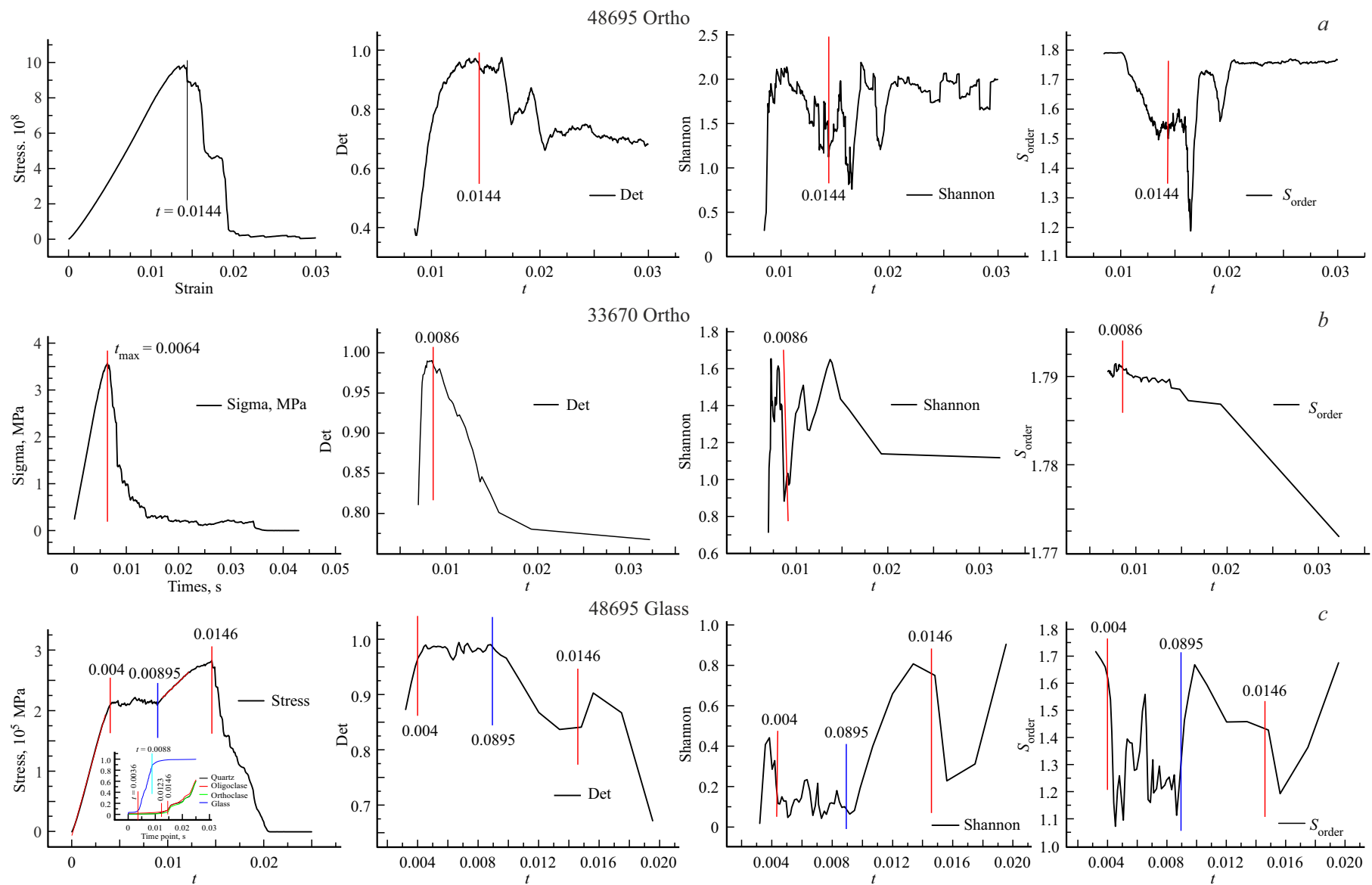


Рис. 2. Диаграммы нагружения, а также зависимости от времени детерминизма, энтропии Шеннона и энтропии перестановок для образцов: а) 48695 ортоклазовых связей, б) 33670 ортоклазовых связей, в) 48695 связей II типа, д) 33670 связей II типа, е) 48696 связей III типа.

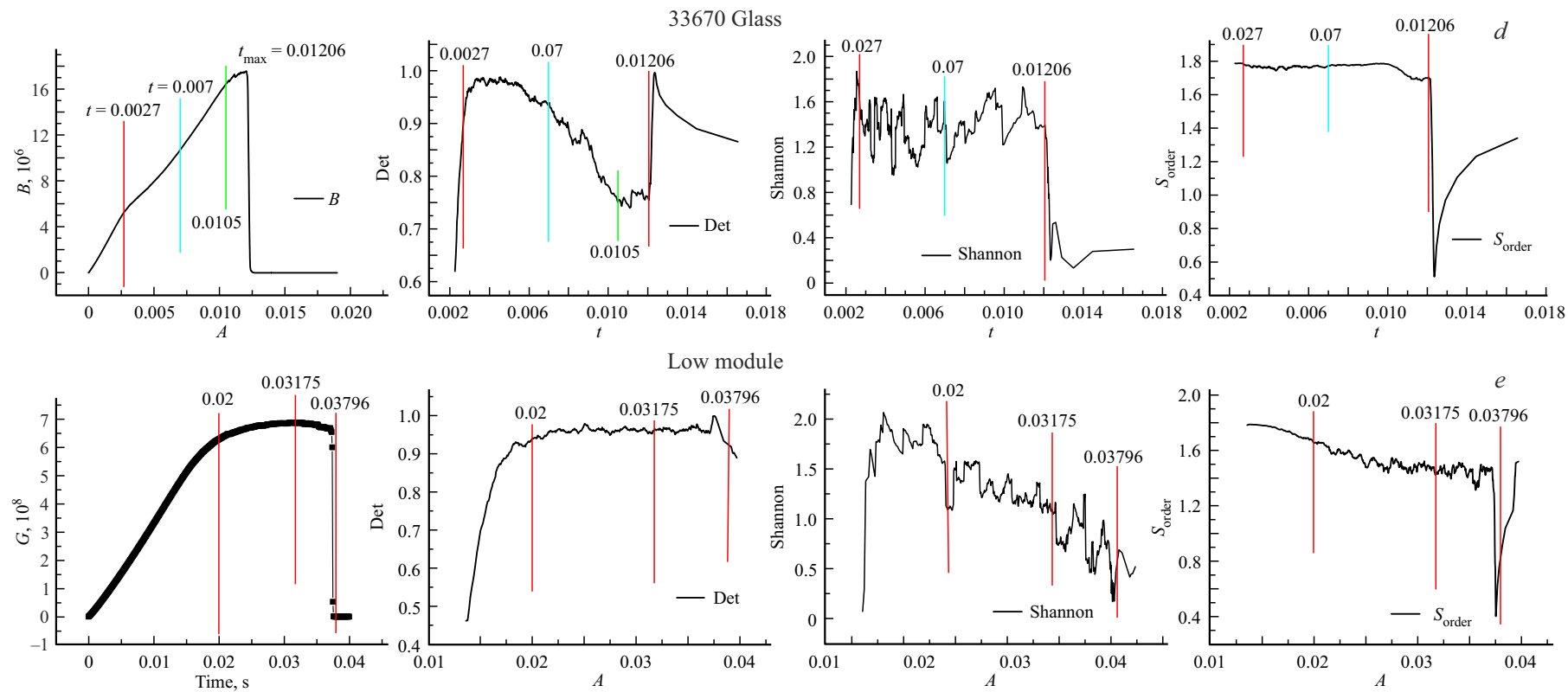


Рис. 2 (продолжение).

В этот период времени происходит резкое уменьшение энтропии Шеннона и энтропии перестановок. Перед самым началом этой стадии или в ее начале детерминизм увеличивается. Это свидетельствует о том, что процесс в это время становится лавинообразным и более предсказуем. Но далее детерминизм также уменьшается, система теряет память и процесс становится случайным.

6. Заключение

Показано, что использование параметров рекуррентной сложной сети позволяет выявить особенности динамики в процессе разрушения материалов.

Для однородных материалов процесс является двустадийным: на первой стадии происходит самоорганизация с увеличением детерминизма, коэффициента кластеризации, расширение распределения пауз, определенное по увеличению энтропии Шеннона. На второй стадии образуется и эволюционирует макротрещина. Процесс при этом носит лавинообразный мало предсказуемый характер (детерминизм здесь уменьшается). Распределение пауз становится более однородным (энтропия Шеннона уменьшается). Поскольку сами паузы уменьшаются и мало отличаются друг от друга, энтропия перестановок также уменьшается.

Такие же закономерности наблюдаются и на заключительной стадии разрушения гетерогенных образцов. Однако промежуточные стадии разрушения для этих образцов могут различаться в зависимости от характера гетерогенности.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] А.З. Красильников. Статистическая кинетика делокализованного разрушения, автореф. канд. дисс. ФТИ АН СССР, Л. (1991). 18 с.
- [2] J. Davidsen, S. Stanchits, G. Dresen. *Phys. Rev. Lett.* **98**, 12, 125502 (2007).
- [3] G. Niccolini, A. Schiavi, P. Tarizzo, A. Carpinteri, G. Laciogha, A. Manuello. *Phys. Rev. E* **82**, 4, 046115 (2010).
- [4] И.А. Пантелеев, Ю.В. Баяндин, О.Б. Наймарк. *Физ. мезомеханика* **19**, 4, 64 (2016). [I.A. Panteleev, Yu.V. Bayandin, O.B. Naimark. *Phys. Mesomech.* **19**, 4, 367 (2016).]
- [5] Е.Е. Дамаскинская, В.Л. Гиляров, И.А. Пантелеев, Д.Р. Гафурова, Д.И. Фролов. *ФТТ* **60**, 9, 1775 (2018). [E.E. Damaskinskaya, V.L. Hilarov, I.A. Panteleev, D.R. Gafurova, D.I. Frolov. *Phys. Solid State* **60**, 9, 1821 (2018).]
- [6] B. Sun, W.-F. Tang, S. Zeng, S.-S. Hou, Y.-C. Fang. *Rock & Soil Mechanics* **43**, 9, 2525 (2022).
- [7] H. Kantz, T. Schreiber. *Nonlinear Time Series Analysis*, 2nd ed. Cambridge University Press (2004). 369 с.
- [8] H.D.I. Abarbanel, R. Brown, J.J. Sidorowich, L.S. Tsimring. *Rev. Mod. Phys.* **65**, 4, 1331 (1993).
- [9] J.C. Sprott. *Chaos and Time-Series Analysis*. Oxford University Press, Oxford (2003). 507 p.
- [10] Y. Zou, R.V. Donner, N. Marwan, J.F. Donges, J. Kurths. *Phys. Rep.* **787**, 1–97 (2019).
- [11] E. Ott. *Chaos in Dynamical Systems*, 2nd ed. Cambridge University Press, Cambridge (2002). 478 p.
- [12] E. Bradley, H. Kantz. *Chaos* **25**, 9, 097610 (2015).
- [13] J.-P. Eckmann, S. Oliffson Kamphorst, D. Ruelle. *Europhys. Lett.* **4**, 9, 973 (1987).
- [14] N. Marwan, N. Wessel, U. Meyerfeldt, A. Schirdewan, J. Kurths. *Phys. Rev. E* **66**, 2, 026702 (2002).
- [15] J.P. Zbilut, C.L. Webber Jr. *Phys. Lett. A* **171**, 3–4, 199 (1992).
- [16] C.L. Webber Jr, J.P. Zbilut. *J. Appl. Physiol.* **76**, 2, 965 (1994).
- [17] P. Grassberger, I. Procaccia. *Phys. Rev. Lett.* **50**, 5, 346 (1983).
- [18] F. Takens. *Lecture Notes in Math.* **898**. Springer, Heidelberg–New York (1981). Pp. 366–381.
- [19] N. Marwan, J.F. Donges, R.V. Donner, D. Eroglu. *Quaternary Sci. Rev.* **274**, 107245 (2021).
- [20] В.Л. Гиляров, Е.Е. Дамаскинская. *ФТТ* **64**, 6, 676 (2022). [V.L. Hilarov, E.E. Damaskinskaya. *Phys. Solid State* **64**, 6, 664 (2022).]
- [21] J.F. Donges, J. Heitzig, B. Beronov, M. Wiedermann, J. Runge, Q.-Y. Feng, L. Tupikina, V. Stolbova, R.V. Donner, N. Marwan, H.A. Dijkstra, J. Kurths. *Chaos* **25**, 113101 (2015).
- [22] S. Milgram. *Psychol. Today* **1**, 1, 61 (1967).
- [23] C. Bandt, B. Pompe. *Phys. Rev. Lett.* **88**, 17, 174102 (2002).
- [24] V.L. Hilarov, E.E. Damaskinskaya. *Mater. Phys. Mech.* **53**, 1, 38 (2025).

Редактор Е.В. Толстякова