

Преобразование рентгеновского излучения полимерными трековыми мембранами с полыми биконическими порами

© А.В. Митрофанов, Р.М. Феценко

Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН,
119991 Москва, Россия
e-mail: rusl@sci.lebedev.ru

Поступило в Редакцию 24 апреля 2026 г.

В окончательной редакции 24 апреля 2026 г.

Принято к публикации 24 апреля 2026 г.

Исследовано распространение жесткого рентгеновского излучения в полых цилиндрических и биконических нано- и микропорах трековых мембран. Приведены результаты численного моделирования цилиндрических и биконических пор в полиэтилентерефталатных и титановых пористых мембранах с помощью 3D-параболического уравнения. Обсуждена зависимость положения и размера фокального пятна от диаметров пор. Получен критерий формирования бесселева пучка после прохождения гауссова пучка через пору. Обсужден вопрос определения параметров пор по структуре поля в дальней зоне.

Ключевые слова: рентгеновская оптика, параболическое уравнение, концентрация излучения, трековые мембраны.

DOI: 10.61011/JTF.2026.10.63615.127-26

Введение

В экспериментальной рентгеновской оптике находят широкое применение оптические элементы, формирующие микро- и наноразмерные рентгеновские пучки, которые обеспечивают концентрацию излучения с существенным увеличением интенсивности с использованием как синхротронных, так и лабораторных рентгеновских источников [1]. К таким оптическим элементам относятся: тонкие капилляры и поликапиллярные линзы [2], составные преломляющие линзы [3], рентгеновские нановолноводы [4] и зонные пластинки [5]. Концентрированные микро- и нанопучки находят применения в качестве микро- и нанозондов в рентгеновском флуоресцентном микроанализе (μ XFS), сканирующей пропускающей рентгеновской микроскопии (μ XANES), внутрипросветной рентгеновской голографии и микро-структурном анализе [1,4]. Концентирующие оптические элементы могут трансформировать форму исходного микро- или нанопучка, наделяя его новыми свойствами, например, путем преобразования гауссова пучка в слабо-расходящийся бесселев пучок (рентгеновские аксиконы см. [6]).

Поликапиллярные линзы, представляющие собой массивы большого числа плотно спрессованных и вытянутых стеклянных капилляров, являются предметом активных исследований в течение десятилетий [2]. Они применяются в качестве концентраторов жесткого рентгеновского излучения и позволяют создавать пятна с диаметром до $5\text{--}10\text{ }\mu\text{m}$ на исследуемом объекте с увеличением интенсивности рентгеновского излучения на 2–3 порядка [7]. Помимо поликапиллярных линз, одиночные капилляры (сужающиеся, а также эллиптиче-

ской и более сложной формы) находят применения для создания концентрированных пучков жесткого рентгеновского излучения. По сравнению с поликапиллярными линзами они способны создавать пятна значительно меньшего диаметра [8]. Для моделирования распространения рентгеновского излучения в поликапиллярных линзах применяются преимущественно методы геометрической оптики с использованием соответствующих рэй-трейсинговых (ray tracing) кодов [9]. Для описания структуры поля излучения вблизи фокуса капилляра необходимо учитывать волновые эффекты [10].

Другой метод формирования рентгеновских микро- и нанопучков — использование планарных рентгеновских нановолноводов, изготавливаемых чаще всего из монокристаллического кремния с помощью электронно-пучковой литографии. Они применяются для концентрации жесткого рентгеновского излучения и создания компактных когерентных источников рентгеновского излучения с размерами в десятки нанометров и менее [5]. Для моделирования распространения излучения в нановолноводных структурах используются исключительно волновые методы, включая численное решение 2D/3D параболического уравнения методом конечно-разностных схем [11,12].

Стоит упомянуть о (цилиндрических и планарных) составных преломляющих линзах, которые представляют собой стеки из десятков и сотен отдельных линз параболической формы, обладающих достаточной светосилой и концентрирующих жесткое рентгеновское излучение в пятна субмикронных размеров [13]. Распространенные материалы для изготовления линз — бериллий, алмаз, пластик и алюминий [14]. Теория преломляющих линз строится как волновая и позволяет корректно описать

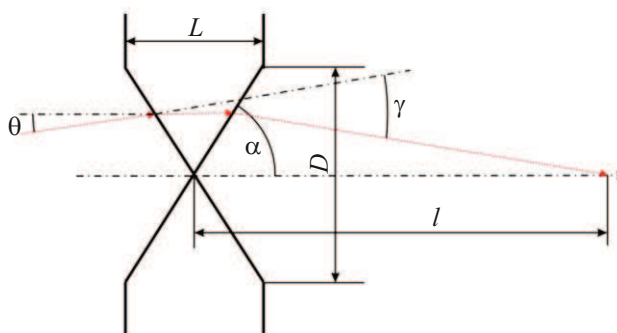
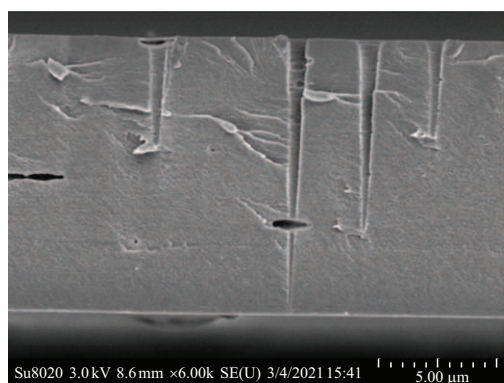


Рис. 1. Изображение скола трековой мембраны с коническими порами, полученное с помощью сканирующего электронного микроскопа (слева). Схема постановки модельной задачи (справа).

структуру поля излучения вблизи фокуса [15]. Одним из интересных применений внеосевых преломляющих линз является их использование в качестве рентгеновских аналогов оптических аксиконов, трансформирующих гауссовы пучки в слаборасходящиеся бесселевы [6,16]. Форма таких линз роднит их с коническими и биконическими порами в полимерных трековых мембранах, концентрация мягкого рентгеновского излучения которыми численно моделировалась в одной из наших предыдущих работ [17].

Традиционные трековые мембраны представляют собой пористые полимерные (например, полиэтилентерефталатные — ПЭТФ) пленки со стохастически расположенными цилиндрическими или коническими порами (рис. 1, слева). Процесс изготовления трековой мембраны включает бомбардировку ускоренными тяжелыми ионами, которые оставляют протяжные и тонкие (диаметром 10–100 нм) дефекты структуры, называемые скрытыми треками, и последующее химическое травление [18,19]. Диаметры скрытых треков зависят, прежде всего, от эффективного заряда иона и его скорости. Химический травитель (обычно раствор щелочи), проникая в трек с обеих сторон пленки, формирует два встречных конуса [18]. При дальнейшем травлении вершины конусов сливаются, и образующийся сквозной канал приобретает биконическую конфигурацию типа „песочных часов“. Типичные значения половинного угла конуса составляют десятки доли градуса. В случае, когда скорость травления вдоль трека на три и более порядков выше, чем радиальная скорость травления материала (высокая избирательность травления трека), конфигурация „песочные часы“ вырождается в цилиндр [20]. Конусы с большим углом конуса при вершине в несколько и более градусов получаются при травлении треков в ПЭТФ пленке в сильно концентрированном растворе щелочи и низкой температуре раствора. Кроме того, разработаны способы, позволяющие формировать каналы с заданным продольным профилем в полностью однородных пленках. Это достигается добавлением в травитель агентов, диффундирующих в трек с иной, нежели тра-

вящий агент, скоростью, и способных сорбироваться на поверхности раздела, снижая скорость травления. Таким способом можно создавать сигарообразные каналы [21], а также каналы, сужающиеся только у одного конца [22], и промежуточные конфигурации [23].

Трековые мембраны с цилиндрическими сквозными порами субмикронного диаметра находят применения в солнечной рентгеновской астрономии в мягкой области спектра ($1 \text{ nm} < \lambda < 100 \text{ nm}$) для защиты детектора излучения от интенсивной фоновой засветки ультрафиолетовым (УФ), видимым или инфракрасным (ИК) излучением Солнца, а также от аппаратных бликов в УФ, видимом или ИК диапазонах спектра [24–27]. Фильтры на основе полимерных трековых мембран имеют по сравнению с более распространенными тонкопленочными и многослойными фильтрами улучшенные оптические, механические и тепловые характеристики, что позволяет использовать их в условиях глубокого вакуума в ходе космического полета [25]. Например, фильтры на основе трековых мембран использовались в изображающем солнечном телескопе российского проекта КОРОНАС-Ф [26]. Трековые мембраны также служат дифракционными фильтрами в рентгеновских радиометрах солнечных телескопов [24] и используются в качестве высокопрочных подложек для тонкопленочных рентгеновских фильтров, миниатюрных радиаторов для сброса тепла в вакууме и коллиматоров [26]. Для использования в концентраторах и преобразователях рентгеновского излучения лучше всего подходят трековые мембраны с калиброванными порами, получаемыми при травлении скрытых треков, оставленных ускоренными тяжелыми ионами одного типа, энергии которых лежат в узком диапазоне.

Оптические свойства пор трековых мембран в рентгеновской области спектра были предметом рассмотрения в наших предыдущих работах. Теоретическое описание распространения излучения проводилось путем численного решения 2D- [28] или 3D- [12] параболического уравнения с прозрачными граничными условиями. В частности, моделирование пропускания цилиндриче-

ских пор в трековых мембранах, используемых в качестве коллиматоров мягкого рентгеновского излучения (длины волн 13–31 nm) в зависимости от диаметра пор и угла падения излучения на входной торец показало, что значительную роль играет шероховатость поверхности поры [12]. С другой стороны, численное вычисление фазовой и групповой скоростей волн в жесткой спектральной области показало, что обе эти скорости примерно постоянны внутри цилиндрической поры на протяжении всей ее длины, слабо зависят от ее диаметра, а их произведение равно квадрату скорости света в вакууме [29]. Это, в свою очередь, приводит к линейному росту фазы комплексной амплитуды поля внутри поры. В дальнейшем численное моделирование конических пор продемонстрировало их способность быть эффективными концентраторами мягкого рентгеновского излучения [17].

Одним из новых применений пористых трековых мембран может быть формирование микро- или нанопучков сложной формы, таких как бесселевы пучки. Это возможно, поскольку поры конической и биконической формы, по сути, представляют собой рентгеновские микро- или наноаксионы, которые, как было сказано выше, способны трансформировать гауссов пучок в слабосходящийся бесселев пучок. Цель настоящей работы — исследование с помощью численных экспериментов с использованием 3D-параболического уравнения концентрации и трансформации пучков жесткого рентгеновского излучения в субмикронных цилиндрических и биконических порах в трековых мембранах, определение положения и структуры фокального пятна в зависимости от их входного диаметра, угла конуса, угла падения излучения и толщины переходного слоя на внутренней поверхности поры. Также будет моделироваться трансформация гауссовых пучков в бесселевы субмикронными биконическими порах с определением условий, при выполнении которых данная трансформация имеет место.

1. Численное моделирование пор в тонких пленках

Жесткое рентгеновское излучение в среде, как правило, испытывает дифракцию и рефракцию лишь на малые углы. Порядок этих углов определяется размером препятствия и отличием комплексной диэлектрической проницаемости среды $\varepsilon(x, y, z, k) = n^2 \approx 1 - 2\delta + 2i\beta$ от единицы, где n — показатель преломления, а $\beta \ll \delta \ll 1$ — вещественные положительные величины. Характерные углы отклонения при слабом поглощении будут порядка угла полного внешнего отражения $\theta_c \approx \sqrt{2\delta} \ll 1$. Поэтому распространение жесткого рентгеновского излучения в неоднородной среде и, в частности, его прохождение через сквозные поры в трековых мембранах может моделироваться

Оптические константы материалов и критические углы на исследуемых длинах волн [32]

λ , nm	Материал	δ	β	θ_c
0.154	ПЭТФ	$4.53 \cdot 10^{-6}$	$1.03 \cdot 10^{-8}$	$3.01 \cdot 10^{-3}$
0.274	ПЭТФ	$1.50 \cdot 10^{-5}$	$1.17 \cdot 10^{-7}$	$5.48 \cdot 10^{-3}$
0.274	Ti	$3.83 \cdot 10^{-5}$	$1.08 \cdot 10^{-6}$	$8.75 \cdot 10^{-3}$

в параксиальном приближении с использованием 3D-параболического волнового уравнения [30] вида (скалярное приближение):

$$2ik \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - k^2(\varepsilon(x, y, z, k) - 1)u, \quad (1)$$

где $u(x, y, z)$ — медленно меняющаяся комплексная амплитуда поля, (x, y, z) — декартовы координаты, $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число и λ — длина волны. Электрическое поле волны выражается через амплитуду поля как $E = u \cdot \exp(-i\omega t + ikz)$. Уравнение (1) было впервые предложено Леонтовичем и Фоком в 1946 [31].

В настоящей работе рассматривается жесткое излучение с длинами волн 0.154 и 0.275 nm, соответствующими длинам волн, широко используемых в эксперименте характеристических K_α -линий меди и титана соответственно. Оптические константы материалов δ и β были взяты из [32] и для рассматриваемых здесь длин волн и материалов приведены в таблице.

В настоящей работе используются те же численные методы, что и в наших предыдущих работах [12,17,29]. В них для моделирования прохождения излучения через цилиндрические и конические поры как при нормальном, так и при наклонном падении рентгеновского излучения на ПЭТФ пленку применяется 3D-параболическое уравнение, позволяющее корректно описать случай наклонного падения излучения на пористую мембрану. Параболическое уравнение решается с помощью метода конечно-разностных схем с точным прозрачным граничным условием на боковой границе прямоугольной вычислительной области [33]. Вычисления выполняются по явно-неявной схеме Кранка–Николсона на равномерной прямоугольной вычислительной сетке с применением точного дискретного прозрачного граничного условия. Шероховатость внутренней стенки поры учитывается путем введения переходного слоя толщиной d , описываемого гауссовым интегралом ошибок, как описано в работе [12]. Для моделирования используются программные коды в среде Matlab.

Для моделирования распространения излучения через одиночную пору выбирается прямоугольная вычислительная область (по координатам (y, x)) с поперечным размером на 20 % большим, чем максимальный диаметр биконической поры D (рис. 1, справа). Длина шага сетки по продольной координате z равна 50–100 nm, а

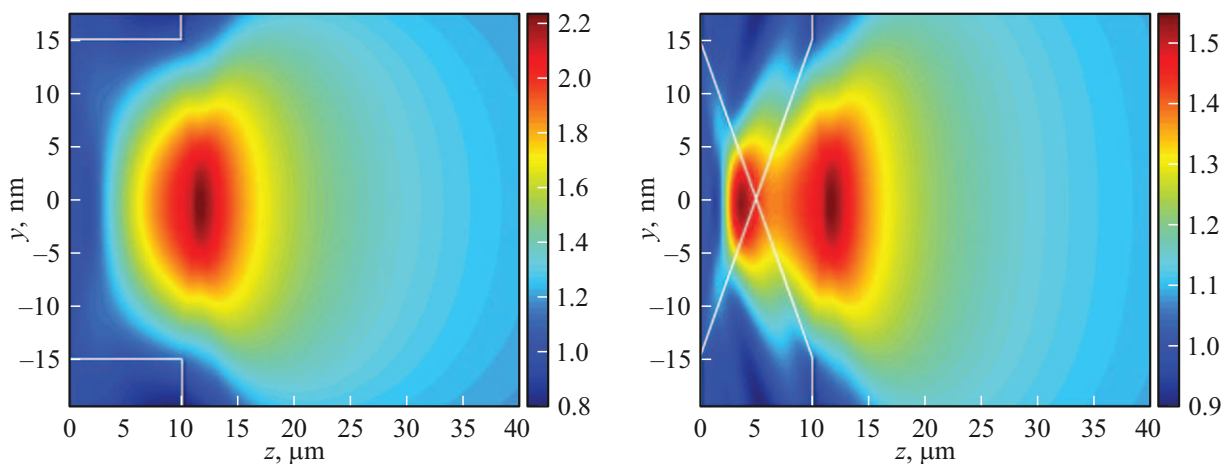


Рис. 2. Распространение рентгеновского излучения с $\lambda = 0.154 \text{ nm}$ в цилиндрической (слева) и биконической (справа, $\alpha = 0.003$) порах с гладкими стенками при нормальном падении плоской волны на мембрану. Показаны распределения $|u|$ в плоскости (y, z) . Цветовая шкала дана справа от рисунков. Белые линии — границы стенок поры с $D = 30 \text{ nm}$ и $L = 10 \text{ }\mu\text{m}$.

поперечным координатам — $0.5\text{--}1 \text{ nm}$. Образец с порой освещается плоской волной либо сходящимся гауссовым пучком. Плоская волна, падающая под углом θ в плоскости (y, z) на левый торец конической или биконической поры, при $z = 0$ имеет вид

$$u_0(x, y) = \exp(ik \cdot \sin \theta \cdot y). \quad (2)$$

Наклонный (в общем случае) гауссов пучок описывается следующим выражением при $z = 0$:

$$u_0(x, y) = \exp(ik \cdot \sin \theta \cdot y) \cdot \exp\left[-\frac{ik(x^2 + y^2)}{2f} - \frac{x^2 + y^2}{2w_0^2}\right], \quad (3)$$

где w_0 — радиус пучка на левом торце поры, f — фокусное расстояние условной линзы, измеряемое от входного торца до шейки (минимального радиуса) гауссова пучка, которое выбирается лежащим в пространстве за правым торцом поры. В реальных вычислениях гауссов пучок обреза́лся на радиусе, равном 90 % от поперечного размера вычислительной области. Результатом моделирования является комплексная амплитуда поля u как функция координат в толще полимерной мембраны и за торцом поры.

2. Концентрация поля излучения поры

Рассчитанный модуль амплитуды поля, распространяющегося в цилиндрической (слева) и биконической (справа) поре с диаметром выходного отверстия $D = 30 \text{ nm}$ в ПЭТФ мембране толщиной $L = 10 \text{ }\mu\text{m}$, углом конуса $\alpha = 0.003$ (рис. 1, справа) для длины волны $\lambda = 0.154 \text{ nm}$ показан на рис. 2 в плоскости (y, z) . Угол падения плоской волны (2) на входной торец поры равен нулю ($\theta = 0$), а стенка поры считается гладкой (толщина

переходного слоя $d = 1 \text{ nm}$). Шаг сетки по координате z был 50 nm , а шаги по поперечным координатам — 1 nm . Заметна концентрация излучения в фокальных пятнах на оси z , расположенных на расстоянии $\sim 2 \text{ }\mu\text{m}$ от выходного торца поры. В случае биконической поры (справа) фокальное пятно двойное, где появление меньшего пятна перед перетяжкой объясняется полным внешним отражением рентгеновского излучения от стенок сужающейся части поры.

Модуль амплитуды поля для той же задачи, что и на рис. 2, но для цилиндрической (слева) и биконической (справа) поры с диаметром $D = 100 \text{ nm}$ и углом конуса $\alpha = 0.01$ показан на рис. 3 и 4 при освещении плоской волной (формула (2)) и гауссовым пучком (формула (3)) соответственно. Гауссов пучок имеет радиус перетяжки $w_0 = 31 \text{ nm}$ и фокусное расстояние $f = 800 \text{ }\mu\text{m}$. Шаг сетки по координате z равен 50 nm , а шаги по координатам $x(y)$ — 1 и 0.5 nm для плоской волны и гауссова пучка соответственно. Достаточно большая величина f выбирается для того, чтобы гауссов пучок сохранял свой диаметр во всей области моделирования, и была видна концентрация излучения порой. Как и на рис. 2, излучение концентрируется в хорошо оформленных фокальных пятнах, расположенных в $15\text{--}25 \text{ }\mu\text{m}$ от правого торца в цилиндрическом и $5\text{--}15 \text{ }\mu\text{m}$ в биконическом случае. Интенсивность излучения в фокальных пятнах на рис. 3 и 4 примерно в 3–4 раза превышает входную интенсивность гауссова пучка на оси.

На рис. 5 изображен модуль амплитуды поля для той же задачи, что и на рис. 4, но для поры с диаметром 400 nm , углом конуса $\alpha = 0.04$, $f = 800 \text{ }\mu\text{m}$ и радиусом перетяжки гауссова пучка $w_0 = 124 \text{ nm}$. Шаги по координатам $x(y)$ и z были 1 и 100 nm соответственно. Видно, что для биконической поры фокальное пятно заметно сместилось вправо и растянулось вдоль

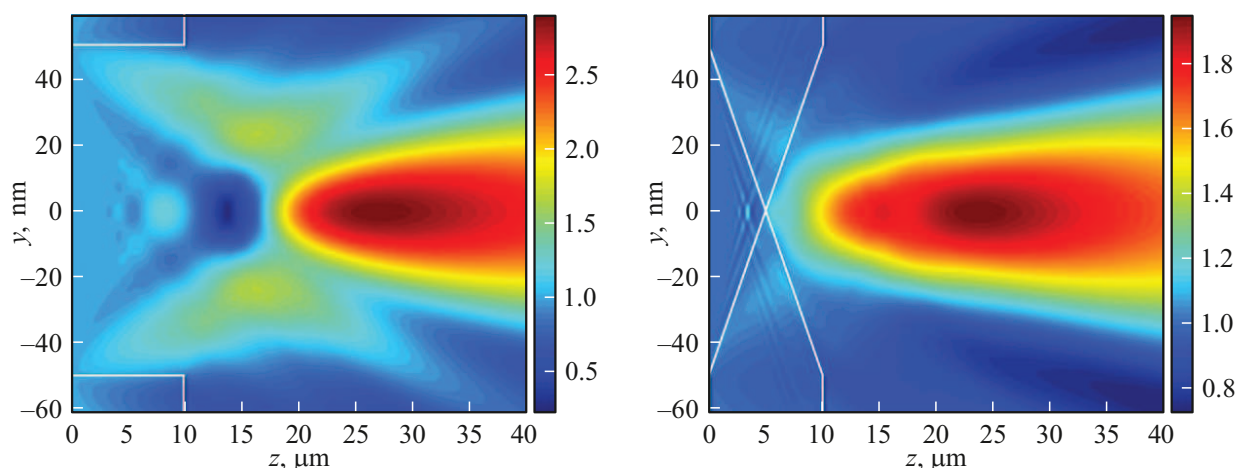


Рис. 3. Распространение рентгеновского излучения с $\lambda = 0.154 \text{ nm}$ в цилиндрической (слева) и биконической (справа) порах с гладкими стенками при нормальном падении плоской волны на мембрану. Угол конуса α справа — 0.01 радиана. Показаны распределения $|u|$ в плоскости (y, z) . Цветовая шкала дана справа. Белые линии — границы стенок поры с $D = 100 \text{ nm}$ и $L = 10 \mu\text{m}$.

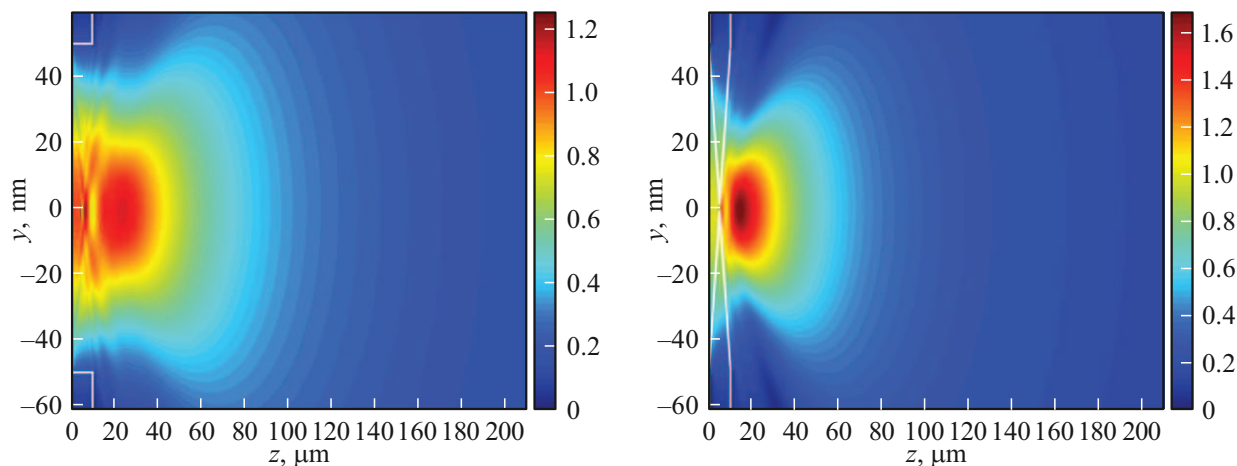


Рис. 4. Распространение рентгеновского излучения с $\lambda = 0.154 \text{ nm}$ в цилиндрической (слева) и биконической (справа, $\alpha = 0.01$) порах с гладкими стенками при нормальном падении гауссова пучка на мембрану. Показаны распределения $|u|$ в плоскости (y, z) . Цветовая шкала дана справа от рисунков. Белые линии — границы стенок поры с $D = 100 \text{ nm}$ и $L = 10 \mu\text{m}$.

оси z , что напоминает центральное пятно бесселева пучка. Максимум модуля амплитуды поля находится на расстоянии $140\text{--}200 \mu\text{m}$ от выходного торца поры. В случае цилиндрической поры заметна интерференция нескольких волноводных мод, выходящих из поры. Из сравнения рис. 2–5 следует, что поры большого диаметра формируют вытянутые в продольном направлении фокальные пятна и во многом ведут себя как аксиконы, а не обычные преломляющие линзы. Из рис. 2–5 следует, что расположение пятен вдоль оси z зависит от диаметра поры и определяется преломлением рентгеновского излучения при прохождении поры. Можно также заметить, что на рис. 3–5 угол падения излучения на стенку биконической поры превышает критический угол θ_c (см. таблицу) и поэтому в отличие от рис. 2 второе (ближнее) пятно не наблюдается.

На рис. 6 показаны расстояния l (рис. 1, справа) до максимума модуля амплитуды поля от перетяжки биконической поры в ПЭТФ мембране толщиной $10 \mu\text{m}$ для четырех различных диаметров (30, 100, 200 и 400 nm) при освещении гауссовыми пучками с $f = 800 \mu\text{m}$ (как на рис. 4,5) и радиусами перетяжек $w_0 \approx 0.52R$, где R — полуширина вычислительной области. Видно, что l как функция диаметра растет по степенному закону с показателем, близким к 2, по крайней мере для пор с диаметром $\geq 100 \text{ nm}$. При диаметре 30 nm этот закон нарушается, поскольку углы скольжения излучения на поверхности входного конуса поры в этом случае меньше угла полного внешнего отражения. На рис. 6 также показана зависимость среднеквадратичного радиуса фокального пятна σ от диаметра поры. Видно, что для пор с диаметром $\geq 100 \text{ nm}$ он также растет

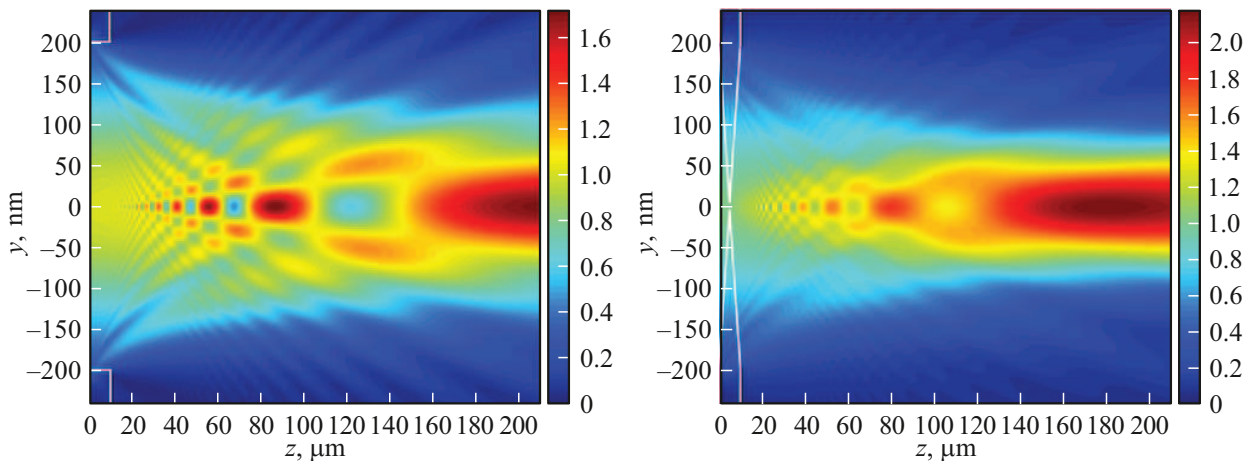


Рис. 5. Распространение рентгеновского излучения с $\lambda = 0.154 \text{ nm}$ в цилиндрической (слева) и биконической (справа, $\alpha = 0.04$) порах с гладкими стенками при нормальном падении гауссова пучка на мембрану. Показаны распределения $|u|$ в плоскости (y, z) . Цветовая шкала дана справа от рисунков. Белые линии — границы стенок поры с $D = 400 \text{ nm}$ и $L = 10 \mu\text{m}$.

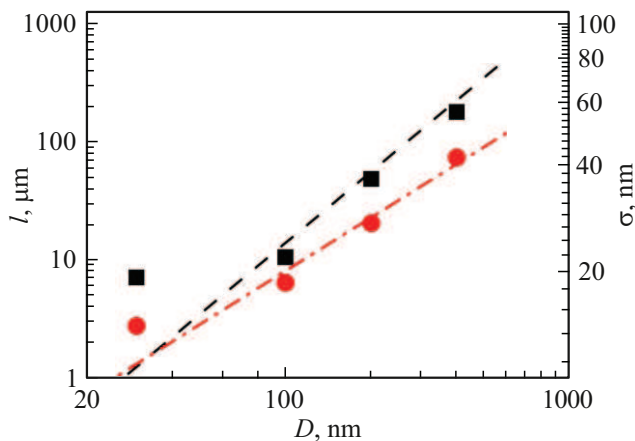


Рис. 6. Зависимость расстояния l от диаметра поры (левая шкала, черные квадраты). Зависимость среднеквадратичного радиуса фокального пятна σ от диаметра поры (правая шкала, красные круги). Черная штриховая линия — расчет l по формуле (6) с коэффициентом $1/4$. Красная штрихпунктирная линия — расчет σ по эмпирической формуле $\sigma = 2\sqrt{D}$.

по закону, близкому к степенному, но с показателем, приблизительно равным $1/2$.

3. Формирование бesselева пучка

Как было упомянуто во введении, конические оптические элементы (аксиконы) способны преобразовывать гауссов пучок в бesselев, в том числе и в жестком рентгеновском диапазоне спектра. Это происходит благодаря интерференции излучения, преломленного аксиконом, в направлении оптической оси. В рентгеновском диапазоне аналогами аксиконов служат параболические преломляющие линзы. Если ось параболоида смещена относительно оптической оси системы, то линза будет

функционировать как рентгеновский аксикон, формируя бesselев пучок в пространстве перед фокусом линзы. При этом в дальней зоне за фокусом линзы пучок имеет кольцевую форму [16]. Бesselев пучок формируется в ближней зоне линзы, т.е. на расстоянии меньше рэлееской длины $l_r = D^2/(4\lambda)$. Как показано в работе [16], форма пучка после прохождения аксикона имеет в общем случае следующий вид:

$$|u|^2 = A(z) \left| J_0 \left(\frac{k b x}{f_0 - z} \right) \right|^2, \quad (4)$$

где $A(z)$ — амплитуда поля на оптической оси (см. [16]), f_0 — фокусное расстояние преломляющей линзы, b — сдвиг оси параболоида относительно оптической оси.

Надо отметить, что в преломляющих линзах рентгеновское излучение падает на поверхность параболоида под углом, близким к нормальному. В такой геометрии угол γ , на который отклоняется падающий пучок (рис. 1, слева), можно, используя закон Снеллиуса, выразить, как [2]:

$$\gamma = 2\delta \frac{L}{D} = 2\delta \tan \alpha, \quad (5)$$

где $\tan \alpha = L/D$. Это уравнение, строго говоря, справедливо, если $L < D$, т.е. для тонкого аксикона, когда угол конуса α большой. В нашем случае аксикон (биконическая пора) не является тонкой линзой, поскольку $L \gg D$ и $\alpha \ll 1$. Более того, углы падения излучения на поверхность стенок биконической поры могут быть близки к углу полного внешнего отражения. Тем не менее для рассматриваемой толщины мембраны $10 \mu\text{m}$ и длин волн 0.275 и 0.154 nm , если диаметр пор больше примерно 50 nm , формулу (5) можно использовать, пренебрегая конечной толщиной линзы. Тогда приблизительное расстояние от перетяжки биконической поры до точки, где

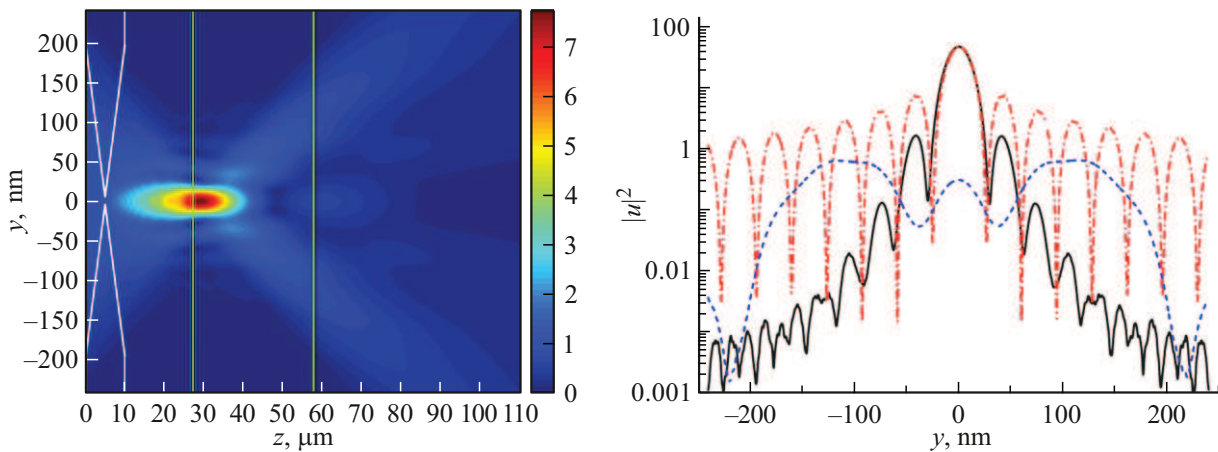


Рис. 7. Распространение рентгеновского излучения с $\lambda = 0.275$ нм в биконической поре с $\alpha = 0.04$ радиана титановой пленки при нормальном падении гауссова пучка с $f = 50$ $\mu\text{м}$ на мембрану. Слева показано распределение $|u|$ в плоскости (y, z) . Цветовая шкала дана справа от рисунка. Белые линии — границы стенок поры с входным диаметром 400 нм и длиной 10 $\mu\text{м}$. Справа показано распределение $|u|^2$ при $z = 26.4$ $\mu\text{м}$ (черная сплошная линия) и $z = 58.8$ $\mu\text{м}$ (синяя штриховая линия). Штрихпунктирная красная линия показывает расчет по формуле (4) для $z = 26.4$ $\mu\text{м}$. Положения срезов обозначены на рисунке слева вертикальными зелеными линиями.

сходятся преломленные аксионом к оси параллельные лучи, будет

$$l = \frac{D}{2\gamma} = \frac{D^2}{2\delta L}. \quad (6)$$

Рассчитанное по формуле (6) (с дополнительным коэффициентом 1/4) положение фокуса как функция диаметра поры показано на рис. 6 черной штрихпунктирной линией. Можно видеть, что эта линия идет близко к модельным значениям. Появление эмпирического коэффициента 1/4 можно объяснить тем, что, поскольку гауссов пучок не полностью заполняет апертуру поры, в формулу (6) надо подставлять диаметр, вдвое меньший диаметра поры D .

Что касается выражения (4), то для биконической поры, освещенной гауссовым пучком (3), оно будет также справедливо в пренебрежении конечной толщиной линзы (поры), если положить $f_0 = f$. Для сдвига b в случае биконической поры можно получить следующее выражение:

$$b = 2\delta \frac{fL}{D} = \gamma f. \quad (7)$$

Например, для параметров модели, изображенной на рис. 4, $b \approx 800$ нм. Фокусное расстояние f_0 в модели биконической поры в отличие от работы [16] задается через гауссов пучок (3), поскольку биконическая пора не является преломляющей линзой. Положение первого нуля функции J_0 в (4) для биконической поры будет определяться как

$$r_0 \approx \frac{0.6\lambda D}{\pi\delta L} \frac{f - z}{f}. \quad (8)$$

Для примера на рис. 4 $r_0 \approx 49$ нм, если $z = 200$ $\mu\text{м}$. Однако на рис. 2–5 распределение поля, напоминающее

кольца функции Бесселя, не наблюдается, хотя, как было отмечено выше, максимум излучения на оптической оси, видимый на рис. 5, напоминает центральное пятно бесселева пучка.

Чтобы понять причину отсутствия бесселева пучка на рис. 5, необходимо оценить обратное число Френеля ξ для фокуса нашей модельной задачи:

$$\xi = \frac{l}{l_r} = \frac{\lambda}{2\delta L}. \quad (9)$$

Оно не зависит от диаметра поры и для всех рассчитанных выше примеров $\xi \approx 1.7$, тогда как для линзы из работы [16] оно много меньше единицы. Поэтому характерная структура бесселева пучка замывается френуговой дифракцией.

Из формулы (9) следует, что, для того чтобы уменьшить ξ , надо либо увеличить длину поры L , либо увеличить декремент показателя преломления δ . Замечая, что в рентгеновском диапазоне, как правило, $\delta \sim \lambda^2$, уменьшение числа Френеля можно достигнуть, если перейти в область более мягкого рентгеновского излучения. Также можно использовать мембраны, изготовленные из более тяжелого материала. В качестве примера на рис. 7 показано распределение модуля амплитуды поля при прохождении сходящегося гауссова пучка с $f = 50$ $\mu\text{м}$ через биконическую пору, идентичную поре, изображенной на рис. 5, но в пленке из металлического титана. Используется рентгеновское излучение с длиной волны $\lambda = 0.275$ нм, соответствующее характеристической K_α -линии титана. В этом случае $\xi \approx 0.35$, и заметно появление локализованного центрального пятна, а также первого, второго и третьего дифракционных колец (черная сплошная линия на рис. 7, слева). Красная штрихпунктирная линия на графике справа показывает

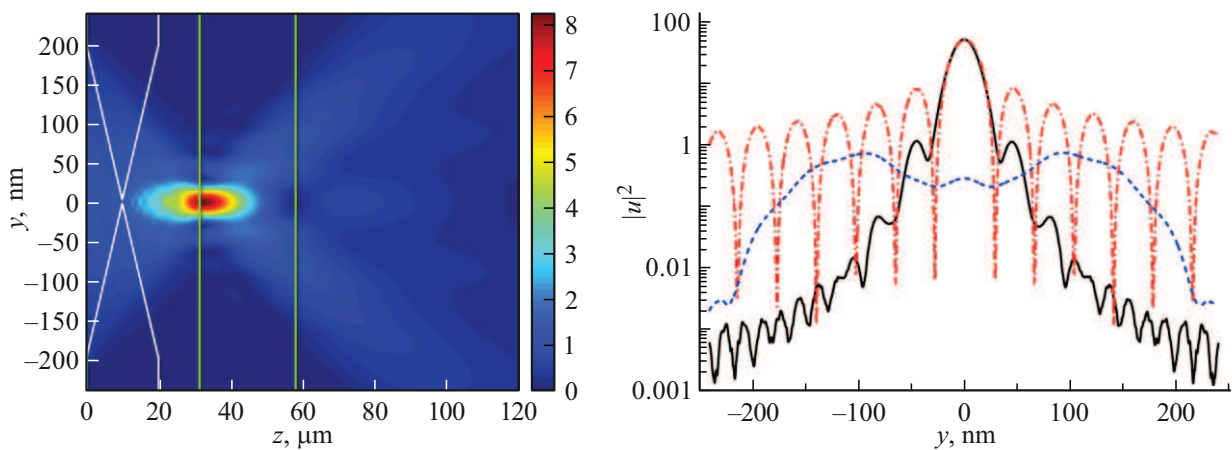


Рис. 8. Распространение рентгеновского излучения с $\lambda = 0.275$ нм в биконической поре с $\alpha = 0.02$ радиана в ПЭТФ пленке при нормальном падении гауссова пучка с $f = 50$ $\mu\text{м}$ на мембрану. Слева показано распределение $|u|^2$ в плоскости (y, z) . Цветовая шкала дана справа от рисунка. Белые линии — границы стенок поры с входным диаметром 400 нм и длиной 20 $\mu\text{м}$. Справа показано распределение $|u|^2$ при $z = 29.6$ $\mu\text{м}$ (черная сплошная линия) и $z = 66.0$ $\mu\text{м}$ (штриховая пунктирная линия). Штрихпунктирная красная линия показывает расчет по формуле (4) для $z = 29.6$ $\mu\text{м}$. Положения срезов обозначены на рисунке слева вертикальными зелеными линиями.

расчет по формуле (4), нормированный на модельную интенсивность на оси. Видно, что после фокуса пучок приобретает форму расходящегося кольца (синяя пунктирная линия справа), как и должно быть для аксикона в дальней зоне [16].

На рис. 8 показано то же, что и на рис. 7, но для ПЭТФ мембраны толщиной (20 $\mu\text{м}$). Для этого случая обратное число Френеля $\xi \approx 0.46$, т.е. больше, чем для более тонкой титановой пленки, что приводит к менее выраженному бesselеву пучку и более размытому кольцу в дальней зоне.

Формирование бesselева пучка в ближней зоне и соответствующего кольцевого пучка в дальней зоне можно использовать для определения характеристик пор в трековых мембранах. Это возможно, поскольку монохроматическое излучение, прошедшее через большое количество случайно расположенных, но калиброванных по диаметру параллельных пор, в однородной мембране будет в дальней зоне суммироваться по интенсивности, формируя единую угловую структуру. В этом случае наличие кольцевого пучка в дальней зоне и его угловой диаметр позволят определить угол преломления γ одиночной биконической поры из (5) и, следовательно, отношение ее длины к диаметру, а определяемая дифракцией ширина кольца будет пропорциональна диаметру поры [16].

Можно заметить, что на опыте мембрана будет освещаться плоской волной, а не гауссовым пучком, которая, к тому же, может падать на мембрану под ненулевым углом θ . На рис. 9 показано распределение амплитуды поля для той же поры, что и на рис. 8, но освещенной плоской волной с $\lambda = 0.275$ нм, падающей по нормали. Видно, что бesselев пучок в ближней зоне сохраняется хотя и выглядит менее выраженным. Поперечный срез

через пучок на рис. 9 (черная сплошная линия справа) показывает два слабых дифракционных кольца при $z = 79.2$ $\mu\text{м}$. Когда $z = 108.4$ $\mu\text{м}$, первое кольцо становится значительно более контрастным. Также заметно, что формула (4) (красная штрихпунктирная линия) по-прежнему описывает распределение интенсивности. В случае плоской волны (при $f \rightarrow \infty$) радиусы колец бesselева пучка, как следует из формулы (8), не зависят от z . Формирование бesselева пучка даже при освещении пор плоской волной говорит об универсальности трансформирующих свойств биконических пор и реальности определения параметров калиброванных пор по структуре прошедшего через мембрану излучения в дальней зоне.

На рис. 10 изображены распределения модуля амплитуды поля при наклонном освещении мембраны плоской волной для той же поры, что и на рис. 9. При $\theta = 0.001$ (слева) сохраняется выраженный бesselев пучок, тогда как при $\theta = 0.01$ (справа) наблюдается концентрация излучения в узкий наклонный пучок. Следует отметить, что на рис. 9 и 10 параметр размытия стенки поры d был выбран равным 10 нм, что соответствует величине, использованной в нашей работе [12]. Однако в жесткой области спектра, как видно из рис. 9 и 10, плавный переход вакуум-ПЭТФ не приводит к существенному изменению картины прохождения излучения через пору, в противоположность тому, что наблюдалось для мягкого излучения [12]. Это связано с малым поглощением в коротковолновой области и соответственно с сохранением сильного отражения при углах меньше критического, а также слабой зависимостью угла преломления γ от размытия границы. Меняется только фаза прошедшей волны, что приводит к некоторому сдвигу дифракционной картины.

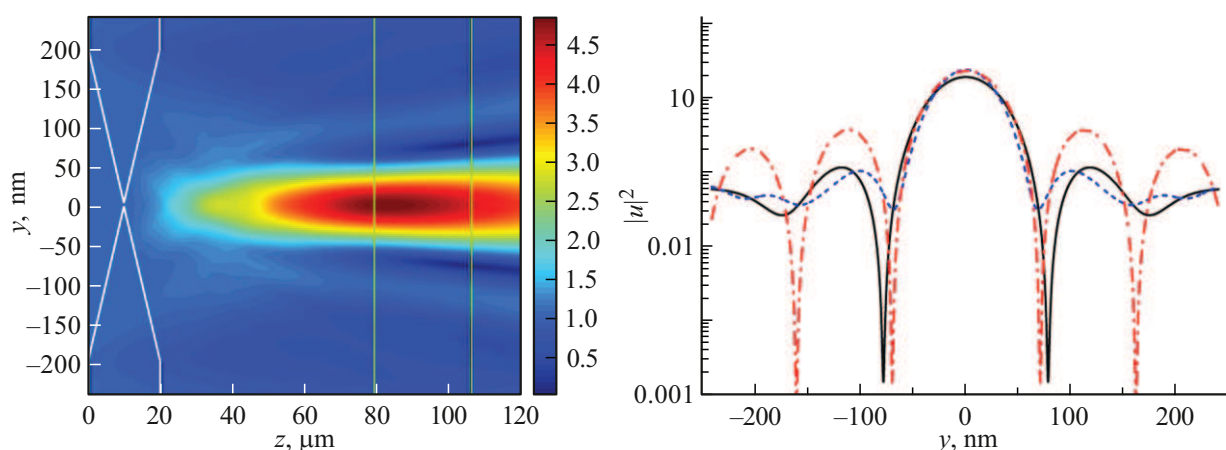


Рис. 9. Распространение рентгеновского излучения с $\lambda = 0.275$ нм в биконической поре с $\alpha = 0.02$ радиана в ПЭТФ пленке при нормальном падении плоской волны на мембрану. Слева показано распределение $|u|$ в плоскости (y, z) . Цветовая шкала дана справа от рисунка. Белые линии — границы стенок поры с входным диаметром 400 нм и длиной 20 мкм. Справа показано распределение $|u|^2$ при $z = 79.2$ мкм (синяя штриховая линия) и $z = 108.4$ мкм (черная сплошная линия). Красная штрихпунктирная линия показывает результаты расчета по формуле (4) (с $f = 80$ мм). Положения срезов обозначены на рисунке слева вертикальными зелеными линиями.

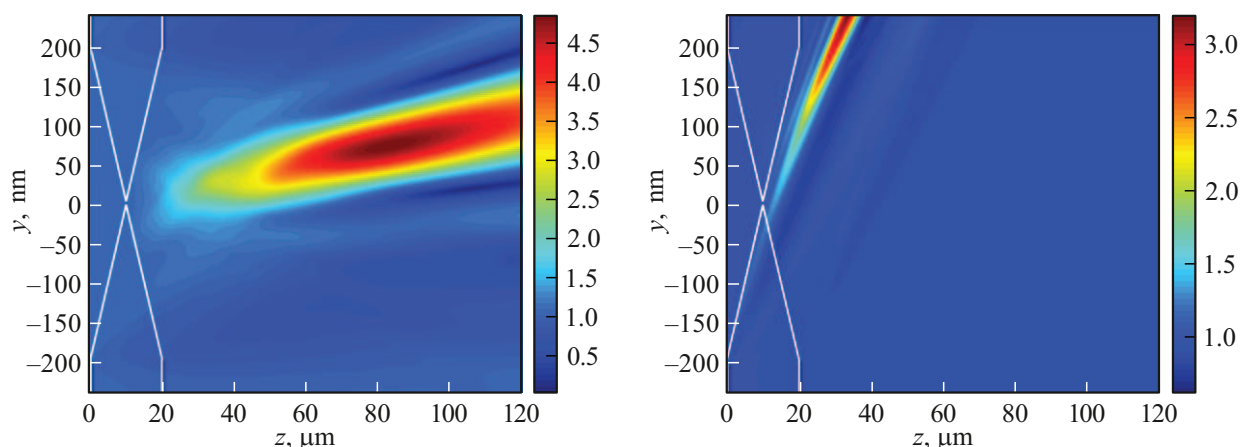


Рис. 10. Распространение рентгеновского излучения с $\lambda = 0.275$ нм в биконической поре с $\alpha = 0.01$ радиана в ПЭТФ пленке при падении плоской волны на мембрану. Показано распределение $|u|$ в плоскости (y, z) : слева при $\theta = 0.001$, справа при $\theta = 0.02$.

Заключение

В работе проведено численное моделирование распространения жесткого рентгеновского излучения в сквозных цилиндрических и биконических (непротравленных насквозь) порах в тонких ПЭТФ пленках с помощью численного решения 3D-параболического уравнения методом конечно-разностных схем с прозрачным граничным условием. Полученные численные решения используются для оценки положения фокального пятна, его диаметра и модуля амплитуды поля в нем как функции диаметра поры для длины волны 0.154 нм. Показано, что расстояние от поры до фокального пятна растет пропорционально квадрату диаметра поры, что объясняется из геометрических соображений. С другой стороны, из численных экспериментов следует, что диаметр фокального

пятна пропорционален корню квадратному из диаметра поры.

Рассмотрена задача прохождения сходящегося гауссова пучка через биконическую пору в ПЭТФ и титановых пленках разной толщины. Показано, что если обратный параметр Френеля в фокусе меньше единицы, то наблюдается формирование бесселева пучка в пространстве перед фокусом в ближней зоне и кольцевого расходящегося пучка за фокусом в дальней зоне. Показано также, что в случае освещения плоской волной бесселев пучок в ближней зоне сохраняется, хотя и становится менее выраженным. Также в дальней зоне наблюдается кольцевой пучок, как и при освещении сходящимся гауссовым пучком. Показано, что для жесткого рентгеновского излучения умеренное размытие гладкой стенки поры не оказывает существенного влияния на оптические

свойства поры и на формирование бесселевых пучков. Из результатов моделирования следует, что бесселев пучок сохраняется при освещении пленки плоской волной, падающей под небольшим углом к нормали к поверхности пленки.

В работе осуждается использование пространственной структуры излучения, прошедшего через пористую мембрану, для определения параметров пор. Показано, что измерение углового диаметра и ширины кольцевой структуры поля в дальней зоне (при освещении мембраны плоской волной) позволяет определить диаметр пор, а также отношение диаметра пор к их длине.

Благодарности

Авторы благодарны П.Ю. Апелю, В.А. Бушуеву и А.В. Попову за полезные обсуждения.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] G.E. Ice, J.D. Budai, J.W.L. Pang. *Science*, **334** (6060), 1234 (2011).
- [2] D.H. Bilderback. *X-Ray Spectrometry: An Intern. J.*, **32** (3), 195 (2003).
- [3] A. Barannikov, M. Polikarpov, P. Ershov, V. Bessonov, K. Abrashitova, I. Snigireva, V. Yunkin, G. Bourenkov, Th. Schneider, A.A. Fedyanin, A. Snigirev. *Synchrotron Radiation*, **26** (3), 714 (2019).
- [4] A. Jarre, J. Seeger, C. Ollinger, C. Fuhse, C. David, T. Salditt. *J. Appl. Phys.*, **101** (5), 054306 (2007). DOI: 10.1063/1.2435943
- [5] C.G. Schroer. *Phys. Rev. B — Condensed Matter Mater. Phys.*, **74** (3), 033405 (2006).
- [6] N. Samadi, J. Vila-Comamala, X. Shi, U.T. Sanli, Ch. David, M. Stamparoni, A. Bonnin. *Optics Express*, **31** (2), 2977 (2023). DOI: 10.1364/OE.478114
- [7] M.A. Kumakhov. *X-Ray Spectrometry: An Intern. J.*, **29** (5), 343 (2000).
- [8] A. Seret, J. Kehres, C. Gundlach, U.L. Olsen, H.F. Poulsen, D.J. Jensen, M. Cordier, B. Stripe, W. Yun, Yu. Zhang. *Opt. Express*, **31** (23), 38840 (2023). DOI: 10.1364/OE.499829
- [9] L. Vincze, K. Janssens, F. Adams, A. Rindby, P. Engstrom. *Rev. Scientific Instruments*, **69** (10), 3494 (1998). DOI: 10.1063/1.1149127
- [10] S.B. Dabagov. *X-Ray Spectrometry: An Intern. J.*, **32** (3), 179 (2003).
- [11] I. Bukreeva, D. Pelliccia, A. Cedola, F. Scarinci, M. Ilie, C. Giannini, L. De Caro, S. Lagomarsino. *Synchrotron Radiation*, **17** (1), 61 (2010). DOI: 10.1107/S0909049509038515
- [12] A.B. Митрофанов, Р.М. Фещенко. *ЖТФ*, **93** (7), 948 (2023). [A.V. Mitrofanov, R.M. Feshchenko. *Tech. Phys.*, **68** (7), 881 (2023). DOI: 10.61011/TP.2023.07.56632.55-23]
- [13] В.В. Аристов, Л.Г. Шабельников. *УФН*, **178** (1), 61 (2008). [V.V. Aristov, L.G. Shabel'nikov. *Physics-Uspexhi*, **51** (1), 57 (2008).]
- [14] I. Snigireva, M. Polikarpov, A. Snigirev. *Synchrotron Radiation News*, **34** (6), 12 (2021).
- [15] V.G. Kohn. *Synchrotron Radiation*, **29** (3), 615 (2022).
- [16] D. Zverev, A. Barannikov, A. Snigirev. *Opt. Express*, **25** (23), 28469 (2017). DOI: 10.1364/OE.25.028469
- [17] А.В. Митрофанов, Р.М. Фещенко. Краткие сообщения по физике Физического ин-та им. П. Н. Лебедева РАН, **52** (8), 10 (2025). [A.V. Mitrofanov, R.M. Feshchenko. *Bulletin Lebedev Physics Institute*, **52** (8), 361 (2025).]
- [18] R.L. Fleischer, P.B. Price, R.M. Walker. *Nuclear tracks in solids: principles and applications* (Univ. California Press, USA, 2022)
- [19] П.Ю. Апел, С.Н. Дмитриев. *Трековые мембраны*. В кн. А.Б. Ярославцев (ред.). *Мембраны и мембранные технологии* (Научный мир, М., 2013)
- [20] P. Apel. *Radiation Measurements*, **34** (1–6), 559 (2001).
- [21] P.Yu. Apel, I.V. Blonskaya, A.Yu. Didyk, S.N. Dmitriev, O.L. Orelovitch, D. Root, L.I. Samoilova, V.A. Vutsadakis. *Nucl. Instruments Methods Phys. Res. Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms*, **179** (1), 55 (2001). DOI: 10.1016/S0168-583X(00)00691-1
- [22] P. Apel, I.V. Blonskaya, S.N. Dmitriev, O.L. Orelovitch, A. Presz, B. Sartowska. *Nanotechnology*, **18** (30), 305302 (2007). DOI: 10.1088/0957-4484/18/30/305302
- [23] П.Ю. Апел, И.В. Блонская, Н.Е. Лизунов, К. Олейничак, О.Л. Орелович, Б.А. Сартовска, С.Н. Дмитриев. *Электрохимия*, **53** (1), 66 (2017). [P.Yu. Apel, I.V. Blonskaya, N.E. Lizunov, K. Olejniczak, O.L. Orelovitch, B.A. Sartowska, S.N. Dmitriev. *Russ. J. Electrochemistry*, **53** (1), 58 (2017).]
- [24] M. Dominique, A.V. Mitrofanov, J.-F.E. Hochedez, P. Apel, U. Schühle, F.A. Pudonin, O.L. Orelovitch, S.Yu. Zuev, D. Bolsée, C. Hermans, A. BenMoussa. *Appl. Opt.*, **48** (5), 834 (2009). DOI: 10.1364/AO.48.000834
- [25] A.V. Mitrofanov, P.Y. Apel. *Nucl. Instruments Methods Phys. Res. Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms*, **245** (1), 332 (2006).
- [26] В.Д. Кузнецов (ред.). *Солнечно-земная физика: Результаты экспериментов на спутнике КОРОНАС-Ф* (Физматлит, М., 2009), с. 73.
- [27] А.В. Митрофанов, П.Ю. Апел. *Известия РАН. Серия физическая*, **73** (1), 61 (2009). [A.V. Mitrofanov, P.Y. Apel. *Bull. Russ. Academy Sciences: Physics*, **73** (1), 57 (2009).]
- [28] А.В. Митрофанов, А.В. Попов, Д.В. Прокопович. *ЖТФ*, **90** (11), 1898 (2020). [A.V. Mitrofanov, A.V. Popov, D.V. Prokopovich. *Tech. Phys.*, **65**, 1814 (2020). DOI: 10.1134/S1063784220110195]
- [29] А.В. Митрофанов, Р.М. Фещенко. *ЖТФ*, **94** (7), 1166 (2024). [A.V. Mitrofanov, R.M. Feshchenko. *Tech. Phys.*, **69** (7), 1181 (2024).]
- [30] Y.V. Kopylov, A.V. Popov, A.V. Vinogradov. *Opt. Commun.*, **118** (5–6), 619 (1995). DOI: 10.1016/0030-4018(95)00295-J
- [31] М.А. Леонтович, В.А. Фок. *ЖЭТФ*, **16**, 557 (1946). [M.A. Leontovich, V.A. Fock. *J. Phys. USSR*, **10** (1), 13 (1946).]
- [32] *X-Ray Interactions with Matter* (2010). URL: www.cxro.lbl.gov/optical_constants/
- [33] R.M. Feshchenko, A.V. Popov. *J. Opt. Society America A*, **28** (3), 373 (2011). DOI: 10.1364/JOSAA.28.000373