

Матричный анализ экспериментальных передаточных функций прототипов сверхпроводящих гаусс-нейронов

© А.С. Ионин,^{1,2,3} Ф.А. Разорёнов,^{1,2} И.Е. Тарасова,^{1,2,3} Е.Н. Жардецкий,^{1,4}
Н.А. Соколов,^{1,2} С.В. Егоров,¹ В.В. Больгинов¹

¹ Институт физики твердого тела им. Ю.А. Осипьяна РАН,
142432 Черноголовка, Московская обл., Россия

² Московский физико-технический институт,
141700 Долгопрудный, Московская обл., Россия

³ СП „Квант“,
121205 Москва, Россия

⁴ Национальный исследовательский университет Высшая школа экономики,
109028 Москва, Россия
e-mail: bolg@issp.ac.ru

Поступило в Редакцию 22 мая 2026 г.

В окончательной редакции 22 мая 2026 г.

Принято к публикации 22 мая 2026 г.

Ранее было показано, что искусственные нейроны для сверхпроводящих нейронных сетей могут быть реализованы в виде одноконтактного и двухконтактного интерферометров, шунтированных дополнительной индуктивностью. Первые попытки реализации одноконтактного сигма-нейрона выявили необходимость и возможность построения обобщенной матричной теории, учитывающей все компоненты матрицы индуктивностей экспериментального образца размерностью 5×5 элементов. В работе представлено расширение матричного подхода на случай двухконтактного гаусс-нейрона. Разработанный метод допускает простую программную реализацию, хорошо описывает экспериментальные результаты и позволяет переключаться между сигма- и гаусс-нейронами путем незначительного изменения кода программы. Обсуждены сходства и различия матричных методов для сигма- и гаусс-нейронов, а также перспективы дальнейшего расширения матричного подхода на случаи трехконтактного и бесконтактного интерферометров.

Ключевые слова: джозефсоновские интерферометры, сверхпроводниковые нейроны, искусственные нейронные сети, сверхпроводниковая электроника, эффект Джозефсона, сверхпроводимость.

DOI: 10.61011/JTF.2026.10.63614.185-26

Введение

Использование систем искусственного интеллекта на основе нейроморфных технологий уже стало неотъемлемой частью современной жизни. Они используются для подготовки текстов, создания и корректировки изображений, анализа больших объемов научных данных и т.д. Объем и сложность решаемых задач приводят к большому энергопотреблению таких систем, сопоставимому с мощностью небольшой электростанции [1]. В связи с этим становится актуальным вопрос об использовании сверхпроводниковой элементной базы, характеризующейся энергоэффективностью и высоким быстродействием. Для этого необходимы новые логические элементы, которые уже разрабатываются в течение довольно длительного времени [2–17].

Настоящая работа мотивирована задачей создания сверхпроводящего гаусс-нейрона, необходимого для реализации нейронных сетей на основе радиальных передаточных функций (ПФ) [2,18]. Назначением гаусс-нейрона является нелинейное преобразование входного сигнала в соответствии с функцией распределения Гаусса. В работе [2] было показано, что подобный

функционал может обеспечить „квантовый потоковый параметрон“ („quantum flux parametron“ [19,20]) при определенных значениях параметров, в частности, индуктивностей и потока смещения [10]. Фактически гаусс-нейрон представляет собой двухконтактный джозефсоновский интерферометр (СКВИД), шунтированный дополнительной индуктивностью. Далее такие структуры мы будем называть Т-образными интерферометрами (Т-интерферометрами), поскольку их принципиальная схема напоминает букву „Т“ (рис. 1) в связи с наличием трех индуктивных элементов, соединенных в одной точке. Шунтирующая индуктивность гаусс-нейрона используется также для генерации выходного сигнала („выходная“ индуктивность) и приема „потока смещения“. Входной и выходной сигналы представляют собой магнитные потоки, создаваемые и считываемые специально выделенными элементами.

Ранее нами были предприняты попытки реализации сверхпроводящего гаусс-нейрона в виде многослойной гетероструктуры над сверхпроводящим экраном [13,17]. Использование экрана является стандартным решением для структур сверхпроводниковой электроники, поскольку позволяет подавить влияние внешних шумов, мини-

мизирует индуктивности полосковых линий и упрощает их расчет благодаря локализации магнитных полей [21] в зазоре между полосковыми линиями и экраном. Последнее позволяет, в свою очередь, учитывать отдельно влияние каждой части петли интерферометра при построении теории. Тем не менее эксперименты выявили возможность нежелательного взаимодействия частей нейронов друг с другом посредством бездиссипативных токов в экране [12,13,16,17,22], призванных (на первый взгляд) обеспечить упомянутую локализацию. Соответствующие взаимные индуктивности, конечно, малы, но могут приводить к существенному искажению формы ПФ. В случае гаусс-нейрона это выражается в появлении нежелательной линейной компоненты, обусловленной паразитным взаимодействием задающего и считывающего элементов [16].

В работе [15] мы показали, что в случае сигма-нейрона [2–4,7,9–11] паразитное взаимодействие всех его частей может быть учтено в рамках обобщенной теории, пригодной для произвольной матрицы индуктивностей экспериментального образца размерностью 5×5 элементов. Это позволяет уточнить условия на индуктивности частей нейрона, обеспечивающие сигмоидальность его передаточной функции. Такая же теория должна быть построена и для гаусс-нейрона с целью анализа экспериментальных результатов и последующего совершенствования устройства экспериментальных образцов. Основной задачей настоящей работы является расширение матричного подхода на случай гаусс-нейрона, а также проверка полученных формул путем аппроксимации экспериментальных ПФ ранее изучавшихся образцов. Расширенный метод допускает простую программную реализацию и позволяет переключаться между случаями сигма- и гаусс-нейронов путем незначительного изменения кода программы. Проведенное численное моделирование позволило проверить наличие дефектов симметрии в исследованных структурах, изучить влияние скрытых (трудноопределяемых) компонент матрицы индуктивностей в проектируемых образцах, предсказать неожиданные режимы функционирования гаусс-нейрона и проиллюстрировать эволюцию токового состояния гаусс-нейрона при изменении входного сигнала. В заключении продемонстрирована возможность дальнейшего расширения данного метода на случаи трехконтактного и бесконтактного Т-интерферометров. Первый случай представляет собой один из возможных дефектов экспериментального гаусс-нейрона, тогда как второй интересен в связи с возможным применением таких элементов в качестве искусственных синапсов, реализующих умножение входного сигнала на весовые коэффициенты [23].

1. Матричная модель гаусс-нейрона

Рассмотрим модификацию матричной модели сигма-нейрона (переход к случаю гаусс-нейрона) при добав-

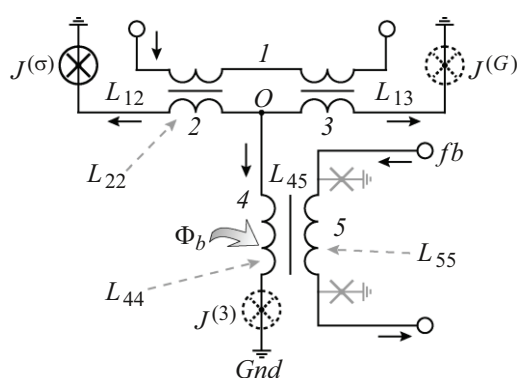


Рис. 1. Принципиальная схема Т-образного интерферометра. Нумерация индуктивных элементов соответствует порядку их перечисления в матрице индуктивностей (см. обсуждение в тексте). Стрелками отмечено условно положительное направление тока в индуктивных элементах (токовый базис), которое может не совпадать с фактически возникающим. Крестами отмечены контакты Джозефсона, причем круги обозначают возможность включения/исключения контактов из схемы при расширении матричного метода на случай Т-образного интерферометра с другим числом контактов (см. обсуждение в разд. 3. В частности, КД $J^{(\sigma)}$ входит в состав всех джозефсоновских Т-интерферометров; КД $J^{(G)}$ — в состав гаусс-нейрона и 3-контактного интерферометра; КД $J^{(3)}$ — только в состав 3-контактного интерферометра. Серым обозначены КД измерительного СКВИДа, которые не учитываются в матричном уравнении состояния. Токковая линия обратной связи, подключенная к СКВИДу (feedback), обозначена символом fb . Серые штриховые стрелки отображают соответствие некоторых (наиболее значимых) компонент матрицы индуктивностей конкретным элементам схемы.

лении в его контур дополнительного контакта Джозефсона (КД). Основой для реализации обоих типов нейронов является Т-образная сверхпроводящая петля, состоящая из трех индуктивных элементов („плечи“), имеющих общую точку соединения. Противоположные концы плеч замыкаются на общий электрод либо напрямую, либо через контакты Джозефсона. Принципиальная схема Т-образного интерферометра показана на рис. 1. Т-образная петля состоит из элементов 2,3 („приемные плечи“) и 4 („выходное“ плечо), а точка соединения обозначена как O . Задающий и считывающий элементы (контрольная линия и измерительный СКВИД) обозначены цифрами 1 и 5 соответственно. КД показаны, как обычно, крестом, причем круг отображает возможность включения или исключения контакта из схемы. В частности, контакт $J^{(\sigma)}$ входит в состав как гаусс-, так и сигма-нейронов; контакт $J^{(G)}$ используется только в гаусс-нейроне; контакт $J^{(3)}$ может входить в состав 3-контактного Т-интерферометра вместе с контактами $J^{(\sigma)}$, $J^{(G)}$. Бесконтактный Т-интерферометр КД не содержит. (Расширение матричного метода на случаи 3-контактного и 0-контактного интерферометров обсуждается в разд. 3). Экспериментальный образец также должен содержать задающий и регистрирующий элементы

(соответственно 1 и 5 на рис. 1), что определяет размерность матрицы индуктивностей (5×5 компонент) для обоих типов нейронов. Диагональные компоненты L_{kk} соответствуют собственным индуктивностям элементов нейрона, а недиагональные L_{km} ($m \neq k$) описывают взаимодействие элементов с номерами k и m на рис. 1. Гаусс-нейрон предполагает $L_{22} = L_{33}$ и $L_{12} = -L_{13}$. Для сигма-нейрона эти условия могут нарушаться.

В работе [15] мы показали, что в случае сигма-нейрона ПФ получается как решение матричного уравнения вида

$$\|A\| \cdot \|i\| = \|f\|, \quad (1)$$

где $\|A\|$ — матрица системы, $\|i\|$ — столбец токов i_p из 5 элементов, а $\|f\|$ — столбец свободных членов. Уравнение (1) фактически представляло собой систему уравнений состояний сигма-нейрона, причем первые три строки формировались условиями баланса фаз в частичных контурах экспериментального образца, а еще две — законами Кирхгофа в точках соединения индуктивных и/или джозефсоновских элементов. Общее решение для каждого тока i_p представляло собой линейную комбинацию компонент вектора f , коэффициентами которой являются компоненты обратной матрицы $\|A^{-1}\|$. Таким образом, вычисление ПФ экспериментального образца сводится к заполнению матрицы A , решению системы (1) для токов $i_{1,5}$ с последующим анализом и/или аппроксимацией.

Рассмотрим адаптацию матричного метода [15] для гаусс-нейрона, который является основным объектом рассмотрения настоящей работы. Любой Т-образный интерферометр содержит три замкнутых сверхпроводящих контура (состоящих из попарно выбранных элементов 2–4), которые дают два линейно независимых условия баланса фаз. В случае гаусс-нейрона удобно выбрать в качестве независимых частичные контуры, включающие выходное плечо. Обобщая ранее полученные уравнения [3,4,7,8,10] в форме [16] на случай произвольной матрицы индуктивностей (см. обсуждение в [15]), имеем для условий баланса фаз

$$\sum_{q=1}^5 (l_{2q} - l_{4q}) i_q = -\varphi^{(\sigma)}, \quad (2)$$

$$\sum_{q=1}^5 (l_{3q} - l_{4q}) i_q = -\varphi^{(G)}. \quad (3)$$

Здесь (как и в уравнении (1)) введение строчных букв отражает использование стандартной нормировки входящих в уравнения величин. В частности, потоки нормируются на $\Phi_0/2\pi$, токи — на критический ток контакта $J^{(\sigma)}$ ($I_c^{(\sigma)}$), а индуктивности — на его джозефсоновскую индуктивность $L_j^{(\sigma)} = \Phi_0/2\pi I_c^{(\sigma)}$ (Φ_0 — квант магнитного потока). Отличие от случая сигма-нейрона содержится в правой части уравнения (3): она содержит джозефсоновскую фазу $\varphi^{(G)}$ вместо нуля.

Отрицательный знак джозефсоновских фаз $\varphi^{(\sigma,G)}$, а также слагаемых l_{4q} в левых частях уравнений (2),(3) является следствием выбора токового базиса на рис. 1 в соответствии с более ранними работами [12,13,16]. Также учитывается выбор направлений обхода частичных контуров гаусс-нейрона: приемные элементы обходятся в положительном направлении.

Еще один контур, который может дать условие баланса фаз, составляет измерительный элемент (двух-контактный СКВИД, 5 на рис. 1). Однако в случае измерения выходного сигнала методом стабилизации магнитного потока (т.е. с использованием метода обратной связи) [12,13,16], в качестве третьего уравнения можно записать условие постоянства магнитного потока ϕ_{sq} через измерительный элемент [15]:

$$\phi_5 = \sum_{q=1}^5 l_{5q} i_q = \phi_{sq}. \quad (4)$$

Это позволяет упростить уравнение (1) в части уменьшения размерности и количества параметрических переменных (см. обсуждение ниже).

Закон Кирхгофа для точки соединения элементов „О“ (четвертое уравнение) в случае токового базиса, выбранного на рис. 1, записывается как

$$i_2 + i_3 + i_4 = 0. \quad (5)$$

Такой выбор токового базиса обеспечивает „обход“ общего элемента 4 в одном направлении при составлении уравнений баланса фаз в частичных контурах гаусс-нейрона (см. уравнения (3),(4)). Наконец, последнее уравнение (пятое) системы (1) в случае сигма-нейрона давалось законом Кирхгофа в точке последовательного соединения джозефсоновского контакта $J^{(\sigma)}$ с индуктивным элементом 2:

$$i_2 = R^{(\sigma)}(\varphi^{(\sigma)}). \quad (6)$$

Здесь и далее $R^{(\sigma,G)}(\varphi^{(\sigma,G)})$ есть (нормированные на критический ток контакта $J^{(\sigma)}$) ток-фазовые характеристики (ТФХ) соответствующих КД. В настоящей работе нам было достаточно обычного соотношения вида $R^{(\sigma,G)} = \sin \varphi^{(\sigma,G)}$, но и более сложные ТФХ тоже могут быть рассмотрены. В случае гаусс-нейрона появится еще одно (шестое) уравнение для точки последовательного соединения джозефсоновского контакта $J^{(G)}$ с индуктивным элементом 3:

$$i_3 = \alpha R^{(G)}(\varphi^{(G)}), \quad (7)$$

где $\alpha = I_c^{(G)}/I_c^{(\sigma)}$ есть параметр джозефсоновской асимметрии [16].

Основное отличие от случая сигма-нейрона связано с количеством уравнений состояния. Для сигма-нейрона количество уравнений равнялось числу компонент столбца токов $\|i\|$, что позволяло записать (и

в дальнейшем решать) эти уравнения в матричной форме (1) со столбцом свободных членов

$$\|f^{(\sigma)}\| = \begin{bmatrix} -\varphi^{(\sigma)} & 0 & \phi_{sq} & 0 & R^{(\sigma)}(\varphi^{(\sigma)}) \end{bmatrix}^T. \quad (8)$$

(Здесь и далее верхние индексы σ , G и т.д. обозначают применимость к различным типам нейронов, точнее, Т-образных интерферометров с разным количеством КД.) Для гаусс-нейрона количество уравнений на одно больше, и система является переопределенной. Эта сложность разрешается следующим образом. Передаточная функция представляет собой множество точек (i_1, i_5) , удовлетворяющих уравнению (1). Как и любая кривая, она может быть представлена в параметрическом виде. В случае сигма-нейрона параметрической переменной на всей области определения является джозефсоновская фаза $\varphi^{(\sigma)}$ [15]. Для гаусс-нейрона столбец свободных членов $\|f^{(G)}\|$ содержит две джозефсоновские фазы:

$$\|f^{(G)}\| = \begin{bmatrix} -\varphi^{(\sigma)} & -\varphi^{(G)} & \phi_{sq} & 0 & R^{(\sigma)}(\varphi^{(\sigma)}) \end{bmatrix}^T, \quad (9)$$

которые параметризуют некоторую двумерную поверхность в 3-мерном пространстве. Чтобы получить в однопараметрическом виде кривую $i_5(i_1)$, фазы $\varphi^{(\sigma, G)}$ необходимо связать дополнительным условием, роль которого может выполнить, например, уравнение (7). Более точно, необходимо разрешить систему (2)–(6) относительно тока i_3 и подставить решение в уравнение (7). При этом ток i_3 (как и все компоненты столбца токов) будет выражен в виде линейной комбинации компонент столбца $\|f^{(G)}\|$ (включая фазы $\varphi^{(\sigma, G)}$), обеспечивая необходимое уравнение связи. В свою очередь, токи i_k получаются как решение уравнения (1) с матрицей системы

$$\|A\| = \begin{bmatrix} l_{21} - l_{41} & l_{22} - l_{42} & l_{23} - l_{43} & l_{24} - l_{44} & l_{25} - l_{45} \\ l_{31} - l_{41} & l_{32} - l_{42} & l_{33} - l_{43} & l_{34} - l_{44} & l_{35} - l_{45} \\ l_{51} & l_{52} & l_{53} & l_{54} & l_{55} \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

и столбцом свободных членов $\|f^{(G)}\|$.

Программная реализация предложенного метода вряд ли заслуживает детального описания, однако некоторые моменты следует упомянуть в целях дальнейшего обсуждения в разд. 3. На вход подается матрица индуктивностей 5×5 элементов, полученная при помощи программы экстракции индуктивностей, например, 3D-MLSI [17,24–26]. При этом расчетный токовый базис должен соответствовать приведенному на рис. 1. Это не ограничивает общность предложенного подхода, поскольку выбор положительных направлений токов обычно является свободным параметром как при расчете матрицы индуктивностей, так и при проведении эксперимента. Если согласовать токовые базисы по каким-то причинам не удалось, следует построить матрицу перехода $\|T\|$ между введенным $(\|i\|)$ и произвольным

$(\|i'\|)$ токовыми базисами, согласно

$$\|i'\| = \|T\| \cdot \|i\|, \quad (10)$$

и преобразовать матрицу индуктивности $\|L'\|$ (в базисе $\|i'\|$) как квадратичную форму:

$$\|L\| = \|T\|^T \cdot \|L'\| \cdot \|T\|. \quad (11)$$

Элементы матрицы $\|T\|$ запишутся следующим образом:

$$T_{jk} = z_1 \delta_{jp} \delta_{1k} + z_2 \delta_{jq} \delta_{2k} + z_3 \delta_{jr} \delta_{3k} + z_4 \delta_{js} \delta_{4k} + z_5 \delta_{jt} \delta_{5k}, \quad (12)$$

где p, q, r, s, t — есть номера элементов 1, 2, 3, 4, 5 в произвольном токовом базисе $\|i'\|$, а множители z_k отражают возможное изменение положительного направления тока:

$$z_k = \begin{cases} +1, & \text{если ток сонаправлен с } i_k, \\ -1, & \text{если ток противоположно направлен } i_k. \end{cases} \quad (13)$$

Найдя решение для токов $\|i\|$, можно перейти обратно в произвольный базис с помощью уравнения (10). Преобразование к произвольному базису уравнения (1), в принципе, также можно сделать с помощью преобразований линейной алгебры, однако оно будет гораздо более громоздким, поскольку уравнение (1) содержит различно преобразующиеся строки. Например, в системе присутствуют уравнения баланса фаз, которые преобразуются отлично от законов Кирхгофа. Описанный выше алгоритм представляется наиболее прозрачным способом согласования токовых базисов без пересчета матриц $\|A\|$ и $\|L\|$.

Помимо матрицы $\|L\|$, необходимо указать величину стабилизируемого потока ϕ_{sq} , которая определяет лишь положение стартовой точки ПФ для сигма-нейрона [12,15], но оказывает определяющее влияние на форму и амплитуду ПФ гаусс-нейрона. Также в программе задаются число КД и значения их критических токов. Для решения уравнения (1) мы использовали библиотеку символьных вычислений `sympy` языка `Python`, поскольку проводимые линейные преобразования в таком случае сохраняют свободные параметры и функции $R(\varphi)$, а также позволяют получить выражения для токов в виде математических объектов. Далее для всех пар значений $\varphi^{(\sigma, G)}$ в заранее заданном диапазоне вычислялись пары значений $i_{1,5}$, которые отображались на графике только при соблюдении условия (7). Альтернативный подход предполагал решение уравнения (7) относительно $\varphi^{(G)}$ для каждого значения $\varphi^{(\sigma)}$. Для сравнения с экспериментальными кривыми расчетная ПФ должна быть умножена на критический ток „референсного“ КД, либо на эту же величину необходимо нормировать экспериментальную кривую. В нашем случае „референсным“ является КД $J^{(\sigma)}$, чье ток-фазовое соотношение (точнее, связанный с ним закон Кирхгофа (6)) учитывается в матричном уравнении (1) для всех типов Т-образных интерферометров, содержащих КД.

2. Эксперимент

В разд. 2 будет проиллюстрирована применимость расширенного метода для анализа экспериментальных данных. К настоящему моменту нами накоплено довольно много экспериментальных ПФ гаусс-нейронов (см., например, [13,16,17]), которые до сих пор не были проанализированы из-за отсутствия возможности учета всех компонент матрицы индуктивностей в рамках ранее представленных теорий. Чтобы закрыть этот пробел, мы разработали программу в среде Python, использующую наработки разд. 1. Пример аппроксимации представлен на рис. 2, *a*. По горизонтальной оси здесь отложена величина управляющего тока $I_1 = I_{CL}$, протекающего по контрольной линии. По вертикальной — величина I_{fb} тока обратной связи (одна из компонент тока I_5 , см. [12,15]), задаваемого в измерительный элемент для компенсации изменения магнитного потока через него (также компенсирующий ток). Синяя линия представляет собой экспериментальную кривую, полученную для гаусс-нейрона второй конструкции (см. [17] и вставку на рис. 2, *a*), причем недавние успехи в совершенствовании программы экстракции индуктивностей 3D-MLSI [17] позволили рассчитать для него матрицу индуктивностей (см. приложение А). Можно видеть, что расчетная кривая хорошо аппроксимирует результаты эксперимента (коэффициент детерминации $R^2 = 0.996$). Присутствующие расхождения мы связываем с малой величиной выходного сигнала и, как следствие, сильным влиянием экспериментальных погрешностей. При подгонке основным подгоночным параметром была величина константы паразитного взаимодействия задающего и считывающего элементов $L_{15} = 17$ fH (определяющей наклон линейной компоненты ПФ согласно [16]), которая не могла быть точно рассчитана из-за большого размера сверхпроводящего экрана ($400 \times 1000 \mu\text{m}$). Увеличение экрана по сравнению с первыми работами [12,14] позволило подавить L_{15} примерно на порядок, хотя и не позволило полностью избавиться от линейной компоненты ПФ. Также корректировались компоненты $L_{12} = -L_{13}$, которые определяют период экспериментальной кривой и требуют высокой точности определения для успешной аппроксимации. Кроме того, из эксперимента определялось значение L_{55} (индуктивность петли измерительного элемента). Корректировка указанных компонент составила не более 10% расчетной величины, что соответствует оценкам точности воспроизведения технологических параметров. Критические токи $I_c^{(\sigma, G)}$ были внесены с одинаковыми значениями ($11 \mu\text{A}$) согласно измеренным вольт-амперным характеристикам тестовых КД. Еще одним подгоночным параметром была величина стабилизируемого магнитного потока Φ_{sq} , который задавался программе в токовом представлении как $I^0 = \Phi_{sq}/L_{55}$.

При подготовке работы [13] также было получено большое количество экспериментальных ПФ гаусс-нейронов. Эти данные сложнее аппроксимируются в

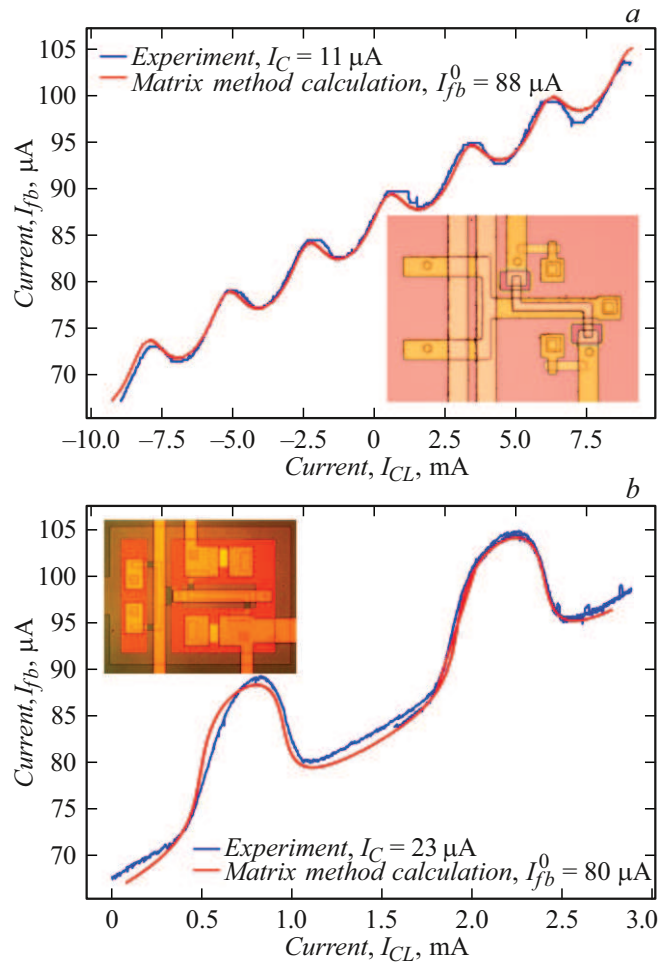


Рис. 2. Экспериментальные передаточные функции сверхпроводящих нейронов (синие линии), полученных при подготовке статей [17] (панель *a*) и [13] (панель *b*), измеренные при температуре $T = 4.2$ K. Красные линии показывают расчетные передаточные функции согласно уравнению (1). Параметры расчета приведены на панелях Матрицы индуктивностей в приложении А. На вставках приведены микрофотографии исследованных образцов.

силу недостаточного контроля некоторых экспериментальных параметров в начальных экспериментах, меньшей определенности в толщинах слоев изоляции, критическом токе КД, а также худшего качества сверхпроводящих слоев, приводящего к росту лондоновской длины и кинетической индуктивности. Тем не менее путем варьирования этих величин в разумных пределах удается получить матрицу индуктивностей (см. приложение А), удовлетворительно описывающую экспериментальные результаты. Пример такой аппроксимации показан на рис. 2, *b* ($R^2 = 0.991$). Подгоночными параметрами здесь, помимо прочего, являются критический ток КД и стабилизируемый поток в измерительном элементе. Таким образом, имеющиеся в наличии теоретические и расчетные методы позволяют с хорошей точностью аппроксимировать передаточные функции гаусс-

нейронов и уточнить эффективные параметры проведенного эксперимента.

Численное моделирование позволяет посмотреть на передаточные функции образца в условиях, экспериментально не реализовавшихся. На рис. 3 представлены результаты расчета ПФ гаусс-нейрона при разных значениях i^0 . Использовалась матрица индуктивностей (согласно приложению А) образцов первой конструкции [13] при значении критического тока джозефсоновского контакта, равного $21 \mu\text{A}$. В целом, эволюция ПФ соответствует результатам статей [10,27] с поправкой на наличие паразитной линейной компоненты ПФ. Некоторое удивление должна вызывать нелинейность передаточной функции при нулевом значении i^0 (лиловая кривая на рис. 3, а). Дело в том, что для гаусс-нейрона одной из ключевых величин является „поток смещения“ ϕ_b , определяющий амплитуду и форму передаточной функции [10]. В наших экспериментах единственным источником ϕ_b является обмен потоком с измерительным элементом. Нулевая величина ϕ_{sq} означает отсутствие ϕ_b , т.е. нулевую амплитуду купола передаточной функции [27] (см. также рис. 2, d в статье [10]). Возможность наблюдения нетривиальной ПФ в этом случае связана именно с паразитным взаимодействием задающего и считывающего элементов, что приводит к эффективному увеличению абсолютной величины ϕ_b с ростом входного сигнала [16].

С ростом величины i^0 купол ПФ на рис. 3, а уширяется. При достаточно больших значениях i^0 форма нелинейной компоненты ПФ стремится к прямоугольной (см. оранжевую кривую на рис. 3, а). С точки зрения нейроморфных вычислений такой режим работы нейронной ячейки вряд ли востребован, однако в задачах цифровой логики регулярно возникает необходимость в генерации прямоугольных импульсов. Подобный режим (даже более резко выраженный) действительно наблюдался экспериментально (рис. 4, а). Для его реализации необходимо установить большую величину стартового тока $i_{fb}^{(0)}$ или, фактически, большую величину потока смещения. Использование разработанной программы позволило аппроксимировать полученную кривую с использованием общей матрицы индуктивностей гаусс-нейронов первой конструкции (см. приложение А).

Более наглядным эффектом является „переворот“ купола ПФ на рис. 3, а при изменении знака входного сигнала. Его можно заметить по разному взаимному расположению замкнутых (см. обсуждение ниже) и непрерывных решений. Такое поведение связано с инверсией знака эффективного потока смещения ϕ_b при развертке входного сигнала [16]. Эффект переворота купола может наблюдаться и экспериментально, как показано на рис. 3, b. Разработанный метод позволил получить близкую аппроксимацию экспериментальной кривой с реалистичными значениями подгоночных параметров (см. красную кривую на рис. 3, b). Стоит отметить, что такой режим возникает вследствие большой константы связи задающего

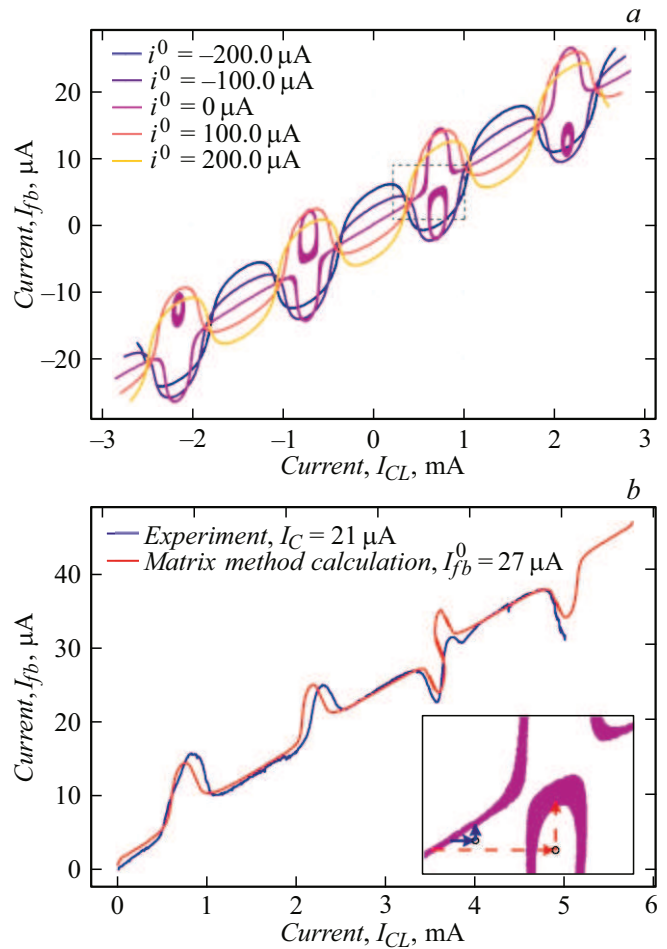


Рис. 3. а — расчетные передаточные функции для гаусс-нейрона первой конструкции (см. [13]) при разных значениях стартового тока в измерительном элементе. Пунктиром выделена область, показанная на вставке к панели b. b — экспериментальная передаточная функция этого нейрона, содержащая точку переворота купола нелинейной компоненты (синяя кривая). Температура эксперимента $T = 4.2 \text{ K}$. Красная линия показывает результаты расчета согласно уравнению (1). Параметры расчета приведены на панелях. Матрицы индуктивностей приведены в приложении А. На вставке продемонстрирована работа алгоритма компенсации магнитного потока в измерительном СКВИДе (см. подробности в тексте).

щего и считывающего элементов ($L_{15} = 0.1 \text{ pH}$ согласно таблице в приложении А). Это приводит к изменению величины ϕ_b на π за счет изменения I_1 в пределах экспериментально доступных значений. Уменьшение L_{15} за счет увеличения размера экрана в поперечном контрольной линии направлении [17] или использования реверсивной контрольной линии [14] позволяет сдвинуть точку переворота дальше от нуля I_1 (ср. рис. 2) либо полностью исключить переворот в идеальном случае полного подавления паразитного взаимодействия.

Как упоминалось выше (разд. 1), разработанная программа позволяет довольно просто учесть возможные дефекты гаусс-нейрона, рассмотренные в работе [16]. На-

пример, асимметрия по отношению к приему входного сигнала возникнет при нарушении условия $L_{12} = -L_{13}$. Геометрическая асимметрия (разная индуктивность приемных плеч) соответствует случаю $L_{22} \neq L_{33}$. Для учета джозефсоновской асимметрии необходимо задать параметр α в ТФХ контакта $J^{(G)}$ (7). Отметим, что критические токи джозефсоновских контактов нейрона являются неизмеримыми параметрами, и разброс критических токов для образцов на одной подложке требует отдельного технологического исследования. Возможность учета дефектов особенно актуальна для анализа образцов первой конструкции (см. [13] и вставку на рис. 2, *a*), которые были изготовлены в менее воспроизводимых технологических условиях. На рис. 5 представлены расчетные

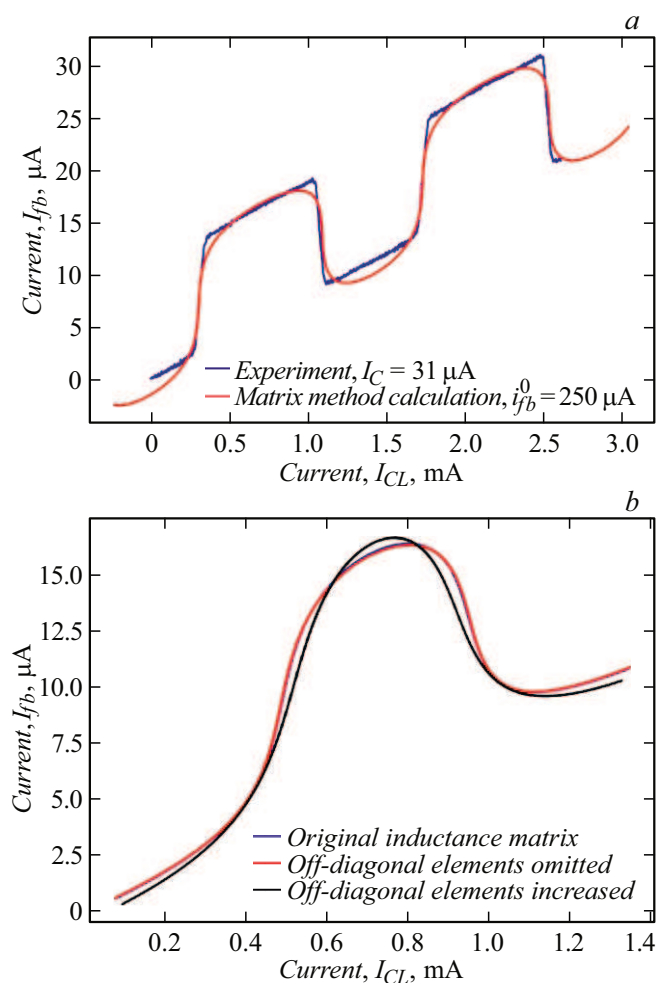


Рис. 4. *a* — демонстрация работы гаусс-нейрона в режиме генерации прямоугольных импульсов. Синяя и красная кривые представляют собой экспериментальную и расчетную передаточные функции для гаусс-нейрона первой конструкции (см. [13]). Параметры расчета приведены на панели. *b* — демонстрация влияния недиагональных компонент матрицы индуктивностей на формы ПФ гаусс-нейрона. Синяя кривая соответствует матрице индуктивностей образцов первой конструкции (см. приложение А); красная кривая получена в предположении $L_{23} = L_{34} = L_{24} = 0$; для черной кривой эти компоненты увеличены в 10 раз.

передаточные функции таких гаусс-нейронов для симметричного и слабо асимметричного ($\alpha = 1.17$) случаев. Параметры расчета соответствуют рис. 3, *b*. Видно, что при небольшой джозефсоновской асимметрии наблюдается небольшое уширение купола и его смещение относительно симметричного случая. Однако увеличение α до 1.3 приводит к драматическим изменениям: эффект „расщепления“ купола, наблюдавшийся при его перевороте (в окрестности $I_{CL} = 3.7$ мА на рис. 5, *a*) распространяется на все купола в пределах области изменения входного сигнала. Другими словами, можно сказать, что нелинейная компонента ПФ становится знакопеременной. Геометрически, эффект может быть описан как гибридизация открытой и локализованных траекторий на рис. 3, *b*. Физическая причина связана с ростом критического тока контакта $J^{(G)}$ при увеличении α , что ведет к увеличению эффективной индуктивности правого приемного контура $(L_{33} + L_{44})/L_J^{(G)}$, где $L_J^{(G)}$ — эффективная индуктивность контакта $J^{(G)}$. Однако экспериментально такие формы ПФ не наблюдались, а введение джозефсоновской асимметрии не приводило к существенно лучшему совпадению расчета с экспериментом. Другими словами, дефекты типа джозефсоновской асимметрии в экспериментах [13], по-видимому, отсутствовали.

Еще один важный вопрос связан с влиянием недиагональных компонент центрального блока (см. [15]) L_{23} , L_{34} и L_{24} , которые описывают взаимодействие плеч нейрона между собой. В силу своей природы эти компоненты не могут быть достоверно определены ни в ходе численного, ни в ходе физического экспериментов. Это связано с тем, что для их вычисления необходимо создать виртуальное или реальное подключение к экрану в общей точке „О“, причем размер и форма контакта оказывает ощутимое влияние на результаты определения именно этих компонент. Поэтому важно представлять их влияние на форму передаточной функции. На рис. 4, *b* показаны расчетные ПФ для реальной матрицы индуктивностей, согласно таблице в приложении А, а также для случая диагонализированного центрального блока, в котором эти компоненты приняты равными нулю. Видно, что роль этих компонент пренебрежимо мала, поскольку красная и синяя кривые попросту сливаются на рис. 4 *b*. Заметное искажение может наблюдаться только при 10-кратном увеличении недиагональных компонент центрального блока, как показывает черная кривая. Таким образом, взаимодействие плеч нейрона между собой оказывает пренебрежимо малое влияние на форму ПФ.

В заключение раздела, рассмотрим вопрос о формировании замкнутых токовых траекторий („пузырей“), которые имеют место, например, для сиреневой кривой ($i^0 = 0$, $\phi_{sq} = 0$) на рис. 3, *a*. Потенциально наличие замкнутых решений может приводить к бистабильности или гистерезису на ПФ гаусс-нейрона, оказывая негативное влияние на его функциональность. Однако в эксперименте такие явления не наблюдались в силу

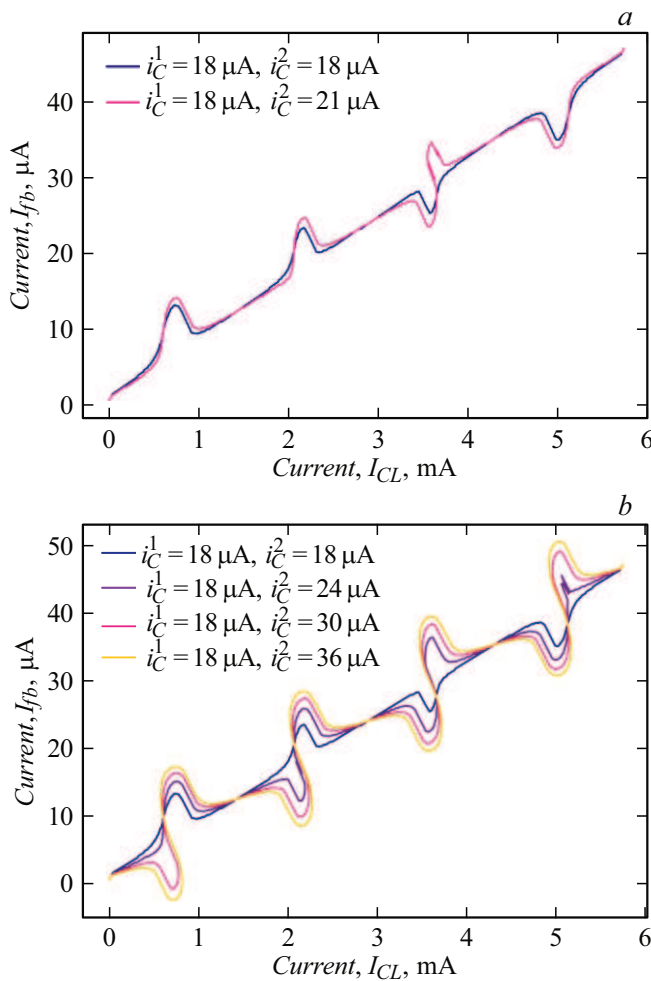


Рис. 5. Расчетные передаточные функции гаусс-нейрона первой конструкции для разных случаев джозефсоновской асимметрии. Используемые значения критических токов приведены на рисунке. Матрица индуктивностей приведена в приложении.

использованного метода измерения магнитного потока. Действительно, стартовая точка ПФ гаусс-нейрона ($i_1 = 0$) находится на непрерывной ветви решения (см., например, рис. 2, 3, б, 4, а). В ходе эксперимента схема или алгоритм обратной связи подстраивают значение тока i_5 (точнее, его компоненты i_{fb} , „тока обратной связи“) так, чтобы магнитный поток через измерительный элемент оставался постоянным (равным ϕ_{sq}). При этом рабочая точка гаусс-нейрона (в смысле пары решений (i_1, i_5)) будет двигаться по непрерывному („открытому“) решению и на замкнутую траекторию не попадет. Последнее может произойти, например, при слишком большой скорости изменения i_1 , превосходящей скорость реакции схемы обратной связи. Такой же эффект может оказать короткий шумовой импульс большой амплитуды. При алгоритмической реализации обратной связи [12,13] попадание на замкнутую траекторию может произойти из-за слишком большого шага развертки i_1 ,

поскольку перемещение рабочей точки происходит в два этапа: изменение управляющего тока (горизонтальные стрелки на вставке на рис. 3, б) и подбор оптимального тока i_{fb} (вертикальные стрелки). Если промежуточное состояние попадет внутрь (или в близкую окрестность) замкнутого решения (см. красные стрелки на вставке на рис. 3, б), то второй переход завершится на одной из границ „пузыря“. Поэтому в ходе экспериментов [12,13,17] шаг развертки тока i_1 подбирался возможно меньшим (0.1%–1% от периода), чтобы обеспечить высокую детализацию кривой и отсутствие переходов на замкнутые траектории. Однако представлять механизм образования таких траекторий все же необходимо, имея в виду возможное негативное влияние на функционирование практических устройств.

Реализованный нами алгоритм позволил проиллюстрировать эволюцию токовых состояний гаусс-нейрона путем простого изменения отображаемой величины. На рис. 6, а представлены зависимости токов i_2 , i_3 , i_4 от управляющего тока i_1 , точнее, от входного магнитного потока $\phi_{in} = i_1(|l_{12}| + |l_{13}|)$. Ток i_4 фактически формирует выходной сигнал нейрона, а i_2 , i_3 суть экранирующие токи, возникающие в приемных контурах гаусс-нейрона (по определению — элементы 2(3) и 4, включая соответствующий единственный КД) в качестве отклика на внешний сигнал. Видно, что при малых i_1 экранирующие токи симметрично возрастают по абсолютной величине примерно линейным образом. Их алгебраическая сумма при этом близка к нулю, что определяет малое значение тока i_4 (согласно уравнению (5)). Качественно такое состояние можно интерпретировать как существование сонаправленных кольцевых токов в частичных контурах нейрона (см. черные стрелки на вставке к рис. 6, а), которые компенсируют друг друга в общем элементе 4. Фактически экранирующий ток протекает по приемному контуру нейрона (см. пунктирную стрелку на вставке к рис. 6, а), поэтому эффективная индуктивность частичных контуров l_{eff} определяется компонентами l_{22} , l_{33} .

С увеличением входного сигнала экранирующие токи достигают максимума и начинают уменьшаться по абсолютной величине. Для одноконтурного СКВИДа (см., например, [21]) этот процесс начинается, когда полный поток в контуре превосходит значение $\Phi_0/4$ ($\pi/2$ в естественной нормировке). В свою очередь, полный поток в частичных контурах при „сонаправленном“ состоянии складывается (в основном) из управляющего сигнала (который входит с разным знаком в условия баланса фаз (2),(3) в силу разных знаков компонент L_{12} , L_{13} в матрице индуктивностей), экранирующего потока (компенсирует входящий сигнал, максимальное значение $|l_{22,33}|$) и постоянного потока смещения ϕ_b (возникает из-за взаимодействия общего элемента 4 с измерительным СКВИДом). Из-за наличия потока смещения (по-разному складывается со входным сигналом), перегиб красной кривой на рис. 6, а начинается раньше, чем на синей (см. точки 1 и 1'). Разница невелика (около 0.015 в единицах кванта магнитного

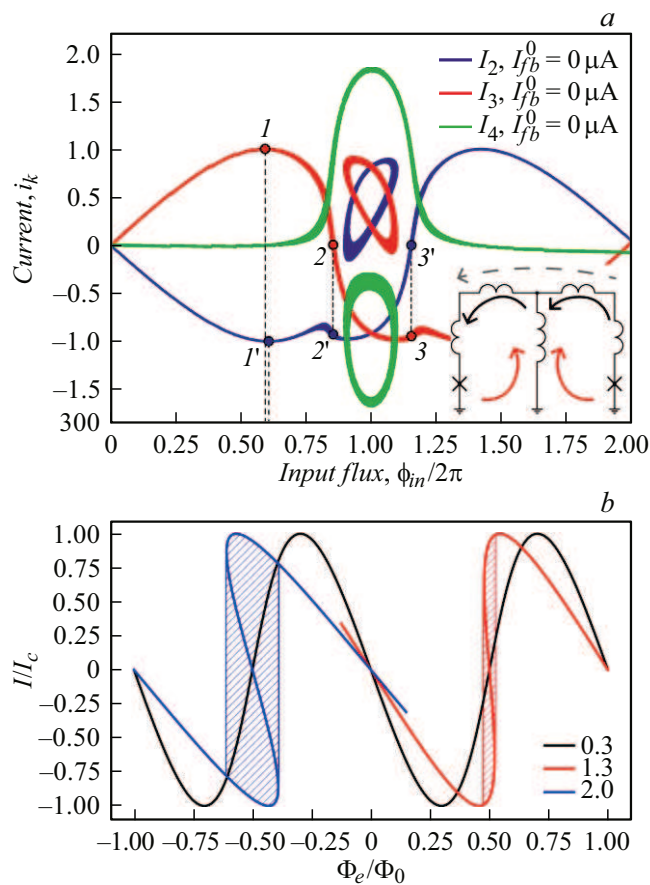


Рис. 6. *a* — зависимость токов в плечах гаусс-нейрона первой конструкции (см. определения в тексте) при нулевом потоке в СКВИДе. Параметры расчета соответствуют рис. 3, a ($I_c^{(\sigma)} = I_c^{(G)} = 21 \mu\text{A}$, матрица индуктивностей приведена в приложении А). На вставке схематически показаны направления кольцевых токов в гаусс-нейроне для „сонаправленной“ (черные стрелки) и „противонаправленной“ (красные стрелки) ориентаций. Пунктирная стрелка показывает протекание эффективного экранирующего тока в „сонаправленной“ ориентации. *b* — схематическая зависимость экранирующего тока I в одноконтактном СКВИДе от внешнего потока Φ_e . Кривые разного цвета соответствуют разным значениям нормированной индуктивности петли $l = 2\pi L_{I_c}/\Phi_0$. Штриховкой выделена область, в которой представленная зависимость не является однозначной.

потока), но она приводит к принципиальному изменению состояния нейрона. Уменьшение тока i_3 при неизменном i_2 приводит к неполной компенсации кольцевых токов в общем элементе 4, усиливая эффект потока смещения. В результате ток i_3 (красная кривая) первым изменяет знак (точка 2 на рис. 6, *a*), а ток i_2 возвращается к своему максимальному значению по абсолютной величине. При этом образуется „противонаправленное“ упорядочение кольцевых токов в частичных контурах (см. красные стрелки на вставке к рис. 6, *a*). Дальнейшее увеличение управляющего сигнала приводит к смене направления тока i_2 (точка 3'

на рис. 6, *a*), возврату к „сонаправленной“ ориентации круговых токов и уменьшению выходного сигнала нейрона.

Причина возникновения замкнутых траекторий связана с переходом нейрона в „противонаправленное“ токовое состояние и большой величиной компоненты L_{44} . Сначала заметим, что формальной причиной появления замкнутых траекторий можно назвать наличие нескольких токовых состояний, обеспечивающих выполнение матричного уравнения (1). Действительно, в зоне существования замкнутой траектории тока i_4 для каждого значения входного сигнала существуют до трех точек пересечения с расчетными кривыми для $i_{2,3}$. Учтем далее, что первые уравнения системы (1) даются условиями баланса фаз в частичных контурах, представляющих собой фактически одноконтактные СКВИДы с разной индуктивностью петли в „сонаправленном“ и „противонаправленном“ состояниях. Поскольку в сонаправленном состоянии кольцевой ток протекает только по элементу 2 (или 3), эффективная индуктивность контура в условиях рис. 6, *a* равна:

$$l_{\text{eff}} \simeq |l_{22}| \simeq |l_{33}| \approx 0.31 < 1.$$

В „противонаправленном“ состоянии кольцевые токи частичных контуров не компенсируются, а складываются в общем элементе. Поэтому компонента l_{44} будет давать вклад в общую индуктивность каждого контура, причем в двойном объеме, поскольку через нее протекает экранирующий ток обоих контуров. Оценки дают для рис. 6, *a* $l_{44} \approx 0.5$, и для эффективной индуктивности имеем

$$l_{\text{eff}} = l_{22,33} + 2l_{44} \approx 1.31 > 1.$$

При большой эффективной индуктивности петли ($l_{\text{eff}} > 1$) одноконтактный СКВИД может реализовать до трех значений экранирующих токов, соответствующих выполнению условия баланса фаз (см. схематический график на рис. 6, *b*). В случае гаусс-нейрона „противонаправленные“ пары решений для $i_{2,3}$ обеспечивают формирование непрерывной и замкнутой траекторий тока i_4 . Формальное обоснование критерия существования замкнутых траекторий в виде $l_{22} + 2l_{44} > 1$ было представлено в работе [27].

Таким образом, отсутствие замкнутых траекторий требует достаточно малой выходной индуктивности, как минимум, $L_{44} < 0.5L_J$. Это должно достигаться в первую очередь за счет уменьшения критического тока, поскольку абсолютные значения L_{22} , L_{33} и L_{44} ограничены снизу по конструктивным соображениям. Действительно (см., например, [12]), полосковые линии, формирующие элементы 2–4, содержат участки индуктивной связи с элементами 1 (элементы 2–3) и 5 (элемент 4), которые определяют коэффициент связи со входным (или выходным) элементами (компоненты L_{12} , L_{13} , L_{45}). При этом указанные компоненты должны быть достаточно велики из соображений энергоэффективности и чувствительности измерений, что достигается при достаточно большой

длине участков индуктивной связи. Выбор оптимальных размеров и формы индуктивных элементов сверхпроводящих нейронов является одним из основных вопросов при проектировании экспериментальных образцов. Здесь можно обратить внимание, что для гаусс-нейронов второй конструкции (рис. 2, *a* и описание в [17]) удалось уменьшить компоненты $L_{22,33}$ в 1.6 раз (до ~ 2.75 pH) и компоненту L_{44} в 2.8 раз (до 2.8 pH) при увеличении джозефсоновской индуктивности в 1.75 раз (27.4 pH).

Нормированные значения при этом уменьшились до величин порядка 0.1, обеспечивая максимальную эффективную индуктивность частичных контуров в „противонаправленном“ состоянии на уровне $\simeq 0.3$. Таким образом, задача устранения замкнутых траекторий ПФ является решаемой.

3. Обсуждение

В качестве обсуждения рассмотрим вопросы общности и возможности дальнейшего расширения матричного метода. В настоящей работе рассматривалась задача о вычислении передаточной функции Т-образного интерферометра, дополненного задающим и считывающим элементами. Считывание выходного сигнала (магнитного потока) предполагалось осуществлять путем стабилизации магнитного потока через измерительный элемент (т.е. с использованием метода обратной связи). Такой способ является предпочтительным, поскольку обеспечивает линейность метода измерения и высокую чувствительность к измеряемой величине. Общность матричного подхода связана в первую очередь с его применимостью для произвольной матрицы индуктивностей, определяемой формой индуктивных элементов, их взаимным расположением, видом технологического процесса и т.д. (т.е. конструкцией образца). Также произвольность матрицы индуктивностей позволяет учитывать все возможные взаимодействия элементов нейрона при проектировании образцов и анализе экспериментальных данных.

Интересно заметить, что метод может достаточно прямолинейно трансформироваться для разного количества контактов Джозефсона. Действительно, левая часть уравнения (1) не содержит параметров джозефсоновских контактов, поэтому не будет изменяться при изменении их количества. Изменяться будет только столбец свободных членов $\|f\|$ и уравнения связи. Например, для перехода к случаю сигма-нейрона достаточно положить вторую компоненту $\|f\|$ равной нулю, $f_2^{(\sigma)} = 0$, и не учитывать уравнение связи (7). На рис. 7, *a* приведены примеры расчетов, проведенных после „обратного перехода“ к случаю сигма-нейрона. Предметом аппроксимации были ПФ сигма-нейронов, исследованных при подготовке работы [12]. Матрица индуктивностей для этих образцов приведена в таблице в приложении А. Можно видеть хорошее совпадение расчетной и экспериментальной кривых (коэффициент детерминации

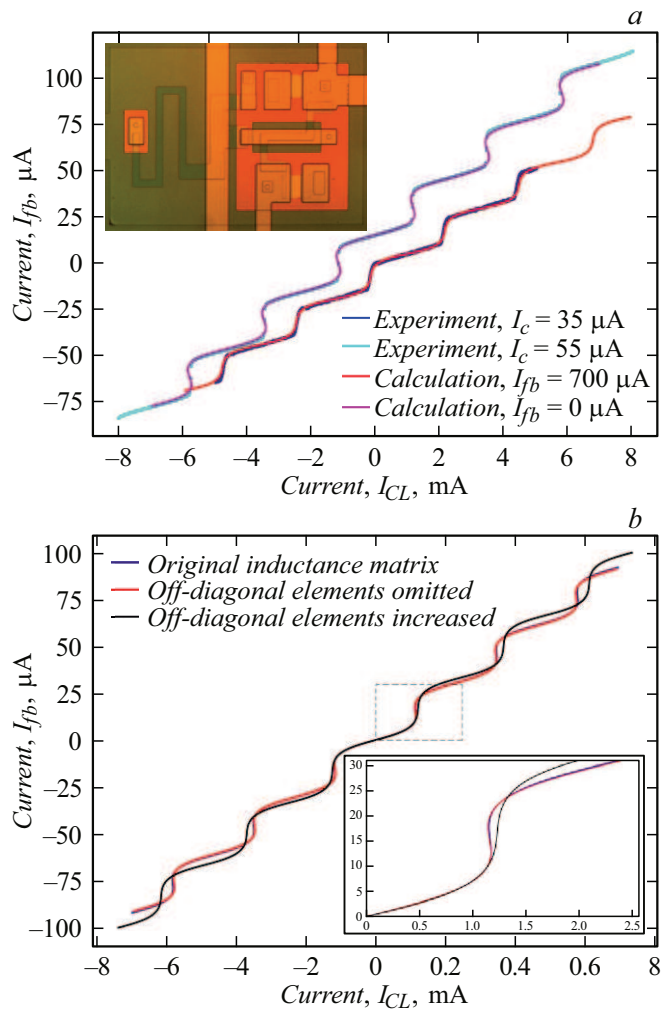


Рис. 7. *a* – передаточные функции сигма-нейронов первой конструкции, измеренные экспериментально и рассчитанные с использованием уравнения (1). Голубая экспериментальная и лиловая расчетная кривые сдвинуты на 15 μA по вертикальной оси для наглядности. Параметры расчета приведены на рисунке. Матрицы индуктивностей приведены в таблице в приложении А. Температура эксперимента $T = 4.2$ K. *b* — передаточные функции сигма-нейронов, рассчитанные для разных матриц индуктивностей. Синяя кривая соответствует матрице индуктивностей образцов первой конструкции; красная кривая получена в предположении $L_{23} = L_{34} = L_{24} = 0$; для черной кривой эти компоненты исходной матрицы индуктивности увеличены в 10 раз.

$R^2 = 0.999$). Видно, что верхняя кривая должна быть, по-видимому, гистерезисной, однако этот гистерезис не проявляется в ходе эксперимента. Это является поводом к дальнейшему совершенствованию методики, хотя такая особенность не составляет проблемы при меньших значениях критических токов.

Рис. 7, *b* иллюстрирует вопрос о влиянии недиагональных компонент центрального блока матрицы индуктивностей (см. обсуждение в [15] и приложении А) на форму ПФ сигма-нейрона. Как и в случае гаусс-нейрона, диа-

гонализация центрального блока ($L_{23} = L_{24} = L_{34} = 0$) приводит к практически незаметному изменению формы ПФ. Заметное искажение требует, наоборот, кратного увеличения этих компонент. Это приведет в основном к уменьшению связи с контрольной линией (увеличение периода ПФ) и эффективной индуктивности образца (подавление гистерезиса). Расхождение кривых увеличивается с ростом входного сигнала и становится заметным только при большом порядковом номере периода, в основном в области резкого нарастания сигнала (см. вставку на рис. 7, б). Таким образом, взаимодействие плеч нейрона между собой пренебрежимо мало влияет на форму ПФ и сигма-, и гаусс-нейронов.

Увеличение количества КД до трех, т.е. добавление КД $J^{(3)}$ на рис. 1, потребует введения дополнительной фазовой переменной $\varphi^{(3)}$, которая при выбранном токовом базисе должна быть просто прибавлена к первым двум компонентам столбца $f^{(G)}$. В этом случае семейство решений уравнения (1) параметризуется уже тремя переменными $\varphi^{(\sigma, G, 3)}$ и для получения кривой (i_1, i_5) теперь необходимо два уравнения связи (см. обсуждение в разд. 1). Недостающее уравнение дается ток-фазовой характеристикой для контакта $J^{(3)}$, точнее, законом Кирхгофа в точке его соединения с выходной индуктивностью:

$$i_4 = \beta R^{(3)}(\varphi^{(3)}), \quad (14)$$

где $\beta = I_c^{(3)}/I_c^{(\sigma)}$. В результате для получения однопараметрического семейства решений надо исключить из системы две параметрические переменные, т.е. (с математической точки зрения) решать два уравнения (7) и (14), как описано в разд. 1. С программной точки зрения это означает либо трехмерную сетку параметров ($\varphi^{(\sigma)}, \varphi^{(G)}, \varphi^{(3)}$), либо последовательное разрешение двух неявных уравнений. Это может создать определенные сложности с точки зрения вычислений (в части увеличения времени вычислений и необходимого объема памяти), однако трехконтактный случай может быть, до некоторой степени, сведен к двухпараметрическому, рассмотренному в разд. 1. Для этого необходимо ввести эффективные параметрические переменные $f_{1,2}^{(G)} \equiv -\theta_{1,2} \equiv -\varphi^{(\sigma, G)} + \varphi^{(3)}$, выразить $\varphi^{(\sigma, G)}$ через $\theta_{1,2}$ и исключить их из уравнений (6), (7), (14) двумя способами. Один из способов даст линейное уравнение относительно токов i_k , которое может быть использовано в матричной системе вместо (6), а второе — даст модифицированное уравнение связи. Эквивалентная система представляет собой матричное уравнение типа (1) с видоизмененной матрицей $\|A^*\|$, причем изменения коснутся только 5-й строки

$$A_{5k}^* = \delta_{2k} \sin \theta_2 - \delta_{3k} \frac{\sin \theta_1}{\alpha} + \delta_{4k} \frac{\sin(\theta_1 - \theta_2)}{\beta}, \quad (15)$$

столбца свободных членов $\|f^*\|$,

$$\|f^*\| = \begin{bmatrix} -\theta_1 & -\theta_2 & \phi_{sq} & 0 & 0 \end{bmatrix}^T,$$

и уравнения связи эффективных фазовых переменных $\theta_{1,2}$:

$$i_2^2 + \alpha^{-2} i_3^2 - 2\alpha^{-1} i_2 i_3 \alpha \cos(\theta_1 - \theta_2) - \sin^2(\theta_1 - \theta_2) = 0. \quad (16)$$

Токи $i_{2,3}$ в (16) понимаются в смысле решений линейной системы (1) с матрицей $\|A^*\|$ и столбцом $\|f^*\|$. Произведенные тригонометрические преобразования описаны в Приложении В.

На данный момент трехконтактный Т-интерферометр представляет интерес как один из вариантов дефекта гаусс-нейрона, возникающий при плохой прозрачности замыкания выходной индуктивности на общий электрод (сверхпроводящий экран в [12–14, 17]). Получающиеся ПФ имеют довольно экзотическую форму и требуют отдельного исследования. Предварительные расчеты показывают, что данный вид дефектов вряд ли возникал в экспериментах [13, 16]. Большую значимость имеет полностью бесконтактная структура, предлагавшаяся в работе [23] в качестве сверхпроводящего синапса, реализующего функцию умножения входного сигнала на весовой множитель. Такая структура, несомненно, также может быть рассмотрена в рамках матричного метода. Основная сложность состоит в том, что исключение всех джозефсоновских контактов сделает систему (1) недоопределенной, поскольку переход от одноконтактного σ -интерферометра к 0-контактному потребует исключения уравнения (6), формирующего 5-ю строку уравнения (1). Кроме того, в такой системе не объявляются свободные параметры φ , поскольку компоненты $f_{1,2}^{(0)}$ должны быть положены равными нулю (в общем случае, $2\pi n$, где n — целое). Для устранения проблемы на место уравнения (6) в систему следует записать уравнение $i_1 = x$, вводя x как свободный параметр, изменяющийся в диапазоне развертки входного сигнала. С программной точки зрения, это потребует всего лишь изменения нескольких компонент матрицы A ($A_{5k} = \delta_{1k}$) и объявления в качестве переменной 5-й компоненты столбца f . Все это дает возможность параметризовать все решения i_k через переменную x , а фактически через входной сигнал i_1 . Полученные зависимости $i_k(i_1)$ будут, очевидно, линейными, а символьное решение уравнения (1) позволит получить коэффициент преобразования.

Дополнительно можно заметить, что переход от сигма-нейрона к сверхпроводящему синапсу не ограничивается исключением КД: фактически происходит перестановка задающего и считывающего элементов. Действительно, задающим элементом в работе [23] является выходная индуктивность сигма-нейрона нижнего слоя, взаимодействующая с элементом 4 на рис. 1, тогда как считывающим элементом является сверхпроводящее кольцо-сумматор, связанное с элементами 2 и 3 одновременно. Это изменение, однако, никак не влияет на форму уравнения (1). Действительно, геометрическое взаимное расположение контрольной линии, считывающего элемента и Т-образного интерферометра определяет лишь

величину компонент матрицы индуктивности. Уравнение Кирхгофа (5) и левая часть условия квантования магнитного потока в частичных контурах (2), (3) при этом остаются неизменными. В то же время использование в качестве сумматора сверхпроводящего кольца сохраняет уравнение (4), выражающее условие стабилизации магнитного потока через измерительный элемент. Действительно, из-за эффекта квантования магнитного потока в сверхпроводящем кольце достаточно положить $\phi_{sq} = 0$ (или $\phi_{sq} = 2\pi n$ в общем случае). В результате изменения в уравнении (1) сводятся к замене пятой строки, как описано выше, хотя элементы матрицы индуктивностей должны быть переопределены с учетом перестановки задающего и считывающего элементов. Альтернативный способ заключается в замене L_{5q} на L_{1q} во всей третьей строке матрицы $\|A\|$:

$$A_{3q}^* = L_{1q},$$

которая учитывает тот факт, что в случае сверхпроводящего синапса стабилизация магнитного потока происходит в элементе 1, а не 5. Остальной процесс решения ничем не отличается от уже рассмотренных случаев, за исключением того, что в качестве ПФ понимается обратная зависимость, т. е. $i_1(i_5)$.

В приложении С приведен пример вычисления весового коэффициента сверхпроводящего синапса для случая упрощенной матрицы индуктивностей, содержащей только практически значимые компоненты. Конечно, подключение к сумматору других сигма-нейронов (нижнего или верхнего слоя) приведет к усложнению ответа. В этом случае матричное уравнение (1) должно составляться для системы в целом с учетом увеличенного количества индуктивных элементов и параметрических переменных (см., например, реализацию логических элементов XOR и OR в [23]). Возможность формализации и автоматизации такого процесса мы планируем рассмотреть в следующих работах на данную тему.

Заключение

В работе представлено расширение матричного подхода, ранее разработанного для сверхпроводящего сигма-нейрона, представляющего собой одноконтный джозефсоновский интерферометр, шунтированный дополнительной индуктивностью (Т-образный интерферометр). Данный подход применим для произвольной матрицы индуктивностей экспериментального образца, а также может быть адаптирован для произвольного количества КД в таком интерферометре: от минимального (нуль) до максимального (три). Во всех случаях состояние образца может быть описано системой линейных уравнений относительно столбца токов в индуктивных элементах, которая, однако, является полностью определенной только в случае сигма-нейрона (единственный КД). Увеличение количества КД свыше одного делает систему переопределенной, что интерпретируется как

появление условий связи на дополнительные параметрические переменные. Применение матричного метода для прототипов гаусс-нейронов (два КД) позволило получить хорошую аппроксимацию экспериментальных кривых, а также проиллюстрировать различные режимы работы экспериментального образца, слабость взаимодействия элементов петли интерферометра и трансформацию токовых состояний при изменении входного сигнала. Уменьшение количества КД до нуля делает систему недоопределенной, что приводит к линейной передаточной функции и позволяет получить выражения для коэффициента передачи магнитного потока. В целом, матричный подход применим для произвольной матрицы индуктивностей экспериментального образца, включая задающий и считывающий элементы, а также позволяет учитывать их перенос путем прямолинейного изменения матрицы линейной системы. Последнее позволяет, в частности, расширить матричный метод на случай сверхпроводящего синапса, представляющего собой бесконтактный Т-интерферометр с перестановкой задающего и считывающего элементов.

Финансирование работы

Экспериментальное исследование и численное моделирование сверхпроводящих нейронов проводились в ИФТТ РАН при поддержке гранта РНФ № 23-72-00053.

Благодарности

Приложение С было составлено в рамках производственной практики аспирантов МФТИ А.С. Ионина и Ф.А. Разоренова, а также студентов МФТИ И.Е. Тарасовой и Н.А. Соколова. Рис. 7 был подготовлен в рамках учебного плана Е.Н. Жардецкого (НИУ ВШЭ). Изготовление гаусс-нейронов первой конструкции (рис. 2, б) выполнялось с использованием оборудования ЦКП ИФТТ РАН. Изготовление образцов второй конструкции (рис. 2, а) было выполнено с использованием уникальной научной установки „Криоинтеграл“ (УНУ № 352529) Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] X. Chen, X. Wang, A. Colacelli, M. Lee, L. Xie. *Electricity demand and grid impacts of AI data centers: Challenges and prospects*. arXiv preprint arXiv:2509.07218 (2025)
- [2] A.E. Schegolev, N.V. Klenov, I.I. Soloviev, M.V. Tereshonok. Beilstein J. Nanotechnol., **7** (1), 1397 (2016). DOI: 10.3762/bjnano.7.130
- [3] N.V. Klenov, A.E. Schegolev, I.I. Soloviev, S.V. Bakurskiy, M.V. Tereshonok. IEEE Trans. Appl. Supercond., **28** (7), 1 (2018). DOI: 10.1109/TASC.2018.2836903

- [4] I.I. Soloviev, A.E. Schegolev, N.V. Klenov, S.V. Bakurskiy, M.Y. Kupriyanov, M.V. Tereshonok, A.V. Shadrin, V.S. Stolyarov, A.A. Golubov. *J. Appl. Phys.*, **124** (15), 152113 (2018). DOI: 10.1063/1.5042147
- [5] N. Klenov, A. Kuznetsov, A. Schegolev, I. Soloviev, S. Bakurskiy, M. Y. Kupriyanov, M. Tereshonok. *Low Temp. Phys.*, **45** (7), 769 (2019). DOI: 10.1063/1.5111305
- [6] S. Bakurskiy, M. Kupriyanov, N.V. Klenov, I. Soloviev, A. Schegolev, R. Morari, Y. Khaydukov, A.S. Sidorenko. *Beilstein J. Nanotechnol.*, **11** (1), 1336 (2020). DOI: 10.3762/bjnano.11.118
- [7] A. Schegolev, N. Klenov, I. Soloviev, A. Gudkov, M. Tereshonok. *Nanobiotechnology Reports*, **16** (6), 811 (2021). DOI: 10.1134/S2635167621060227
- [8] A. Schegolev, N. Klenov, I. Soloviev, M. Tereshonok. *Supercond. Sci. Technol.*, **34** (1), 015006 (2020). DOI: 10.1088/1361-6668/abc569
- [9] M. Bastrakova, A. Gorchavkina, A. Schegolev, N. Klenov, I. Soloviev, A. Satanin, M. Tereshonok. *Symmetry*, **13** (9), 1735 (2021). DOI: 10.3390/sym13091735
- [10] A.E. Schegolev, N.V. Klenov, S.V. Bakurskiy, I.I. Soloviev, M.Y. Kupriyanov, M.V. Tereshonok, A.S. Sidorenko. *Beilstein J. Nanotechnol.*, **13** (1), 444 (2022). DOI: 10.3762/bjnano.13.37
- [11] M.V. Bastrakova, D.S. Pashin, D.A. Rybin, A.E. Schegolev, N.V. Klenov, I.I. Soloviev, A.A. Gorchavkina, A.M. Satanin. *Beilstein J. Nanotechnol.*, **13** (1), 653 (2022). DOI: 10.3762/bjnano.13.57
- [12] A.C. Ионин, Н.С. Шуравин, Л.Н. Карелина, А.Н. Россоленко, М.С. Сидельников, С.В. Егоров, В.И. Чичков, М.В. Чичков, М.В. Жданова, А.Е. Щеголев, В.В. Больгинов. *ЖЭТФ*, **164**, 1008 (2023). DOI: 10.31857/S0044451023120143 [A.S. Ionin, N.S. Shuravin, L.N. Karelina, A.N. Rossolenko, M.S. Sidel'nikov, S.V. Egorov, V.I. Chichkov, M.V. Chichkov, M.V. Zhdanova, A.E. Shchegolev, V.V. Bol'ginov. *JETP*, **137** (6), 888 (2023). DOI: 10.1134/S1063776123120191]
- [13] A.C. Ионин, Л.Н. Карелина, Н.С. Шуравин, М.С. Сидельников, Ф.А. Разorenov, С.В. Егоров, В.В. Больгинов. *Письма в ЖЭТФ*, **118** (10), 761 (2023). DOI: 10.31857/S123456782322010X [A.S. Ionin, L.N. Karelina, N.S. Shuravin, M.S. Sidel'nikov, F.A. Razorenov, S.V. Egorov, V.V. Bol'ginov. *JETP Lett.*, **118** (10), 766 (2023). DOI: 10.1134/S002136402360324X]
- [14] A.C. Ионин, С.В. Егоров, М.С. Сидельников, Л.Н. Карелина, Н.С. Шуравин, М.М. Хапаев, В.В. Больгинов. *ФТТ*, **66** (7), 1019 (2024). DOI: 10.61011/FTT.2024.07.58366.25HH [A.S. Ionin, S.V. Egorov, M.S. Sidel'nikov, L.N. Karelina, N.S. Shuravin, M.M. Khapaev, V.V. Bol'ginov. *Phys. Solid State*, **66** (7), 987 (2024). DOI: 10.61011/PSS.2024.07.58963.25HH]
- [15] Н.С. Шуравин, Л.Н. Карелина, А.С. Ионин, Ф.А. Разorenov, М.С. Сидельников, С.В. Егоров, В.В. Больгинов. *Письма в ЖЭТФ*, **120** (11), 863 (2024). DOI: 10.31857/S0370274X24120076 [N.S. Shuravin, L.N. Karelina, A.S. Ionin, F.A. Razorenov, M.S. Sidel'nikov, S.V. Egorov, V.V. Bol'ginov. *JETP Lett.*, **120** (11), 829 (2024). DOI: 10.1134/S0021364024603427]
- [16] F.A. Razorenov, A.S. Ionin, N.S. Shuravin, L.N. Karelina, M.S. Sidel'nikov, S.V. Egorov, V.V. Bol'ginov. *Beilstein J. Nanotechnol.*, **16** (1), 1160 (2025). DOI: 10.3762/bjnano.16.85
- [17] I.E. Tarasova, N.S. Shuravin, L.N. Karelina, F.A. Razorenov, E.N. Zhardetsky, A.S. Ionin, M.M. Khapaev, V.V. Bol'ginov. *Beilstein J. Nanotechnol.*, **17** (1), 122 (2026). DOI: 10.3762/bjnano.17.8
- [18] M.J. Orr. *Introduction to radial basis function networks* (Centre for Cognitive Science, University of Edinburgh, Edinburgh, Scotland). Электронный ресурс: <https://faculty.cc.gatech.edu/~isbell/tutorials/rbf-intro.pdf> (1996). (дата обращения: 22.05.2026)
- [19] K. Likharev. *IEEE Trans. Magn.*, **13** (1), 242 (1977). DOI: 10.1109/TMAG.1977.1059351
- [20] M. Hosoya, W. Hioe, J. Casas, R. Kamikawai, Y. Harada, Y. Wada, H. Nakane, R. Suda, E. Goto. *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **1** (2), 77 (1991). DOI: 10.1109/77.84613
- [21] В.В. Шмидт. *Введение в физику сверхпроводников* Изд. 2-е (МЦНМО, М., 2000)
- [22] S. K. Tolpygo, V. Bolkhovsky, T. Weir, C. Galbraith, L.M. Johnson, M.A. Gouker, V.K. Semenov. *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **25** (3), 1 (2014). DOI: 10.1109/TASC.2014.2369213
- [23] D.S. Pashin, M.V. Bastrakova, D.A. Rybin, I.I. Soloviev, N.V. Klenov, A.E. Schegolev. *Nanomaterials*, **14** (10), 854 (2024). DOI: 10.3390/nano14100854
- [24] M.M. Khapaev, A.Y. Kidiyarova-Shevchenko, P. Magnelind, M.Y. Kupriyanov. *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **11** (1 I), 1090 (2001). DOI: 10.1109/77.919537
- [25] M.M. Khapaev, M.Y. Kupriyanov. *Supercond. Sci. Technol.*, **28** (5), 055013 (2015). DOI: 10.1088/0953-2048/28/5/055013
- [26] S.V. Bakurskiy, N.V. Klenov, M.Y. Kupriyanov, I.I. Soloviev, M.M. Khapaev. *Comput. Math. and Math. Phys.*, **61** (5), 854 (2021). DOI: 10.1134/S096554252105002X
- [27] F. Razorenov, N. Shuravin, L. Karelina, V. Bol'ginov. *Surf. Investigation X-Ray, Synchrotron and Neutron Techniques*, **19** (Suppl 1), S33 (2025). DOI: 10.1134/S1027451026700059

Приложение А

$$\|L\| = \begin{vmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{13} & L_{14} & L_{15} \\ L_{21} & \boxed{L_{22} & L_{23} & L_{24}} & L_{25} \\ L_{31} & \boxed{L_{32} & L_{33} & L_{34}} & L_{35} \\ L_{41} & \boxed{L_{42} & L_{43} & L_{44}} & L_{45} \\ L_{51} & L_{52} & L_{53} & L_{54} & L_{55} \end{vmatrix}. \quad (17)$$

Т-образный интерферометр на рис. 1 содержит 5 индуктивных элементов, что определяет размерность матрицы индуктивностей. Преимуществом выбора порядка перечисления элементов на рис. 1 (см. также [15]) является блочная структура матрицы индуктивностей (см. уравнение (17)): в центральном блоке 3×3 сосредоточены компоненты, относящиеся непосредственно к Т-интерферометру; а внешнее кольцо содержит компоненты, отвечающие за взаимодействие нейрона со считывающим и задающим элементами. В частности, собственные индуктивности приемных плеч и выходной индуктивности задаются компонентами L_{22} , L_{33} , L_{44} ; связь интерферометра с контрольной линией определяется компонентами L_{12} и L_{13} ; связь с измерительным элементом определяет компонента L_{45} . Собственная индуктивность измерительного элемента задается компонентой L_{55} , а собственная индуктивность контрольной линии L_{11} не имеет значения, поскольку не входит ни в одно из уравнений баланса фаз. Перечисленные компоненты формируют матрицу индуктивностей идеального

Сводная матрица индуктивностей сигма- и гаусс-нейронов первой и второй конструкций

L_{pq} , pH	Нейрон		1		2		3		4		5	
1	$G1$ $\sigma 1$	$G2$ $\sigma 2$	— —	— —	−1.44 −0.733	−0.73 −0.5	1.44 0.848	0.73 0.5	~ 0 0.0004	0.0016 0.00015	0.1 0.075	0.017 0.0005
2	$G1$ $\sigma 1$	$G2$ $\sigma 2$	−1.44 −0.733	−0.73 −0.5	4.485 3.391	2.744 1.336	−0.0306 −0.0042	0.011 0.0065	0.147 −0.102	−0.053 −0.074	−0.014 −0.0022	−0.0056 −0.006
3	$G1$ $\sigma 1$	$G2$ $\sigma 2$	1.44 0.848	0.73 0.5	−0.0306 −0.0042	0.011 0.0065	4.844 22.88	2.764 16.59	0.147 −0.091	−0.051 −0.065	0.00048 0.0008	0.0089 0.005
4	$G1$ $\sigma 1$	$G2$ $\sigma 2$	~ 0 0.0004	0.0016 0.00015	0.147 −0.102	−0.053 −0.074	0.147 −0.091	−0.051 −0.065	7.892 6.242	2.816 2.927	2.403 1.602	1.702 1.705
5	$G1$ $\sigma 1$	$G2$ $\sigma 2$	0.1 0.075	0.017 0.0005	−0.014 −0.0022	−0.0056 −0.006	0.00048 0.0008	0.0089 0.005	2.403 1.602	1.702 1.705	13.00 9.28	8.801 9.854

Примечание: Во втором столбце приведен порядок соответствия элементов типу и порядковому номеру конструкции нейрона в каждой ячейке. В частности, в верхней строчке каждой ячейки находятся элементы матрицы индуктивностей гаусс-нейронов первой ($G1$) и второй ($G2$) конструкции. В нижней строке в каждой ячейке находятся элементы матрицы индуктивностей сигма-нейрона первой ($\sigma 1$) и второй ($\sigma 2$) конструкции.

Т-интерферометра (остальные компоненты должны быть положены равными нулю). Оставшиеся недиагональные элементы матрицы $\|L\|$ определяют паразитные взаимодействия элементов нейрона, которые не учитывались в первых теоретических работах [2,4]. В силу свойства симметричности матриц индуктивностей, матрица $\|L\|$ содержит 15 различных компонент $L_{pq} = L_{qp}$.

Значения компонент матрицы индуктивностей исследованных образцов приведены в таблице. Можно заметить, что во всех расчетах компонента L_{14} близка к нулю. Это является свойством конструкций всех образцов, в которых выходная индуктивность расположена на оси симметрии сверхпроводящего экрана и ортогональна контрольной линии. Также малы компоненты L_{52} , L_{53} , описывающие взаимодействие приемных элементов нейрона с измерительным элементом. В основном тексте показано, что недиагональные компоненты центрального блока 3×3 оказывают пренебрежимо малое влияние на форму ПФ сигма- и гаусс-нейронов. Фактически единственной значимой паразитной компонентой является величина L_{15} , определяющая непосредственное взаимодействие задающего и считывающего элементов, не затрагивающее Т-интерферометр (например, сигма- или гаусс-нейрон) как преобразователь магнитного потока. Поэтому в целях анализа матрица индуктивностей исследованных образцов может быть записана в упрощенном виде:

$$\|L\| = \begin{pmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{13} & 0 & L_{15} \\ L_{21} & L_{22} & 0 & 0 & 0 \\ L_{31} & 0 & L_{33} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L_{44} & L_{45} \\ L_{51} & 0 & 0 & L_{54} & L_{55} \end{pmatrix}. \quad (18)$$

Приложение В

Как было показано выше, в случае 3-контактного интерферометра система уравнений состояния содержит

три закона Кирхгофа для точек соединения индуктивных и джозефсоновских элементов. Если ТФХ КД синусоидальны, то соответствующие уравнения имеют вид

$$i_2 = \sin \varphi_\sigma, \quad i_3 = \alpha \sin \varphi_G, \quad i_4 = \beta \sin \varphi_3. \quad (19)$$

Чтобы уменьшить число параметрических переменных, необходимо исключить из этих уравнения одну из фаз, для определенности — φ_3 . Для этого представим фазы КД в виде

$$\varphi_\sigma = \theta_1 + \varphi_3, \quad \varphi_G = \theta_2 + \varphi_3$$

и раскроем скобки:

$$i_2 = \sin \theta_1 \cos \varphi_3 + \cos \theta_1 \sin \varphi_3,$$

$$\alpha^{-1} i_3 = \sin \theta_2 \cos \varphi_3 + \cos \theta_2 \sin \varphi_3.$$

Умножая первое уравнение на $\sin \theta_2$, второе на $\sin \theta_1$ и вычитая одно из другого, получаем линейную связь трех токов

$$i_2 \sin \theta_2 - \alpha^{-1} i_3 \sin \theta_1 = \sin(\theta_2 - \theta_1) \sin \varphi_3 = \beta^{-1} i_4 \sin(\theta_2 - \theta_1).$$

Группируя все слагаемые с левой стороны, получаем выражение, которое является произведением строки a_k и столбца токов i_k . Элементы a_k определяются однозначным образом как

$$a_k = \delta_{2k} \sin \theta_2 - \delta_{3k} \frac{\sin \theta_1}{\alpha} + \delta_{4k} \frac{\sin(\theta_1 - \theta_2)}{\beta}. \quad (20)$$

Для получения уравнения связи, не содержащего φ_3 , рассмотрим квадрат синуса разности θ_1 и θ_2 :

$$\sin^2(\theta_1 - \theta_2) = \sin^2(\varphi_\sigma - \varphi_G) = \sin^2 \varphi_\sigma + \sin^2 \varphi_G$$

$$-2 \sin^2 \varphi_\sigma \sin^2 \varphi_G$$

$$-2 \sin \varphi_\sigma \sin \varphi_G \cos \varphi_\sigma \cos \varphi_G = \sin^2 \varphi_\sigma$$

$$+ \sin^2 \varphi_G - 2 \sin \varphi_\sigma \sin \varphi_G \cos(\varphi_\sigma - \varphi_G).$$

Используя определения (19), это тождество можно свести к уравнению

$$\sin^2(\theta_1 - \theta_2) = i_2^2 + \alpha^{-2}i_3^2 - 2\alpha^{-1}i_2i_3 \cos(\theta_1 - \theta_2). \quad (21)$$

Приложение С

Продemonстрируем теперь адаптацию матричного метода для случая синапса [23], предполагающего использования 1-го элемента в качестве измерительного (согласно схеме на рис. 1) и 5-го в качестве задающего. Матрица $\|A\|$ и вектор $\|f\|$ преобразуются в соответствии со сказанным в разд. 3, а именно третья строка содержит уравнение стабилизации магнитного потока в элементе 1, а пятая строка объявляет входной ток i_5 параметром x :

$$\|A\| = \begin{vmatrix} L_{21} - L_{41} & L_{22} - L_{42} & L_{23} - L_{43} & L_{24} - L_{44} & L_{25} - L_{45} \\ L_{31} - L_{41} & L_{32} - L_{42} & L_{33} - L_{43} & L_{34} - L_{44} & L_{35} - L_{45} \\ L_{11} & L_{12} & L_{13} & L_{14} & L_{15} \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}, \quad \|I\| = \begin{vmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \end{vmatrix}, \quad \|F\| = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ \Phi_{sq} \\ 0 \\ x \end{vmatrix}.$$

Здесь также учтено, что исключение всех КД из Т-интерферометра делает невозможной и ненужной введение совместной нормировки токов, потока и индуктивностей.

Решение, выраженное в терминах матрицы, обратной к матрице $\|A\|$, имеет вид:

$$I_1 = A_{13}^{-1}\Phi_{sq} + A_{15}^{-1}x, \quad (22a)$$

$$I_5 = x. \quad (22b)$$

Выражения для компонент обратной матрицы $\|A^{-1}\|$ представляют собой отношения полиномов второй и третьей степени, содержащие по несколько десятков слагаемых. Поэтому в иллюстративных целях, матрицу $\|L\|$ имеет смысл упростить, сохранив лишь практически значимые компоненты согласно уравнению (18). В этом случае упрощенная матрица $\|A'\|$ приобретает вид

$$\|A'\| = \begin{vmatrix} L_{21} & L_{22} & 0 & -L_{44} & -L_{45} \\ L_{31} & 0 & L_{33} & -L_{44} & -L_{45} \\ L_{11} & L_{12} & L_{13} & 0 & L_{15} \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}.$$

Вычисление компонент матрицы $\|A'^{-1}\|$, входящих в уравнение (22), дает

$$A_{13}'^{-1} = \frac{L_{22}L_{33} + L_{22}L_{44} + L_{33}L_{44}}{L_{11}(L_{22}L_{33} + L_{22}L_{44} + L_{33}L_{44}) - L_{13}^2(L_{22} + L_{44}) - L_{12}^2(L_{33} + L_{44}) + 2L_{12}L_{13}L_{44}},$$

$$A_{15}'^{-1} = -\frac{L_{45}(L_{22}L_{13} + L_{33}L_{12}) + (L_{22}L_{33} + L_{22}L_{44} + L_{33}L_{44})L_{15}}{L_{11}(L_{22}L_{33} + L_{22}L_{44} + L_{33}L_{44}) - L_{13}^2(L_{22} + L_{44}) - L_{12}^2(L_{33} + L_{44}) + 2L_{12}L_{13}L_{44}}.$$

Компонента $A_{15}'^{-1}$ дает искомый весовой коэффициент для сверхпроводящего синапса.