

05

Магнитоэлектрические свойства железо-иттриевого феррита-граната. Электрическая поляризация магнитных доменных границ

© А.И. Попов¹, Ч.К. Сабденов², Д.И. Плохов^{3,4,¶}, А.К. Звездин^{5,6}

¹ Национальный исследовательский университет «МИЭТ»,
Москва, Зеленоград, Россия

² Московский физико-технический институт,
Долгопрудный, Россия

³ Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН,
Москва, Россия

⁴ Российский университет дружбы народов,
Москва, Россия

⁵ Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН,
Москва, Россия

⁶ ООО «Новые спинтронные технологии»,
Москва, Сколково, Россия

¶ E-mail: dmitry@plokhov.ru

Поступила в Редакцию 23 февраля 2026 г.

В окончательной редакции 13 мая 2026 г.

Принята к публикации 13 мая 2026 г.

Изучены магнитоэлектрические свойства железо-иттриевого феррита-граната (ЖИГ). Рассматриваются механизмы формирования магнитоэлектрической подсистемы данного соединения, включая влияние нечетного кристаллического поля, спин-орбитального взаимодействия и аксиального кристаллического поля на ионы железа в d-подрешетке. Получены выражения для энергии магнитоэлектрического взаимодействия и электрической поляризованности доменных границ в монокристаллах и тонких пленках ЖИГ.

Ключевые слова: неоднородный магнитоэлектрический эффект, антиферромагнитное обменное взаимодействие, доменные границы.

DOI: 10.61011/FTT.2026.06.63571.9134

1. Введение

Магнитоэлектрический эффект (МЭЭ) как явление возникновения электрической поляризации вещества под действием магнитного поля был теоретически предсказан И.Е. Дзялошинским для Cr_2O_3 в 1959 г. [1] и практически сразу экспериментально обнаружен Д.Н. Астровым [2,3] и группой Г.Т. Радо [4]. Эти пионерские работы заложили фундамент физики мультиферроиков и магнитоэлектриков. Однако долгое время прогресс в этой области сдерживался малостью наблюдаемых эффектов и ограниченным кругом магнитоэлектрических материалов.

Ситуация кардинально изменилась в последние десятилетия в связи с открытием новых классов соединений с сильной магнитоэлектрической связью. На передний план вышли классические мультиферроики, такие как феррит висмута BiFeO_3 [5], манганиты типа TbMnO_3 [6], а также редкоземельные (РЗ) соединения со структурой граната, к которым относятся т.н. парамагнитные гранаты [7] и ферриты-гранаты [8–10], в которых сосуществование магнитного и электрического упорядочений открывает принципиально новые возможности для создания устройств спинтроники и элементной базы обработки информации. В этом аспекте можно отметить,

например, работу, в которой указывается на возможность управления магнитными фазами электрическим полем в мультиферроике [11], обзор по управлению магнитными свойствами твердых тел электрическими полями [12], а также работу по динамике доменных стенок в несобственных мультиферроиках [13].

В настоящее время поиск материалов, обладающих магнитоэлектрическими свойствами, активно продолжается. Известно, что в большинстве случаев реализация такого рода свойств обусловлена наличием нечетных конфигураций магнитных моментов d-ионов (Fe, Mn, Cr) у классических мультиферроиков: феррита висмута, манганитов и др., не обладающих центром инверсии в своем локальном окружении.

Однако в последние годы возник интерес к исследованию упоминавшегося выше нового класса магнитоэлектрических материалов: редкоземельных кристаллов со структурой граната. В этих соединениях магнитные структуры редкоземельных ионов, как правило, являются четными относительно пространственной инверсии (исключением является $\text{Mn}_3\text{Al}_2\text{Si}_3\text{O}_{12}$ [14]), и в них однородное магнитное поле индуцирует однородные антисегнетоэлектрические структуры электродипольных моментов РЗ ионов с нулевым результирующим моментом [7]. Возникновение электрических дипольных

моментов у редкоземельных ионов под влиянием магнитного поля [7–10], а также и упругих напряжений [15], обусловлено отсутствием пространственной инверсии их окружения. Поляризованность подсистемы редкоземельных ионов в соединениях со структурой граната возникает при наличии неоднородных воздействий, в частности, неоднородного магнитного поля, реализующегося в доменных границах [8,9], либо неоднородного упругого напряжения [15,16].

В этой связи напомним о работе Б.Б. Кричевцова с соавторами [17], в которой сообщается об экспериментальном наблюдении гигантского линейного МЭЭ в эпитаксиальных пленках ферритов-гранатов при комнатной температуре. Этот результат не только продемонстрировал практическую значимость гранатов как магнитоэлектрических материалов, но и стимулировал интенсивные исследования в области управления магнитными структурами электрическим полем [18–21]. Возможность управлять доменной структурой и положением доменных границ электрическими полями рассматривается сегодня в качестве одного из ключевых элементов создания энергоэффективных устройств магноники и спинтроники [12,22–25].

Несколько позднее было показано, что схожие механизмы формирования электрических дипольных моментов, индуцированных магнитным полем и спин-орбитальным взаимодействием, могут быть реализованы и в других членах семейства гранатов, включая феррит-гранат висмута [26], что открывает путь к созданию материалов с магнитоэлектрическим эффектом при комнатной температуре.

Особое место среди ферритов-гранатов занимает железо-иттриевый гранат (ЖИГ, $\text{Y}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$) как материал, известный своими рекордно низкими потерями при распространении спиновых волн и активно применяющийся в устройствах СВЧ-электроники и магноники [22,27,28]. Несмотря на кубическую центросимметричную структуру элементарной ячейки, ионы Fe^{3+} находятся в тетраэдрических позициях (d-подрешетка), не обладающих пространственной инверсией. Данное обстоятельство, как было последовательно обосновано в работе [10], дает возможность индуцирования магнитным полем обменного взаимодействия электрических дипольных моментов ионов железа в d-подрешетке и, тем самым, возможность реализации магнитоэлектрических свойств ЖИГ. В работе [10] были получены соотношения для описания магнитоэлектрических свойств ЖИГ на основе феноменологического подхода.

В настоящей работе развивается микроскопическая теория магнитоэлектрических свойств ЖИГ, обусловленных индуцированием электрических дипольных моментов у ионов Fe^{3+} в d-подрешетке. Детально анализируется роль нечетного кристаллического поля, спин-орбитального взаимодействия и аксиальных искажений тетраэдрического окружения ионов железа в формировании магнитоэлектрической связи. Исследована антисегнетоэлектрическая структура дипольных моментов

в основном состоянии, а также количественно описана электрическая поляризация блоховских доменных границ в монокристаллах (71-градусные блоховские доменные стенки) и в тонких пленках ЖИГ (90-, 120- и 180-градусные стенки блоховского и неелевского типов). Проведенные микроскопические расчеты позволяют не только оценить абсолютную величину выявляемого эффекта и сравнить ее с известными магнитоэлектрическими материалами, но и объяснить природу неоднородного магнитоэлектрического эффекта в кубических магнетиках.

2. Кристаллическая и магнитная структуры ЖИГ

Железо-иттриевый гранат имеет химическую формулу $\text{Y}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$, его структура принадлежит к гексооктаэдрическому классу кубической сингонии и описывается пространственной группой O_h^{10} ($Ia\bar{3}d$). Элементарная ячейка — объемно-центрированная кубическая с длиной ребра 1.2 нм, состоит из двух примитивных ячеек, включает восемь формульных единиц $\text{Y}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$ и содержит 160 атомов.

В структуре граната ионы иттрия и железа размещены по пустотам, возникающим при упаковке ионов кислорода. Существует три типа таких пустот: октаэдрические места (а-места), окруженные шестью ионами O^{2-} , тетраэдрические места (d-места), окруженные четырьмя ионами O^{2-} , и додекаэдрические места, окруженные восемью ионами кислорода. В элементарной ячейке ЖИГ 16 ионов железа Fe(a) находятся в а-местах, 24 иона железа Fe(d) занимают d-позиции.

Следует отметить, что локальная симметрия окружения для а- и d-мест не является строго кубической. Так, а-места обладают тригональной симметрией окружения, и существуют два типа а-мест, в которых локальные оси симметрии искаженных октаэдров повернуты на углы $\alpha = \pm 28^\circ$ относительно осей $\langle 111 \rangle$. В структуре граната имеется также два типа d-мест, в которых окружающие их тетраэдры несколько растянуты вдоль осей $\langle 100 \rangle$ (аксиальные искажения) и повернуты вдоль этих осей на углы $\beta = \pm 16^\circ$ [29].

Нас будут интересовать, главным образом, ионы Fe(d). Расположение 12 ионов Fe(d) в первой примитивной ячейке приведено, например, в работе [14]. Остальные ионы Fe(d) занимают позиции, образующиеся при трансляции первой ячейки на $[\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2}]$. Координаты всех 24 ионов Fe(d) в элементарной ячейке приведены в таблице 1. Оси симметрии окружения d-мест приведены в таблице 2.

Заметим, что нумерация мест ионов Fe(d) отличается от принятой в работе [14]: она выбрана такой, что окружение мест с номерами $(k+6)$, где $k = 1, \dots, 18$, отличается от окружения k -го места операцией пространственной инверсии.

Таблица 1. Координаты d-позиций ионов Fe^{3+} в элементарной ячейке ЖИГ (в единицах длины ребра ячейки)

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\mathbf{r}^{(k)}$	$0 \frac{3}{4} \frac{1}{8}$	$0 \frac{3}{4} \frac{5}{8}$	$\frac{3}{4} \frac{1}{8} 0$	$\frac{3}{4} \frac{5}{8} 0$	$\frac{1}{8} 0 \frac{3}{4}$	$\frac{5}{8} 0 \frac{3}{4}$	$0 \frac{1}{4} \frac{7}{8}$	$0 \frac{1}{4} \frac{3}{8}$	$\frac{1}{4} \frac{7}{8} 0$	$\frac{1}{4} \frac{3}{8} 0$	$\frac{7}{8} 0 \frac{1}{4}$	$\frac{3}{8} 0 \frac{1}{4}$
k	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
$\mathbf{r}^{(k)}$	$\frac{1}{2} \frac{1}{4} \frac{5}{8}$	$\frac{1}{2} \frac{1}{4} \frac{1}{8}$	$\frac{1}{4} \frac{5}{8} \frac{1}{2}$	$\frac{1}{4} \frac{1}{8} \frac{5}{8}$	$\frac{5}{8} \frac{1}{2} \frac{1}{4}$	$\frac{1}{8} \frac{5}{8} \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} \frac{3}{4} \frac{3}{8}$	$\frac{1}{2} \frac{3}{4} \frac{7}{8}$	$\frac{3}{4} \frac{3}{8} \frac{1}{2}$	$\frac{3}{4} \frac{7}{8} \frac{1}{2}$	$\frac{3}{8} \frac{1}{2} \frac{3}{4}$	$\frac{7}{8} \frac{1}{2} \frac{3}{4}$

Таблица 2. Локальные оси симметрии ионов Fe(d) ЖИГ ($\beta = 16^\circ$ [29], $\mathbf{e}^{(k+6)} = -\mathbf{e}^{(k)}$ и $\mathbf{e}^{(k+12)} = \mathbf{e}^{(k)}$ при $k = 1, \dots, 6$)

k	$\mathbf{e}_z^{(k)}$	$\mathbf{e}_x^{(k)}$	$\mathbf{e}_y^{(k)}$
1, 2	(0; 0; 1)	$(\cos \beta; \pm \sin \beta; 0)$	$(\mp \sin \beta; \cos \beta; 0)$
3, 4	(0; 1; 0)	$(\pm \sin \beta; 0; \cos \beta)$	$(\cos \beta; 0; \mp \sin \beta)$
5, 6	(1; 0; 0)	$(0; \cos \beta; \pm \sin \beta)$	$(0; \mp \sin \beta; \cos \beta)$

Главную роль в формировании физических свойств ЖИГ играет антиферромагнитное обменное взаимодействие между ионами железа, осуществляемое через ионы кислорода. Наиболее сильным является взаимодействие между ионами Fe(a) и Fe(d) , индукция эффективного поля которого $B_{\text{ad}} \approx 200$ Т. Внутримолекулярные взаимодействия $\text{Fe(a)}-\text{Fe(a)}$ и $\text{Fe(d)}-\text{Fe(d)}$ малы по сравнению с взаимодействием $\text{Fe(a)}-\text{Fe(d)}$. Магнитные а- и d-подрешетки в полях $B < 100$ Т можно рассматривать как одну результирующую ad-подрешетку.

3. Магнитоэлектрические взаимодействия и антисегнетоэлектрическая структура

Электронный механизм возникновения магнитоэлектрического эффекта, основанный на рассмотрении совместного действия внешнего электрического поля $\mathbf{E}$ и нечетного кристаллического поля, создаваемого окружением иона, был в общих чертах описан в работе [30]. Применим подход к ионам Fe(d) в ЖИГ. Запишем актуальный гамильтониан возмущения:

$$V_E = -\mathbf{dE} + V_{\text{CF}}^{\text{odd}}, \quad (1)$$

где $\mathbf{d} = -e \sum_{n=1}^N \mathbf{r}_n$ — дипольный момент иона железа с $N = 5$ электронами в его 3d-оболочке, а $V_{\text{CF}}^{\text{odd}}$ — оператор нечетного кристаллического поля. Для неискаженного тетраэдра в локальных осях

$$V_{\text{CF}}^{\text{odd}} = ib_3 r^3 (C_{-2}^3 - C_2^3), \quad (2)$$

где оператор $C_k^q = \sum_{n=1}^N C_k^q(n)$, а $C_k^q(n)$ — одноэлектронные неприводимые тензорные операторы. Параметр b_3

характеризует нечетное кристаллическое поле третьего порядка; в модели точечных зарядов при учете ионов кислорода ближайшего окружения $b_3 = (2eQ\sqrt{30})/R^4$, где $Q = -2e$ — заряд иона кислорода, а R — расстояние от иона Fe(d) до ионов кислорода тетраэдра.

Выражение (2) по форме полностью совпадает с аналогичным выражением для редкоземельных ионов [7]. В этой связи воспользуемся схемой получения гамильтониана магнитоэлектрического взаимодействия, изложенной в работе [30], основанной на нахождении линейных по $\mathbf{E}$ поправок к уровням энергии, возникающих во втором порядке теории возмущений с малым параметром $\|V_E\|/W \ll 1$, где $\|V_E\|$ — норма оператора (1), а W — разница энергий основного состояния $6S$ конфигурации $3d^5$ и энергиями возбужденных конфигураций с противоположной четностью $3d^4 4p$ (энергия W_p) и $3d^4 4f$ (энергия W_f). Величины $W_{p,f} \approx 10^5 \text{ см}^{-1}$. В результате для магнитоэлектрического гамильтониана получим выражение

$$H_{\text{me}} = -\frac{2e}{7\sqrt{15}} \left(\frac{r_{\text{dp}}}{W_p} B_p + \frac{4r_{\text{df}}}{W_f} B_f \right) \times (iE_x(C_{-1}^2 + C_1^2) + E_y(C_{-1}^2 - C_1^2) + iE_z(C_{-2}^2 - C_2^2)), \quad (3)$$

в котором $r_{\text{dp}} = \langle d|r|p \rangle$ и $r_{\text{df}} = \langle d|r|f \rangle$ — радиальные интегралы ($r \approx 0.05$ нм), а $B_p = b_3 \langle d|r^3|p \rangle$ и $B_f = b_3 \langle d|r^3|f \rangle$ — параметры нечетного кристаллического поля третьего порядка, связывающего состояния основной конфигурации $3d^5$ с состояниями возбужденных конфигураций $3d^4 4p$ и $3d^4 4f$. Параметры B_p и B_f по порядку величины могут достигать значений 10^4 см^{-1} .

При получении уравнения (3) мы ограничились учетом операторов второго порядка, которые действуют на пространственные координаты, тогда как основным состоянием иона Fe^{3+} является орбитальный синглет $6S$. Поэтому нам требуется перейти от операторов C_k^2 , действующих на пространственные переменные, к операторам C_k^2 , действующим на спиновые переменные. Переход к спиновым операторам осуществляется, согласно [31], благодаря совместному действию спин-орбитального взаимодействия и аксиального кристаллического поля $V_{\text{ax}} = B_2 C_0^2$, возникающего при учете растяжения тетраэдра.

Запишем гамильтониан возмущения:

$$V = V_{SL} + V_{ax}, \quad (4)$$

в котором $V_{SL} = \xi \sum_{n=1}^N \mathbf{l}_n \mathbf{s}_n$ — гамильтониан спин-орбитального взаимодействия (константа $\xi = 440 \text{ см}^{-1}$), а $V_{ax} = B_2 C_0^2$ — гамильтониан аксиального кристаллического поля (константа $B_2 \approx 10^3 \text{ см}^{-1}$). Под действием возмущения V волновые функции терма 6S примут вид

$$|\psi(M_S)\rangle = |SM_S\rangle - \frac{1}{E_P} \sum \langle {}^4P | V_{SL} | SM_S \rangle |{}^4P\rangle - \frac{1}{E_P E_D} \sum \langle {}^4D | V_{ax} | {}^4P \rangle \langle {}^4P | V_{SL} | SM_S \rangle |{}^4D\rangle + \dots, \quad (5)$$

где S и M_S — квантовые числа невозмущенного терма, а $E_{P,D} \approx 10^4 \text{ см}^{-1}$ — интервалы энергии, отделяющие термы 4P и 4D конфигурации $3d^5$ от основного терма 6S . В выражении (5) суммирование осуществляется по всем состояниям 4P и 4D . Матричный элемент

$$\begin{aligned} \langle \psi(M_S) | C_k^2 | \psi(M'_S) \rangle &= -\frac{1}{E_P^2 E_D} \\ &\times \sum (\langle SM_S | V_{SL} | {}^4P \rangle \langle {}^4P | V_{ax} | {}^4D \rangle \langle {}^4D | C_k^2 | {}^4P \rangle \langle {}^4P | V_{SL} | SM'_S \rangle \\ &+ \langle SM_S | V_{SL} | {}^4P \rangle \langle {}^4P | C_k^2 | {}^4D \rangle \langle {}^4D | V_{ax} | {}^4P \rangle \langle {}^4P | V_{SL} | SM'_S \rangle). \end{aligned} \quad (6)$$

Используем генеалогическую схему составления волновых функций:

$$\begin{aligned} |SM_S\rangle &= \sum G_{S_1 L_1}^{5/2 0} C_{L_1 M_{L_1} 2 m}^{00} \\ &\times \Psi_{S_1 L_1 M_{S_1} M_{L_1}} (-1)^{N-i} \psi_{2 m 1/2 \mu}(i), \\ |{}^4L M_L M_S\rangle &= \sum G_{S_1 L_1}^{3/2 L} C_{L_1 M_{L_1} 2 m}^{L L} C_{S_1 M_{S_1} 1/2 \mu}^{3/2 M_S} \\ &\times \Psi_{S_1 L_1 M_{S_1} M_{L_1}} (-1)^{N-i} \psi_{2 m 1/2 \mu}(i), \end{aligned}$$

где $L = 1$ для 4P - и $L = 2$ для 4D -состояний, $G_{S_1 L_1}^{S L}$ — генеалогические коэффициенты [32], $C_{\alpha \beta \gamma}^{c \gamma}$ — коэффициенты Клебша–Гордана, $\Psi_{S_1 L_1 M_{S_1} M_{L_1}}$ — волновая функция исходного иона. После некоторых вычислений получим

$$\langle \psi(M_S) | C_k^2 | \psi(M'_S) \rangle = K C_{20 2 k}^2 \langle SM_S | C_k^2(S) | SM'_S \rangle, \quad (7)$$

где $C_k^2(S)$ — неприводимый тензорный оператор, действующий в спиновом пространстве с приведенным матричным элементом $\langle S | C^2(S) | S \rangle = \sqrt{2S+1}$, коэффициент $K = (\sqrt{14} \xi^2 B_2) / (35 E_P^2 E_D)$. Соотношение (7) означает, что в выражении (3) для магнитоэлектрического гамильтониана

$$C_k^2 = K C_{20 2 k}^2 C_k^2(S). \quad (8)$$

Подставим (8) в выражение (3) и найдем, что

$$\begin{aligned} H_{me} &= p [i E_x (C_{-1}^2(S) + C_1^2(S)) \\ &+ E_y (C_{-1}^2(S) - C_1^2(S)) - 2i E_z (C_{-2}^2(S) - C_2^2(S))], \\ p &= \frac{8e}{245\sqrt{15}} \left(\frac{r_{dp}}{W_p} B_p + \frac{4r_{df}}{W_f} B_f \right) \frac{\xi^2 B_2}{E_P^2 E_D}. \end{aligned} \quad (9)$$

Основное состояние 6S ионов железа $\text{Fe}(d)$ расщепляется сильным эффективным магнитным полем обменного взаимодействия $a-d$, индукция которого $\mathbf{B}_{ex} = -\lambda \mathbf{M}_a$, где $\mathbf{M}_a$ — намагниченность a -подрешетки ионов железа, λ — параметр молекулярного поля, $B_{ex} \approx 200 \text{ Т}$. В системе координат с осью квантования $\mathbf{h} || \mathbf{B}_{ex}$ собственными состояниями являются $|SM_S\rangle$, энергии которых $E_{M_S} = 2\mu_B B_{ex} M_S$. Перейдем в выражении (9) к оси квантования $\mathbf{h}$ и удержим при переходе к новой системе координат только оператор C_0^2 , поскольку только его средние значения по состояниям $|SM_S\rangle$ отличны от нуля. В результате для иона $\text{Fe}(d)$, находящегося в k -м месте, получим

$$H_{me}^{(k)} = p\sqrt{6} \left(E_x h_y^{(k)} h_z^{(k)} + E_y h_x^{(k)} h_z^{(k)} - 2E_z h_x^{(k)} h_y^{(k)} \right) C_0^2(S). \quad (10)$$

В выражении (10) компоненты векторов $\mathbf{h}$ и $\mathbf{E}$ даны в локальной системе координат $\mathbf{e}^{(k)}$ иона k -го места. Теперь усредним $C_0^2(S)$ по состояниям $|SM_S\rangle$ иона $\text{Fe}(d)$ и найдем вклад $F_{me}^{(k)}$ магнитоэлектрического взаимодействия k -го иона в свободную энергию ЖИГ:

$$F_{me}^{(k)} = p\sqrt{6} \left(E_x h_y^{(k)} h_z^{(k)} + E_y h_x^{(k)} h_z^{(k)} - 2E_z h_x^{(k)} h_y^{(k)} \right) \langle C_0^2(S) \rangle, \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \langle C_0^2(S) \rangle &= \frac{1}{2} \sum_{M_S=-5/2}^{+5/2} (3M_S^2 - S(S+1)) \\ &\times \exp \left(-\frac{2\mu_B B_{ex} M_S}{k_B T} \right) / \sum_{M_S=-5/2}^{+5/2} \exp \left(-\frac{2\mu_B B_{ex} M_S}{k_B T} \right). \end{aligned}$$

Из полученного соотношения (11) следует, что индуцированный обменным полем электрический дипольный момент k -го иона

$$\begin{aligned} \mathbf{d}^{(k)} &= -\frac{\partial F_{me}^{(k)}}{\partial \mathbf{E}} \\ &= -p\sqrt{6} \left(h_y^{(k)} h_z^{(k)} \mathbf{e}_x^{(k)} + h_x^{(k)} h_z^{(k)} \mathbf{e}_y^{(k)} - 2h_x^{(k)} h_y^{(k)} \mathbf{e}_z^{(k)} \right) \langle C_0^2(S) \rangle \end{aligned} \quad (12)$$

При однородной намагниченности имеем $\mathbf{d}^{(k+6)} = -\mathbf{d}^{(k)}$, что прямо следует из соотношений $\mathbf{e}^{(k+6)} = -\mathbf{e}^{(k)}$ (см. табл. 2), поэтому электрические дипольные моменты ионов $\text{Fe}(d)$ образуют сложные антисегнетоэлектрические структуры с нулевым результирующим моментом ячейки. Ось легкого намагничивания ЖИГ направлена вдоль $\langle 111 \rangle$. В случае $\mathbf{h} || [111]$ конфигурация электрических дипольных моментов ионов $\text{Fe}(d)$ для первых двенадцати мест приведена на рис. 1.

Для экспериментального обнаружения такого состояния можно использовать, например, сканирующую зондовую микроскопию (например, PFM — piezoresponse force microscopy) в режиме локального зондирования на монокристаллах $\text{Y}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$ при низких температурах в условиях, когда расщепление уровней ионов $\text{Fe}(d)$ обусловлено сильным внутренним обменным полем

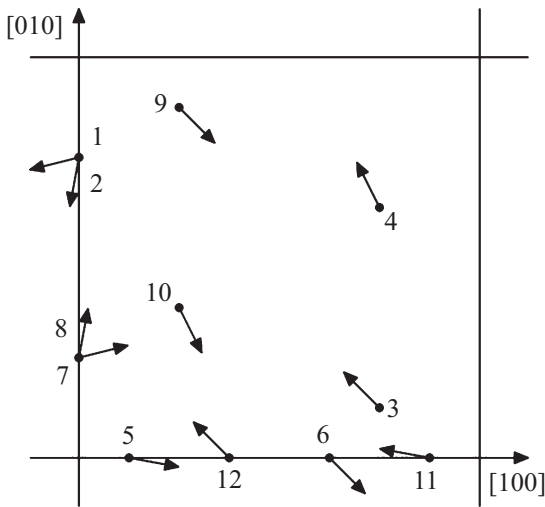


Рис. 1. Конфигурация электрических дипольных моментов ионов железа Fe(d) в примитивной ячейке при намагниченности, ориентированной вдоль оси [111].

$B_{ex} \approx 200$ Т, существующим в кристалле при низких температурах. Разрешение PFM-метода позволит визуализировать антиферроэлектрические конфигурации на наноуровне при отсутствии макроскопической поляризованности.

В случае неоднородной намагниченности, реализуемой, например, в доменных стенках, возникает раскомпенсация электрических дипольных моментов ионов Fe(d) в ячейке за счет отсутствия центра инверсии в окружении, что приводит к возникновению в ней отличного от нуля суммарного дипольного момента, а тем самым и к возникновению ненулевой поляризованности материала.

Эффект макроскопической поляризации в доменных стенках предсказан и феноменологически рассмотрен в основополагающей работе В.Г. Барьяхтара и др. [33], в которой в рамках феноменологического подхода было представлено выражение для поляризации доменных границ в частном случае кристаллов ромбоэдрической симметрии (D_{2h}) и сделан вывод об отсутствии результирующей поляризованности блоховских доменных границ.

В настоящей работе развита микроскопическая теория магнитоэлектрических свойств железо-иттриевого граната, принадлежащего к новому классу магнитоэлектрических материалов, обладающих кубической симметрией O_h^{10} . Установлено, что в данном случае неоднородный магнитоэлектрический эффект определяется пространственной симметрией (не точечной!), и поэтому поляризованность блоховских доменных границ в рассматриваемом случае отличается от нуля.

Для нахождения поляризованности воспользуемся соотношением

$$h_\alpha(r)h_\beta(r) - h_\alpha(r')h_\beta(r') = \nabla(h_\alpha h_\beta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'))$$

и получим магнитоэлектрическую энергию элементарной ячейки

$$F_{me} = \sum_{k=1}^{24} F_{me}^{(k)}.$$

Поляризованность материала естественным образом определим как дипольный момент ячейки, отнесенный к ее объему,

$$P_\alpha = -\frac{1}{a^3} \frac{\partial F_{me}}{\partial E_\alpha},$$

где индекс $\alpha = x, y, z$ относится к осям лабораторной системы координат. В результате будем иметь

$$P_x = \Omega \left(2 \frac{\partial}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial z} \right) (h_y h_z),$$

$$P_y = \Omega \left(2 \frac{\partial}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial z} \right) (h_x h_z),$$

$$P_z = \Omega \left(2 \frac{\partial}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial x} \right) (h_x h_y),$$

$$\Omega = -\frac{\sqrt{6}}{4} \frac{p}{a^3} \langle C_0^2(S) \rangle \cos(2\beta). \quad (13)$$

Следует особо подчеркнуть, что полученное выражение (13) для поляризованности не сводится к традиционному виду, описываемому полностью антисимметричным тензором Леви-Чивиты, приводящего к запрету поляризации для блоховских доменных границ. В рассматриваемом в настоящей работе магнитоэлектрическом взаимодействии в ЖИГ, индуцированным нечетным кристаллическим полем, спин-орбитальным взаимодействием и аксиальными искажениями, порождается вклад в поляризацию вида

$$P_\alpha = \chi_{\alpha\beta\gamma\delta} \frac{\partial (h_\gamma h_\delta)}{\partial x_\beta},$$

где тензор $\chi_{\alpha\beta\gamma\delta}$ симметричен по индексам γ и δ . Данный тензор разрешен в кристаллах с локальной нецентросимметричностью искаженных тетраэдрических позиций Fe(d) и обеспечивает ненулевую поляризацию как блоховских, так и неелевских доменных границ. Именно эта симметричная особенность лежит в основе предсказываемых в настоящей работе эффектов, количественное рассмотрение которых будет проведено в следующем разделе.

4. Поляризация доменных границ в монокристалле ЖИГ и в его пленках

Неоднородная намагниченность естественным образом реализуется в области доменных границ. В пионерской работе В.Г. Барьяхтара с соавторами [33] была показана принципиальная возможность возникновения

электрической поляризации доменных границ магнитных кристаллов, обладающих ромбоэдрической симметрией. В кубических магнетиках, к которым относится ЖИГ, доменные границы могут быть 71-, 109-, 90- и 180-градусными. Для объемных кристаллов, у которых осями легкого намагничивания являются направления $\langle 111 \rangle$, наименьшая энергия реализуется для 71-градусной доменной стенки.

Что касается гранатовых пленок, то в настоящее время выращивается два их типа: (001) и (111). Магнитная анизотропия пленок имеет достаточно сложный вид. Помимо обычной кристаллической анизотропии, присущей монокристаллу, существенный вклад вносит ростовая анизотропия и анизотропия, обусловленная механическими напряжениями, возникающими в процессе роста пленки вследствие неполного согласования структур подложки и пленки. Ростовая анизотропия приводит к тому, что намагниченность в магнитных доменах пленки, как правило, либо лежит в плоскости пленки, либо незначительно отклоняется от нее [22]. Доменные границы в основном 180-градусные и могут быть как блоховского типа, так и (в большинстве случаев) неелевского типа [22].

Полученные ниже выражения для поляризованности доменных границ записаны лишь для случаев единичной изолированной доменной стенки при некоторой определенной ее киральности (направлением поворота вектора намагниченности в ней). Очевидно, что направление вектора электрической поляризации доменных границ и киральность стенок связаны между собой. В эпитаксиальных пленках ферритов-гранатов ростовые напряжения фиксируют единую киральность всех доменных границ, что обеспечивает возможность наблюдения магнитоэлектрического отклика всей пленки. В объемных кристаллах ЖИГ обе киральности могут сосуществовать, однако их можно разделить магнитным полем или контролировать механическими напряжениями.

Рассмотрим теперь подробно поляризованность доменных границ во всех перечисленных случаях количественно.

4.1. 71-градусная доменная граница в кристалле ЖИГ

Сначала рассмотрим блоховскую доменную границу, в которой происходит разворот намагниченности от оси $[11\bar{1}]$ к оси $[111]$ вдоль направления $[\bar{1}10]$. В этом случае в лабораторной системе координат $\mathbf{e}_x = [111]$, $\mathbf{e}_y = [11\bar{2}]$, $\mathbf{e}_z = [\bar{1}10]$ компоненты вектора $\mathbf{h}$ имеют вид: $h_x = \cos \varphi$, $h_y = \sin \varphi$, $h_z = 0$, где

$$\varphi(\xi) = \arctan \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \tanh \left(\frac{\xi}{\sqrt{6}} \right) \right). \quad (14)$$

При записи соотношения (14) введено обозначение $\xi = z/\Delta$, где $\Delta = \sqrt{A/K}$ — характерный масштаб ширины доменной границы, причем $A \approx 3 \cdot 10^{-7}$ эрг/см —

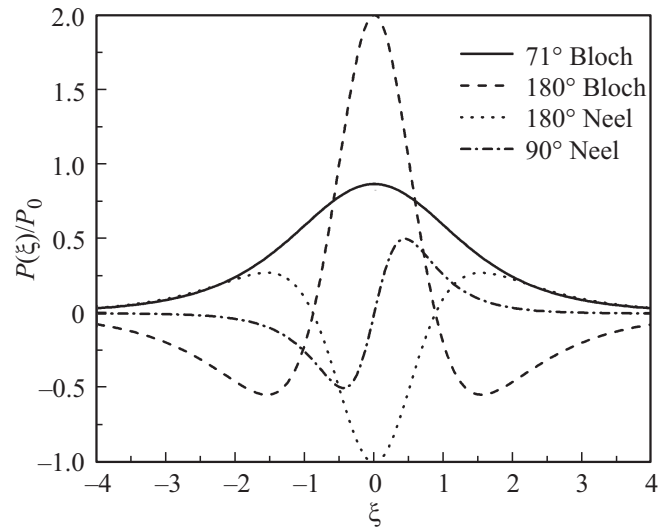


Рис. 2. Распределение поляризованности P (выраженной в единицах $P_0 = \Omega/\Delta$) по толщине ξ (выраженной в единицах Δ) в доменных границах монокристалла (сплошная кривая) и в различных доменных границах в пленках (001).

константа неоднородного обменного взаимодействия, $K \approx 10^3$ эрг/см³ — плотность энергии анизотропии [34].

Используем соотношения (13) и найдем, что поворот вектора намагниченности внутри доменной границы создает поляризованность $\mathbf{P}$, направленную вдоль $[\bar{1}10]$ перпендикулярно плоскости разворота:

$$P_{110}(\xi) = \frac{3\Omega}{\Delta} \frac{d\varphi}{d\xi} \cos 2\varphi = \frac{2\sqrt{3}\Omega}{\Delta} \left(3 + \cosh \frac{2\xi}{\sqrt{6}} \right) / \left(1 + 3 \cosh \frac{2\xi}{\sqrt{6}} \right)^2,$$

где функция $\varphi(\xi)$ определяется формулой (14). График зависимости поляризованности в 71-градусной блоховской стенке приведен на рис. 2. На этом и всех последующих рисунках компоненты поляризованности приводятся в единицах $P_0 = \Omega/\Delta$, а расстояния ξ — в единицах Δ .

Величина P_0 служит естественным масштабом величины описываемых магнитоэлектрических эффектов, поэтому уместно здесь дать для нее численную оценку в целях сравнения с величинами МЭЭ в других магнитоэлектрических материалах.

Характерный масштаб Δ ширины доменной границы в ЖИГ известен (см., например, работу [34]), имеет порядок 100 нм. Величина Ω определяется формулой (13), и для ее оценки необходимо рассчитать величину ключевого микроскопического параметра p , определяющего „силу“ магнитоэлектрической связи в расчете на один ион Fe^{3+} в d-подрешетке, даваемого уравнением (9).

Поскольку $W_p \approx W_f \approx 10^5$ см⁻¹, $E_p \approx E_D \approx 10^4$ см⁻¹, параметры нечетного кристаллического поля $B_p \approx B_f \approx 10^4$ см⁻¹, параметр аксиального кристаллического

поля $B_2 \approx 10^3 \text{ см}^{-1}$, радиальные интегралы $r_{fd} \approx r_{pd} \approx 0.05 \text{ нм}$, константа спин-орбитального взаимодействия $\xi = 440 \text{ см}^{-1}$, то получаем в единицах Дебая $p \approx 10^{-6}$. Малая величина характерна для механизма смешивания четных и нечетных конфигураций. При постоянной решетки $a = 1.2 \text{ нм}$ и угле $\beta = 16^\circ$ в случае низких температур $k_B T \ll \mu_B B_{\text{ex}}$ основным заселенным состоянием является $M_S = -5/2$, поэтому $C_0^2(S) = 2M_S^2 - S(S+1) = 10$, следовательно, при толщине доменной границы 100 нм имеем оценку для $P_0 \approx 0.1 \text{ мК/см}^2$.

Полученная величина значительно меньше, чем для классического мультиферроика BiFeO_3 , для которого P может достигать 100 мК/см^2 , благодаря наличию собственного сегнетоэлектрического порядка, слабо связанного с магнитным, но сравнима с величинами для „спиновых“ магнитоэлектриков типа TbMnO_3 и редкоземельных парамагнитных ферритов-гранатов (типично от 0.01 до 0.1 мК/см^2) и значительно превышает величину однородного линейного эффекта у Cr_2O_3 (0.003 мК/см^2 при напряженности прикладываемого электрического поля 10^5 В/см).

Величина магнитоэлектрического эффекта в ЖИГ на несколько порядков меньше, чем у классических мультиферроиков типа феррита висмута, что естественным образом объясняется природой эффекта: для ионов Fe^{3+} поляризация в ЖИГ индуцируется через слабые возмущения (спин-орбитальное взаимодействие, нечетное кристаллическое поле), тогда как в BiFeO_3 она является первичным структурным свойством материала.

В этой связи важно подчеркнуть, что принципиальная важность рассматриваемого МЭЭ для ЖИГ заключается не в абсолютной его величине, а в демонстрации возможности индуцирования поляризации в нецентросимметричных позициях Fe^{3+} . Указанный аспект является важным в плане управления магнитными доменными стенками электрическим полем в технологически важном материале, известном своими рекордно малыми магнитными потерями.

4.2. Поляризованность тонких пленок ЖИГ

Перейдем теперь к рассмотрению магнитоэлектрических свойств тонких пленок ЖИГ. В пленках (001) могут находиться две перпендикулярные оси легкого намагничивания, например, $[100]$ и $[010]$. В этом случае могут существовать и 90-градусные стенки [22]. В процессе роста пленок возникают и так называемые орторомбические пленки, у которых в случае пленок (111) осями легкого намагничивания могут быть как направления $[1\bar{1}0]$, так и $[11\bar{2}]$, принадлежащие плоскости пленки [35]. Поскольку $[111]$ является осью вращения третьего порядка, то в пленке (111) образуются 120-градусные стенки неелевского типа. Ниже мы рассмотрим электрическую поляризацию ионов $\text{Fe}(d)$ в областях характерных доменных границ в гранатовых пленках.

4.2.1. 180-градусные границы в пленке (001)

Рассмотрим сейчас 180-градусные доменные границы блоховского и неелевского типов, в которых направление намагниченности меняется от оси $[100]$ к оси $[100]$. В кристаллографической системе координат $\mathbf{e}_x = [100]$, $\mathbf{e}_y = [010]$, $\mathbf{e}_z = [001]$ для блоховской границы имеем $h_x = \sin \varphi$, $h_y = 0$, $h_z = \cos \varphi$, а для неелевской — $h_x = \sin \varphi$, $h_y = \cos \varphi$, $h_z = 0$. Угол разворота φ определяется соотношением

$$\varphi(\xi) = \arcsin(\tanh \xi), \quad \xi = Y/\Delta. \quad (15)$$

Из соотношений (13) и (15) следует, что поворот вектора намагниченности внутри границы создает поляризованность, направленную в случае блоховской границы вдоль оси разворота намагниченности (ось Y),

$$P_{010}(\xi) = \frac{\Omega}{\Delta} \frac{3 - \cosh 2\xi}{\cosh^3 \xi},$$

а для неелевской границы — ориентированную перпендикулярно плоскости пленки (вдоль оси Z),

$$P_{001}(\xi) = -\frac{\Omega}{2\Delta} \frac{3 - \cosh 2\xi}{\cosh^3 \xi}.$$

Распределение поляризованности для блоховской и неелевской 180-градусных границ в пленке (001) также приведено на рис. 2.

Отметим, что поляризация в 180-градусной неелевской стенке (001) не меняет знак при изменении знака угла поворота φ (киральности стенки), что связано с четным характером зависимости поляризации от профиля вращения намагниченности, следующим из приведенных в настоящем пункте формул.

4.2.2. 90-градусная граница неелевского типа в пленке (001)

Исследуем теперь поляризованность доменной границы, в которой в плоскости пленки происходит разворот намагниченности от оси $[100]$ к оси $[010]$, при этом в кристаллографической системе координат $h_x = \cos \varphi$, $h_y = \sin \varphi$, $h_z = 0$. Поведение угла φ разворота намагниченности определяется соотношением

$$\varphi(\xi) = \arctan(\exp(2\xi)),$$

где $\xi = Y/\Delta$. Создаваемая поляризованность в этом случае направлена вдоль оси Z :

$$P_{001}(\xi) = \frac{\Omega}{\Delta} \frac{\sinh 2\xi}{\cosh^2 2\xi}.$$

График зависимости $P(\xi)$ показан на рис. 2.

Здесь следует подчеркнуть, что в отличие от 180-градусной неелевской стенки (001), в 90-градусной неелевской стенке поляризация $P_{001}(\xi)$ является нечетной функцией относительно замены знака угла поворота φ ,

то есть зависит от киральности стенки. В реальных пленках ЖИГ, особенно выращенных на подложках (001), кубическая симметрия понижается за счет ростовой анизотропии, что приводит к снятию вырождения между двумя возможными киральностями, что в целом дает ненулевую поляризованность совокупности доменных стенок пленки.

4.2.3. 180-градусная граница неелевского типа в пленке (111)

Исследуем поляризованность 180-градусных доменных стенок в орторомбических (111) пленках. В случае, когда осью легкого намагничивания является направление $[1\bar{1}0]$, в лабораторной системе координат $\mathbf{e}_x = [111]$, $\mathbf{e}_y = [1\bar{1}0]$, $\mathbf{e}_z = [11\bar{2}]$ компоненты вектора намагниченности имеют вид

$$h_x = 0, \quad h_y = \sin \varphi, \quad h_z = \cos \varphi, \\ \varphi(\xi) = \arcsin(\tanh \xi), \quad \xi = z/\Delta. \quad (16)$$

Подставим выражения (16) в формулы (13) и получим, что вектор поляризованности имеет две ненулевые компоненты P_{114} и $P_{1\bar{1}0}$:

$$P_{114}(\xi) = \frac{2\sqrt{3}\Omega}{\Delta} \frac{\sinh \xi}{\cosh^3 \xi}, \\ P_{1\bar{1}0}(\xi) = \frac{\Omega}{2\Delta} \frac{3 - \cosh 2\xi}{\cosh^3 \xi}.$$

Такая зависимость поляризованности показана на рис. 3.

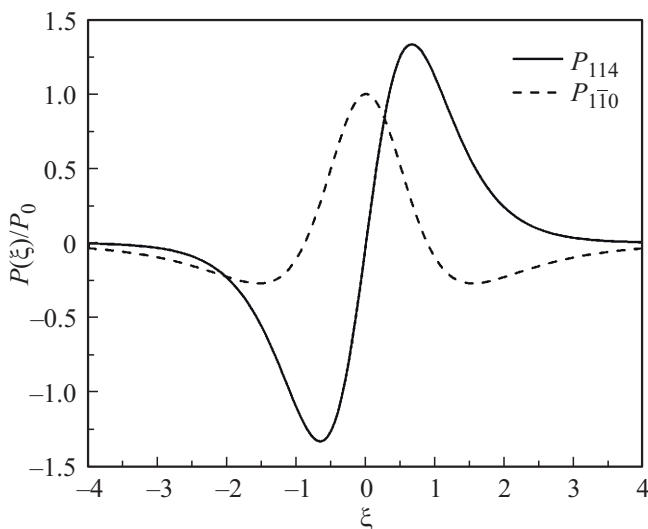


Рис. 3. Распределение компонент приведенной поляризованности $P(\xi)/P_0$ по толщине ($\xi = z/\Delta$) в 180-градусных доменных границах в пленках (111) при развороте вектора $\mathbf{h}$ от оси $[1\bar{1}0]$ к оси $[11\bar{2}]$.

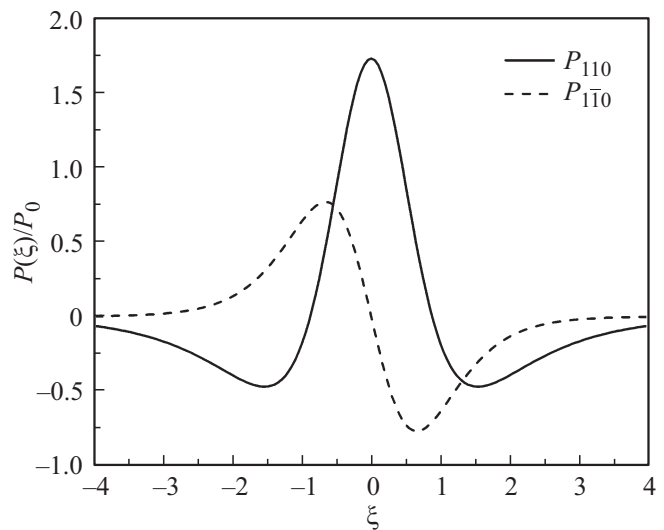


Рис. 4. Распределение компонент приведенной поляризованности $P(\xi)/P_0$ по толщине ($\xi = y/\Delta$) в 180-градусных доменных границах в пленках (111) при развороте вектора $\mathbf{h}$ от оси $[1\bar{1}2]$ к оси $[11\bar{2}]$.

Если же осью легкого намагничивания является $[11\bar{2}]$, то аналогичные вычисления приводят к компонентам поляризованности ($\xi = y/\Delta$)

$$P_{110}(\xi) = \frac{\sqrt{3}\Omega}{2\Delta} \frac{3 - \cosh 2\xi}{\cosh^3 \xi}, \\ P_{1\bar{1}0}(\xi) = -\frac{2\Omega}{\Delta} \frac{\sinh \xi}{\cosh^3 \xi}.$$

графики которых приведены на рис. 4.

Отметим, что, в отличие от пленок (001), для 180-градусных доменных границ неелевского типа в орторомбических пленках (111) отличны от нуля уже две компоненты вектора поляризованности.

4.2.4. 120-градусная граница неелевского типа в пленке (111)

Рассмотрим 120-градусные доменные границы неелевского типа, в которых ориентация намагниченности меняется от оси $[1\bar{2}1]$ к оси $[11\bar{2}]$ вдоль направления $[01\bar{1}]$. Пользуясь введенной в предыдущем разделе лабораторной системой координат $\mathbf{e}_x = [111]$, $\mathbf{e}_y = [1\bar{1}0]$, $\mathbf{e}_z = [11\bar{2}]$, запишем компоненты намагниченности как

$$h_x = 0, \quad h_y = \cos\left(\varphi - \frac{\pi}{6}\right), \quad h_z = \sin\left(\varphi - \frac{\pi}{6}\right), \\ \varphi = \frac{4}{3} \arctan\left(\exp\left(\frac{3\xi}{\sqrt{2}}\right)\right), \quad \xi = \frac{Y - Z}{\Delta\sqrt{2}}.$$

В кристаллографической системе координат ненулевыми компонентами поляризованности оказываются P_Y и P_Z . Более наглядным, однако, представляется привести их линейные комбинации $(P_Y - P_Z)/\sqrt{2} = P_{01\bar{1}}$

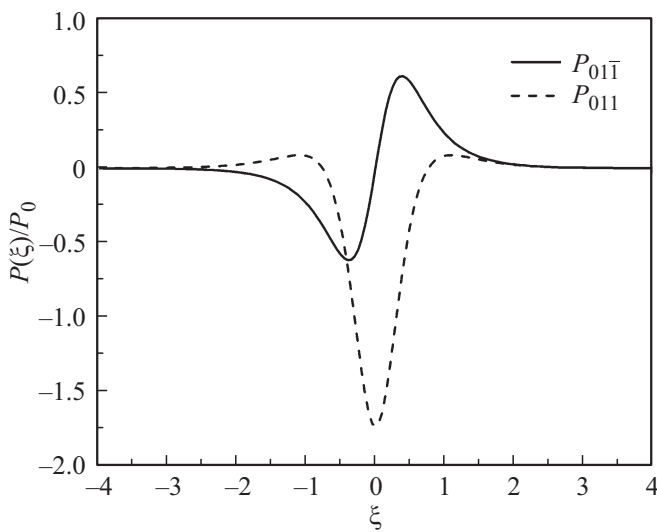


Рис. 5.

и $(P_Y + P_Z)/\sqrt{2} = P_{011}$, соответствующие двум направлениям поляризации, одно из которых параллельно нормали к плоскости доменной границы

$$P_{01\bar{1}}(\xi) = -\frac{\Omega}{\Delta} \times \sin \left[\frac{\pi}{3} + \frac{8}{3} \arctan \left(\exp \left(\frac{3\xi}{\sqrt{2}} \right) \right) \right] / \cosh \left(\frac{3\xi}{\sqrt{2}} \right),$$

$$P_{011}(\xi) = \frac{\Omega\sqrt{3}}{\Delta} \times \cos \left[\frac{\pi}{3} + \frac{8}{3} \arctan \left(\exp \left(\frac{3\xi}{\sqrt{2}} \right) \right) \right] / \cosh \left(\frac{3\xi}{\sqrt{2}} \right).$$

Графики соответствующих зависимостей показаны на рис. 5.

5. Заключение

Развита микроскопическая теория магнитоэлектрических свойств железо-иттриевого граната. Установлены актуальные механизмы формирования магнитоэлектрической подсистемы данного соединения, включающие действие нечетного кристаллического поля, спин-орбитального взаимодействия и аксиального кристаллического поля на ионы железа в d-подрешетке. Получено выражение для энергии магнитоэлектрического взаимодействия. Показано, что принципиально важным для возникновения электрических дипольных моментов у ионов железа является отсутствие центра инверсии у их окружения, в противоположность пространственной группе симметрии элементарной ячейки. Отсутствие центра инверсии в последней приводит в случае однородной намагниченности к образованию сложных анти-сегнетоэлектрических структур с нулевым результирующим электрическим дипольным моментом элементарной ячейки.

Поляризованность подсистемы d-ионов железа возникает только в области неоднородной намагниченности, имеющей место, например, в доменных границах. Явление представляет собой неоднородный магнитоэлектрический эффект. Количественно описана электрическая поляризованность 71-градусной доменной границы в монокристалле ЖИГ и различных доменных границ, типичных для тонких пленок. Наличие поляризованности доменных стенок может проявляться, в частности, при воздействии на них неоднородного электрического поля, поскольку в неоднородном поле электрический дипольный момент стенки начнет разворачиваться вдоль направления поля и втягиваться в область сильных полей. Возможность управления доменными границами в пленке феррита-граната посредством электрического поля экспериментально подтверждена в работах [18,19].

Полученные в настоящей работе результаты характеризуют не только магнитоэлектрические свойства железо-иттриевого граната, они пригодны и для описания поляризованности редкоземельных ферритов-гранатов, существенной при высоких (комнатных и выше) температурах.

Финансирование работы

Настоящая работа выполнена в рамках государственного задания ИОФ РАН. Работа АКЗ выполнена при поддержке Российского научного фонда, грант 22-12-00367-П.

Список литературы

- [1] И.Е. Дзялошинский. ЖЭТФ **37**, 3, 881 (1959). [I.E. Dzyaloshinskii. JETP **10**, 3, 628 (1960).]
- [2] Д.Н. Астров. ЖЭТФ **38**, 3, 984 (1960). [D.N. Astrov. JETP **11**, 3, 708 (1960).]
- [3] Д.Н. Астров. ЖЭТФ **40**, 4, 1035 (1961). [D.N. Astrov. JETP **13**, 4, 729 (1961).]
- [4] G.T. Rado, V.J. Folen. Phys. Rev. Lett. **7**, 8, 310 (1961).
- [5] C. Ederer, N.A. Spaldin. Phys. Rev. B **71**, 22, 224103 (2005).
- [6] A. Pimenov, A.A. Mukhin, V.Yu. Ivanov, V.D. Travkin, A.M. Balbashov, A. Loidl. Nature Phys. **2**, 2, 97 (2006).
- [7] A.I. Popov, D.I. Plokhov, A.K. Zvezdin. Phys. Rev. B **90**, 21, 214427 (2014).
- [8] A.I. Popov, Z.V. Gareeva, A.K. Zvezdin. Phys. Rev. B **92**, 14, 144420 (2015).
- [9] A.I. Popov, K.A. Zvezdin, Z.V. Gareeva, F.A. Mazhitova, R.M. Vakhitov, A.R. Yumaguzin, A.K. Zvezdin. J. Phys.: Condens. Matter **28**, 45, 456004 (2016).
- [10] A.I. Popov, Z.V. Gareeva, F.A. Mazhitova, R.A. Doroshenko. J. Magn. Magn. Mater. **461**, 128 (2018).
- [11] T. Lottermoser, T. Lonkai, U. Amann, D. Hohlwein, J. Ihringer, M. Fiebig. Nature **430**, 6999, 541 (2004).
- [12] F. Matsukura, Y. Tokura, H. Ohno. Nat. Nanotechnol. **10**, 3, 209 (2015).
- [13] M. Zahn, A.M. Müller, K.P. Kelley, S. Neumayer, S.V. Kalinin, I. Kézsmarki, M. Fiebig, T. Lottermoser, N. Domingo, D. Meier, J. Schultheiss. Nature Commun. **16**, 1, 1781 (2025).

- [14] Ю.А. Изюмов, В.Е. Найш, Р.П. Озеров. Нейтронография магнетиков. Атомиздат, М. (1981). 312 с.
- [15] А.И. Попов, Ч.К. Сабденов, К.А. Звездин. ФТТ **59**, 11, 2252 (2017). [A.I. Popov, Ch.K. Sabdenov, K.A. Zvezdin. Phys. Solid State **59**, 11, 2274 (2017).]
- [16] А.И. Попов, Ч.К. Сабденов. ФТТ **61**, 6, 1084 (2019). [A.I. Popov, Ch.K. Sabdenov. Phys. Solid State **61**, 6, 1007 (2019).]
- [17] Б.Б. Кричевцов, В.В. Павлов, Р.В. Писарев. Письма в ЖЭТФ **49**, 8, 466 (1989). [B.B. Krichevstov, V.V. Pavlov, R.V. Pisarev. JETP Lett. **49**, 8, 535 (1989).]
- [18] А.С. Логгинов, Г.А. Мешков, А.В. Николаев, А.П. Пятаков. Письма в ЖЭТФ **86**, 2, 124 (2007). [A.S. Logginov, G.A. Meshkov, A.V. Nikolaev, A.P. Pyatakov. JETP Lett. **86**, 2, 115 (2007).]
- [19] А.А. Подклетнова, М.А. Колышенков, Н.В. Мясников, Е.П. Николаева, А.С. Каминский, А.В. Николаев, А.П. Пятаков. Письма в ЖЭТФ **118**, 3–4(8), 259 (2023). [A.A. Podkletnova, M.A. Kolyushenkov, N.V. Myasnikov, E.P. Nikolaeva, A.S. Kaminskiy, A.V. Nikolaev, A.P. Pyatakov. JETP Lett. **118**, 4, 262 (2023).]
- [20] E. Hassanpour, Y. Zemp, Y. Tokunaga, Y. Taguchi, Y. Tokura, T. Lottermoser, M. Fiebig, M.C. Weber. Sci. **377**, 6610, 1109 (2022).
- [21] N. Leo, V. Carolus, J.S. White, M. Kenzelmann, M. Hudl, P. Tolédano, T. Honda, T. Kimura, S.A. Ivanov, M. Weil, Th. Lottermoser, D. Meier, M. Fiebig. Nature **560**, 7719, 466 (2018).
- [22] A. Hubert, R. Schäfer. Magnetic Domains: The Analysis of Magnetic Microstructures. Springer (2014). 696 p.
- [23] H. Qin, R. Dreyer, G. Woltersdorf, T. Taniyama, S. van Dijken. Adv. Mater. **33**, 27, 2100646 (2021).
- [24] X. Li, H. Singh, Y. Bao, Q. Luo, S. Li, J. Chatterjee, M. Goiriena-Goikoetxea, Z. Xiao, N. Tamura, R.N. Candler, L. You, J. Bokor, J. Hong. Nano Lett. **9**, 15, 6845 (2023).
- [25] P. Zhang, J. Weng, Z. Sun, C. Wang, S. He, J. Lu, Z.Q. Qiu, J. Hong. Nanoscale Adv. **8**, 11, 3452 (2026).
- [26] E. Popova, A. Shengelaya, D. Daraselia, D. Japaridze, S. Cherifi-Hertel, L. Bocher, A. Gloter, O. Stephan, Y. Dumont, N. Keller. Appl. Phys. Lett. **110**, 14, 142404 (2017).
- [27] A.K. Zvezdin, V.A. Kotov. Modern Magnetooptics and Magneto-optical Materials. CRC Press (1997). 404 p. ISBN 978-0-367-80260-8.
- [28] A.H. Eschenfelder. Magnetic Bubble Technology. Springer (1981). 348 p. ISBN 978-3-540-10790-3.
- [29] S. Geschwind. Phys. Rev. **121**, 2, 363 (1961).
- [30] A.I. Popov, D.I. Plokhov, A.K. Zvezdin. Phys. Rev. B **87**, 2, 024413 (2013).
- [31] H. Watanabe. Progress Theor. Phys. **18**, 4, 405 (1957).
- [32] И.И. Собельман. Введение в теорию атомных спектров. Физматгиз, М. (1963). 640 с.
- [33] В.Г. Барьяхтар, В.А. Львов, Д.А. Яблонский. Письма в ЖЭТФ **37**, 12, 565 (1983). [V.G. Baryakhtar, V.A. Lvov, D.A. Yablonskii. JETP Lett. **37**, 12, 673 (1983).]
- [34] F.H. de Leeuw, J.M. Robertson. J. Appl. Phys. **46**, 7, 3182 (1975).
- [35] S.B. Ubizskii. J. Magn. Magn. Mater. **195**, 3, 575 (1999).

Редактор Е.В. Толстякова