

# Воздействие сильного электрического поля на радиоэлектрический эффект в полупроводниковой сверхрешетке

© Д.В. Завьялов<sup>¶</sup>, С.В. Крючков, Е.И. Кухарь

Волгоградский государственный педагогический университет,  
400131 Волгоград, Россия

(Получена 2 октября 2006 г. Принята к печати 27 октября 2006 г.)

Рассчитана плотность тока увлечения носителей заряда электромагнитной волной, распространяющейся вдоль оси полупроводниковой сверхрешетки в присутствии постоянного электрического поля, направленного также вдоль оси сверхрешетки. Исследована зависимость плотности тока от напряженности постоянного поля и от интенсивности электромагнитной волны. Обнаружено, что электрический ток меняет направление при определенных значениях напряженности постоянного поля и интенсивности волны.

PACS: 73.50.Mx, 73.63.Hs, 78.67.Pt, 78.70.Gq

## 1. Введение

Эффект увлечения носителей тока электромагнитными волнами — фотоэлектрический, или радиоэлектрический эффект (РЭЭ) — привлекает в последнее время повышенное внимание исследователей [1–6] в связи с диагностикой кинетических свойств полупроводников, а также в связи с возможностью использования его для детектирования мощного электромагнитного излучения [7]. Данный эффект, обусловленный передачей импульса фотона электронной подсистеме, в рамках квазиклассического подхода объясняется как результат действия силы Лоренца, возникающей при движении электрона в переменных электрическом и магнитном полях волны [8]. В полупроводниковых сверхрешетках (СР), характеризующихся сильной непараболичностью энергетического спектра, РЭЭ обладает рядом специфических особенностей. Основное отличие РЭЭ в полупроводниковых СР от РЭЭ в однородных полупроводниках заключается в нелинейной зависимости тока увлечения от интенсивности электромагнитной волны.

Воздействие постоянного электрического поля на РЭЭ в СР может привести к дополнительным особенностям в зависимости тока увлечения от напряженности постоянного электрического поля [9,10]. Во-первых, данная зависимость носит немонотонный (резонансный) характер. Во-вторых, при достаточно большой напряженности постоянного электрического поля радиоэлектрический эффект меняет знак. В [10] предполагалось, что монохроматическая электромагнитная волна распространяется вдоль слоев СР, при этом к СР приложено постоянное электрическое поле, направленное вдоль оси СР.

В настоящей работе исследовано влияние сильного электрического поля на РЭЭ в квантовой сверхструктуре в иной геометрии. Будем считать, что электромагнитная волна с частотой  $\omega$  распространяется вдоль оси  $Oz$  (ось СР), так что электрическое поле волны направлено вдоль оси  $Ox$ , т.е. перпендикулярно оси СР. Посто-

янное электрическое поле направлено вдоль оси СР:  $\mathbf{E}_1 = (0, 0, E_{1z})$ . Считаем, что выполняются условия  $edE_1 \ll 2\Delta$ ,  $\hbar\omega \ll 2\Delta$  ( $d$  — период СР,  $\Delta$  — полуширина мини-зоны,  $e$  — заряд электрона), позволяющие решать задачу квазиклассически [8]. Плотность тока увлечения рассчитывается по известной формуле

$$j_z = -e \sum_{\mathbf{p}} V_z(\mathbf{p}) f(\mathbf{p}, t). \quad (1)$$

Неравновесная функция распределения  $f(\mathbf{p}, t)$  учитывает воздействие электрических и магнитного полей на электронную подсистему и определяется уравнением Больцмана.

## 2. Бесстолкновительный режим

Рассмотрим сначала так называемый бесстолкновительный режим, когда частота столкновений электронов с нерегулярностями решетки равна нулю. Уравнение Больцмана в этом случае имеет вид

$$\frac{\partial f}{\partial t} - e \left( \mathbf{E} + \mathbf{E}_1 + \frac{1}{c} [\mathbf{V}, \mathbf{H}] \right) \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} = 0. \quad (2)$$

Решением уравнения (2) является функция  $f(\mathbf{p}, t) = f_0(\mathbf{p}'(t_0, \mathbf{p}, t))$ , где  $\mathbf{p}'(t', \mathbf{p}, t)$  — решение классического уравнения движения электрона

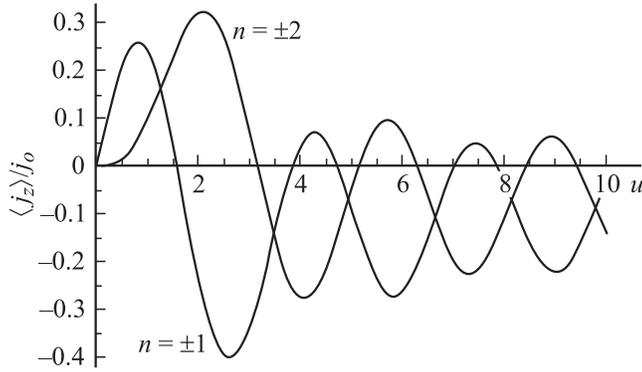
$$\frac{d\mathbf{p}'}{dt'} = -e\mathbf{E}(t') - e\mathbf{E}_1 - \frac{e}{c} [\mathbf{V}(t'), \mathbf{H}(t')] \quad (3)$$

с начальным условием  $\mathbf{p}'(t, \mathbf{p}, t) = \mathbf{p}$ , а  $f_0(\mathbf{p})$  — равновесная функция распределения. В дальнейшем будем считать электронный газ невырожденным, так что  $f_0(\mathbf{p})$  — функция распределения Больцмана. Предполагается, что зависимость энергии электрона от его квазиимпульса имеет вид

$$\varepsilon(\mathbf{p}) = \frac{p_x^2 + p_y^2}{2m} + \Delta \left( 1 - \cos \frac{p_z d}{\hbar} \right),$$

где  $m$  — эффективная масса электрона. Скорость свободных носителей вдоль оси СР при этом равна

<sup>¶</sup> E-mail: sed@fizmat.vspu.ru



**Рис. 1.** Зависимость плотности тока увлечения от интенсивности электромагнитной волны в бесстолкновительном приближении.

$V_z \equiv \partial \varepsilon / \partial p_z = (\Delta d / \hbar) \sin(p_z d / \hbar)$ . Решая уравнение (3) в приближении, когда  $V/c \ll 1$ , находим для тока увлечения следующее выражение:

$$j_z = \frac{e \Delta d}{\hbar} \times \sin \left[ \frac{e d}{\hbar} \left( E_{1z}(t - t_0) - \frac{e}{mc} \int_{t_0}^t H(t_1) dt_1 \int_{t_0}^{t_1} E(t_2) dt_2 \right) \right] \times \sum_{\mathbf{p}} \cos \frac{p_z d}{\hbar} \cos \left[ \frac{e p_z d}{\hbar mc} \int_{t_0}^t H(t_1) dt_1 \right] f_0(\mathbf{p}), \quad (4)$$

где  $E(t) = E_0 \cos \omega t$ ,  $H(t) = H_0 \cos \omega t$  — напряженности электрического и магнитного полей волны соответственно. Подставляя напряженности электрического и магнитного полей в (4), интегрируя по времени при  $t_0 = 0$  и суммируя по квазимпульсам, получим следующее выражение для плотности тока увлечения:

$$j_z(t) = g(\Delta/\theta) j_0 \sin[F_z \omega t - u(1 - \cos 2\omega t)] \times \exp[\beta(1 - \cos 2\omega t)], \quad (5)$$

где  $g(x) = I_1(x)/I_0(x)$ ,  $I_n(x)$  — модифицированные функции Бесселя,  $j_0 = n_0 e \Delta d / \hbar$ ,  $F_z = e d E_{1z} / \hbar \omega$ ,  $u = e^2 d E_0 H_0 / 4 m c \hbar \omega^2$ ,  $\beta = \theta d^2 e^2 H_0^2 / 4 m c^2 \hbar^2 \omega^2$ ,  $n_0$  — концентрация носителей тока,  $\theta$  — температура электронного газа, выраженная в энергетических единицах. Во всех реальных ситуациях с большим запасом выполняется неравенство  $\beta \ll 1$ . Считая также, что  $\theta \ll \Delta$ , получаем из (5)

$$j_z(t) = j_0 \sin[F_z \omega t - u(1 - \cos 2\omega t)]. \quad (6)$$

Из формулы (6) видно, что ток периодически зависит от времени. Среднее по времени значение тока

(постоянная составляющая) отлично от нуля только в том случае, когда напряженность постоянного электрического поля удовлетворяет следующему соотношению:  $E_{1z} = 2n\hbar\omega/ed$ , где  $n$  — целое число. В этом случае выражение для постоянной составляющей плотности тока увлечения имеет вид

$$\langle j_z \rangle = -j_0 J_n(u) \sin(u - n\pi/2), \quad (7)$$

где  $J_n(x)$  — функция Бесселя целого порядка [11]. Отметим, что постоянная составляющая плотности тока увлечения не зависит от знака целого числа  $n$ , а следовательно, от знака проекции вектора напряженности постоянного электрического поля. Зависимость тока увлечения от интенсивности электромагнитной волны для различных  $n$  показана на рис. 1 (расчет произведен для следующих значений параметров:  $\omega = 10^{13} \text{ с}^{-1}$ ,  $d = 10^{-6} \text{ см}$ ,  $m = 10^{-28} \text{ г}$ ). Случай  $n = 0$  соответствует отсутствию постоянного электрического поля, и формула (7) переходит в соответствующую формулу работы [5].

### 3. Учет столкновений электронов с нерегулярностями решетки

Рассмотрим теперь более реальную ситуацию, когда функция распределения в (1) определяется решением уравнения Больцмана с учетом столкновений электронов с нерегулярностями кристаллической решетки. Выберем интеграл столкновений в простейшем модельном виде, соответствующем приближению постоянного времени релаксации  $\tau$ . Возможность такого выбора обоснована в [8]. Уравнение Больцмана запишется в виде

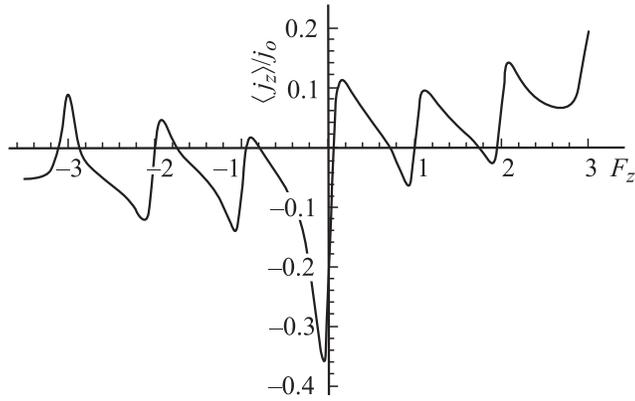
$$\frac{\partial f}{\partial t} - e \left( \mathbf{E} + \mathbf{E}_1 + \frac{1}{c} [\mathbf{V}, \mathbf{H}] \right) \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} = -\frac{f - f_0}{\tau}. \quad (8)$$

Решением уравнения (8) является функция

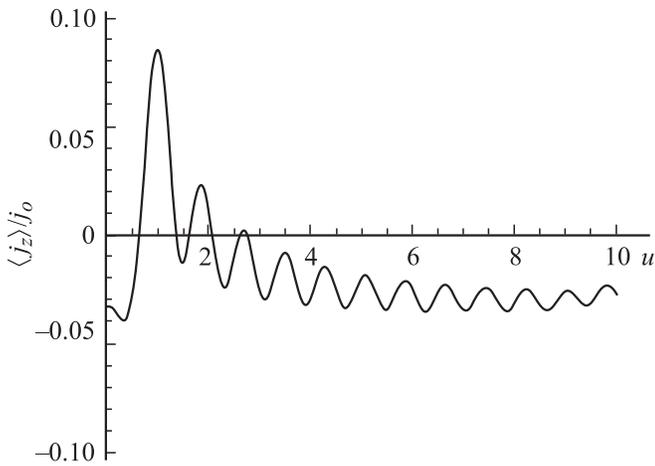
$$f(\mathbf{p}, t) = \frac{1}{\tau} \int_{-\infty}^t \exp\left(-\frac{t-t'}{\tau}\right) f_0(\mathbf{p}'(t', \mathbf{p}, t)) dt', \quad (9)$$

где  $\mathbf{p}'(t', \mathbf{p}, t)$  — решение уравнения (3) с начальным условием  $\mathbf{p}'(t', \mathbf{p}, t) = \mathbf{p}$ . Подставляя (9) в (1) и полагая по-прежнему  $\beta \ll 1$ ,  $V/c \ll 1$  и  $\theta \ll \Delta$ , получим для невырожденного электронного газа следующее выражение для плотности тока:

$$j_z = \frac{e n_0 \Delta d}{\hbar \tau} \int_{-\infty}^t dt' \exp\left(-\frac{t-t'}{\tau}\right) \times \sin \left[ \frac{e d}{\hbar} \left( E_{1z}(t-t') - \frac{e}{mc} \int_{t_1}^{t'} H(t_1) dt_1 \int_{t_1}^{t'} E(t_2) dt_2 \right) \right].$$



**Рис. 2.** Зависимость плотности тока от напряженности постоянного электрического поля. Интенсивность электромагнитной волны  $10^9$  Вт/см $^2$ .



**Рис. 3.** Зависимость плотности тока от интенсивности электромагнитной волны.  $E_{1z} = -2 \cdot 10^4$  В/см.

В результате дальнейшего интегрирования и усреднения по времени находим постоянную составляющую плотности тока:

$$\begin{aligned} \langle j_z \rangle = & -j_0 \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \sum_{m=-\infty}^{m=+\infty} \sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} J_n(u) J_m(u) J_{-(n+m)}(2u) J_k(2u) \\ & \times \left\{ \frac{\sin(2u - n\pi - m\pi - k\pi/2)}{1 + (m - n - k + F_z)^2 \omega^2 \tau^2} \right. \\ & \left. - \frac{(m - n - k + F_z) \omega \tau \cos(2u - n\pi - m\pi - k\pi/2)}{1 + (m - n - k + F_z)^2 \omega^2 \tau^2} \right\}. \end{aligned} \quad (10)$$

Зависимости плотности тока от постоянного электрического поля и от интенсивности волны, построенные по формуле (10), показаны на рис. 2 и 3 соответственно. Расчеты проведены при значениях параметров  $\omega = 10^{13}$  с $^{-1}$ ,  $d = 10^{-6}$  см,  $m = 10^{-28}$  г,  $\tau = 10^{-12}$  с,

причем кривая на рис. 2 соответствует интенсивности волны  $10^9$  Вт/см $^2$ , а кривая на рис. 3 — напряженности постоянного поля  $E_{1z} = -2 \cdot 10^4$  В/см.

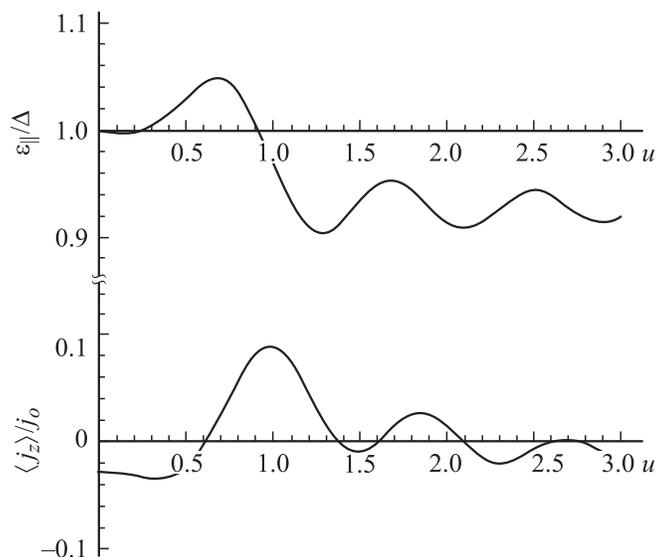
#### 4. Обсуждение результатов

Известно [1,3], что электромагнитная волна (в отсутствие постоянного поля  $E_1$ ), распространяющаяся вдоль оси  $CP$ , увлекает электроны в направлении вектора Умова–Пойнтинга, т.е. индуцирует электрический ток, текущий в отрицательном направлении оси  $Oz$ . В свою очередь постоянное электрическое поле, приложенное в отрицательном направлении оси  $Oz$ , вызывает ток, текущий в этом же направлении. Однако, если в образце одновременно имеются электромагнитная волна и постоянное электрическое поле, возможна ситуация, когда электрический ток индуцируется в направлении, противоположном направлению тока, индуцируемого электромагнитной волной или постоянным полем по отдельности. Это следует из численного анализа формулы (10) и отражено на рис. 2, 3.

Эффект смены знака тока увлечения связан с тем, что совместное действие электромагнитной волны и постоянного электрического поля перераспределяет электроны по мини-зоне проводимости так, что их энергия (усредненная по времени и по каноническому ансамблю) оказывается больше энергии, соответствующей середине мини-зоны. В этой области эффективная масса электрона отрицательна, поэтому его ускорение направлено против силы Лоренца. Действительно, средняя энергия может быть преобразована к виду

$$\begin{aligned} \langle \varepsilon_{\parallel} \rangle / \Delta = & 1 - \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \sum_{m=-\infty}^{m=+\infty} \sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} J_n(u) J_m(u) J_{-(n+m)}(2u) J_k(2u) \\ & \times \left\{ \frac{\cos(2u - n\pi - m\pi - k\pi/2)}{1 + (n - m - k - F_z)^2 \omega^2 \tau^2} \right. \\ & \left. - \frac{(n - m - k - F_z) \omega \tau \sin(2u - n\pi - m\pi - k\pi/2)}{1 + (n - m - k - F_z)^2 \omega^2 \tau^2} \right\}. \end{aligned} \quad (11)$$

На рис. 4 показаны зависимости плотности тока и средней энергии продольного движения электронов  $\varepsilon_{\parallel}$  от интенсивности волны, построенные по формулам (10) и (11). Кривые соответствуют следующим значениям параметров:  $\omega = 10^{13}$  с $^{-1}$ ,  $d = 10^{-6}$  см,  $m = 10^{-28}$  г,  $\tau = 10^{-12}$  с,  $E_{1z} = -2 \cdot 10^4$  В/см. Видно, что при определенных значениях интенсивности волны носители в среднем могут распределяться в области выше середины мини-зоны там, где эффективная масса отрицательна. Строго говоря, области с отрицательной эффективной массой и области положительного тока полностью не совпадают. Это связано с тем, что для положительности среднего тока недостаточно, чтобы масса носителей в среднем была отрицательной. Необходимо также, чтобы



**Рис. 4.** Зависимость средней энергии  $\varepsilon_{||}/\Delta$  продольного движения электронов и плотности тока  $\langle j_z \rangle/j_0$  от интенсивности волны согласно (10), (11).

средняя скорость дрейфа электронов с отрицательной эффективной массой была больше средней скорости электронов с положительной эффективной массой.

Сделаем, наконец, численные оценки. При концентрации носителей  $n_0 = 10^{14} \text{ см}^{-3}$  и типичных значениях параметров СР, электромагнитной волны и электрического поля  $\Delta = 0.01 \text{ эВ}$ ,  $\theta = 0.001 \text{ эВ}$ ,  $\omega = 10^{13} \text{ с}^{-1}$ ,  $d = 10^{-6} \text{ см}$ ,  $m = 10^{-28} \text{ Г}$ ,  $\tau = 10^{-12} \text{ с}$ ,  $E_{1z} = -2 \cdot 10^4 \text{ В/см}$ , интенсивности волны  $10^9 \text{ Вт/см}^2$  электрический ток направлен в положительном направлении оси  $Oz$  и плотность тока равна по абсолютной величине  $\langle j_z \rangle = 0.2 \text{ А/мм}^2$ . Отметим, что при выбранных численных значениях параметр  $\beta$  по порядку величины составляет  $10^{-5}$ .

Работа поддержана грантами РФФИ № 07-02-00073-а и 07-02-96600-р\_а.

## Список литературы

- [1] А.А. Игнатов. ФТТ, **22**, 3319 (1980).
- [2] Э.М. Эпштейн. ФТП, **14**, 2422 (1980).
- [3] Э.М. Эпштейн. Изв. вузов СССР. Радиофизика, **24** (4), 514 (1981).
- [4] С.В. Крючков, Г.А. Сыродоев. ФТП, **24**, 1120 (1990).
- [5] М.В. Вязовский, С.В. Крючков. ФТП, **26**, 184 (1992).
- [6] С.В. Крючков, А.И. Шаповалов. Опт. и спектр., **81** (2), 336 (1996).
- [7] H. Sigg, S. Graf, M.H. Kwakernaak, B. Margotte, D. Erni, P. Van Son, K. Kohler. Superlatt. Microstruct., **19** (2), 105 (1996).
- [8] Ф.Г. Басс, А.А. Булгаков, А.П. Тетервов. *Высокочастотные свойства полупроводников со сверхрешетками* (М., Наука, 1989).

[9] F.T. Vasko. Phys. Rev., B, **53**, 9576 (1996).

[10] Д.В. Завьялов, С.В. Крючков, Е.С. Сивашова. Письма ЖФТ, **32** (4), 11 (2006).

[11] Г. Бейтман, А. Эрдеи. *Высшие трансцендентные функции* (М., Наука, 1967).

Редактор Л.В. Шаронова

## Influence of high electric field on the photon drag effect in a semiconductor superlattice

D.V. Zavyalov, S.V. Kryuchkov, E.I. Kuhar

Volgograd State Pedagogical University,  
400131 Volgograd, Russia

**Abstract** The current density of charge carriers dragged by the electromagnetic wave propagating along the superlattice axis under the constant electric fields applied parallel this axis had been calculated. The current density dependence on the electric field intensity and on the electromagnetic wave intensity have been investigated. Electric current has been found to change its direction under certain values of the constant electric field intensity and under certain values of the electromagnetic wave intensity.