

## Исследование особенностей коэффициентов связи прямоугольных волноводных резонаторов в конструкциях полосно-пропускающих фильтров

© Б.А. Беляев<sup>1,2</sup>, А.М. Сержантов<sup>1,2</sup>, А.А. Александровский<sup>1</sup>, А.А. Лексиков<sup>1</sup>,  
Я.Ф. Бальва<sup>1</sup>, Т.Ю. Шумилов<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Институт физики им. Л.В. Киренского СО РАН, Красноярск, Россия

<sup>2</sup> Сибирский федеральный университет, Красноярск, Россия

E-mail: belyaev@iph.krasn.ru

Поступило в Редакцию 18 мая 2026 г.

В окончательной редакции 18 мая 2026 г.

Принято к публикации 5 июня 2026 г.

Исследованы коэффициенты связи двух прямоугольных волноводных резонаторов с рабочим типом колебаний  $H_{101}$ , которые взаимодействуют через отверстие в металлической стенке толщиной  $t$ . При расположении отверстия на общей широкой грани коэффициенты электрической и магнитной связи имеют противоположные знаки. Показано, что коэффициент полной связи  $k$  ведет себя немонотонно в зависимости от  $t$ . С ростом  $t$  коэффициент  $k$  сначала уменьшается до нуля в точке компенсации электрической и магнитной связи, далее растет, достигая определенного максимума, а затем падает, стремясь к нулю. Это позволяет реализовать одну и ту же величину  $k$  при трех значительно различающихся значениях  $t$  при одинаковых остальных конструктивных параметрах резонаторов. Измерения характеристик трех изготовленных фильтров второго порядка с центральной частотой полосы пропускания  $f_0 = 11.875$  GHz и ее относительной шириной  $\Delta f/f_0 = 0.23\%$  подтверждают результаты электродинамического анализа.

**Ключевые слова:** волноводный резонатор, коэффициент связи, полосно-пропускающий фильтр.

DOI: 10.61011/PJTF.2026.17.63485.20772

Полые металлические резонаторы, взаимодействующие через диафрагму, являются базовыми элементами многих частотно-селективных устройств [1–3]. Они используются в конструкциях узкополосных полосно-пропускающих СВЧ-фильтров высокого порядка [4,5], на которых строятся мультиплексеры для спутниковых систем связи [6,7]. Важнейшими характеристиками взаимодействующих резонаторов являются коэффициенты магнитной, электрической и полной связи, величины которых зависят от конструкции резонаторов. Исследование поведения коэффициентов связи в зависимости от конструктивных параметров взаимодействующих резонаторов является не только фундаментальной задачей электродинамики, но и важной инженерной проблемой, от решения которой зависят характеристики разрабатываемых на их основе частотно-селективных устройств.

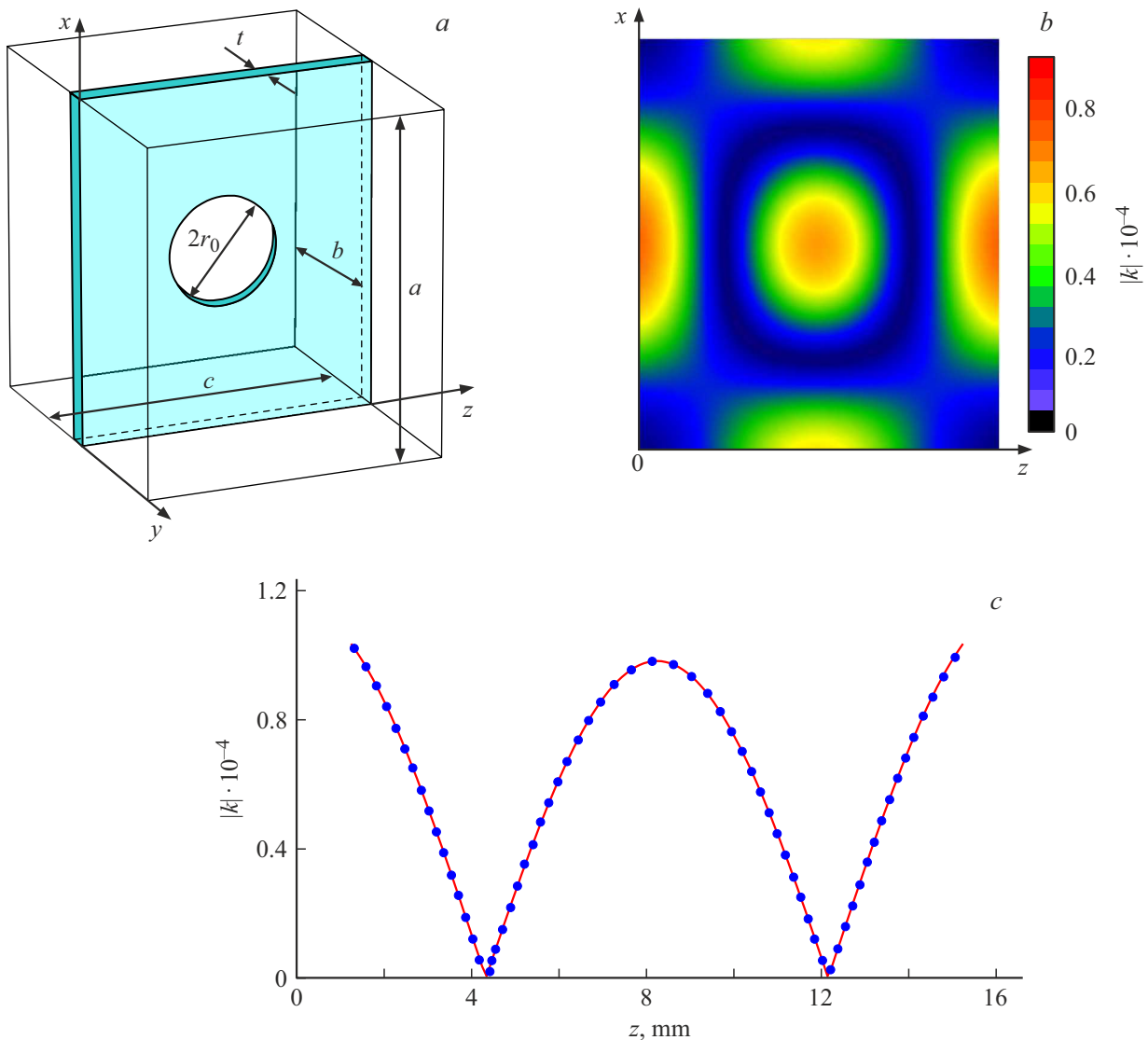
Рассмотрим конструкцию, состоящую из двух полых прямоугольных волноводных резонаторов, взаимодействующих через круглое отверстие в общей широкой стенке (рис. 1, *a*). Каждый из резонаторов представляет собой короткозамкнутый на концах отрезок прямоугольного металлического волновода шириной  $a$  (ось  $x$ ), высотой  $b$  (ось  $y$ ) и длиной  $c$  (ось  $z$ ). Отверстие связи радиусом  $r_0$  расположено в плоскости  $xz$  на общей стенке резонаторов толщиной  $t$ . Величина  $t$  определяет протяженность отверстия, которое по существу представляет собой отрезок запредельного круглого волновода радиуса  $r_0$  с критической частотой, много большей

резонансных частот фундаментальных мод колебаний исследуемой системы связанных резонаторов. Отметим, что подобные конструкции находят применение, например, при построении канальных высокоизбирательных полосно-пропускающих фильтров двенадцатого порядка [4] бортового мультиплексера спутниковой системы связи [7].

Как известно, для количественного описания взаимодействия резонаторов используется коэффициент связи  $k$ , который определяется по собственным частотам четной  $f_e$  и нечетной  $f_o$  мод связанных колебаний или через коэффициенты магнитной  $k_M$  и электрической  $k_E$  связи [8–10]:

$$k = \frac{f_e^2 - f_o^2}{f_e^2 + f_o^2} = \frac{k_M + k_E}{1 + k_M k_E}. \quad (1)$$

Заметим, что формула (1) применима как к взаимодействующим колебательным контурам, так и к любым электродинамическим резонаторам. На рис. 1, *b* представлено распределение модуля полного коэффициента связи исследуемой пары взаимодействующих резонаторов в зависимости от положения центра отверстия на их общей стенке в плоскости  $xz$ :  $k(x, z)$ . Расчет проводился в программе электродинамического анализа CST studio suite по собственным частотам  $f_e$  и  $f_o$  при слабой связи исследуемой конструкции с портами [11]. Распределение получено для самой нижней моды колебаний  $H_{101}$  при следующих конструктивных параметрах резонато-



**Рис. 1.** Исследуемая конструкция связанных резонаторов (а), зависимость модуля коэффициента связи резонаторов от положения отверстия связи в плоскости  $xz$  (b) и ее сечение ( $x = a/2$ ), рассчитанное в программе электродинамического анализа (точки) и по формуле (9) (сплошная линия) (c).

ров:  $a = 19$  mm,  $b = 9.5$  mm,  $c = 16.5$  mm,  $r_0 = 0.5$  mm,  $t = 0.025$  mm. Видно, что при определенных координатах положения отверстия коэффициент связи резонаторов обращается в нуль. Этот факт объясняется тем, что коэффициенты электрической  $k_E$  и магнитной  $k_M$  связи имеют противоположные знаки (см. формулу (1)).

Как известно, для моды колебаний  $H_{101}$  в центре плоскости  $xz$  находится единственная пучность электрического поля, обеспечивающая максимум модуля коэффициента связи  $k_E$  (рис. 1, b). Амплитуда электрического поля убывает до нуля к краям резонатора. В серединах краев плоскости  $xz$  располагаются четыре пучности магнитных полей, обеспечивающие максимумы модулей коэффициентов связи  $k_M$ . Амплитуды магнитных полей убывают до нуля к центру плоскости  $xz$ . В точках, где  $k = 0$ , коэффициенты электрической и магнитной связи

по модулю равны друг другу, и они образуют на плоскости  $xz$  замкнутую кривую, имеющую прямоугольную форму со сглаженными углами (рис. 1, b). Важно отметить, что в случаях, когда общей стенкой резонаторов является грань, лежащая в плоскости  $xu$  или в плоскости  $yz$ , нули коэффициента связи не наблюдаются, так как в этих плоскостях существует только магнитная связь.

Для оценки величин коэффициентов магнитной  $k_M$  и электрической  $k_E$  связи резонаторов в зависимости от их конструктивных параметров воспользуемся энергетическим подходом [9,12], в соответствии с которым коэффициенты связи пропорциональны взаимным энергиям электрического  $W_{12E}$  и магнитного  $W_{12M}$  поля, нормированным на полную энергию резонаторов:

$$k_E = \frac{W_{12E}}{\sqrt{W_1 W_2}}, \quad k_M = \frac{W_{12M}}{\sqrt{W_1 W_2}}. \quad (2)$$

В рассматриваемом случае одинаковых взаимодействующих резонаторов  $W_1 = W_2 = W$ .

Для нахождения  $W_{12E}$  и  $W_{12M}$  удобно воспользоваться известной теорией дифракции на малых отверстиях в бесконечно тонкой идеально проводящей стенке [13]. В соответствии с этой теорией взаимные энергии резонаторов вычисляются по следующим формулам:

$$W_{12E} = -\frac{2}{3}\varepsilon_0 r_0^3 |E_n|^2, \quad W_{12M} = \frac{4}{3}\mu_0 r_0^3 |H_t|^2, \quad (3)$$

где  $E_n$  — амплитуда нормальной компоненты напряженности электрического поля, а  $H_t$  — амплитуда тангенциальной компоненты магнитного поля к поверхности общей стенки в области расположения отверстия связи. Полную энергию  $W$ , запасаемую одиночным резонатором, можно найти, используя тот факт, что на частотах собственных мод колебаний электрическая  $W_E$  и магнитная  $W_M$  энергии резонатора равны друг другу, поэтому  $W = W_E + W_M = 2W_E$ , а

$$W = 2W_E = \frac{\varepsilon_0}{2} \iiint_V |E|^2 dV = \frac{\varepsilon_0 E_0^2}{2} \iiint_V \sin^2\left(\frac{\pi x}{a}\right) \times \sin^2\left(\frac{\pi z}{c}\right) dx dy dz = \varepsilon_0 E_0^2 \frac{abc}{4}. \quad (4)$$

Тогда полный коэффициент связи двух резонаторов с малым отверстием в общей стенке, когда модули  $k_E$  и  $k_M$  много меньше единицы, будет выражаться формулой

$$k(x, z) = k_M(x, z) + k_E(x, z) = \frac{W_{12M}(x, z)}{W} + \frac{W_{12E}(x, z)}{W} = \frac{8r_0^3}{3\varepsilon_0 E_0^2 abc} [2\mu_0 |H_t|^2 - \varepsilon_0 |E_n|^2], \quad (5)$$

где  $|H_t|^2 = |H_x|^2 + |H_z|^2$ ,  $|E_n|^2 = |E_y|^2$ .

Распределение электрического и магнитного поля для моды  $H_{101}$

$$\begin{aligned} H_x &= -\frac{E_0 \lambda_0}{Z_0 2c} \sin(\pi x/a) \cos(\pi z/c), \\ H_z &= \frac{E_0 \lambda_0}{Z_0 2a} \cos(\pi x/a) \sin(\pi z/c), \\ E_y &= E_0 \sin(\pi x/a) \sin(\pi z/c), \end{aligned} \quad (6)$$

где  $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$ ,  $\lambda_0 = 2[(1/a)^2 + (1/c)^2]^{-0.5}$ .

Окончательные формулы для  $k_M$  и  $k_E$ , выраженные только через геометрические параметры резонаторов, имеют вид

$$k_M(x, z) = \frac{8r_0^3}{3abc} \times \frac{2a^2 \sin^2(\pi x/a) \cos^2(\pi z/c) + 2c^2 \cos^2(\pi x/a) \sin^2(\pi z/c)}{a^2 + c^2}, \quad (7)$$

$$k_E(x, z) = -\frac{8r_0^3}{3abc} \sin^2(\pi x/a) \sin^2(\pi z/c). \quad (8)$$

При этом коэффициент полной связи резонаторов, согласно (5),

$$k(x, z) = \frac{8r_0^3}{3abc} \times \left( \frac{2a^2 \sin^2(\pi x/a) \cos^2(\pi z/c) + 2c^2 \cos^2(\pi x/a) \sin^2(\pi z/c)}{a^2 + c^2} - \sin^2(\pi x/a) \sin^2(\pi z/c) \right). \quad (9)$$

Как было отмечено, формула (9) получена для случая малого отверстия в бесконечно тонкой идеально проводящей стенке. Для реальных конструкций необходимо учесть конечную толщину общей стенки. В первом приближении отверстие связи можно рассматривать как отрезок запердельного волновода круглого сечения, в котором возбуждаются фундаментальные моды  $H_{11}$  и  $E_{01}$ , осуществляющие взаимодействие резонаторов по магнитному и электрическому полю. Вклад высших типов волн считаем пренебрежимо малым. Влияние толщины  $t$  можно учесть, используя коэффициенты затухания магнитного  $\alpha_M$  и электрического поля  $\alpha_E$ :

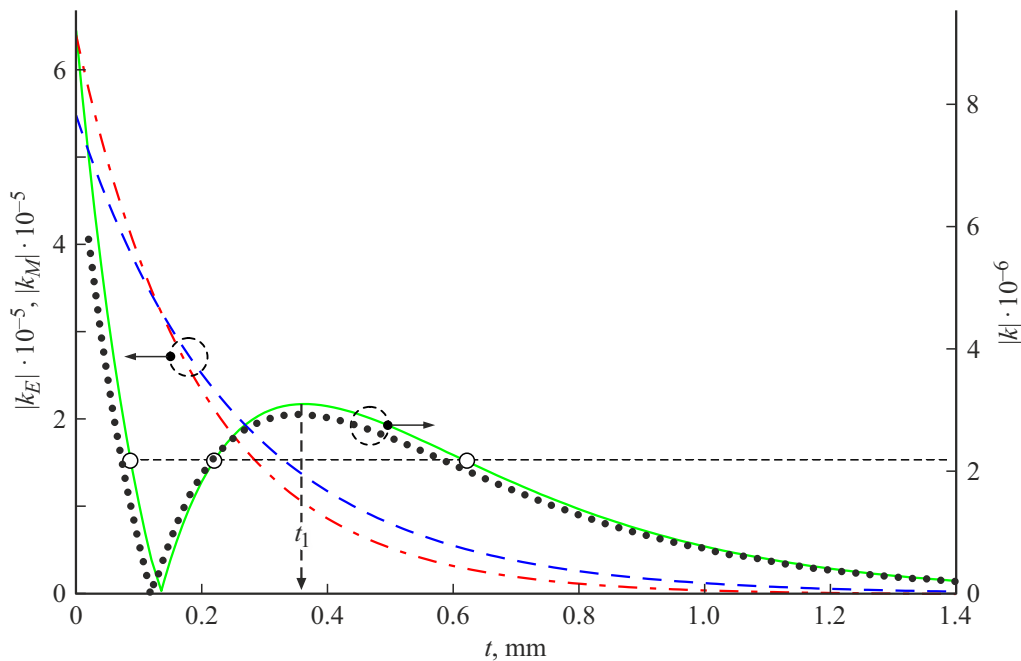
$$k(x, z, t) = k_M(x, z) \exp(-2\alpha_M t) + k_E(x, z) \exp(-2\alpha_E t), \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \alpha_M &= \frac{2\pi}{\lambda_0} \sqrt{\left(\frac{\eta_{11}\lambda_0}{2\pi r_0}\right)^2 - 1}, \\ \alpha_E &= \frac{2\pi}{\lambda_0} \sqrt{\left(\frac{\xi_{01}\lambda_0}{2\pi r_0}\right)^2 - 1}, \end{aligned} \quad (11)$$

где  $\eta_{11} \approx 1.841$  — корень производной функции Бесселя первого порядка,  $\xi_{01} \approx 2.405$  — корень функции Бесселя нулевого порядка.

На рис. 1, с сплошной линией показана зависимость модуля полного коэффициента связи резонаторов  $|k(z)|$  от положения центра отверстия связи на общей стенке резонаторов при  $x = a/2$ , вычисленная по формуле (9) для конструктивных параметров, указанных ранее, что хорошо совпадает с аналогичной зависимостью (точки на рис. 1, с), построенной по формуле (1) в пакете программ CST studio suite.

Важнейшим результатом, который демонстрирует формула (9), является противоположность знаков коэффициентов магнитной и электрической связи резонаторов, которые способны компенсировать друг друга при определенных положениях отверстия связи. В формулах (10), (11) видна другая важная особенность, демонстрирующая более сильное убывание амплитуды электрического поля с увеличением длины отрезка запердельного волновода  $t$  по сравнению с убыванием амплитуды магнитного поля. Указанные особенности приводят к аномальному поведению коэффициента связи резонаторов с увеличением  $t$  при определенном положении отверстия связи на общей стенке резонаторов. В этом случае  $|k(t)|$  с ростом  $t$  сначала быстро падает, достигая нуля при определенном значении  $t_0$ , затем растет до



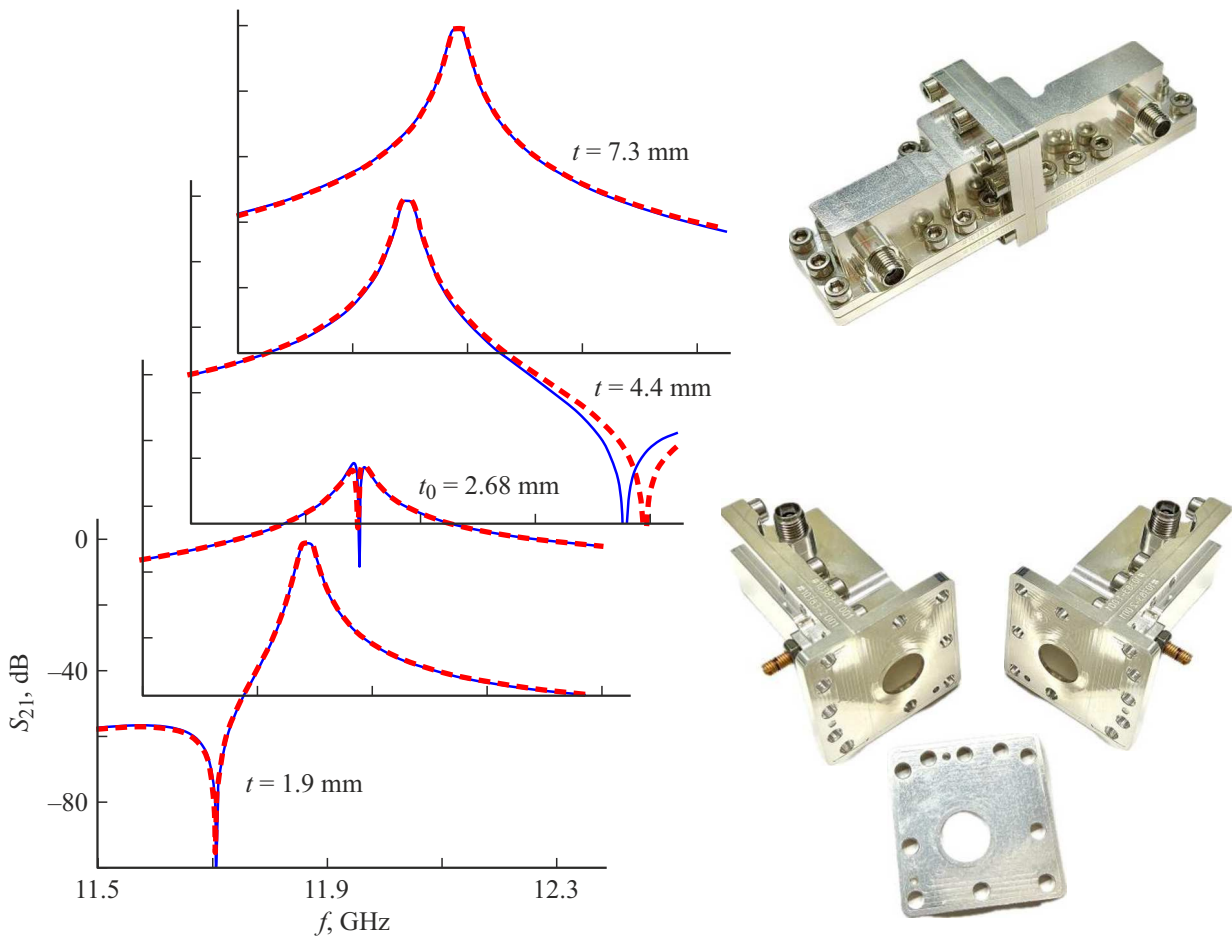
**Рис. 2.** Рассчитанные по полученным формулам зависимости коэффициента магнитной (штриховая линия), электрической (штрихпунктирная линия) и полной (сплошная линия) связи от длины запредельного волновода. Точки — расчет в программе электродинамического анализа CST studio suite.

максимума при  $t_1$ , но при дальнейшем увеличении  $t$  монотонно уменьшается. Однако модули коэффициентов магнитной  $|k_M(t)|$  и электрической  $|k_E(t)|$  связи являются убывающими функциями  $t$ . В доказательство отмечено выше на рис. 2 представлены рассчитанные по формулам (5)–(11) зависимости коэффициента магнитной (штриховая линия), электрической (штрихпунктирная линия) и полной (сплошная линия) связи резонаторов от  $t$ . На этом же рисунке приведена зависимость полного коэффициента связи (точки), вычисленного в программе CST studio suite по формуле (1). Зависимости получены для следующих конструктивных параметров связанных резонаторов:  $a = 19$  mm,  $b = 9.5$  mm,  $c = 16.5$  mm,  $r_0 = 0.5$  mm. Центр отверстия связи находился в точке с координатами  $x = 8.5$  mm,  $z = 4.5$  mm. На зависимостях, представленных на рис. 2, видно, что у полного коэффициента связи на начальном участке до точки  $t_0$ , в которой коэффициенты связи  $|k_M(t_0)| = |k_E(t_0)|$  компенсируют друг друга, превалирует электрическая связь, а на участке выше  $t_0$  превалирует магнитная связь. Видно также, что одна и та же величина коэффициента связи может быть реализована для трех существенно различающихся  $t$ , отмеченных светлыми точками на зависимости  $|k(t)|$ . Аналогичное поведение коэффициента полной связи в зависимости от зазора между полосковыми проводниками нерегулярных микрополосковых резонаторов было предсказано в работе [14] и нашло экспериментальное подтверждение в работе [15].

Для экспериментальной проверки обнаруженной особенности поведения  $|k(t)|$  были изготовлены три кон-

струкции двухзвенных полосно-пропускающих фильтров, предварительно синтезированных в пакете программ CST studio suite. Фильтры настраивались на одинаковую центральную частоту полосы пропускания  $f_0 = 11.875$  GHz и одинаковую ее ширину  $\Delta f = 28$  MHz, при этом максимальный уровень потерь на отражение в полосе пропускания не превышал величину  $-20$  dB. Резонаторы фильтров имели следующие конструктивные параметры:  $a = 19$  mm,  $b = 9.5$  mm,  $c = 17$  mm. Чтобы обеспечить заданную относительную ширину полосы пропускания  $\Delta f/f_0 = 0.23\%$ , радиус отверстия связи в общей стенке имел величину  $r_0 = 5$  mm, а ее центр располагался в точке с координатами  $x = 12.3$  mm,  $z = 7$  mm. Конструкции фильтров отличались только длиной запредельного волновода, которая для первого фильтра составляла  $t = 1.9$  mm, для второго —  $t = 4.4$  mm, а для третьего —  $t = 7.3$  mm. Кроме трех фильтров была синтезирована и изготовлена конструкция с коэффициентом связи резонаторов  $k = 0$ , в которой  $t_0 = 2.68$  mm. Важно отметить, что запредельные волноводы с указанными выше длинами изготавливались в виде сменных вставок заданной толщины  $t$ , которые размещались между резонаторами при сборке конструкции. Фотографии второго из опытных образцов исследуемых конструкций со вставкой ( $t = 4.4$  mm) как в сборе, так и в разобранном виде представлены на рис. 3.

На рис. 3 сплошными линиями показаны амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) синтезированных двухзвенных конструкций, штриховыми линиями — из-



**Рис. 3.** АЧХ синтезированных в программе CST studio suite двухзвенных конструкций (сплошные линии) и измеренные характеристики изготовленных опытных образцов (фильтров второго порядка) (штриховые линии). На вставках показана конструкция в собранном (вверху) и разобранном (внизу) виде.

меренные характеристики изготовленных опытных образцов. Для удобства сравнения все АЧХ построены в одинаковых масштабах. Видно хорошее согласие расчета и эксперимента не только для фильтров, но и для конструкции с  $t_0 = 2.68$  mm, в которой  $k = 0$ .

Таким образом, установлена сильная зависимость коэффициента связи  $k$  от положения отверстия связи на общей широкой стенке двух взаимодействующих прямоугольных волноводных резонаторов с рабочим типом колебаний  $H_{101}$ . Это связано с тем, что коэффициенты электрической  $k_E$  и магнитной  $k_M$  связи имеют противоположные знаки на общей плоскости, поэтому существует область точек в виде контура прямоугольника со скругленными углами, где  $k$  обращается в нуль. Обнаруженные особенности поведения коэффициентов связи необходимо принимать во внимание при конструировании многосвязных высокоизбирательных полосно-пропускающих фильтров. Показано, что при расположении отверстия связи внутри замкнутой линии  $k = 0$  превалирует электрическая связь между резонаторами, формирующая полюс затухания ниже полосы пропускания фильтра, а при расположении отверстия связи

снаружи замкнутой линии  $k = 0$  превалирует магнитная связь между резонаторами, формирующая полюс затухания выше полосы пропускания. Поэтому чередование электрической и магнитной связи между соседними резонаторами в многосвязном фильтре позволит не только увеличить затухание в полосах заграждения, но и повысить его частотно-селективные характеристики, увеличив крутизну склонов АЧХ устройства.

### Финансирование работы

Работа выполнена в рамках научной тематики госзадания Института физики им. Л.В. Киренского ФИЦ КНЦ СО РАН (FWES-2024-0042). Эксперименты проводились с использованием оборудования, приобретенного в рамках соглашения 075-15-2025-540/4.

### Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

## Список литературы

- [1] I.C. Hunter, *Theory and design of microwave filters*, IET Electromagnetic Waves Ser. (Institution of Engineering and Technology, 2001), vol. 48. DOI: 10.1049/PBEW048E
- [2] R.J. Cameron, C.M. Kudsia, R.R. Mansour, *Microwave filters for communication systems: fundamentals, design, and applications* (John Wiley & Sons, Hoboken, N.J., 2007), ch. 18, p. 625.
- [3] G.L. Matthaei, L. Young, E.M.T. Jones, *Microwave filters, impedance-matching networks, and coupling structures* (McGraw-Hill, N.Y., 1964).
- [4] Б.А. Беляев, А.М. Сержантов, И.Е. Бурлаков, А.А. Лексиков, Я.Ф. Бальва, А.А. Александровский, С.Д. Креков, С.А. Ходенков, Письма в ЖТФ, **50** (15), 6 (2024). DOI: 10.61011/PJTF.2024.15.58432.19927 [B.A. Belyaev, A.M. Serzhantov, I.E. Burlakov, A.A. Leksikov, Ya.F. Bal'va, A.A. Alexandrovsky, S.D. Krekov, S.A. Khodenkov, Tech. Phys. Lett., **50** (8), 4 (2024). DOI: 10.61011/TPL.2024.08.58906.19927].
- [5] Б.А. Беляев, А.М. Сержантов, А.А. Лексиков, Я.Ф. Бальва, А.А. Александровский, Р.Г. Галеев, Письма в ЖТФ, **49** (10), 33 (2023). DOI: 10.21883/PJTF.2023.10.55432.19541 [B.A. Belyaev, A.M. Serzhantov, A.A. Leksikov, Ya.F. Balva, A.A. Alexandrovsky, R.G. Galeev, Tech. Phys. Lett., **49** (5), 72 (2023). DOI: 10.21883/TPL.2023.05.56034.19541].
- [6] R.V. Snyder, A. Mortazawi, I. Hunter, S. Bastioli, G. Macchiarella, K. Wu, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., **63** (10), 3324 (2015). DOI: 10.1109/TMTT.2015.2475245
- [7] Б.А. Беляев, А.А. Лексиков, А.А. Александровский, Я.Ф. Бальва, А.М. Сержантов, С.Д. Креков, И.Е. Бурлаков, Письма в ЖТФ, **51** (14), 20 (2025). DOI: 10.61011/PJTF.2025.14.60764.20314 [B.A. Belyaev, A.A. Leksikov, A.A. Aleksandrovsky, Ya.F. Bal'va, A.M. Serzhantov, S.D. Krekov, I.E. Burlakov, Tech. Phys. Lett., **51** (7), 71 (2025). DOI: 10.61011/TPL.2025.07.61436.20314].
- [8] В.В. Тюрнев, Б.А. Беляев, Электронная техника. Сер. Электроника СВЧ, № 4 (428), 25 (1990).
- [9] V.V. Tyurnev, Prog. Electromag. Res. B, **21**, 47 (2010). DOI: 10.2528/PIERB10012103
- [10] J.-S. Hong, M.J. Lancaster, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., **45** (12), 2358 (1997). DOI: 10.1109/22.643844
- [11] Б.А. Беляев, А.М. Сержантов, Я.Ф. Бальва, А.А. Лексиков, И.В. Говорун, Д.Р. Савин, Т.Ю. Шумилов, Изв. вузов. Физика, **68** (9), 66 (2025). DOI: 10.17223/00213411/68/9/8
- [12] Б.А. Беляев, В.В. Тюрнев, Электронная техника. Сер. СВЧ-техника, № 4 (448), 23 (1992).
- [13] H. Bethe, Phys. Rev., **66**, 163 (1944). DOI: 10.1103/PhysRev.66.163
- [14] Б.А. Беляев, М.М. Титов, В.В. Тюрнев, Изв. вузов, Радиофизика, **43** (8), 722 (2000). [B.A. Belyaev, M.M. Titov, V.V. Tyurnev, Radiophys. Quantum Electron., **43** (8), 649 (2000). DOI: 10.1023/A:1004813504573].
- [15] Б.А. Беляев, А.А. Лексиков, М.М. Титов, В.В. Тюрнев, Радиотехника и электроника, **47** (8), 939 (2002). [B.A. Belyaev, A.A. Leksikov, M.M. Titov, V.V. Tyurnev, J. Commun. Technol. Electron., **47** (8), 848 (2002).].