

03

Оценка параметров вибрационного режима сброса массы с поверхности тела в переохлажденном воздушно-капельном потоке

© А.В. Кашеваров, А.Л. Стасенко

Центральный аэрогидродинамический институт им. проф. Н.Е. Жуковского, Жуковский, Московская обл., Россия
E-mail: a.v.kash@yandex.ru

Поступило в Редакцию 19 мая 2026 г.

В окончательной редакции 19 мая 2026 г.

Принято к публикации 3 июня 2026 г.

Рассмотрены процессы дробления капель воды при соударении с обтекаемым телом и амплитудно-частотные характеристики вибраций его поверхности, обеспечивающие сброс остатков массы. Область применения — методы борьбы с обледенением летательных аппаратов.

Ключевые слова: коэффициент разбрызгивания, угол смачивания, поверхностное натяжение, волновые сопротивления, обледенение.

DOI: 10.61011/PJTF.2026.17.63483.20774

Вибрация поверхности уже десятки лет рассматривается в качестве одного из методов борьбы с обледенением [1]. Особый интерес этот метод приобретает при использовании супергидрофобных поверхностей. Экспериментальные исследования этого метода, сопровождающиеся численно-теоретическими расчетами, были проведены, например, в [1–4]. Из зарубежных исследований наиболее близка к проблемам авиации работа [5].

В [6] подробно изложены физические аспекты рассматриваемого метода. Эксперименты были проведены при значениях угла смачивания $105\text{--}113^\circ$, диаметрах падающих капель $2\text{--}2.6\text{ mm}$, частоте вибраций 60 Hz . Ускорение колеблющейся поверхности достигало значений $11\text{--}19\text{ m/s}^2$. Отмечено, в частности, что при достаточно большой амплитуде вибраций поверхности осуществляется режим Касси–Бакстера, в котором капля находится на выступах твердой текстуры, а под каплей имеется воздушная прослойка.

Наклонное падение капли на неподвижную супергидрофобную плоскость исследовано в [7]. Угол падения составлял 30° , числа Вебера 45 и 18, что исключало дробление капель. Подобные данные особенно ценны для случая обтекания профилированного крыла, когда угол падения капли изменяется от 0 до 90° .

В работе [8] проведено численное моделирование обледенения прямого крыла с профилем NASA0012 (хорда 0.3 m) в потоке воздуха, несущем капли воды со среднеобъемным диаметром $20\text{ }\mu\text{m}$ и массовой концентрацией 0.5 g/m^3 , при скорости потока $u_\infty = 129\text{ m/s}$ и температуре $T_\infty = -12.6^\circ\text{C}$. Частота колебаний изменялась в широких пределах: от $\nu = 0.02$ до 60 kHz . Показано, что при частотах $\nu < 20\text{--}30\text{ kHz}$ имеет место прилипание капель, при больших значениях — частичное стряхивание массы.

В настоящей работе предложен алгоритм оценки локальной амплитудно-частотной характеристики вибрации поверхности с целью сброса падающих на нее и дробящихся при столкновении капель воды. Приведен пример численного исследования для случая цилиндра в поперечном воздушно-капельном потоке.

Отметим, что значительная часть теоретических и экспериментальных исследований посвящена случаю нормального падения капли на твердую поверхность, колеблющуюся в вертикальном направлении. Сброс происходит при частоте ν_c и амплитуде A_c . Здесь и далее индекс c обозначает критическое значение. При теоретическом рассмотрении [6] полагают, что при критических значениях капля принимает квазцилиндрическую форму и ее высота $h_c \sim d_c$, d_c — диаметр. Выражения для h_c и d_c приведены далее.

Круговая частота колебаний формы свободной капли определяется формулой Рэлея

$$\omega = \left[\frac{8\sigma}{\rho d^3} n(n-1)(n+2) \right]^{1/2} = 2\pi\nu. \quad (1)$$

Здесь σ — коэффициент поверхностного натяжения, ρ — плотность вещества капли (воды), основному тону колебаний формы соответствует $n = 2$.

Для капли, лежащей на поверхности, критическая частота равна [6]:

$$\omega_c = 2\pi \left[\frac{\sigma \cos^3 \theta - 3 \cos \theta + 2}{\rho d^3} \right]^{1/2} = 2\pi\nu_c. \quad (2)$$

Поверхностная плотность энергии взаимодействия капли и твердого тела описывается законом Юнга–Дюпре

$$w = \sigma(1 + \cos \theta). \quad (3)$$

Эффективный угол смачивания определяется соотношением

$$\cos \theta_{eff} = -1 + f(1 + \cos \theta),$$

где θ — угол смачивания нетекстурированной поверхности тела водой, f — доля поверхности межфазного контакта. В [6] приняты значения $f = 0.31-0.08$. В частности, отмечено, что при достаточно большой амплитуде вибраций происходит быстрый переход от состояния Венцеля в состояние Касси–Бакстера.

Связь между амплитудой и частотой колебаний определяется выражением

$$v_c A_c^{3/2} \sim \sqrt{\frac{\sigma}{\rho}} \left[1 - \frac{f}{2}(1 + \cos \theta) \right]^{-1/2} f \cos^4 \frac{\theta}{2}. \quad (4)$$

Исключив θ из (2) и (4), получим амплитудно-частотную характеристику $A_c(v_c)$.

При отбросе капли ее высота и диаметр определяются соотношениями

$$h_c \approx 2 \left\{ \frac{\sigma [1 - f(1 + \cos \theta)/2]}{\omega_c^2 \rho A_c} \right\}^{1/2},$$

$$d_c^2 \approx d^3 \frac{2}{3} \pi \left[\frac{\rho}{\sigma} \frac{v_c^2 A_c}{1 - f(1 + \cos \theta)/2} \right]^{1/2}.$$

Масштабом частоты колебаний может служить выражение

$$v_0 = \sqrt{\frac{\sigma}{\rho d^3}},$$

дающее $v_0 = 100$ kHz для полета в облаках ($d_0 = 20 \mu\text{m}$) и 100 Hz для лабораторных экспериментов ($d_0 = 20$ mm).

Добротность Q колебаний таких капель определяется отношением характерных масштабов времени $\tau_\mu \sim \rho d^2/\mu$ их затухания за счет вязкости и свободных колебаний $\tau_0 = 1/v_0$. Для случая рассматриваемых в настоящей работе параметров имеем

$$Q \sim \sqrt{\rho d \sigma}/\mu \sim 40-400.$$

Масштабы времени разрушения капли и периода колебаний ее формы можно оценить как $\tau_\xi \sim 2d/c \sim 10^{-8}-10^{-6}$ s (c — скорость звука в капле), что много меньше, чем τ_0 . Таким образом, капля разрушается внутри одного периода колебаний формы. Такое распараллеливание событий позволяет рассматривать независимо процессы расплескивания капли, столкнувшейся с телом, и вибрационный сброс ее остатка.

Эти оценки позволяют использовать предложенное ранее [9] выражение для доли массы капли, остающейся на поверхности после столкновения:

$$\xi = \frac{m}{m_0} = \left[1 - \left| \frac{R_s - R_l}{R_s + R_l} \right|^3 \frac{d_0}{d_*} \left(\frac{v_n}{v_*} \right)^{2/3} \left(\frac{\mu_*}{\mu_l} \right)^{1/2} \cos^2 \alpha \right] \cos^{1/6} \alpha,$$

$$0 < \xi \leq 1.$$

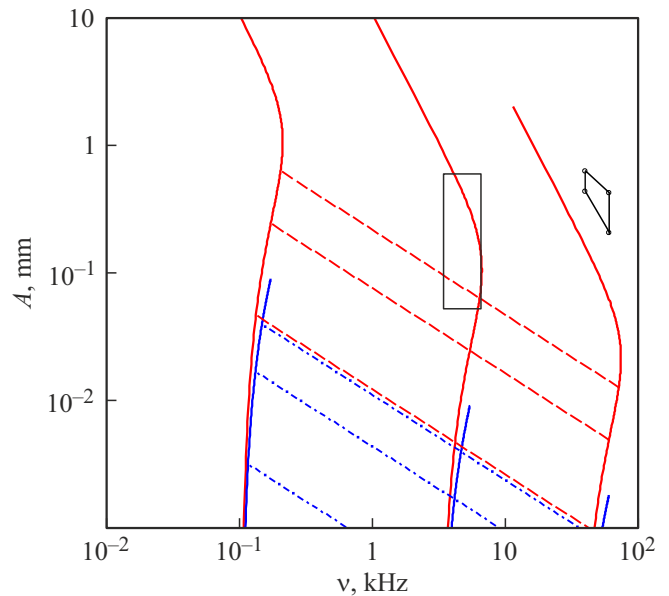


Рис. 1. Амплитудно-частотные характеристики антиобледенительных вибраций поверхности. Трапециевидный участок — область численного исследования модели колеблющегося профилированного прямого крыла [8]; остальные сплошные линии — нормальные вибрации плоской поверхности, приводящие к сбросу нормально падающих капель; прямые — соотношение (4); штриховые линии соответствуют $f = 1$, пунктирные — $f = 0.25$, углы смачивания $\theta = 90, 120, 150^\circ$ (отсчет сверху). Прямоугольник — критические вибрации участка цилиндра (см. рис. 2), соответствующие граничным значениям A_c и v_c (рис. 3).

Здесь $R_{s,l} = \rho_{s,l} c_{s,l}$ — волновые сопротивления (импедансы) материалов обтекаемого тела и капли (индексы s и l соответствуют твердому телу и жидкости), d_0 — диаметр падающей капли, $v_n = v \cos \alpha$ — нормальная составляющая скорости удара (v — модуль скорости падающей капли), α — угол падения, μ_l — вязкость жидкости. Значения опорных параметров: $d_* = 250 \mu\text{m}$, $v_* = 80$ m/s, $\mu_* = 1.75 \cdot 10^{-3}$ Pa · s.

В качестве примера рассмотрен цилиндр радиусом $R = 0.1$ m в воздушно-капельном потоке со скоростью $u_\infty = 100$ m/s, температура окружающей среды $T_\infty = -10^\circ\text{C}$.

Исследованы два режима: сброс капель с алюминиевой поверхности и с ранее образовавшейся наледи. Приняты следующие значения модуля Юнга и плотности, входящие в выражение для импеданса $R_s = \sqrt{\rho_s E_s}$: $E_{Al} = 70$ GPa, $E_{ice} = 10$ GPa, $\rho_{Al} = 2700$ kg/m³, $\rho_{ice} = 900$ kg/m³.

На рис. 1 приведены амплитудно-частотные характеристики сброса капель трех характерных размеров: наиболее часто встречающихся в переохлажденных облаках с характерным диаметром $d_0 = 20 \mu\text{m}$ (сплошные линии справа); так называемых SLD (supercooled large droplet) с диаметром $d_0 = 200 \mu\text{m}$ (в центре)

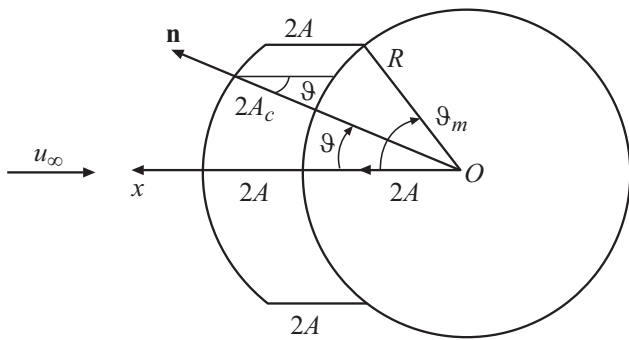


Рис. 2. Схема вибраций части поверхности подветренной стороны неподвижного цилиндра. Для наглядности амплитуда вибраций сильно преувеличена.

и диаметром $d_0 = 2 \text{ mm}$ (слева), типичным для условий дождя и часто используемым в лабораторных экспериментах. Оценки показывают, что характерные времена теплообмена и отвердевания таких капель на несколько порядков превышают период колебаний $1/v_c$.

Нижние участки кривых $A_c(v_c)$ стремятся к значениям частоты, соответствующим свободной капле (1). Штриховые и штрихпунктирные линии связывают точки с одинаковыми значениями θ , входящими в соотношения (2)–(4), для двух значений $f = 1$ или 0.25 . Уменьшение доли площади контакта приводит к незначительному росту критической частоты. Видно, что кривые, соответствующие $f = 0.25$, обрываются при небольших значениях критической амплитуды A_c .

Рис. 1 позволяет быстро оценить необходимые амплитудно-частотные характеристики вибраций поверхности при заданных значениях d , θ , f .

Справа отмечена расчетная область [8], в которой должен происходить частичный сброс капель с колеблющейся модели крыла с профилем NASA0012. В этом случае условия столкновения капли в различных участках профилированной поверхности разнообразны и для них невозможно обеспечить условия резонанса при перемещении модели крыла как единого целого.

Понятно, что для сброса капель нецелесообразно вызывать вибрацию всего крыла как единого целого, разумно было бы разбить площадь обшивки на отдельные фрагменты. Например, в случае наиболее характерного сценария обледенения передней кромки крыла можно обеспечить только ее вибрацию.

В качестве иллюстрации рассмотрено обтекание неподвижного цилиндра при вибрации части его поверхности в диапазоне углов $0 \leq \vartheta \leq \vartheta_m < 90^\circ$ (рис. 2). Смещение этой части поверхности происходит по закону

$$x = A(1 - \cos \omega t) \geq 0.$$

При этом необходимое для сброса капель перемещение вдоль нормали составляет в первом приближении ($A_c/R \ll 1$) величину $x_c = x / \cos \vartheta$.

На рис. 3 приведены результаты исследования сброса массы с цилиндра в потоке воздуха, несущем капли воды диаметром $d_0 = 200 \mu\text{m}$; $\vartheta_m = 90^\circ$, $\theta = 90^\circ$.

В принципе скорость соударения капли с поверхностью может быть найдена при помощи программ для исследования газочапельных потоков (см., например, [10]). Однако набору принятых управляющих параметров соответствует значение числа Стокса $\text{Stk} > 1$, что свидетельствует о прямолинейности траекторий частиц. Следовательно, $v_n = v \cos \vartheta$, где ϑ — угловая координата точки соударения на поверхности цилиндра.

Как показали проведенные выше оценки, характерное время покрытия поверхности одним слоем капель намного превышает период вынужденных колебаний

$$\tau_{\text{cover}} = \frac{\rho \xi d_0}{\hat{\rho} v_n} \sim 0.1 - 1 \gg v_c^{-1} \sim 10^{-2} - 10^{-5} \text{ s}.$$

Здесь $\hat{\rho}$ — массовая концентрация воды в потоке. Это позволяет за время покрытия пробежать необходимый участок спектра v_c (рис. 3), заставляя колебаться всю поверхность как единое целое. При этом каждому участку поверхности $R \Delta \vartheta$ будет соответствовать свой диапазон Δv_c , необходимый для освобождения от капель. На рис. 1 показана область значений A_c и v_c (прямоугольник), соответствующая рис. 3. С началом нового интервала времени покрытия начнется освобождение очередного слоя прибывающих капель.

Таким образом, разработан численно-теоретический алгоритм, позволяющий определить амплитудно-частотные характеристики участков поверхности, подверженных управляемым вибрациям с целью предотвращения примерзания к ним падающих капель или стряхивания осевших ранее. В качестве определяющих параметров учтены условия в набегающем воздушно-капельном потоке (температура, скорость, среднеобъемный диаметр капель), физико-механические свойства воды и обтекаемого тела (плотность, вязкость, угол смачивания, коэффициент поверхностного натяжения). Приведены примеры расчетов в широкой области значений диаметров капель воды: от облачных до используемых в лабораторных условиях.

Финансирование работы

Работа выполнена в рамках государственного задания (соглашение № 020-00003-26-00 от 26.01.2026 г.).

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

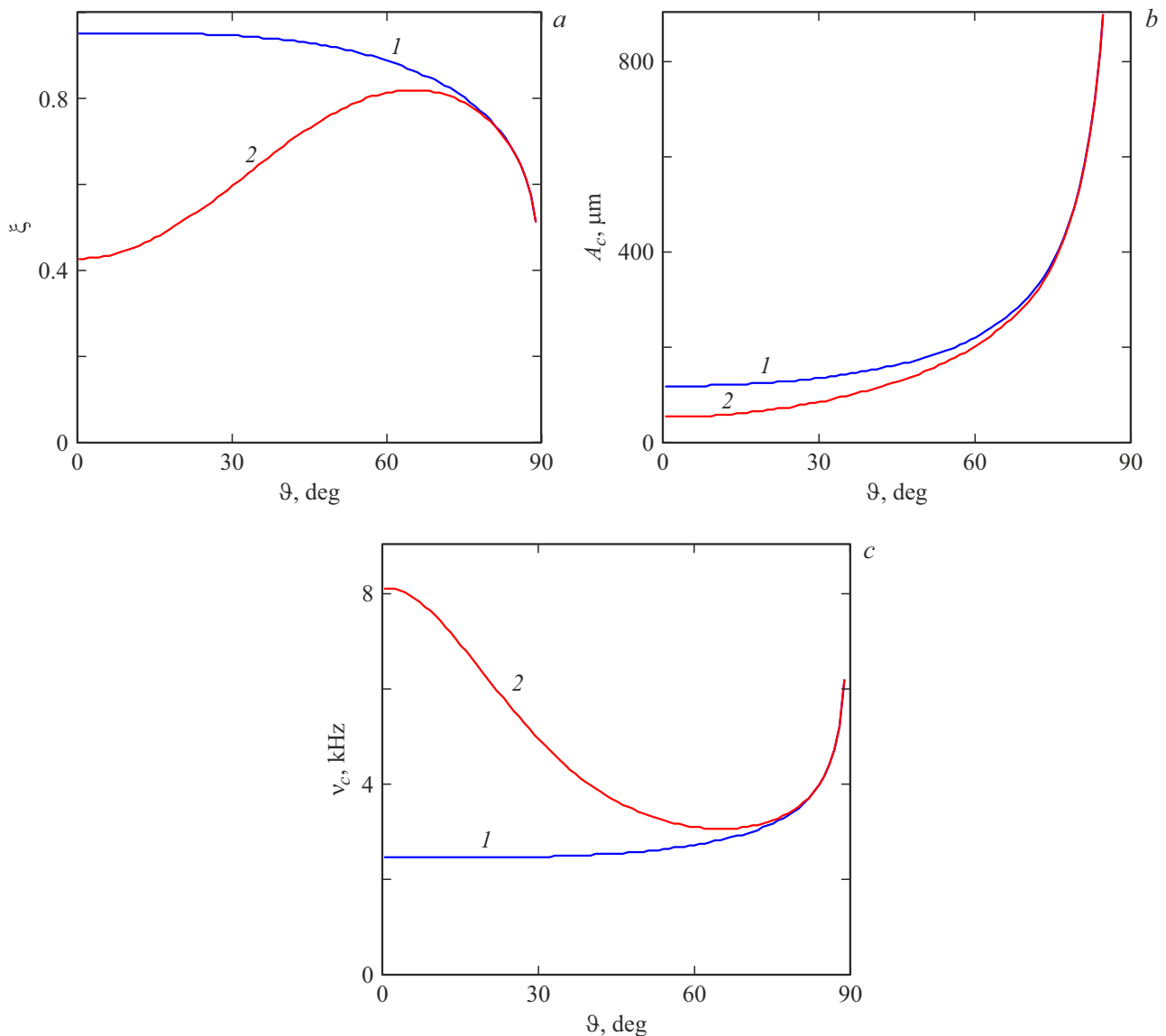


Рис. 3. Случай обтекания цилиндра воздухом с переохлажденными каплями воды. *a* — доля массы, остающаяся на поверхности после расщепления и подлежащая вибрационному сбросу; *b*, *c* — критические значения амплитуды и частоты колебаний цилиндра, обеспечивающие сброс остатка капли. *1* — случай поверхности, предварительно покрытой слоем льда; *2* — алюминиевый цилиндр. Набор параметров: $d_0 = 200 \mu\text{m}$, $\vartheta_m = 90^\circ$, $\theta = 90^\circ$, $f = 1$.

Список литературы

- [1] S.K. Thomas, R.P. Cassoni, C.D. MacArthur, *J. Aircraft*, **33** (5), 841 (1996). DOI: 10.2514/3.47027
- [2] Y.C. Shin, H.S. Lim, *Eur. Phys. J. E*, **37** (8), 74 (2014). DOI: 10.1140/epje/i2014-14074-5
- [3] K. Sun, L. Shu, F. Jia, Z. Li, T. Wang, *Phys. Fluids*, **34** (5), 053319 (2022). DOI: 10.1063/5.0089087
- [4] N.T. Theodoru, A.G. Sourais, A.G. Papatheanasion, *Materials*, **16** (23), 7284 (2023). DOI: 10.3390/ma16237284
- [5] C. Kendurkar, *Droplet rebound and atomization characteristics of vibrating surfaces*, Master's Thesis (Virginia Tech., 2023).
- [6] W. Wang, C. Ji, F. Lin, J. Zou, S. Dorbolo, *J. Fluid Mech.*, **876**, 1041 (2019). DOI: 10.1017/jfm.2019.576
- [7] D.J.K. Aboud, A.-M. Kietzig, *Langmuir*, **37** (15), 4678 (2021). DOI: 10.1021/acs.langmuir.1c00472
- [8] С.Л. Калюлин, В.Я. Модорский. *Вестн. ПНИПУ. Аэрокосмическая техника*, № 72, 100 (2023). DOI: 10.15593/2224-9982/2023.72.08
- [9] А.В. Кашеваров, А.Л. Стасенко, *ЖТФ*, **90** (1), 46 (2020). DOI: 10.21883/JTF.2020.01.48659.173-19 [A.V. Kashevarov, A.L. Stasenکو, *Tech. Phys.*, **65** (1), 41 (2020). DOI: 10.1134/S1063784220010120].
- [10] А.В. Кашеваров, А.Л. Стасенко, *Математическое моделирование*, **22** (2), 139 (2010). [A.V. Kashevarov, A.L. Stasenکو, *Math. Mod. Comput. Simul.*, **2** (5), 614 (2010). DOI: 10.1134/S207004821005008X].