

10,03

Управление динамикой спина в двойной полупроводниковой квантовой точке с помощью бигармонического электрического поля

© Д.В. Хомицкий, Н.А. Запруднов

Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского,
физический факультет,
Нижний Новгород, Россия
E-mail: khomitsky@phys.unn.ru

Поступила в Редакцию 2 апреля 2026 г.

В окончательной редакции 5 апреля 2026 г.

Принята к публикации 6 мая 2026 г.

Рассматривается задача о динамике туннелирования и переворота спина электрона под действием бигармонического электрического поля, приложенного к двойной квантовой точке на основе арсенида галлия с сильным спин-орбитальным взаимодействием. При настройке частоты первой гармоники на зеемановское расщепление в одной точке и частоты второй гармоники на разность потенциальных энергий в соседних точках для определенных амплитуд гармоник наблюдаются два полезных эффекта: ускорение переворота спина и фиксация знака его z -проекции в каждой квантовой точке в среднем по времени. Данные эффекты могут быть полезны для оптимизации работы связанных спиновых кубитов.

Ключевые слова: двойная квантовая точка, спин-орбитальное взаимодействие, электрический дипольный спиновый резонанс, бигармоническое поле.

DOI: 10.61011/FTT.2026.04.63328.9375

1. Введение

Электрический дипольный спиновый резонанс (ЭДСР) в структурах с квантовыми точками на основе полупроводников $A^{\text{III}}B^{\text{V}}$ с сильным спин-орбитальным взаимодействием (СОВ) на протяжении длительного времени предлагается как один из путей управления спином электронов или дырок через приложение периодического электрического поля [1]. При этом частота поля ω обычно отвечает зеемановскому расщеплению Δ_z . Поскольку СОВ эффективно проявляет себя при достаточно большом пространственном перемещении электронов или дырок, сравнимом с размером самой квантовой точки, вызывают интерес структуры с двойной или несколькими квантовыми точками, где протекание ЭДСР существенно модифицируется при туннелировании между ними [2], вызывая интерференционные эффекты Ландау-Зенера-Штюкельберга-Майораны (ЛЗШМ) [3,4]. В таких структурах возможно проявление новых, гибридных резонансов для пространственной и спиновой степени свободы [5]. В частности, сильное туннелирование, усиливая эффекты СОВ, вызывает спиновые вращения не только на основной гармонике ЭДСР, но и на субгармониках, т.е. при более низких частотах Δ_z/k , $k = 2, 3, \dots$, что важно для приложений [6], в том числе при ограничениях экспериментальной техники с точки зрения рабочих частот. Результаты недавних экспериментов со спин-зависимым туннельным током через структуру с двойной квантовой точкой [7] подтвердили наличие максимумов тока при переворотах спина на субгармониках ЭДСР, что позволяет надеяться на практические применения этого эффекта.

К недостаткам ЭДСР относят потребность в достаточно сильных электрических полях, которые могут потребоваться для достижения нужной частоты переворота спина. Чрезмерно сильные поля вызывают нагрев структур и провоцируют вовлечение в динамику вышележащих уровней, что усложняет вид траекторий и достижений заданных конечных точек как в координатном, так и в спиновом пространстве. Одним из путей повышения эффективности СОВ и ускорения переворота спина без повышения амплитуды поля может быть усиление туннелирования между квантовыми точками [6]. Его можно достигнуть с помощью второй гармоники поля, настроенной на расстройку между орбитальными уровнями соседних точек (detuning), между которыми осуществляется туннелирование. Это вызовет резонансное усиление туннелирования между точками, что в сочетании с СОВ может способствовать ускорению спиновых вращений. Иными словами, речь идет об использовании бигармонического электрического поля. Методика и технология применения бигармонических (или бихроматических) полей не нова и применялась в самых различных задачах. В частности, была предсказана нетривиальная зависимость проводимости в нанопроволоках от соотношения частот бигармонического поля [8]. В работе [9] изучалась модель Джеймса-Камминса в бигармоническом поле, где было обнаружено формирование многофотонных связанных состояний квантовой точки и полости. В статье [10] были представлены результаты резонансной флюоресценции из асимметричной квантовой точки, возбуждаемой бихроматическим электромагнитным полем, которое вызывало в том чис-

ле появление новых пиков и модификацию прежних. В работе [11] исследовалось влияние двух мощных лазеров на состояния в одиночной квантовой точке, где были получены различные комбинации новых пиков в спектре излучения. Наконец, в работах [12,13] экспериментально и теоретически исследовались системы с несколькими зарядовыми [12] и спиновыми [13] кубитами под действием бигармонического электрического поля, применение которого открывало новые возможности для управления кубитами, в частности, в модификации частот ЭДСР.

Еще один интересный эффект, возникающий в системах с периодическими во времени параметрами, носит название когерентного разрушения туннелирования [14,15]. Он состоит в замедлении или почти полном прекращении динамики для некоторых степеней свободы, когда спектр квазиэнергий системы содержит точки пересечения ветвей, отвечающих различным квазиэнергиям, рассчитываемым в рамках теории Флоке [15]. Обнаруженный вначале для туннельной динамики в координатном пространстве [14], что дало имя этому эффекту, в дальнейшем он был обнаружен и для других степеней свободы. Так, в работе [16] данный эффект проявился в замедлении динамики и фиксации одной из проекций спина в системе, на которую действовало периодическое магнитное поле. Вызывает большой интерес вопрос о том, можно ли индуцировать данный эффект для спина в системе с периодическим электрическим полем и сильным СОВ, подобно рассматриваемой в настоящей работе.

Мы рассматриваем простейшую четырехуровневую модель двойной квантовой точки на основе полупроводников $A^III B^V$ с достаточно сильным СОВ, чтобы обеспечить протекание ЭДСР в магнитном поле при приложении фактически используемых в экспериментах [1,2,7] электрических полей. Модель была развита нами в предыдущих работах [5,6] для случая монохроматического электрического поля, настроенного, прежде всего, на частоту зеemanовского расщепления в одиночной квантовой точке [5] либо на субгармоники этого резонанса [6,7]. Нашей основной целью в данной работе является поиск таких режимов бигармонического поля, которые способствовали бы достижению основных целей при проектировании спиновых кубитов в режиме ЭДСР, а именно, быстрого и по возможности глубокого переворота спина в электрическом поле. Мы высказываем предположение, что включение второй гармоники управляющего поля может способствовать положительной интерференции процессов переворота спина и туннелирования и обеспечить их более быстрое протекание без увеличения амплитуды электрического поля. Наши расчеты показывают, что добавление второй гармоники, настроенной на частоту расстройки между основными состояниями двух точек (detuning) приводит в режиме сильной ЛЗШМ интерференции для некоторых значений амплитуды второй гармоники к существенному (до 100%) увеличению скорости переворота спина, не увеличивая при этом амплитуду первой гармоники.

Помимо этого, мы рассматриваем зависимость спектра квазиэнергий от параметров периодического поля, где наличие второй гармоники индуцирует точки квазипересечения и, как следствие, эффект фиксации спиновой проекции для некоторых амплитуд гармоник поля.

Как и в наших предыдущих работах [5,6], мы рассматриваем эволюцию на достаточно малых временах (до сотни наносекунд), что позволяет нам ограничиваться бездиссипативной моделью в рамках когерентной эволюции, описываемой нестационарным уравнением Шрёдингера. В нашей недавней работе [17] мы показали, что введение диссипации и декогерентности может приводить к новым эффектам, сохраняя, тем не менее, структуру всех основных резонансов в системе. Для целей настоящей работы это обстоятельство является главным, поэтому мы остаемся в рамках приближения когерентной эволюции в подпространстве из четырех нижних состояний системы, в котором сосредоточена вся существенная для нас динамика.

Работа состоит из следующих разделов. В разделе 2 мы описываем модель системы и схему для расчета ее эволюции. В разделе 3 мы рассчитываем режимы эволюции на субгармониках ЭДСР в монохроматическом поле с целью сопоставления нашей модели с экспериментальными результатами [7]. В разделе 4 представлены результаты исследования динамики в бигармоническом поле, в частности, в пространстве параметров — амплитуд гармоник, где выявлены области ускорения спиновой динамики и динамической фиксации спиновой проекции. В заключительном разделе 5 приведены выводы по работе.

2. Модель

Мы моделируем структуру с двойной квантовой точкой в магнитном поле, стараясь выбирать параметры системы максимально близко к параметрам структур, использованных в экспериментах [2,7]. В них использовались структуры с нанопроволокой на основе GaAs, в которой минимумы квантовых точек были сформированы полем затворов. Носители заряда в таких структурах могут быть как электронами, так и дырками, которые в одномерном канале описываются эффективной массой в нижней подзоне размерного квантования. Структуры характеризовались достаточно сильным спин-орбитальным взаимодействием, позволяющим реализовать эффект ЭДСР на временах, меньших времени спиновой релаксации. Что касается геометрических и спектральных характеристик структур, которые могут быть описаны в рамках нашей модели, то они определяются конкретными значениями параметров гамильтониана (1), описанными ниже: параметрами туннельной прозрачности барьера между точками, амплитудой спин-орбитального взаимодействия, расстройкой минимумов потенциала и зеemanовским расщеплением. Типичными параметрами структур из экспериментов [2,7], являются

расстояния между минимумами потенциала квантовых точек в $100 \dots 200 \text{ nm}$, туннельная прозрачность барьера в интервале $1 \dots 3 \mu\text{eV}$, зеемановское расщепление и расстройка от 0 до $100 \mu\text{eV}$, матричные элементы от спин-орбитального взаимодействия в интервале $0.1 \dots 1 \mu\text{eV}$. В структуре предполагается одноэлектронный и короткий по времени режим транспорта для инициализации носителя заряда в одной из квантовых точек, позволяющий пренебрегать межэлектронным взаимодействием или взаимодействием со спинами атомов подложки, которое на наших интервалах параметров способно скорее перенормировать некоторые константы. Наиболее специфическим является требование наличия сильного спин-орбитального взаимодействия, чтобы реализовать механизм ЭДСР без привлечения, например, неоднородного магнитного поля, которое вынуждены использовать при использовании механизма ЭДСР в квантовых точках на основе кремния [18] для управления спиновыми кубитами [19].

Мы сохраняем все вышеперечисленные параметры структур из экспериментов [2,7] в нашей модели. Она может быть применена к достаточно широкому классу структур на основе полупроводников семейства GaAs, InAs, InSb, в которых динамика носителей заряда и потенциал двойной точки эффективно одномерные, а также есть достаточно сильное спин-орбитальное взаимодействие, позволяющее реализовать переворот спина для умеренных амплитуд электрического поля, не вызывающего переходы на вышележащие уровни за время, меньшее времени спиновой релаксации. Всем указанным требованиям удовлетворяет минимальная четырехуровневая модель, которая была использована в наших предыдущих работах [5,6]. Она основана на ограничении эволюции на подпространстве, состоящем из двух зеемановских дублетов с расщеплением Δ_Z в каждой из квантовых точек. Кроме того, минимум энергии одной из точек сдвинут относительно другой на величину U_d , которая обычно называется расстройкой (detuning), задаваемым полем затвора. Принципиальная схема энергетических уровней показана на рис. 1, *a*.

Гамильтониан в рамках четырехуровневого приближения может быть записан в матричной форме в базисе функций $\psi_i = |\varphi_{R,L}| \downarrow \uparrow$, $i = 1, \dots, 4$ с энергиями $E_1 \dots E_4$, которые отвечают локализации в правой и левой КТ и имеют проекцию спина вниз или вверх на направление магнитного поля, соответственно системе обозначений на рис. 1, *a*. Зеемановское расщепление Δ_Z на рис. 1, *a* предполагается одинаковым для обеих квантовых точек, поскольку рассматриваемые значения расстройки U_d сравнимы с Δ_Z , имеют порядок $10 \mu\text{eV}$ и не оказывают существенного влияния на g -фактор в пределах точности модели. Начальное состояние, проекция спина которого отмечена черной стрелкой, располагается на уровне 1 в правой квантовой точке. Базисные состояния как с одинаковой, так и различной проекцией спина на направление магнитного поля, связаны между

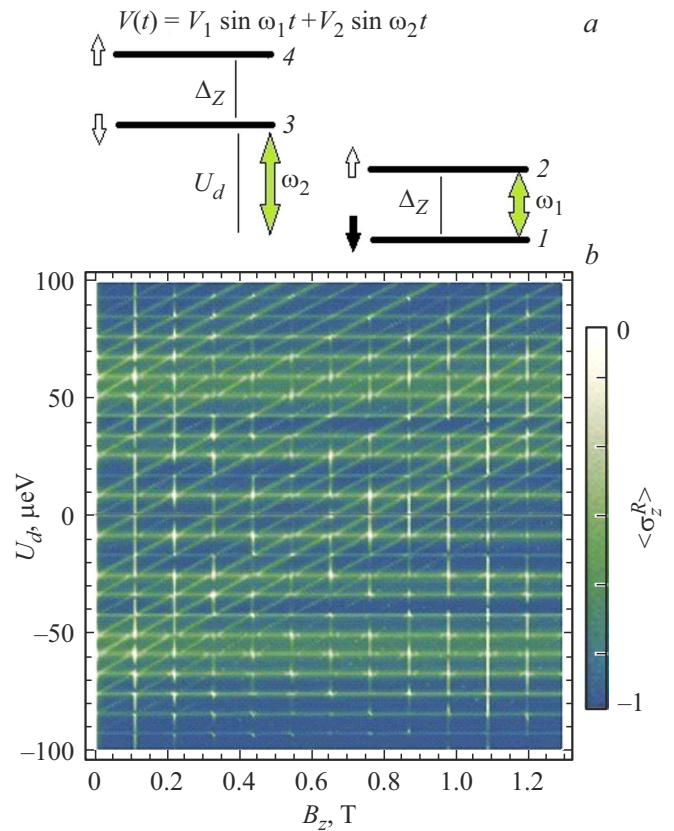


Рис. 1. (a) Двойная квантовая точка в бигармоническом электрическом поле $V(t)$. Зеемановский дублет уровней 1-2 в правой точке с расщеплением Δ_Z и аналогичный дублет уровней 3-4 в левой точке определяют частоту ω_1 , расстройка U_d минимума потенциала между точками определяет частоту ω_2 . Начальное состояние на уровне 1, проекция спина выделена черной стрелкой. (b) Динамика в монохроматическом поле ($V_2 = 0$). Карта зависимости среднего по времени значения z -проекции спина в правой квантовой точке $\langle \sigma_z^R \rangle$ от амплитуды магнитного поля B_z и от U_d . Вертикальные прямые отвечают субгармоникам ЭДСР, наблюдавшимся в эксперименте [7].

собой матричными элементами гамильтониана (1), представленного ниже. Состояния с одинаковой проекцией спина в разных точках связаны элементом γ , отвечающим за туннелирование с сохранением спина, т.е. пропорциональным туннельной прозрачности барьера между точками. Для типичных структур на основе GaAs с квантовыми точками, образованных полем затвора, расстояние между центрами которых около 100 nm , значение параметра $\gamma = 1 \dots 3 \mu\text{eV}$ [2,6,7]. Состояния с разной проекцией спина также связаны друг с другом благодаря наличию СОВ. При добавлении СОВ мы ограничимся учетом вклада Дрессельхауза, присутствующего в квантовых точках на основе структур GaAs/AlGaAs с различной пространственной симметрией. Обозначим матричный элемент для туннелирования между квантовыми точками с переворотом спина как $i\alpha_D$, а для переходов внутри зеемановского дублета в одной точ-

ке как $i\beta_D$, где мнимая единица перед вещественным параметром отвечает фазе, характерной для вклада Дрессельхауза. Числовые значения параметров α_D и β_D для рассматриваемых структур для типичного интервала магнитного поля $0.1 \dots 1$ Т находятся в интервалах $1 \dots 1.5 \mu\text{eV}$ для параметра α_D и $0.05 \dots 0.1 \mu\text{eV}$ для параметра β_D [2,6,7]. В нулевом магнитном поле, когда $\Delta_Z = 0$, матричные элементы α_D и β_D также равны нулю, что отражает двукратное вырождение спектра согласно теореме Крамерса. Далее, на одну из квантовых точек, в которой нас интересует эволюция спина (пусть это будет правая точка), действует переменное во времени квазистационарное электрическое поле с потенциалом $V(t)$. Суммируя описанные выше вклады в гамильтониан, его матрицу можно записать в форме [6]

$$H = \begin{pmatrix} -\frac{\Delta_Z}{2} + U_d + V(t) & i\beta_D & \gamma & i\alpha_D \\ & \frac{\Delta_Z}{2} + U_d + V(t) & i\alpha_D & \gamma \\ & & -\frac{\Delta_Z}{2} & i\beta_D \\ h.c. & & & \frac{\Delta_Z}{2} \end{pmatrix}. \quad (1)$$

В настоящей работе мы будем использовать следующую форму потенциала $V(t)$, описывающую электрическое поле с двумя гармониками:

$$V(t) = V_1 \sin \omega_1 t + V_2 \sin \omega_2 t, \quad (2)$$

Известно, что при изменении амплитуд вклад от СОВ в коэффициентах α_D и β_D возможно изменение траектории спиновых вращений [20]. Это позволяет использовать СОВ как еще один управляющий параметр, если наряду с вкладом Дрессельхауза есть вклад Рашбы, амплитудой которого можно управлять через поле затвора. В настоящей работе мы зафиксируем параметры α_D и β_D в явном виде в (1), поскольку полезные эффекты от бигармонического поля проявятся при изменении амплитуд поля $V_{1,2}$ в (2), а не при вариациях параметров СОВ.

Волновая функция для матричного представления гамильтониана (1) может быть записана в виде четырехкомпонентного вектора-столбца $C(t) = (C_1(t), C_2(t), C_3(t), C_4(t))$ в базисе состояний ψ_1, \dots, ψ_4 . Нестационарное уравнение Шрёдингера в этом представлении имеет вид $i\hbar \cdot \partial C / \partial t = HC$ с матрицей гамильтониана (1) и сводится к системе четырех обыкновенных дифференциальных уравнений для функций $C_n(t)$. Эта система дополняется начальным условием $C(0) = (1, 0, 0, 0)$, отвечающим положению электрона или дырки на нижнем уровне E_1 в правой КТ на рис. 1, а. После нахождения функций $C_n(t)$ мы можем рассчитать эволюцию различных наблюдаемых величин. Основными для нас являются вероятности пребывания в правой квантовой точке $P_R(t)$, с которой условием нормировки связана вероятность пребывания в левой квантовой точке $P_L(t) = 1 - P_R(t)$, а также проекции

спина $\sigma_i^{R,L}(t)$ в соответствующей точке. В представлении столбца состояния $C(t) = (C_1(t), C_2(t), C_3(t), C_4(t))$ для правой квантовой точки в единицах $\hbar/2$ они могут быть выражены следующим образом:

$$\begin{cases} P_R(t) = |C_1(t)|^2 + |C_2(t)|^2 \\ \sigma_x^R(t) = \bar{C}_2(t)C_1(t) + \bar{C}_1(t)C_2(t) \\ \sigma_y^R(t) = i(-\bar{C}_2(t)C_1(t) + \bar{C}_1(t)C_2(t)) \\ \sigma_z^R(t) = |C_2(t)|^2 - |C_1(t)|^2 \end{cases} \quad (3)$$

и аналогично для левой квантовой точки. В динамике спина нас будет также интересовать обратное время переверота z -проекции спина $1/T_{sf}$, для определенности в правой квантовой точке, где

$$1/T_{sf} = 1/t(\sigma_z^R = 0.9), \quad (4)$$

Величина (4) показывает, насколько быстро из начального состояния $\sigma_z^R(0) = -1$ достигается пороговое значение $\sigma_z^R = 0.9$. Помимо мгновенных значений параметров (3), нас будут интересовать их усредненные по большому интервалу времени T_0 (до 500 периодов электрического поля) значения $\langle P_{R,L} \rangle$, $\langle \sigma_i^{R,L} \rangle$, $i = x, y, z$:

$$\langle P_{R,L} \rangle = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} P_{R,L}(t) dt, \quad \langle \sigma_i^{R,L} \rangle = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} \sigma_i^{R,L}(t) dt. \quad (5)$$

3. Динамика в монохроматическом поле. Сравнение с экспериментом

Вначале мы рассмотрим динамику в монохроматическом поле, для которого амплитуда второй гармоники в (2) $V_2 = 0$, чтобы сравнить результаты нашей модели с экспериментальными графиками из [7]. Для этого мы построим график среднего по времени значения проекции спина в правой точке $\langle \sigma_z^R \rangle$ согласно (4), (5), как функцию двух параметров: амплитуды магнитного поля B_z , определяющего зеемановское расщепление Δ_Z , и расстройки U_d . Мы зафиксируем частоту ω_1 периодического поля в (2) на значении $\hbar\omega_1 = 8.47 \mu\text{eV}$, что отвечает условиям эксперимента в [7]. Остальные параметры гамильтониана (1), отвечающие экспериментам [2,7] и нашей предыдущей работе [6], следующие: $\gamma = 2.2 \mu\text{eV}$, $\alpha_D = 1 \mu\text{eV}$, $\beta_D = 0.1 \mu\text{eV}$, амплитуда потенциала поля $V_1 = 70 \mu\text{eV}$. Изменение магнитного поля при фиксированной частоте ω_1 отвечает последовательному выполнению условий резонанса при перевероте спина на главной гармонике и субгармониках ЭДСР, когда выполнено условие

$$\Delta_Z = k\hbar\omega_1, \quad k = 1, 2, \dots \quad (6)$$

На плоскости параметров (B_z, U_d) резонансы (6) должны проявляться в виде ярких вертикальных линий при

значениях магнитного поля, отвечающих главной гармонике $k = 1$ и субгармоникам $k = 2, 3, \dots$, когда спин в правой квантовой точке эффективно переворачивается из начального состояния $\sigma_z(0) = -1$ [6]. Цветная карта значений $\langle \sigma_z^R \rangle$ на плоскости (B_z, U_d) приведена на рис. 1, *b*. Она действительно содержит набор ярких вертикальных линий для значений магнитного поля, удовлетворяющих условию (6), и с хорошей точностью воспроизводит результаты экспериментов по измерению тока через структуру с двойной квантовой точкой, представленные в работе [7] (см. рис. 3, *b* в цитированной статье). Наблюдаемое согласие с экспериментом позволяет нам сохранить выбранные параметры гамильтониана (1) для дальнейшего моделирования динамики в бигармоническом поле.

4. Динамика в бигармоническом поле. Спектр квазиэнергий

4.1. Динамика в пространстве параметров

Мы начнем исследование эволюции в бигармоническом поле (2) с построения карт обратного времени переворота спина (4) и усредненных по времени величин (5) в зависимости от амплитуд (V_1, V_2) бигармонического поля (2). Частоты поля будут выбираться следующим образом:

$$\hbar\omega_1 = \Delta_Z, \quad \hbar\omega_2 = |U_d|. \quad (7)$$

Первое из равенств (7) отвечает условию ЭДСР в правой квантовой точке с переворотом спина между уровнями 1 и 2. Второе равенство описывает резонансное туннелирование между основными состояниями в правой и левой точках на уровнях 1 и 3 с сохранением проекции спина, как это можно видеть на рис. 1, *a*. Таким образом, выбор частот согласно (7) означает одновременное включение механизмов переворота спина и туннелирования, что может приводить к их взаимному усилению [5,6]. Мы выбираем следующие базовые значения параметров для частот (7): $\Delta_Z = 8.47 \mu\text{eV}$, $U_d = -0.5 \cdot \Delta_Z$, что отвечает нахождению на основной гармонике ЭДСР при $k = 1$ в (6). Соизмеримость U_d и Δ_Z означает соизмеримость частот (7) в бигармоническом потенциале, которая исходя из (7) обеспечивает более эффективную связь переворота спина и туннелирования при меньших амплитудах гармоник $V_{1,2}$ потенциала (2), но без вовлечения в динамику всех четырех состояний с равным вкладом при всех режимах. На рис. 1, *b* выбранным параметрам отвечает крайняя левая светлая вертикальная линия при $B_z \sim 0.1 \text{ Т}$, а значение $|U_d| = 4.23 \mu\text{eV}$ отвечает ее средней части. Результаты для зависимости обратного времени переворота спина (4) и средних значений $\langle \sigma_z^R \rangle$, $\langle \sigma_z^L \rangle$ из (5) показаны на рис. 2 для интервала изменения амплитуд $V_{1,2} = 20 \dots 100 \mu\text{eV}$, который является достижимым в эксперименте [2,7]. Указанные значения амплитуд поля

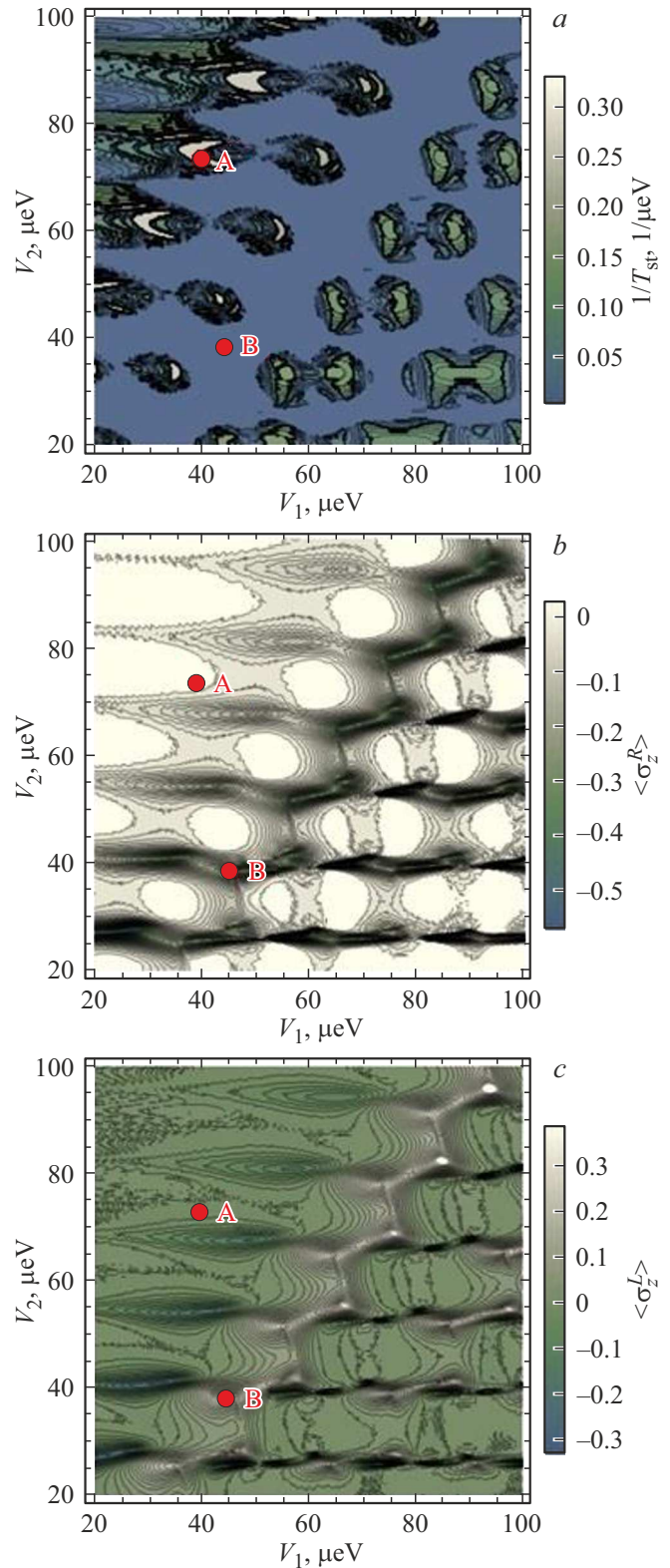


Рис. 2. Карты (а) обратного времени переворота спина и (b, c) средних значений z -проекции спина (b) в правой квантовой точке и (c) в левой квантовой точке. Точки А, В отвечают примерам эволюции, рассмотренным в тексте.

превышают типичные расстояния между уровнями на рис. 1, *a*, что отвечает режиму интерференции Ландау-Зенера-Штюкельберга-Майораны, при котором можно ожидать взаимодействия всех четырех состояний [5,6] и, как следствие, нетривиальных эффектов в спиновой и пространственной динамике. Действительно, на рис. 2 видно, что как обратное время переворота спина на панели (а), так и z -проекции спина в правой и левой точках на панелях (b) и (c) демонстрируют нетривиальную зависимость от амплитуд $V_{1,2}$. В частности, имеются области, выделенные светлым фоном где каждая из величин имеет локальные максимумы. Далее мы займемся исследованием конкретных примеров, выделив на панелях рис. 2 характерные точки А и В, каждая из которых отвечает одному из полезных эффектов от включения второй гармоники поля (2).

4.2. Ускорение переворота спина

Рассмотрим пример динамики на рис. 2, которому отвечает точка А при $V_1 = 40 \mu\text{eV}$ и $V_2 = 72 \mu\text{eV}$, для которых на панели (а) зависимость $1/T_{\text{sf}}$ имеет локальный максимум, как и зависимость $\langle \sigma_z^R \rangle$ на панели (b). В отсутствие второй гармоники, т.е. при $V_2 = 0$, зависимость z -проекции спина $\sigma_z^R(t)$ в правой точке показана на рис. 3, *a*. Мы видим Раби-осцилляции с характерным временем переворота спина $T_{\text{sf}} = 20T$, где $T = T_1 = 0.49 \text{ ns}$ есть период электрического поля для условий (7) при $\Delta_Z = 8.47 \mu\text{eV}$.

Переворот спина достигается на интервале $T_{\text{sf}} = 9.8 \text{ ns}$, что значительно меньше времени спиновой релаксации в чистых структурах на основе GaAs [2,7], поэтому когерентное приближение для моделирования динамики представляется оправданным. Тем не менее, это значение времени переворота спина может быть улучшено при включении второй гармоники электрического поля (2). На рис. 3, *b* показана зависимость $\sigma_z^R(t)$ для точки А на рис. 2, т.е. при $V_1 = 40 \mu\text{eV}$ и $V_2 = 72 \mu\text{eV}$. Можно видеть, что ценой некоторого усложнения формы осцилляций из-за включения туннелирования в левую квантовую точку достигается более чем двукратный рост скорости переворота спина. На рис. 3, *b* спин переворачивается за время $T_{\text{sf}} \sim 8T$ ($T = T_1$), что составляет около 3.92 ns . Линейная частота переворота в этом случае достигает значения $f = 255 \text{ MHz}$, что на порядок превосходит типичные значения, продемонстрированные как в первых [1], так и в недавних [21] экспериментах, в которых используется ЭДСР для управления спином кубита. Мы считаем, что положительное влияние второй гармоники на ускорение переворота спина в двойной квантовой точке может быть полезно для задач ускорения работы спинового кубита в структурах рассматриваемого вида.

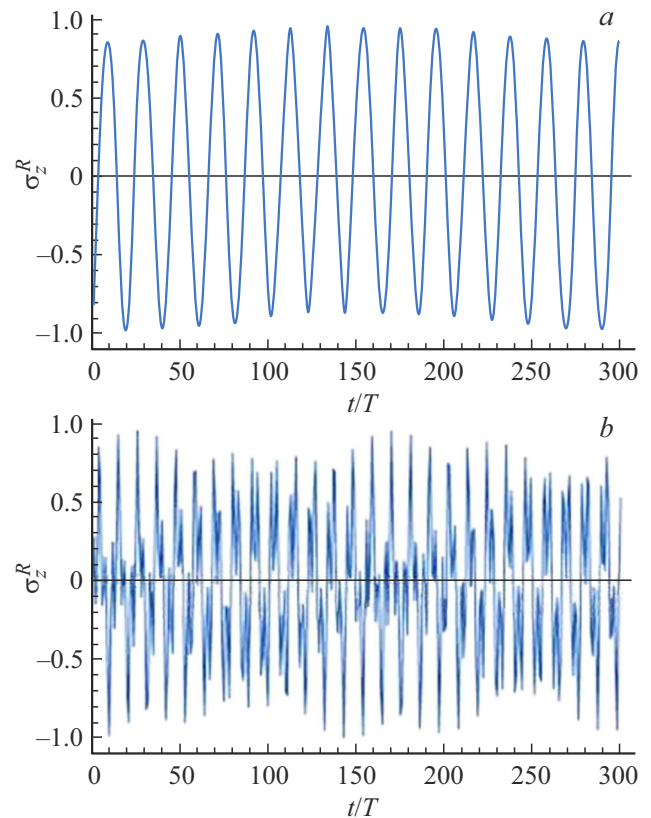


Рис. 3. Динамика z -проекции спина в правой квантовой точке для (а) монохроматического электрического поля с амплитудой $V_1 = 40 \mu\text{eV}$ и (b) для бигармонического поля с амплитудой второй гармоники $V_2 = 72 \mu\text{eV}$, что отвечает точке А на рис. 2. Наблюдается более чем двукратный рост скорости переворота спина при включении второй гармоники.

4.3. Спектр квазиэнергий и спиновая динамика

Еще один полезный эффект от включения второй гармоники электрического поля (2) может быть обнаружен при исследовании спектра квазиэнергий Ω_q как функций какой-либо из амплитуд поля $V_{1,2}$. Напомним [15], что для системы с периодическим во времени гамильтонианом, $H(t+T) = H(t)$, можно построить оператор эволюции на один период $U(T)$, собственные значения которого $\exp(-i\Omega_q T/\hbar)$ определяют спектр квазиэнергий, содержащий столько ветвей, сколько базисных функций участвует в эволюции. Как уже было сказано выше, пересечения некоторых ветвей Ω_q могут отвечать эволюции с замедлением или остановкой динамики для некоторых степеней свободы, получившей название когерентного разрушения туннелирования [14,15], которое может проявляться и для спиновой динамики [16]. Вызывает интерес вопрос о влиянии второй гармоники электрического поля с потенциалом (2) на спектр квазиэнергий и на спиновую динамику. Для ответа на него мы рассмотрим зависимость Ω_q от амплитуды V_1 , отвечающей за спиновый резонанс, при некоторых фиксированных значениях амплитуды второй гармоники V_2 .

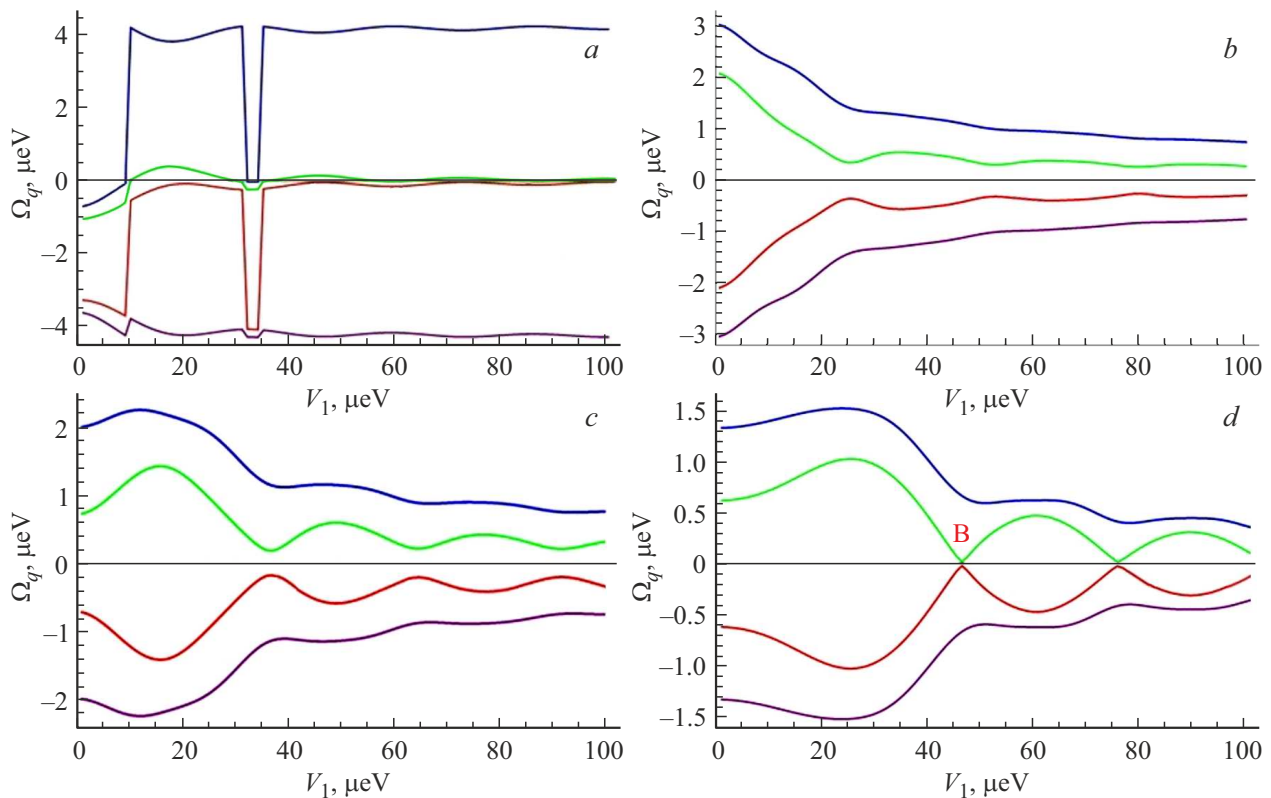


Рис. 4. Зависимость квазиэнергий Ω_i от амплитуды первой гармоники V_1 потенциала (2) для: (a) монохроматического поля с $V_2 = 0$ и (b)–(d) бигармонического поля с амплитудой второй гармоники (b) $V_2 = 7 \mu\text{eV}$; (c) $V_2 = 20 \mu\text{eV}$ и (d) $V_2 = 38 \mu\text{eV}$. На (d) наблюдаются точки квазипересечения ветвей Ω_2 и Ω_3 (антикроссинг). Динамика для точки В при $V_1 = 46 \mu\text{eV}$ рассмотрена в тексте.

На рис. 4 показана зависимость спектра четырех квазиэнергий Ω_q (по числу уровней в нашей модели) от амплитуды V_1 , при нескольких значениях амплитуды V_2 . Панель (a) отвечает монохроматическому полю (2) с $V_2 = 0$. Скачки Ω_q при $V_1 = 10 \mu\text{eV}$ и $V_1 = 30 \mu\text{eV}$ здесь обусловлены циклическим характером квазиэнергии Ω_q , определяемой через фазу собственного значения $\exp(-i\Omega_q T/\hbar)$ оператора эволюции на период, если соответствующая экспонента меняет знак. Панели (b), (c), (d) отвечают бигармоническому полю с $V_2 > 0$. Можно видеть, что включение второй гармоники существенно меняет спектр квазиэнергий на рис. 4, b, c, d, по сравнению с отсутствием второй гармоники на рис. 4, a. Так, для некоторых значений V_2 , например, для $V_2 = 38 \mu\text{eV}$ на рис. 4, d, наблюдается спектр с квазипересечением (антикроссингом) ветвей Ω_q . Мы употребляем термин „квазипересечение“, поскольку детальный анализ показывает наличие в точке сближения небольшой щели, что, как будет показано ниже, отвечает небольшому подмешиванию двух других состояний на фоне доминирования в динамике одной пары базисных функций, что является почти неизменным атрибутом динамики в четырехуровневой системе с реалистичными параметрами связи между состояниями. Следует отметить, что используемая простая модель с гамильтонианом

(1) не учитывает многих более тонких эффектов, в том числе сверхтонкого взаимодействия [22]. Окончательная форма квазиэнергетических линий на рис. 4 с учетом таких эффектов, разумеется, изменится, однако само явление антикроссинга, обусловленное наличием второй гармоники, должно сохраняться, как и вызываемые им особенности спиновой динамики. Детальный учет подобных эффектов составляет интересную задачу для будущих исследований.

В качестве примера выберем точку с $V_1 = 46 \mu\text{eV}$ на рис. 4, d, отвечающую квазипересечению ветвей Ω_2 и Ω_3 , и обозначим ее как точку В. Для следующей точки квазипересечения при $V_1 = 75 \mu\text{eV}$ на рис. 4, d, эволюция выглядит схожим образом. Точка В также обозначена на панелях рис. 2 на плоскости параметров (V_1, V_2) . Соответствующая точке В динамика заселенностей уровней $|C_i(t)|^2$ показана на рис. 5 на 300 периодах T , где $T = T_2 = 0.98 \text{ ns}$ есть период второй, более медленной гармоники в (2). Наблюдается доминирование вкладов $|C_1(t)|^2$ и $|C_4(t)|^2$, описывающих заселенности уровней 1 и 4 на рис. 1, a. Эти состояния отвечают различной локализации волновой функции и различному знаку z -проекции спина, поэтому мы можем ожидать, что для режима динамики, отвечающей точке В на рис. 4, d, будет реализовываться преимущественно фиксированный

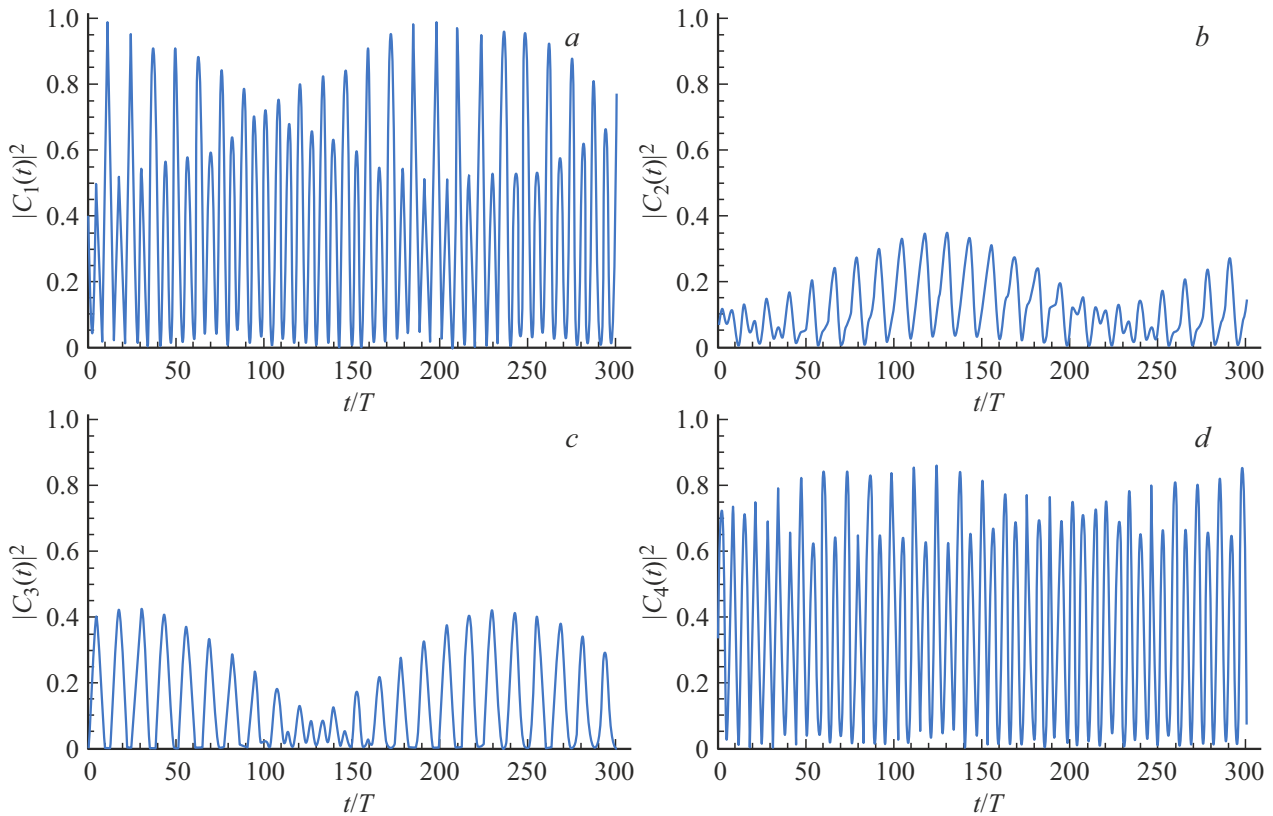


Рис. 5. Динамика заселенностей уровней $|C_i(t)|^2$ для точки В на рис. 4, *d*. Наблюдается доминирование вкладов от состояний 1 и 4 с небольшим вкладом от состояний 2 и 3, обуславливающим щель антикроссинга для точки В.

знак z — проекции спина $\sigma_z^{R,L}(t)$ в правой и левой квантовой точках в течение всей эволюции. Присутствие менее значительного вклада состояний 2 и 3 на рис. 5 обуславливает конечную щель для антикроссинга кривых у точки В на рис. 4, *d*, поэтому полной фиксации знака z — проекции спина $\sigma_z^{R,L}(t)$, как мы увидим далее, не происходит.

Спиновая эволюция, отвечающая точке В на рис. 4, *d* и динамике заселенностей уровней на рис. 5, показана на рис. 6. На рис. 6, *a* и рис. 6, *b* показана динамика z -проекции спина $\sigma_z^{R,L}(t)$ в правой и левой квантовой точках, где, как и на рис. 4, время измеряется в единицах периода $T = T_2 = 0.98$ ns. На рис. 6, *c* и рис. 6, *d* показана траектория спинового вектора

$$\sigma^{R,L}(t) = (\sigma_x^{R,L}(t), \sigma_y^{R,L}(t), \sigma_z^{R,L}(t)), \quad (8)$$

составленного из спиновых проекций в правой и левой точках.

Графики z -проекции спина на рис. 6, *a* и рис. 6, *b* подтверждают предположение о доминировании одного знака $\sigma_z^{R,L}(t)$ в соответствующей квантовой точке. Типичное время спиновых осцилляций составляет около 10 ns, что позволяет наблюдать его до начала спиновой релаксации. Полного сохранения знака в течение всей эволюции не наблюдается из-за подмешивания состояний от уровней 2 и 3, как это видно на рис. 5. Тем

не менее, эффект фиксации в среднем по времени знака z -проекции спина в зависимости от локализации в правой или левой точке наблюдается достаточно отчетливо, т.е. выполняются неравенства

$$\langle \sigma_z^R \rangle < 0, \quad \langle \sigma_z^L \rangle > 0 \quad (9)$$

для средних значений z -проекции спина в правой и левой квантовых точках, определенных в (5). Вероятности пребывания в правой и левой точках $P_{R,L}(t)$, не показанные на рис. 6, осциллируют с теми же частотами, что и $\sigma_z^{R,L}(t)$ на рис. 6, *a* и рис. 6, *b*, что говорит о периодическом туннелировании электрона из правой квантовой точки в левую и обратно. Динамика спинового вектора в каждой из квантовых точек, показанная на рис. 6, *c* и рис. 6, *d*, носит достаточно сложный характер из-за упомянутого подмешивания состояний 2 и 3. Ее главное свойство, однако, остается неизменным — в правой квантовой точке эволюция происходит преимущественно в нижней полусфере, а в левой квантовой точке — в верхней полусфере, соответственно неравенствам (9). Таким образом, квазипересечению квазиэнергий на рис. 4, *d* в точке В отвечает особый режим спиновой динамики, при котором туннелирование из правой точки в левую приводит к фиксации в среднем по времени знака z -проекции спина в левой квантовой точке после его переворота.

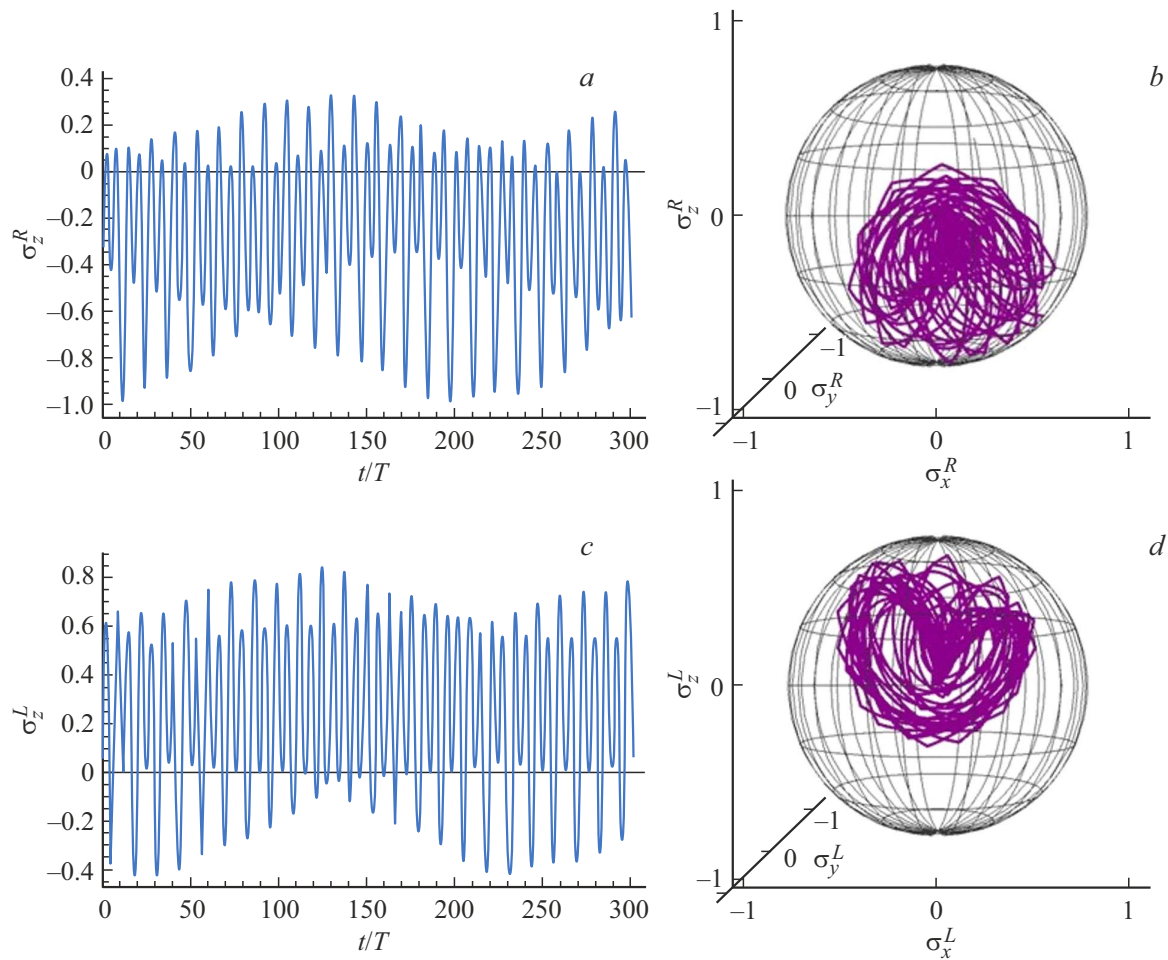


Рис. 6. (a), (b) Динамика z -проекции спина $\sigma_z^{R,L}(t)$ в правой и левой квантовой точках для эволюции заселенностей на рис. 5. Наблюдается доминирование отрицательного знака $\sigma_z^R(t)$ и положительного знака $\sigma_z^L(t)$ в среднем по времени. (c), (d) Соответствующие вращения спинового вектора (8) в правой и левой квантовой точках.

Схожий эффект с фиксацией спиновой проекции при пересечении квазиэнергий во вращающемся магнитном поле наблюдался в [16]. В нашей системе пересечение квазиэнергий и режим фиксации спиновой проекции устанавливаются с помощью электрического поля при выборе соответствующей амплитуды гармоник поля (2). Мы считаем, что такой способ управления спиновыми кубитами может быть полезен для установления режимов долгоживущих спиновых возбужденных состояний в системе из двух кубитов с выбранным знаком конкретной спиновой проекции.

5. Выводы

Исследовано влияние бигармонического электрического поля на туннелирование и спиновую динамику в двойной квантовой точке со спин-орбитальным взаимодействием в режиме сильного поля, отвечающего интерференции Ландау-Зенера-Штюкельберга-Майораны, доступного на современной экспериментальной базе. Рас-

смотрен резонансный случай, когда первая гармоника настроена на частоту спинового резонанса в одиночной точке, а вторая — на частоту, отвечающую смещению (расстройке) основных уровней энергии в разных точках. В пространстве параметров, включающем амплитуды гармоник, найдены области, отвечающие двум полезным динамическим эффектам. Первый эффект состоит в увеличении частоты осцилляций z -проекции спина при включении второй гармоники с определенной амплитудой. Второй эффект показывает преимущественное сохранение во времени знака z -проекции спина в пространственной области конкретной квантовой точки для такой пары амплитуд, когда наблюдается квазипересечение (антикроссинг) двух квазиэнергий, что отвечает доминированию в динамике только двух из четырех базисных состояний. Оба эффекта могут представлять интерес для экспериментов и приборных приложений со структурами с двойной квантовой точкой в электрическом поле, применяемых в задачах спинтроники и квантовых вычислений. В дальнейшем возможно развитие полученных результатов с целью повышения эффектив-

ности отклика при применении более сложных по форме возбуждающих сигналов, в том числе с чирпированными импульсами [23].

Благодарности

Авторы выражают признательность С.А. Студеникину за обсуждения и полезные замечания.

Финансирование работы

Работа поддержана Министерством науки и высшего образования РФ в рамках Государственного задания FSWR-2026-0004.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] K.C. Nowack, F.H.L. Koppens, Yu.V. Nazarov, L.M.K. Vandersypen. *Science* **318**, 1430 (2007). DOI: 10.1126/science.1148092
- [2] A. Bogan, S. Studenikin, M. Korkusinski, L. Gaudreau, P. Zawadzki, A.S. Sachrajda, L. Tracy, J. Reno, T. Hargett. *Phys. Rev. Lett.* **120**, 207701 (2018). DOI: 10.1103/PhysRevLett.120.207701
- [3] Ф. Ди Джакомо, Е.Е. Никитин. *УФН* **175**, 5. 545 (2005). DOI: 10.3367/UFNr.0175.200505f.0545
- [4] O.V. Ivakhnenko, S.N. Shevchenko, F. Nori. *Phys. Rep.* **995**, 1 (2023). DOI: <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2022.10.002>
- [5] D.V. Khomitsky, S.A. Studenikin. *Phys. Rev. B* **106**, 195414 (2022). DOI: 10.1103/PhysRevB.106.195414
- [6] D.V. Khomitsky, M.V. Bastrakova, V.O. Munyaev, N.A. Zaprudnov, S.A. Studenikin. *Phys. Rev. B* **108**, 205404 (2023). DOI: 10.1103/PhysRevB.108.205404
- [7] S. Studenikin, C. Hnatovsky, A. Sachrajda, *Appl. Phys. Lett.* **127**, 054004 (2025). DOI: 10.1063/5.0269148
- [8] T. Kwapinski, S. Kohler, and P. Hänggi. *Phys. Rev. B* **79**, 155315 (2009). DOI: 10.1103/PhysRevB.79.155315
- [9] A. Papageorge, A. Majumdar, E.D. Kim, J. Vučković. *New J. Phys.* **14**, 013028 (2012). DOI: 10.1088/1367-2630/14/1/013028
- [10] G.Yu. Kryuchyan, V. Shahnazaryan, O.V. Kibis, I.A. Shelykh. *Phys. Rev. A* **95**, 013834 (2017). DOI: 10.1103/PhysRevA.95.013834
- [11] C. Gustin, L. Hanschke, K. Boos, J.R.A. Müller, M. Kremser, J.J. Finley, S. Hughes, and K. Müller. *Phys. Rev. Research* **3**, 013044 (2021). DOI: 10.1103/PhysRevResearch.3.013044
- [12] F. Forster, M. Mühlbacher, R. Blattmann, D. Schuh, W. Wegscheider, S. Ludwig, S. Kohler. *Phys. Rev. B* **92**, 245422 (2015). DOI: 10.1103/PhysRevB.92.245422
- [13] V. John, F. Borsoi, Z. György, C.-A. Wang, G. Széchenyi, F. van Riggelen-Doelman, W.I.L. Lawrie, N.W. Hendrickx, A. Sammak, G. Scappucci, A. Pályi, M. Veldhorst. *Phys. Rev. Lett.* **132**, 067001 (2024). DOI: 10.1103/PhysRevLett.132.067001
- [14] F. Grossmann, T. Dittrich, P. Jung, P. Hänggi. *Phys. Rev. Lett.* **67**, 516 (1991). DOI: 10.1103/PhysRevLett.67.516
- [15] M. Grifoni, P. Hänggi. *Phys. Rep.* **304**, 229 (1998). DOI: 10.1016/S0370-1573(98)00022-2
- [16] Á. Gómez-León, G. Platero. *Phys. Rev. B* **84**, 121310(R) (2011). DOI: 10.1103/PhysRevB.84.121310
- [17] D.V. Khomitsky, M.V. Bastrakova, D.S. Pashin. *Phys. Rev. B* **111**, 085427 (2025). DOI: 10.1103/PhysRevB.111.085427
- [18] Y. Tokura, W. van der Wiel, T. Obata, S. Tarucha. *Phys. Rev. Lett.* **96**, 047202 (2006). DOI: 10.1103/PhysRevLett.96.047202
- [19] Д.В. Хомицкий, Д.С. Пашин, М.В. Бастракова. *Нанофизика и нанoeлектроника. XXX Симпозиум. Тезисы докладов: Н. Новгород, 2026, с. 651.*
- [20] Д.В. Хомицкий, Н.А. Запруднов. *ФТП* **58**, 4, 173 (2024). DOI: 10.61011/FTP.2024.04.58540.6255H
- [21] B. Undseth, X. Xue, M. Mehmandoust, M. Rimbach-Russ, P.T. Eendebak, N. Samkharadze, A. Sammak, V.V. Dobrovitski, G. Scappucci, and L.M.K. Vandersypen. *Phys. Rev. Applied.* **19**, 044078 (2023). DOI: 10.1103/PhysRevApplied.19.044078
- [22] V.N. Mantsevich, D.S. Smirnov. *Phys. Rev. B.* **100**, 075409 (2019). DOI: 10.1103/PhysRevB.100.075409
- [23] M. Munsch, G. Würst, A.V. Kuhlmann, F. Xue, A. Ludwig, D. Reuter, A.D. Wieck, M. Poggio and R.J. Warburton. *Nature Nanotech.* **9**, 671 (2014). DOI: 10.1038/nnano.2014.175

Редактор Ю.Э. Кумаев