

Дробно-дифференциальная кинетика переноса заряда в неупорядоченных полупроводниках

© Р.Т. Сибатов[¶], В.В. Учайкин

Ульяновский государственный университет,
432700 Ульяновск, Россия

(Получена 11 января 2006 г. Принята к печати 26 июня 2006 г.)

В предыдущих наших работах получено выражение для временной зависимости переходного тока в аморфных полупроводниках при дисперсионном переносе, содержащее устойчивую плотность с характеристическим показателем, равным дисперсионному параметру $\alpha < 1$; концентрации избыточных носителей заряда выражены через дробно-устойчивые плотности с характеристическим показателем α . В настоящей работе получены обобщенные уравнения диффузии и дрейфа носителей заряда в неупорядоченных полупроводниках для дисперсионного переноса. Главная особенность этих уравнений — наличие частной производной по времени дробного порядка α . Решения этих уравнений выражены через дробно-устойчивые плотности. При $\alpha \rightarrow 1$ дробно-устойчивые распределения переходят в нормальные, а обобщенные уравнения переходят в обычные уравнения диффузии и дрейфа. Таким образом, дробно-дифференциальный подход позволяет описывать нормальный и дисперсионный перенос в рамках единой математической модели.

PACS: 72.80.Ng, 72.20.Fr, 72.20.Dp

1. Введение

Увеличение концентрации носителей заряда в какой-либо области однородного полупроводника приводит к диффузии избыточных носителей. Для описания этого процесса в кристаллических полупроводниках применимо обычное диффузионное уравнение. В случае нормального переноса распространение пакета носителей описывается гауссовой статистикой. В неупорядоченных полупроводниках часто наблюдается аномальный перенос, для которого неприменим закон Фика, а следовательно, неприменимо и обычное уравнение диффузии [1]. Например, при определении дрейфовой подвижности в некоторых аморфных [2–4] и пористых [5–8] полупроводниках наблюдается специфический сигнал переходного тока $I(t)$, состоящий из двух областей со степенным поведением $I(t)$ и небольшой промежуточной области, где происходит смена режима:

$$I(t) \propto \begin{cases} t^{-1+\alpha}, & t < t_T, \\ t^{-1-\alpha}, & t > t_T, \end{cases} \quad \alpha < 1.$$

В приведенных координатах $I(t)/I(t_T) - t/t_T$ форма сигнала практически не зависит от величины приложенного напряжения и размеров образца. Параметр t_T по аналогии с нормальными переходными процессами называют временем пролета [1]. Для объяснения универсальной временной зависимости переходного тока в аморфных полупроводниках Шер и Монтролл [4] предложили рассматривать процесс переноса заряда в аморфных полупроводниках как случайный скачкообразный процесс блуждания носителей заряда, для которых время пребывания τ в локализованных состояниях случайно и имеет степенное распределение

$$P\{\tau > t\} \propto t^{-\alpha}, \quad t \rightarrow \infty.$$

В работе [9] показано, что степенное распределение времен пребывания носителей в ловушках в случае механизма многократного захвата может быть следствием экспоненциального энергетического распределения локализованных состояний. Экспоненциальная форма плотности состояний хвостов зон широко использовалась в модельных расчетах и обсуждении результатов экспериментов по переносу и люминесценции в неупорядоченных полупроводниках [9–11]. Однако, как отмечается в работах [12,13], основные особенности распространения пакета носителей в условиях дисперсионного переноса, контролируемого захватом носителей на локализованные состояния, сохраняются и при других достаточно широких энергетических распределениях ловушек. Уравнение диффузии–дрейфа с зависящими от времени подвижностью и коэффициентом диффузии применялось в рамках модели неравновесного транспорта в неупорядоченных полупроводниках [10,14].

В нашей работе [15] получено обобщенное уравнение симметричной диффузии электронов по состояниям хвоста зоны в аморфных полупроводниках с постоянным коэффициентом диффузии. Главная особенность этого уравнения — наличие частной производной по времени дробного порядка, совпадающего с дисперсионным параметром $\alpha < 1$. Наличие дробных производных по времени в уравнениях, описывающих аномальные диффузионные процессы, как показано в [16,17], является следствием участия в этих процессах ловушек, захватывающих частицы на времена, распределенные по асимптотически степенному закону. Авторы [4] для описания аномального переноса использовали модель скачкообразного случайного процесса, приводящего к интегральным уравнениям. Как показано в [17], главные асимптотические члены решений этих интегральных уравнений, в свою очередь, являются решением дробно-дифференциальных уравнений. Учитывая, что использо-

[¶] E-mail: ren_sib@bk.ru

вание дифференциальных уравнений вместо интегральных позволяет развивать единый подход к описанию нормального и аномального переноса, мы продолжили исследования в этом направлении и представляем некоторые результаты в данной работе.

2. Обобщенное диффузионное уравнение

Электропроводность неупорядоченных полупроводников может быть обусловлена двумя механизмами: тепловыми забросами носителей тока из ловушек в делокализованные состояния (механизм многократного захвата) или прыжками электронов между локализованными состояниями (прыжковая проводимость). Из экспериментов известно [1,4,10], что для описания переноса заряда по состояниям хвостов зон в неупорядоченных полупроводниках не применимы обычные уравнения диффузии и дрейфа. Обобщение указанных уравнений на случай дисперсионного переноса заряда в неупорядоченных полупроводниках в рамках модели многократного захвата можно осуществить следующим образом.

Полная концентрация избыточных носителей $P(\mathbf{r}, t)$ равна сумме концентраций делокализованных носителей $P_d(\mathbf{r}, t)$ и носителей, захваченных в ловушки, $P_l(\mathbf{r}, t)$. Выражение для плотности тока проводимости имеет вид

$$\mathbf{j} = e\mu P_d \mathbf{E} - eD\nabla P_d,$$

где e — заряд носителей, \mathbf{E} — напряженность электрического поля, μ и D — подвижность и коэффициент диффузии делокализованных носителей. Уравнение непрерывности записывается в виде

$$e(\partial P_l / \partial t + \partial P_d / \partial t) + \text{div} \mathbf{j} = 0.$$

В работе [18] в предположении об экспоненциальном энергетическом распределении локализованных состояний хвостов зон получено соотношение для трансформант Лапласа

$$(\lambda/\omega)\tilde{P}_l(\mathbf{r}, \lambda) = A(\lambda/\omega)^\alpha \tilde{P}_d(\mathbf{r}, \lambda),$$

где $A = \pi\alpha / \sin \pi\alpha$ — константа при фиксированной температуре T , ω — скорость захвата на локализованные состояния, $\alpha = T/T_c < 1$ — дисперсионный параметр, T_c — характеристическая температура энергетического распределения ловушек

$$\rho(\varepsilon) \propto \exp(-\varepsilon/kT_c),$$

ε — глубина залегания локализованного состояния под краем подвижности, k — постоянная Больцмана, $\tilde{P}(\mathbf{r}, \lambda) = \int_0^\infty P(\mathbf{r}, t)e^{-\lambda t} dt$ — трансформанта Лапласа. Это соотношение было получено из кинетических уравнений

захвата–эмиссии

$$\frac{\partial P_{l,i}}{\partial t} = \omega_i P_d - r_i P_{l,i},$$

где скорости захвата ω_i и эмиссии r_i для i -й ловушки (с энергией ε_i) связаны условием детального равновесия $\omega_i = r_i \exp(\varepsilon_i/kT)$.

Осуществляя обратное преобразование Лапласа этого соотношения, имеем [16,17]

$$\frac{\partial P_l}{\partial t} = A\omega^{1-\alpha} \frac{\partial^\alpha P_d}{\partial t^\alpha}, \quad (1)$$

где

$$\frac{\partial^\alpha P_d}{\partial t^\alpha} = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \frac{\partial}{\partial t} \int_0^t \frac{P_d(\mathbf{r}, \tau)}{(t-\tau)^\alpha} d\tau$$

— дробная производная Римана–Лиувилля.

Подставляя в уравнение непрерывности выражение для плотности тока проводимости и соотношение (1), приходим к обобщенному диффузионному уравнению

$$\frac{\partial P_d}{\partial t} + A\omega^{1-\alpha} \frac{\partial^\alpha P_d}{\partial t^\alpha} + \mu \mathbf{E} \nabla P_d - D \nabla^2 P_d = 0. \quad (2)$$

Появление частной производной по времени дробного порядка связано со степенным распределением времени пребывания носителей в ловушках [16,17,19–21]. Степенное распределение времен пребывания τ может быть получено и в рамках модели многократного захвата [9,10], и в рамках прыжковой модели переноса [22]. Если $\alpha > 1$, то для времен, превышающих время единичного захвата, слагаемым с дробной производной в уравнении (2) можно пренебречь, если же $\alpha < 1$, то слагаемое с дробной производной доминирует по сравнению с производной 1-го порядка.

Дисперсионный перенос наблюдается тогда, когда параметр α в распределении $P\{\tau > t\} \propto h(t)t^{-\alpha}$ меньше 1. Здесь $h(t)$ — медленно меняющаяся функция [23]. Более детальный расчет, проведенный нами, показывает, что в случае многократного захвата $\alpha = kT\varepsilon_0/\sigma_\varepsilon^2$, где ε_0 и σ_ε^2 — средняя глубина залегания локализованных состояний, отсчитываемая от края подвижности, и средний квадрат флуктуаций энергии ловушек соответственно. В случае переноса путем туннелирования $\alpha = \gamma^{-1}d_0/\sigma_d^2$, где d_0 и σ_d — среднее и среднее квадратичное отклонения случайных расстояний между ловушками.

3. Решение обобщенного уравнения дрейфа и переходный фототок

Решение уравнения (2) может быть найдено методом преобразования Лапласа [20,24]. Для времен, значительно превышающих время единичного захвата, $t \gg \omega^{-1}$, в пренебрежении диффузией в случае $\alpha < 1$ уравнение (2)

переходит в обобщенное уравнение дрейфа при дисперсионном переносе

$$A\omega^{1-\alpha} \frac{\partial^\alpha P_d}{\partial t^\alpha} + \mu E \frac{\partial P_d}{\partial x} = 0. \quad (3)$$

Решение этого уравнения при начальном условии $P_d = N\delta(x)$ (N — число фотоинжектированных носителей, приходящееся на единицу площади поверхности образца) выражается через одностороннюю устойчивую плотность $g^{(\alpha,1)}(x)$ [20] с характеристическим показателем α :

$$P_d = (N/l)(xA/l)^{-1/\alpha} g^{(\alpha,1)}(\omega t(xA/l)^{-1/\alpha}),$$

где $l = \mu E/\omega$ — средняя длина пробега носителя между двумя актами захвата.

Переходный фототок в образце длины L определяется через плотность тока проводимости по формуле

$$I(t) = (1/L) \int_0^L j(x,t) dx.$$

Ось x направлена вдоль \mathbf{E} . Зная $j(x,t) = e\mu P_d E$, находим плотность переходного тока

$$I(t) = \frac{e\mu EN\alpha}{AL} (\omega t)^{-1+\alpha} \int_{s_0}^{\infty} s^{-\alpha} g^{(\alpha,1)}(s) ds, \quad (4)$$

$$s_0 = \omega t(LA/l)^{-1/\alpha}.$$

Представляя плотность устойчивого закона в виде сходящегося при $s \rightarrow 0$ ряда [20]

$$g^{(\alpha,1)}(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n!} \frac{\Gamma(n\alpha + 1)}{\Gamma(n\alpha)\Gamma(1-n\alpha)} s^{-n\alpha-1}$$

и подставляя этот ряд в (4), получим после почленного интегрирования

$$I(t) = e\omega AN\alpha \frac{L}{l} (\omega t)^{-1-\alpha} \times \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k!} \frac{(\omega t)^{-ak} (LA/l)^k}{(k+2)\Gamma(1-\alpha-k\alpha)}. \quad (5)$$

В случае прыжкового механизма обобщенное уравнение дрейфа для полной концентрации записывается в виде

$$\partial P/\partial t = D_A(\partial/\partial x)\partial^{1-\alpha} P/\partial t^{1-\alpha},$$

где D_A — коэффициент аномальной диффузии. Использование его решения $P(x,t) = N(D_A t^\alpha)^{-1} \times q(x(D_A t^\alpha)^{-1}; 1, \alpha, 1)$ (где $q(x; 1, \alpha, 1)$ — дробно-устойчивая плотность [19]) для расчета переходного фототока [1]

$$I(t) = \frac{e}{L} \int_0^L x P(x,t) dx - e \frac{d}{dt} \int_0^L P(x,t) dx$$

дает выражение, совпадающее с (4), если в нем сделать замену $l\omega^\alpha/A = \mu E\omega^{\alpha-1}/A \rightarrow D_A$.

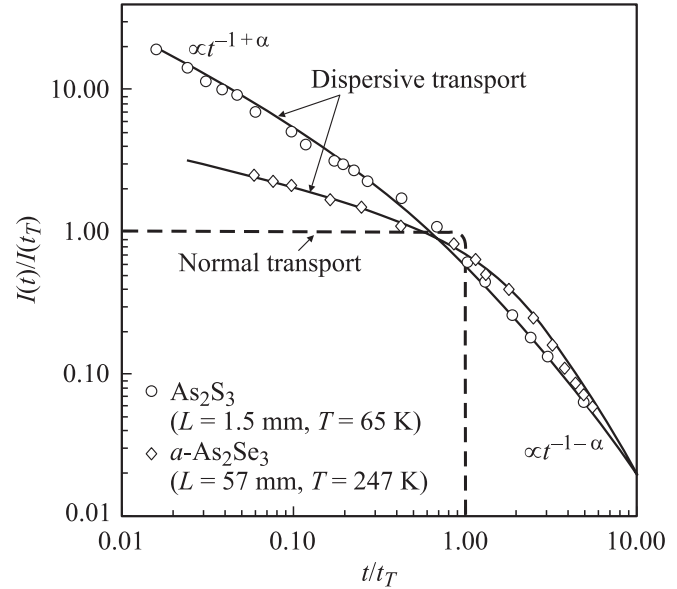


Рис. 1. Приведенная плотность переходного тока. Точки — экспериментальные данные для стеклообразного As_2S_3 [25] и для $a\text{-As}_2\text{Se}_3$ [26], линии — расчет по формуле (4) с подгоночными параметрами α и t_T .

На рис. 1 показано сопоставление теоретических кривых временной зависимости переходного тока, вычисленных по формуле (4), с экспериментальными данными. Проведем асимптотический анализ выражения (4). При достаточно малых временах, когда $t < t_T$ (выражение для t_T будет получено далее) и s_0 мало, используя формулу для моментов односторонних устойчивых распределений [16,20]

$$\int_0^{\infty} s^{-\alpha} g^{(\alpha,1)}(s) ds = \frac{1}{\Gamma(1+\alpha)},$$

получаем

$$I(t) \approx \frac{e\mu EN \sin \pi\alpha}{\pi L \Gamma(1+\alpha)} (\omega t)^{-1+\alpha}, \quad t < t_T. \quad (6)$$

При больших временах, когда $s_0 \gg 1$, плотность $g^{(\alpha,1)}(s)$ может быть представлена как [16,20]

$$g^{(\alpha,1)}(s) \approx \frac{\Gamma(1+\alpha) \sin \pi\alpha}{\pi s^{\alpha+1}},$$

что приводит к асимптотике

$$I(t) \approx \frac{e\mu EN L \alpha \Gamma(1+\alpha)}{2l^2} (\omega t)^{-1-\alpha}, \quad t > t_T. \quad (7)$$

Приравнявая (6) и (7) между собой, для параметра t_T получаем

$$t_T = \omega^{-1} \left[\frac{L\omega}{\mu E} \sqrt{\frac{A}{2}} \Gamma(1+\alpha) \right]^{1/\alpha}. \quad (8)$$

Из последней формулы видно, что при фиксированной температуре приходим к известному соотношению [1,4,10] $t_T \propto (L/E)^{1/\alpha}$. Дрейфовая подвижность определяется по формуле

$$\mu_D = L/Et_T. \quad (9)$$

4. Дисперсионный перенос и перколяция

Задачу о прыжковой проводимости можно непосредственно свести к перколяционным задачам связей или узлов [1]. Бесконечный перколяционный кластер выше порога протекания имеет фрактальную структуру на масштабах, не превышающих некоторый масштаб ξ (ξ — корреляционная длина). На масштабах, больших ξ , бесконечный кластер выглядит статистически однородным и имеет размерность, равную евклидовой размерности пространства, в котором он находится. Для определения особенностей переноса необходимо знать распределение времени пребывания носителей заряда во фрактальных фрагментах перколяционного кластера. В работе [27] утверждается, что на расстояниях меньше корреляционной длины перенос частиц происходит в режиме субдиффузии.

В работе [28] выдвинута фрактальная модель пористых полупроводников: пористый кремний представляется как множество кластеров атомов кремния, окруженных комплексами SiO_x . Вследствие разброса по размерам как нанокристаллитов, так и расстояний между ними пористый кремний является неупорядоченной структурой. Исследование переходного фототока с использованием время-пролетной методики в образцах пористого кремния, подвергнутых длительному хранению на воздухе, привело авторов работы [7] к выводу о существенном влиянии локализованных состояний на процесс переноса заряда. Установленные в результате анализа экспериментальных данных [6] значения дисперсионного параметра переноса превышают значения, предсказываемые моделью многократного захвата. По предположению авторов работы [6], для объяснения такого расхождения следует допустить наличие дополнительного размытия дрейфующего пакета, обусловленного распределением носителей заряда по подвижности вследствие неоднородности структуры слоя пористого кремния.

В работе [5] экспериментально получены температурные зависимости дисперсионного параметра в образцах пористого кремния, которые противоречат модели многократного захвата, в которой $\alpha \propto T$. Как же можно объяснить слабую зависимость дисперсионного параметра от температуры, если в интервале исследуемых температур механизм туннелирования уже не может доминировать?

В рамках перечисленных предположений перколяционной модели дисперсионный параметр слабо зависит от температуры и определяется во многом пористостью

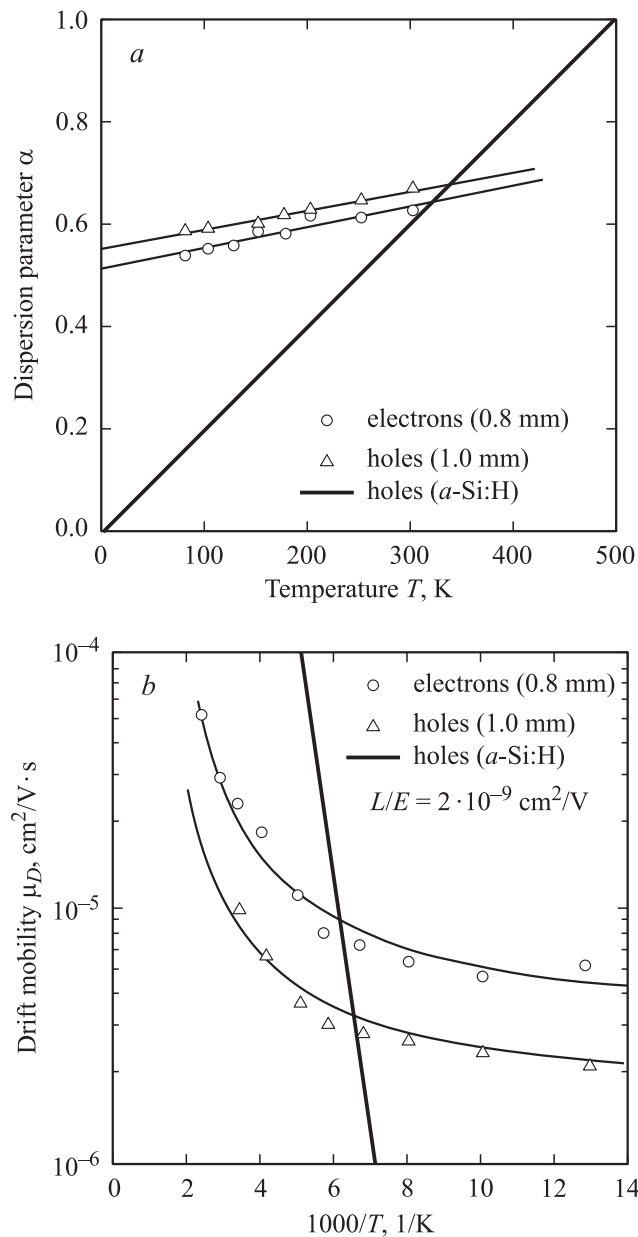


Рис. 2. *a* — температурная зависимость дисперсионного параметра в слое пористого кремния при дисперсионном переносе: точки — экспериментальные данные [5] для электронов и дырок, линии — линейная аппроксимация. *b* — температурная зависимость дрейфовой подвижности: точки — экспериментальные данные [5] для электронов и дырок, линии — расчет по формулам (8), (9). *a*, *b*: толстая линия — экспериментальные данные для дырок в гидрогенизированном аморфном кремнии [29].

среды и ее структурой. Особенности дисперсионного переноса сохраняются, поскольку время пребывания во фрактальных фрагментах перколяционного кластера распределено по асимптотически степенному закону [19].

Применим наши предположения к экспериментальным результатам работы [5]. Если аппроксимировать полученную в этой работе температурную зависимость

дисперсионного параметра линейной $\alpha = c_1 T + c_2$, где c_1 — малый коэффициент, то вычисленная по формулам (8), (9) температурная зависимость дрейфовой подвижности хорошо согласуется с экспериментальными данными, полученными в той же работе [5] (см. рис. 2).

5. Диффузия носителей при дисперсионном переносе

Уравнение диффузии свободных носителей с учетом захвата на локализованные состояния для времен, значительно превышающих время единичного захвата ω^{-1} , записывается в виде (см. уравнение (2))

$$\frac{\partial^\alpha P_d(x, t)}{\partial t^\alpha} = C^2 \frac{\partial^2 P_d(x, t)}{\partial x^2}, \quad C = \sqrt{D/A\omega^{1-\alpha}}.$$

Чтобы получить решение этого уравнения при различных начальных и граничных условиях, достаточно знать его функцию Грина, удовлетворяющую уравнению

$$\frac{\partial^\alpha G_d(x, t)}{\partial t^\alpha} = C^2 \frac{\partial^2 G_d(x, t)}{\partial x^2} + \delta(x)\delta(t)$$

при нулевых начальных условиях. Путем преобразования Лапласа последнего уравнения находим трансформанту, а затем и саму функцию Грина:

$$G_d(x, t) = (C|x|)^{-2/\alpha} g^{(\alpha/2, 1)}(t(C|x|)^{-2/\alpha}).$$

Для полной концентрации уравнение выглядит так:

$$\frac{\partial P(x, t)}{\partial t} = C^2 \frac{\partial^{1-\alpha} P(x, t)}{\partial t^{1-\alpha}} \frac{\partial^2 P(x, t)}{\partial x^2}.$$

Функция Грина для этого уравнения [30]

$$G(x, t) = (Ct)^{-\alpha/2} q((Ct)^{\alpha/2}(x - \xi); 2, \alpha, 0),$$

где

$$q(x; 2, \alpha, 0) = \frac{1}{\alpha|x|^{1+2/\alpha}} g^{(\alpha/2, 1)}(|x|^{-2/\alpha})$$

— дробно-устойчивая плотность [19,20].

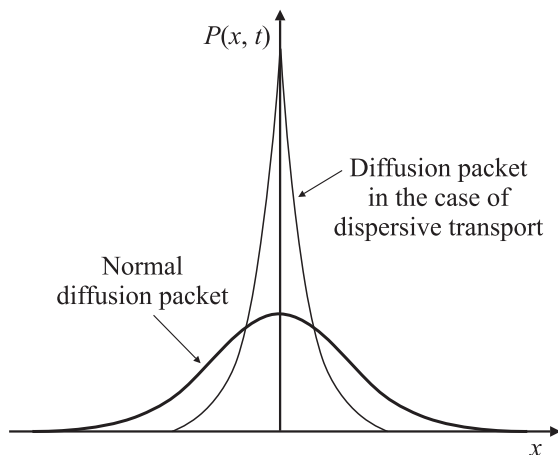


Рис. 3. Формы диффузионных пакетов при нормальном и дисперсионном переносе.

Если $\alpha \rightarrow 1$, то

$$q(x; 2, 1, 0) = (2\pi)^{-1/2} \exp(-x^2/2),$$

т.е. при $\alpha \rightarrow 1$ дробно-устойчивые распределения переходят в нормальное, а обобщенные уравнения переходят в обычные уравнения диффузии и дрейфа.

На рис. 3 показано различие форм диффузионных пакетов при нормальном и дисперсионном переносе. При дисперсионном переносе вершина диффузионного пакета носителей острая. При нормальной диффузии имеет место закон $\Delta(t) \propto t^{1/2}$, ширина диффузионного пакета $\Delta(t)$ при дисперсионном переносе увеличивается со временем по закону $\Delta \propto t^{\alpha/2}$.

С помощью полученных функций Грина можно рассчитывать распределение концентраций делокализованных и захваченных в ловушки носителей заряда в диффузионных процессах, происходящих в неупорядоченных полупроводниках при дисперсионном переносе.

6. Заключение

Для полученного обобщенного уравнения диффузии-дрейфа в модели многократного захвата найдены аналитические решения, которые могут использоваться при анализе переходных процессов в структурах на основе неупорядоченных полупроводников. Важной особенностью этого уравнения является то, что подвижность и коэффициент диффузии не зависят от времени, в отличие от уравнения неравновесного транспорта, применяемого в работах [10,14].

Уравнение остается справедливым с некоторыми изменениями и в случае прыжкового переноса. Более того, оно может быть выведено в STRW-модели (continuous time random walk) (подробнее см. [16,17,19,20]) в предположении только о степенном распределении времен пребывания носителей в локализованных состояниях.

Решения обобщенных уравнений диффузии и дрейфа выражены через дробно-устойчивые плотности. При $\alpha \rightarrow 1$ дробно-устойчивые распределения переходят в нормальное, а обобщенные уравнения переходят в обычные уравнения диффузии и дрейфа. Таким образом, нормальный и дисперсионный перенос с помощью дробно-дифференциального подхода описываются в рамках единой математической модели.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 0402-16571) и фонда некоммерческих программ „Династия“.

Список литературы

- [1] И.П. Звягин. *Кинетические явления в неупорядоченных полупроводниках* (М., Мир, 1984).
- [2] G. Pfister. *Phys. Rev. Lett.*, **33**, 1474 (1974).
- [3] M.E. Sharfe. *Bull. Am. Phys. Soc.*, **18**, 454 (1973).
- [4] H. Scher, E.W. Montroll. *Phys. Rev. B*, **12**, 2455 (1975).

- [5] P.N. Rao, E.A. Schiff, L. Tsybeskov, P. Fauchet. *Chem. Phys.*, **284**, 129 (2002).
- [6] Н.С. Аверкиев, Л.П. Казакова, Н.Н. Смирнова. *ФТП*, **36**, 355 (2002).
- [7] Н.С. Аверкиев, Л.П. Казакова, Ю.П. Пирятинский, Н.Н. Смирнова. *ФТП*, **37**, 1244 (2003).
- [8] Л.П. Казакова, М.Г. Мынбаева, К.Д. Мынбаев. *ФТП*, **38**, 1118 (2004).
- [9] M. Silver, L. Cohen. *Phys. Rev. B*, **15**, 3276 (1977).
- [10] В.И. Архипов, А.И. Руденко, А.М. Андриеш, М.С. Иову, С.Д. Шутов. *Нестационарные инжекционные токи в неупорядоченных твердых телах* (Кишинев, 1983).
- [11] T. Tiedje, A.W. Rose. *Sol. St. Commun.*, **37**, 49 (1981).
- [12] В. Спир. В кн.: *Аморфный кремний и родственные материалы*, под ред. Х. Фришше (М., Мир, 1991).
- [13] В.И. Архипов, Л.П. Казакова, Э.А. Лебедев, А.И. Руденко. *ФТП*, **22** (4), 723 (1988).
- [14] В.И. Архипов, В.Р. Никитенко. *ФТП*, **23**, 978 (1989).
- [15] В.В. Учайкин, Р.Т. Сибатов. *ОППМ*, **12**, 540 (2005).
- [16] V.V. Uchaikin, V.M. Zolotarev. *Chance and Stability* (Utrecht, The Netherlands, VSP, 1999).
- [17] В.В. Учайкин. *ЖЭТФ*, **115** (6), 2113 (1999).
- [18] Т. Тиджи. В кн.: *Физика гидрогенизированного аморфного кремния*. Вып. 2. *Электронные и колебательные свойства*, под ред. Дж. Джоунопулоса, Дж. Люковски (М., Мир, 1988).
- [19] В.В. Учайкин. *ЖЭТФ*, **124** [4(10)], 903 (2003).
- [20] В.В. Учайкин. *УФН*, **173** (8), 847 (2003).
- [21] Г.Г. Гусаров, Д.А. Коробко, В.А. Орлов, В.В. Учайкин. *Уч. записки УлГУ, Сер. физ.*, вып. 6, 26 (1999).
- [22] J.K.E. Tunaley. *J. Appl. Phys.*, **43**, 4783 (1972).
- [23] В. Феллер. *Введение в теорию вероятностей и ее приложения* (М., Мир, 1967).
- [24] I. Podlubny. *Fractional Differential Equations* (Academic Press, N. Y.–London, 1999).
- [25] С.Д. Шутов, М.А. Иову, М.С. Иову. *ФТП*, **13**, 956 (1979).
- [26] R.G. Enck, G. Pfister. In: *Photoconductivity and Related Phenomena* (Elsevier, New York, 1976) ch. 7.
- [27] А.М. Дыхне, П.С. Кондратенко, Л.В. Матвеев. *Письма ЖЭТФ*, **80** (6), 464 (2004).
- [28] V.M. Aroutiounian, M.Zh. Ghoolinian, H. Tributsch. *Appl. Surf. Sci.*, **162–163**, 122 (2000).
- [29] Q. Gu, Q. Wang, E.A. Schiff, Y.-M. Li, C.T. Malone. *J. Appl. Phys.*, **76**, 2310 (1994).
- [30] V.V. Uchaikin, R.T. Sibатов. *Res. Rep.* 4/04, NG1 4BU, Nottingham (2004).

Редактор Л.В. Шаронова

Fractional differential kinetics of charge transport in disordered semiconductors

R.T. Sibатов, V.V. Uchaikin

Ulyanovsk State University,
432700 Ulyanovsk, Russia

Abstract In our previous works the expression for the time dependence of transient photocurrent in amorphous semiconductors was obtained. This expression contains stable density with the exponent α , where α is the dispersion parameter. Propagators for a carrier packet were expressed through fractional stable densities with the exponent α . In the present work the generalized equations of diffusion and drift dispersive transport of charge carriers in disordered semiconductors are obtained. These equations contain the Riemann-Liouville fractional derivative. The fundamental solution of the fractional differential equation is obtained in terms of fractional densities. When $\alpha \rightarrow 1$, the fractional stable distribution becomes Gaussian distribution and the generalized equation reduces to the ordinary diffusion equation. Thus, the normal and dispersive transport processes are described within the same mathematical model.