

## ИК экранирование оконных стекол

© М.В. Давидович

Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского, Саратов, Россия

e-mail: davidovichmv@info.sgu.ru

Поступила в редакцию 01.01.2025 г.

В окончательной редакции 23.07.2025 г.

Принята к публикации 20.02.2026 г.

Рассмотрены возможности выполнения покрытий на оконных стеклах, позволяющих снизить пропускание ИК диапазона на несколько порядков при сохранении прозрачности в оптическом диапазоне. Покрытия предполагается выполнять из нескольких металлических наноразмерных слоев, чередующихся со слоями  $\text{SiO}_2$ , а также в виде внедрения металлических наночастиц в стекло. Для прозрачности в оптическом диапазоне предполагается использовать эффект резонансного туннелирования фотонов.

**Ключевые слова:** оконные стекла, диэлектрическая проницаемость, гомогенизация, резонансное туннелирование, плазмоны, металлические наночастицы.

DOI: 10.61011/OS.2026.03.62779.7385-25

## Введение

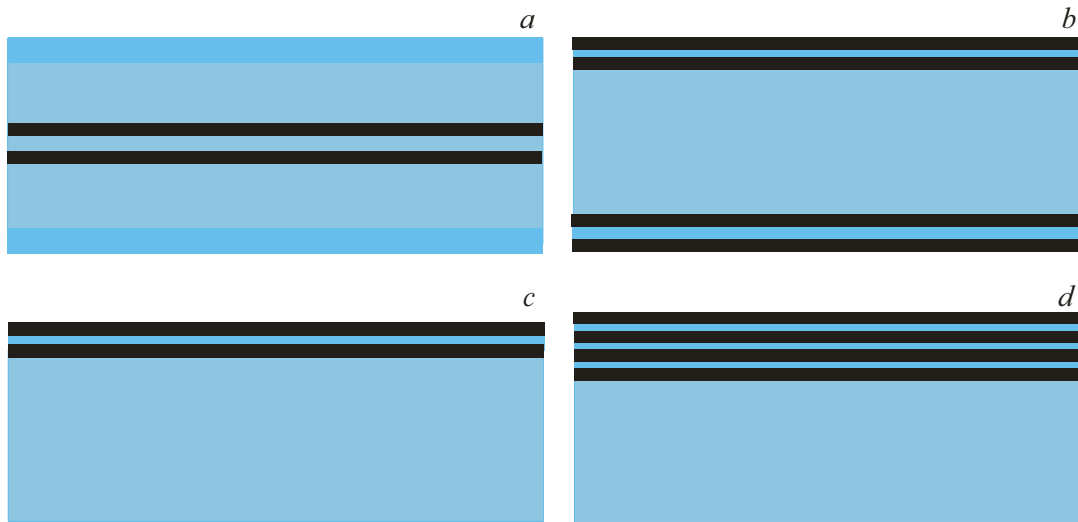
К оконным стеклам в настоящее время предъявляются весьма высокие требования различного характера [1]. Одним из важнейших требований является свойство не пропускать излучение ИК диапазона и пропускать весь оптический диапазон. Это связано с тем, что стенки зданий практически не пропускают излучение ИК диапазона, но обычные оконные стекла пропускают его весьма хорошо. Выполнение экранирующих ИК излучение оконных стекол позволяет экономить от 10 до 30 и более процентов энергии, необходимой для отопления или охлаждения зданий, что при относительно малых затратах на технологию производства стекол позволяет экономить огромные средства в масштабах дома, города или страны. При комнатной температуре  $T_0$  порядка 300 К внутри здания тепловое излучение в нем можно с достаточно хорошим приближением считать равновесным планковским, т.е. эквивалентным излучению абсолютно черного тела. Пусть комнатная температура  $T_0 = 27^\circ\text{C}$ . Если температура на улице  $T = -23^\circ\text{C}$ , что часто имеет место зимой, то при разности температур порядка  $50^\circ$  тепловой поток через окна здания наружу (без учета небольшого отражения и поглощения в стеклах) весьма велик (394 Вт с квадратного метра). Если же температура на улице летом  $T = 37^\circ\text{C}$  (что также часто имеет место), то разность температур будет десять градусов, и соответствующий поток внутрь в шесть раз меньше, но тоже существен. Площадь поверхности окон может быть порядка 20% от поверхности здания и даже более. Если в здании нет других утечек тепла, то основной его поток идет через окна. Максимальная плотность теплового излучения

$$u_p = \hbar\omega^3 n / (\pi^2 c^3),$$

где введена функция Бозе-Эйнштейна

$$f_{FD}(\omega, T) = n = [\exp(\hbar\omega / (k_B T)) - 1]^{-1}$$

(химический потенциал для фотонов нулевой). Если площадь окон  $S$ , то поток энергии в секунду через почти прозрачные оконные стекла есть  $P = \sigma_{SB} S (T^4 - T_0^4)$  Вт. Здесь  $\sigma_{SB}$  — постоянная Стефана–Больцмана. Максимум потока при температурах  $300 \pm 50$  К лежит в диапазоне длин волн от 8.27 до  $11.59 \mu\text{m}$ , т.е. в середине ИК диапазона. Таким образом, задача состоит в экранировании ИК диапазона с максимумом экранирования для длин волн порядка  $10 \mu\text{m}$  при достаточно хорошем пропускании в оптической области. Для реализации оптической прозрачности структура стекла должна быть симметричной относительно центра (рис. 1, *a, b*), при этом обеспечивая резонансное прохождение на центральной частоте оптического диапазона порядка 550 нм. Структура рис. 1, *a* более предпочтительна, поскольку ее характеристика прозрачности менее изрезана. Однако задачу решают и несимметричные структуры (рис. 1, *c, d*), включая квазипериодические. Они технологически более сложны для изготовления. Структуру рис. 1, *a* можно выполнить, нанося отражающий слой на двух половинах стекла и затем соединяя их. Хорошо отражают электромагнитное излучение металлы. В оптике тонкие пленки металлов с толщиной в десятки нм являются полупрозрачными. В микроволновом диапазоне глубина проникновения поля существенно больше таких толщин и растет с ростом длины волны, а коэффициент отражения уменьшается. В работах [2,3] рассмотрены многослойные экраны с такими пленками и чередующимися слоями диэлектрика, например  $\text{SiO}_2$ , расположенные на оконном стекле. Их можно выполнить на стекле толщиной в несколько мм. Тогда рассматриваемая задача экранирования состоит в синтезе оптимальной структуры



**Рис. 1.** Схематическое изображение несимметричной (a), симметричной (b) и (c), а также квазипериодической (d) с четырьмя периодами структур на оконном стекле: темные слои — металлические, светлые голубые — стеклянные диэлектрические.

такого покрытия на стекле. При этом возможно сильное подавление пропускания ИК излучения при сохранении хорошей прозрачности в оптическом диапазоне [2,3]. В СВЧ диапазоне с ростом длины волны прозрачность также улучшается, что, например, важно для сотовой связи. Однако технологически выполнить многослойное покрытие сложно и дорого. Наиболее простое дешевое и хорошо отражающее покрытие может состоять из двух или трех слоев.

Цель настоящей работы состоит в получении простых соотношений, позволяющих рассчитывать трехслойные покрытия с двумя тонкими металлическими пленками, в строгой оценке эффективности таких покрытий, а также в обосновании возможности получения покрытий путем внедрения в стекла металлических наночастиц (см., например, [1]).

## Металлические слоистые структуры

Будем моделировать диэлектрическую проницаемость металла формулой Друде-Лоренца

$$\varepsilon_m = \varepsilon_L - \omega_p^2 / (\omega^2 - i\omega\omega_c), \quad (1)$$

при этом определяющий оптические свойства металла член Лоренца  $\varepsilon_L$  будем считать действительной константой порядка 10, задавать плазменную частоту  $\omega_p = 2\pi c / \lambda_p$  и частоту столкновений  $\omega_c$ , определяя их из экспериментальных данных. Учет резонансных частот в члене Лоренца важен в УФ области, где следует учитывать электронные межзонные переходы и переходы между атомными уровнями. Для наших целей вполне достаточно считать этот член постоянным. Так, для серебра можно взять  $\varepsilon_L = 9.3$ ,  $\omega_p = 1.57 \cdot 10^{16}$  Hz,  $\omega_c = 3.56 \cdot 10^{13}$  Hz, а для

меди  $\varepsilon_L = 13.09$ ,  $\omega_p = 1.65 \cdot 10^{16}$  Hz,  $\omega_c = 5.41 \cdot 10^{13}$  Hz. Указанные параметры определяем, зная концентрацию свободных электронов в зоне проводимости, проводимость на постоянном токе  $\sigma_0 = \varepsilon_0 \omega_p^2 / \omega_c$  и экспериментальную частоту перехода величины  $\text{Re}(\varepsilon_m(\omega))$  через ноль. Для определения оптических свойств металлов мы пользуемся результатами работ [4,5]. Использовать серебро дорого, поэтому приемлемыми металлами являются медь, алюминий, никель, вольфрам, хром, кобальт, свинец, железо и некоторые другие. Будем рассматривать нанесенную на стекло трехслойную структуру в виде двух слоев металла толщины  $t_m$ , разделенных слоем диэлектрика толщины  $t_d$  (рис. 1, a). Диэлектрический слой рассматриваем как SiO<sub>2</sub> с диэлектрической проницаемостью (ДП)  $\varepsilon_d = 3.2$ . Если ДП стекла другая, что возможно при изменении плотности, температуры, добавлении примесей, то размеры структуры можно скорректировать, изменяя их пропорционально квадратному корню отношения проницаемостей. Структура рис. 1, b лучше экранирует ИК диапазон, но технологически более сложна в изготовлении и более дорогая. Это же относится и к квазипериодической структуре (d). Строгий расчет можно произвести методом матриц переноса [2], который позволяет определить коэффициенты амплитудного отражения  $R$  и прохождения  $\tilde{T}$ . При этом возможно рассматривать падение излучения под разными углами, а также с разными поляризациями. Также применим более простой метод, основанный на трансформации импедансов. Он позволяет определить коэффициент отражения, если пренебречь диссипацией. Потери в рассматриваемой структуре малы, поэтому для коэффициента прохождения можно приближенно написать  $|\tilde{T}(\omega)| = \sqrt{1 - |R(\omega)|^2}$ . Нормированные импедансы

Е-волны и Н-волны в среде с ДП  $\varepsilon$  соответственно есть

$$\rho_d^e(\omega) = \sqrt{k_0^2 \varepsilon - k_{\perp}^2} / (k_0 \varepsilon), \quad \rho_d^h(\omega) = k_0 / \sqrt{k_0^2 \varepsilon - k_{\perp}^2}.$$

Здесь  $k_{\perp}^2 = k_x^2 + k_y^2$ , экран расположен нормально к оси  $z$ , в диэлектрической среде  $k_0^2 \varepsilon = k_x^2 + k_y^2 + k_{zd}^2$ , а в вакууме (воздухе) имеем связь компонент:  $k_0^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_{z0}^2$ . В этом случае  $\varepsilon = 1$ . Такие импедансы будем обозначать нолем вместо единицы:  $\rho_0^{e,h}(\omega)$ , импедансы для металла — как  $\rho_m^{e,h}(\omega)$ , а для диэлектрика — как  $\rho_d^{e,h}(\omega)$ . Для падающей волны

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_0 \exp(ik_0 t/c - i(k_x x + k_y y + k_z z))$$

компоненты определяют направляющие косинусы. Имеем входной (поверхностный) импеданс на поверхности стекла в области расположения структуры

$$Z_1^{e,h}(\omega) = \rho_d^{e,h}(\omega) \frac{\rho_0^{e,h}(\omega) + i\rho_d^{e,h}(\omega) \tan(k_{zd} t_0)}{\rho_d^{e,h}(\omega) + i\rho_0^{e,h}(\omega) \tan(k_{zd} t_0)}. \quad (2)$$

Здесь  $t_0$  — толщина оконного стекла. Импеданс на границе ближайшего к стеклу металлического слоя равен

$$Z_2^{e,h}(\omega) = \rho_m^{e,h}(\omega) \frac{Z_1^{e,h}(\omega) + i\rho_m^{e,h}(\omega) \tan(k_{zm} t_m)}{\rho_m^{e,h}(\omega) + iZ_1^{e,h}(\omega) \tan(k_{zm} t_m)}. \quad (3)$$

Импеданс на границе слоя  $\text{SiO}_2$  дается как

$$Z_3^{e,h}(\omega) = \rho_d^{e,h}(\omega) \frac{Z_2^{e,h}(\omega) + i\rho_d^{e,h}(\omega) \tan(k_{zd} t_d)}{\rho_d^{e,h}(\omega) + iZ_2^{e,h}(\omega) \tan(k_{zd} t_d)}. \quad (4)$$

Импеданс на границе всей структуры равен

$$Z_4^{e,h}(\omega) = \rho_m^{e,h}(\omega) \frac{Z_3^{e,h}(\omega) + i\rho_m^{e,h}(\omega) \tan(k_{zm} t_m)}{\rho_m^{e,h}(\omega) + iZ_3^{e,h}(\omega) \tan(k_{zm} t_m)}. \quad (5)$$

Теперь имеем

$$R^{e,h} = (Z_4^{e,h}(\omega) - \rho_0^{e,h}(\omega)) / (Z_4^{e,h}(\omega) + \rho_0^{e,h}(\omega)).$$

Эти коэффициенты соответствуют расположению тонкой трехслойной структуры на относительно толстом оконном стекле. Основные величины, которую мы рассматриваем — квадраты модулей  $|R^{e,h}|^2$ , т.е. энергетические коэффициенты отражения. Они должны быть минимальны на средней частоте оптического диапазона. На средней частоте рассматриваемого ИК диапазона эти величины должны быть максимальными. Имеется два независимых параметра  $t_d$  и  $t_m$ . В качестве центральных длин волн этих диапазонов берем  $\lambda_1 = 0.55 \mu\text{m}$ ,  $\lambda_2 = 10 \mu\text{m}$  (для температуры 300 К). Можно оптимизировать величины  $|R^{e,h}|^2$  порознь, и тогда имеем четыре уравнения для двух неизвестных. Мы, однако, будем оптимизировать величину  $|A(\omega)|^2 (|R^e(\omega)|^2 + |R^h(\omega)|^2)$  на двух частотах по двум параметрам  $t_d$  и  $t_m$ . Строго говоря, эту величину надо интегрировать по частоте, где

квадрат амплитуды можно связать с плотностью теплового планковского излучения  $u_p = \hbar \omega^3 n(\omega, T) / (\pi^2 c^3)$  в виде  $|A(\omega)|^2 = u_p(\omega, T) / 2$ . Здесь  $n$  — плотность фотонов. Тепловой поток в направлении  $z$  теперь имеет вид

$$P(T_0) = \frac{S}{2} \int_0^{\infty} u_p(\omega, T_0) (|\tilde{T}^e(\omega, T_0)|^2 + |\tilde{T}^h(\omega, T_0)|^2) d\omega. \quad (6)$$

Эту величину с хорошей точностью можно заменить на

$$P(\omega, T_0) = \frac{S}{2} \times \int_0^{\infty} u_p(\omega, T_0) (2 - |R^e(\omega, T_0)|^2 - |R^h(\omega, T_0)|^2) d\omega. \quad (7)$$

Здесь множитель  $1/2$  означает, что рассматривается падающий на стекло поток. Для разностного потока надо вычислить (6) для температуры  $T$  и взять разность. Если структура хорошо прозрачная, получим

$$\Delta P = P(T_0) - P(T) = S \sigma_{SB} (T_0^4 - T^4).$$

Рассмотрим случай падения теплового потока на бесконечное полупространство из диэлектрика. Имеем

$$\begin{aligned} R^e(\omega, k_{\perp}) &= (k_{zd}(\omega, k_{\perp}) - \varepsilon k_{z0}(\omega, k_{\perp})) \\ &\quad / (k_{zd}(\omega, k_{\perp}) + \varepsilon k_{z0}(\omega, k_{\perp})), \\ R^h(\omega, k_{\perp}) &= (k_{z0}(\omega, k_{\perp}) - k_{zd}(\omega, k_{\perp})) \\ &\quad / (k_{z0}(\omega, k_{\perp}) + k_{zd}(\omega, k_{\perp})). \end{aligned}$$

Основной вклад в отражение теплового потока вносят моды, падающие под малыми углами. Это же можно констатировать и для сложной структуры с экранами. Поэтому достаточно рассматривать нормальное падение излучения. Задача еще более упрощается, если рассмотреть структуру с точки зрения резонансного туннелирования [6,7]. Такое туннелирование в недиссипативной структуре предполагает равенство коэффициентов отражения нулю. Этот эффект, например, имеет место в квантовой механике. В диссипативной электродинамической структуре коэффициент отражения может быть мал, но не нулевой. Необходимо сделать структуру прозрачной в середине оптического диапазона. Строгий расчет размеров, обеспечивающих условие минимума  $|R^e|^2 + |R^h|^2$ , сложен. В первом приближении возьмем полуволновую толщину слоя  $t_d$  диэлектрика. В нашем случае это 159 nm. Размер  $t_m$  для металлического включения выбираем из условия максимального отражения на длине волны максимума планковского излучения для  $T = 300 \text{ K}$  ( $\lambda = 10 \mu\text{m}$ ). Эти размеры приближенные, и их далее следует оптимизировать на основе строгого подхода. Толщины оконных стекол порядка 3–5 mm являются весьма большими по сравнению с длинами волн ИК диапазона, поэтому квадрат модуля

коэффициента отражения колеблется в окрестности рассматриваемой частоты в пределах от 0 до величины  $(\sqrt{\varepsilon_d} - 1)^2 / (\sqrt{\varepsilon_d} + 1)^2 = 0.07$  и равен на произвольной частоте

$$|R(\omega)|^2 = \frac{(\varepsilon_d - 1) \tan(k_0 \sqrt{\varepsilon_d} t_0)}{\sqrt{4\varepsilon_d + (\varepsilon_d + 1)^2 \tan^2(k_0 \sqrt{\varepsilon_d} t_0)}}.$$

Эта величина мала по сравнению с отражением от структуры ИК экрана, поэтому при приближенном расчете стекло можно не учитывать. Учитывая сказанное, получаем приближенный энергетический коэффициент отражения структуры  $|R_0|^2$ . Поскольку частота столкновений  $\omega_c$  существенно меньше рассматриваемой центральной частоты ИК диапазона, можно считать  $\varepsilon_m$  большой отрицательной величиной, а величины

$$\rho_m = -i/\sqrt{|\varepsilon_m|}, \quad k_z = -ik_0/\sqrt{|\varepsilon_m|},$$

$$\tan(k_z t_m) = -i \tan h(k_0 t_m \sqrt{|\varepsilon_m|}) = -i\alpha$$

мнимыми. При этом  $\rho_m$  мала по модулю, а  $\alpha = 1 - \delta$ . Это означает, что должно быть  $t_m \geq 20$  nm,  $\sqrt{|\varepsilon_m|} \sim \lambda_2/\lambda_p \approx 100$ ,  $\lambda_p \approx 100$  nm. При этом  $\alpha = \tan h(2\pi t_m/100) = 1 - \delta$ ,  $\delta \ll 1$ . Итак, считаем в ИК диапазоне величину  $|\varepsilon_m|$  большой,  $k_z \approx -ik_0\sqrt{|\varepsilon_m|}$ , при этом толщина металлического слоя такая, что  $\tan(k_z t_m) = -i(1 - \delta)$ ,  $\delta \ll 1$ ,  $|\rho_m| = 1/\sqrt{|\varepsilon_m|} \ll 1$ . Тогда входной нормированный импеданс на границе металлического и диэлектрического слоев равен

$$Z_1 = \rho_m \frac{Z_0 + i\rho_m \tan(k_z t_m)}{\rho_m + iZ_0 \tan(k_z t_m)} \approx -i|\rho_m|(1 + \delta(1 + i|\rho_m|)). \quad (8)$$

В ней нормированный импеданс вакуума  $Z_0 = 1$ . Можно пренебречь малой действительной частью и взять  $Z_1 \approx -i|\rho_m|(1 + \delta)$ . В диэлектрике  $k_z t_d \ll 1$ , и можно взять  $k_z \approx k_0\sqrt{\varepsilon_d}$ . Тогда входной импеданс на границе второго металлического слоя равен

$$Z_2 = \rho_d \frac{Z_1 + i\rho_d k_0 \sqrt{\varepsilon_d} t_d}{\rho_d + iZ_1 k_0 t_d \sqrt{\varepsilon_d}} \approx -i(\rho_d \beta \sqrt{\varepsilon_d} - |\rho_m|(1 + \delta)) + \delta|\rho_m|^2,$$

где  $\beta = k_0 t_d$ . Пренебрегая весьма малым действительным членом, его также можно считать мнимым:  $Z_2 = i\tilde{Z}_2$ . Входной импеданс всей структуры  $Z_3$  дается левой частью формулы (8), в которой  $Z_0 = 1$ , следует заменить на  $Z_2$ , при этом он также почти мнимый:  $Z_3 \approx -i\tilde{Z}_3$ , причем

$$\tilde{Z}_3 \approx |\rho_m| \frac{(\rho_d \beta \sqrt{\varepsilon_d} - |\rho_m|(1 + \delta)) - |\rho_m|(1 - \delta)}{(\rho_d \beta \sqrt{\varepsilon_d} - |\rho_m|(1 + \delta))(1 - \delta) - |\rho_m|} \approx |\rho_m|.$$

Поэтому

$$R_0 = (Z_3 - Z_0)/(Z_3 + Z_0) \approx -(1 - i\tilde{Z}_3)^2/(1 + \tilde{Z}_3^2)$$

и  $|R_0|^2 \approx 1$ . Из-за диссипации  $|R_0|^2$  несколько меньше единицы. Используя (8), получим

$$Z_3 \approx -i|\rho_m| + |\rho_m|^2 \delta / [|\rho_m| - \tilde{Z}_2(1 - \delta)],$$

и энергетической коэффициент отражения

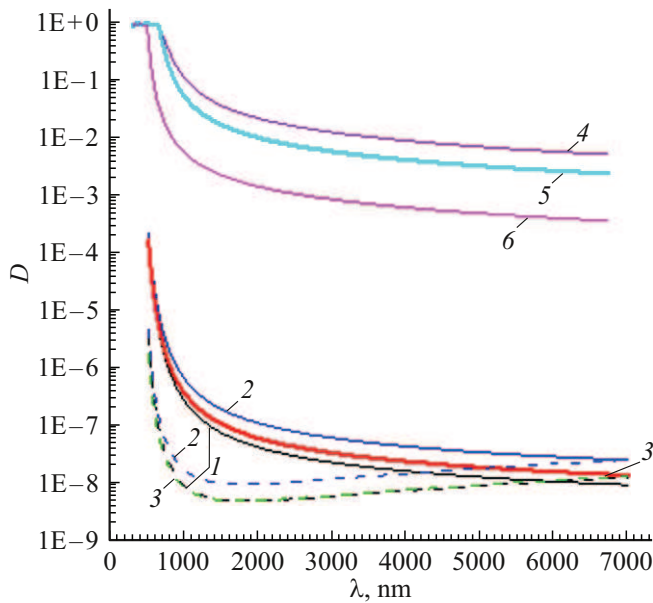
$$|R_0|^2 = \frac{(|\rho_m| - \tilde{Z}_2(1 - \delta) - |\rho_m|^2 \delta)^2 + |\rho_m|^2}{(|\rho_m| - \tilde{Z}_2(1 - \delta) + |\rho_m|^2 \delta)^2 + |\rho_m|^2} \approx 1 - \frac{4|\rho_m|^2 \delta}{|\rho_m| - \tilde{Z}_2(1 - \delta)}.$$

В нем  $\rho_m \approx 1/\sqrt{\varepsilon_m}$ , а величина  $\delta$  зависит от толщины слоя металла. На оптических частотах  $|\varepsilon_m| \sim 1$ , и импеданс уже нельзя считать малым, а гиперболический тангенс мал. В этом случае  $\tan(k_z t_m) = -i|k_z|t_m$ , и, как нетрудно видеть, толщину металлических слоев можно выбрать так, чтобы в оптическом диапазоне  $|R_0|^2 \approx 0$ . При этом в ИК диапазоне  $|R_0|^2 \approx 1$ . Указанные толщины для серебра лежат в пределах от 20 до 80 nm.

В случае весьма тонких (порядка нескольких nm) слоев для обеспечения хорошего отражения в ИК диапазоне двух слоев металла недостаточно, поэтому требуется выполнять структуру из нескольких периодов чередующихся слоев металла и диэлектрика (рис. 1, *d*). Оценка дает величину  $1 - |R_0|^2 \sim 10^{-3}$  в ИК диапазоне при  $t_m = 20$  nm. Дальнейшее увеличение толщины металлических слоев не очень целесообразно.

На рис. 2 приведены строгие расчеты  $D = |\tilde{T}|$  для трех структур с 22 слоями металла (толщина структуры 440 nm) и с 5 слоями (толщинами 180 и 310 nm) путем вычисления полной матрицы переноса (передачи) [2]. Там же приведены соответствующие результаты (штриховые кривые) для гомогенизированных по Рытову [8] структур толщиной 440 nm. Отметим, что энергетическая прозрачность определяется  $D^2$ . Добавление дополнительного, шестого металлического слоя в структуру из 5 периодов создает симметричную структуру и сильно увеличивает загораживание (кривые 4 и 5). Структура с 22 периодами (44 слоями) прозрачна в УФ диапазоне, а две другие — в оптическом. Сдвиг диапазона прозрачности к низким частотам достигается увеличением толщин слоев. Хотя использование двух слоев приводит к результату на несколько порядков хуже [2], этого практически вполне достаточно для почти полного отсеечения ИК потока, при этом это наиболее дешевая технология нанесения слоев.

Использование полуволновой толщины стекла для центральной длины волны оптического диапазона не совсем корректно. Найдем точную частоту фотона, когда



**Рис. 2.** Модули коэффициентов прохождения в зависимости от длины волны (nm) на основе гомогенизации (штриховые кривые) и на основе строгой модели (сплошные кривые) для структуры  $t_m = t_d = 10$  nm с числом периодов 22 и толщиной структуры 440 nm. Кривые 1 — нормальное падение, кривые 2 — падение Е-моды, кривые 3 — падение Н-моды (угол падения  $\pi/4$ ). Кривые 4–6 построены для 5 периодов:  $t_m = 5$  nm,  $t_d = 25$  nm (4, 5) и  $t_m = 10$  nm,  $t_d = 50$  nm (6). Кривая 5 построена при 5 диэлектрических и 6 металлических слоях.

симметричная структура металл/диэлектрик/металл полностью прозрачна (в пренебрежении потерями). Возьмем длину волны  $\lambda_0 = 550$  nm и будем пренебрегать дисперсией ДП в ее окрестности. Уравнение (1) перепишем в длинах волн и пренебрежем диссипацией:  $\epsilon_m = \epsilon_L - \lambda^2/\lambda_p^2$ . Отсюда для серебра имеем  $\epsilon_m = -11.7$ . Нормированный трансформированный первым слоем серебра импеданс равен

$$Z_1 = -i|\rho_m| \frac{1 - i|\rho_m| \tan h(k_m t_m)}{-i|\rho_m| + \tan h(k_m t_m)} = 0.2352 - i0.4783.$$

Здесь взята толщина металла 20 nm,  $\tan h(k_m t_m) = 0.66$ ,  $|\rho_m| = 0.292$ . Если взять толщину 100 nm, то  $\tan h(k_m t_m) \approx 1$ , и тогда  $Z_1 = -i|\rho_m|$ . В центре диэлектрического слоя входной импеданс может быть либо бесконечным, либо нулевым. В первом случае

$$1 + iZ_1 \sqrt{\epsilon_d} \tan(k_0 \sqrt{\epsilon_d} t_d / 2) = 0,$$

а во втором

$$Z_1 \sqrt{\epsilon_d} + i \tan(k_0 \sqrt{\epsilon_d} t_d / 2) = 0.$$

Оба эти условия определяют комплексные резонансные частоты  $\omega_{1,2} = \omega'_{1,2} + i\omega''_{1,2}$  диэлектрического слоя, обложенного с двух сторон металлическими слоями.

Задача упрощается для толстых металлических слоев. В этом случае для магнитной стенки в центре имеем

$$t_d / \lambda_0 = \left[ 1 - \arctan(\rho_d / |\rho_m|) / \pi \right] / \sqrt{\epsilon_d},$$

а для электрической стенки

$$t_d / \lambda_0 = \left( 1 + \arctan(|\rho_m| / \rho_d) / \pi \right) / \sqrt{\epsilon_d}.$$

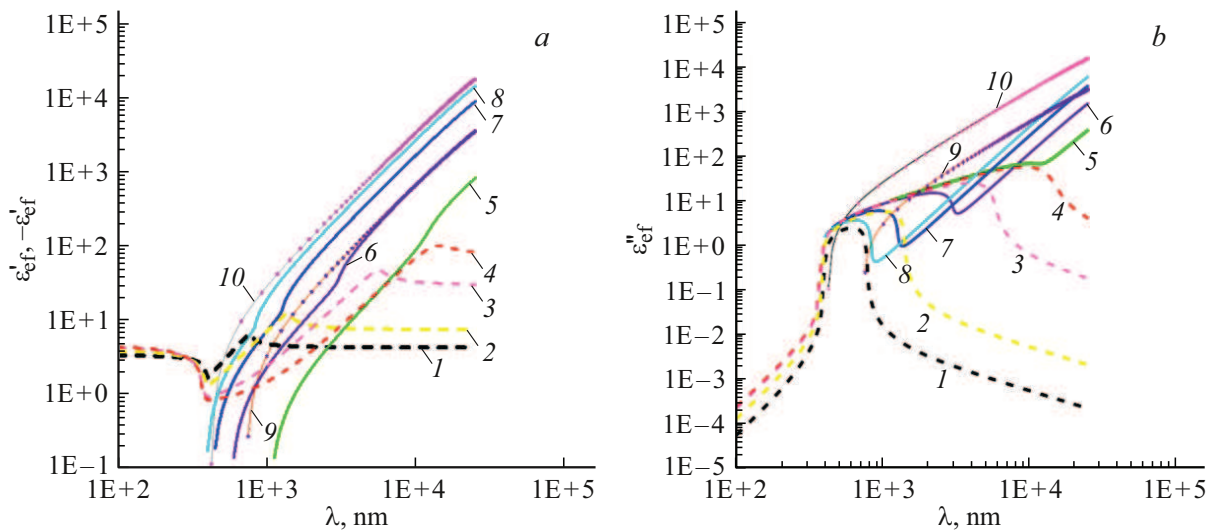
В случае магнитной стенки  $t_d / \lambda_0 = 0.375$ , что соответствует толщине  $t_d = 206$  nm, а в случае электрической стенки  $t_d = 365$  nm. Поскольку импеданс  $Z_1$  не нуль, можно реализовать случай электрической стенки без вариаций поля при  $t_d = 48$  nm. На рис. 2 приведен, в частности, и расчет этих случаев с учетом дисперсии ДП металла. Примеры расчета структур с двумя и четырьмя периодами при металлических слоях с толщинами от 15 до 30 nm и диэлектрическом слое с толщинами 50 до 300 nm приведены в работе [2]. Итак, можно осуществлять приближенный синтез металлических слоистых структур с последующей уточняющей оптимизацией по строгой модели.

## Создание покрытий методом внедрения металлических частиц

Два металлических слоя можно заменить двумя диэлектрическими слоями с внедренными в них металлическими наночастицами. Внедрять металлические частицы в расплавленный слой стекла технологически достаточно просто. После такого внедрения необходимо поверх нанести слой стекла, в часть которого опять внедрить металлические частицы. Для расчета воспользуемся формулами смешения типа Гарнетта или Бругемана. Удобно внедрять сферические металлические частицы диаметром порядка 20 nm и менее в слой толщиной порядка 100 nm. В этом случае все коэффициенты деполаризации одинаковы и равны 1/3, эффективная ДП является скаляром и в модели Гарнетта дается известной формулой

$$\epsilon_{ef} = \epsilon_d \left( 1 + 2\delta_m \frac{\epsilon_m - \epsilon_d}{\epsilon_m + 2\epsilon_d} \right) / \left( 1 - \delta_m \frac{\epsilon_m - \epsilon_d}{\epsilon_m + 2\epsilon_d} \right),$$

в которой  $\delta_m$  — объемная концентрация металлических частиц. Если отрицательная (при  $\epsilon_m'' \ll |\epsilon_m'|$ ) и  $\epsilon_d \ll |\epsilon_m'|$ , то по этой формуле  $\epsilon_{ef} \approx \epsilon_d (1 + 2\delta_m) / (1 - \delta_m)$ , т.е. модель не дает отрицательную ДП. Очевидно, отрицательное значение при не слишком малой концентрации  $\delta_m$  получается при  $\epsilon_m' \approx -2\epsilon_d$ . В этом случае  $\epsilon_{ef} \approx -2\epsilon_d = \epsilon_m'$ . Это условие означает  $\epsilon_L - \omega_p^2 / \omega^2 = -\epsilon_d$  или  $\omega = \omega_p / \sqrt{\epsilon_L + \epsilon_d}$ , т.е. это не что иное, как условие плазмонного резонанса для локализованных плазмонов. Для частиц серебра в стекле это соответствует частоте  $\omega = 4.48 \cdot 10^{15}$  Hz, т.е. длине волны 420 nm. По этой формуле возникает острый резонанс с большими противоположными значениями



**Рис. 3.** Зависимости реальных частей (а)  $\epsilon'_{ef}(\lambda)$  (кривые 1–4) и  $-\epsilon'_{ef}(\lambda)$  (кривые 5–10) и отрицательной мнимой части  $\epsilon''_{ef}(\lambda)$  эффективной диэлектрической проницаемости от длины волны (nm) при разных  $\delta$ : 0.1 (кривые 1, 9), 0.2 (2), 0.3 (3), 0.32 (4), 0.35 (5), 0.4 (6), 0.5 (7, 10), 0.6 (8). Кривые 1–8 соответствуют формуле Бруггемана, кривые 9, 10 построены для формулы (10).

эффективной ДП. Однако этот результат неверен [9]. Именно формула Гарнетта неприменима в этом случае. Здесь более удобно приближение Бруггемана, которое для трехкомпонентной среды запишем в виде

$$\sum_{j=1}^3 \delta_j \frac{\epsilon_{ef} - \epsilon_j}{\epsilon_j + 2\epsilon_{ef}} = 0,$$

$$\epsilon_{ef}\epsilon_{ef} - B = 2\epsilon_{ef} \frac{\left[ \left( 2 - \frac{\delta_m}{\delta_d} \right) \epsilon_d - \epsilon_m \left( 1 - 2 \frac{\delta_m}{\delta_d} \right) \right]}{4 \left( 1 + \frac{\delta_m}{\delta_d} \right)} - C$$

$$= \epsilon_d \epsilon_m / 2 = 0,$$

$$-\epsilon_d = (2 - \delta_d / C) \epsilon_{ef},$$

$$\epsilon_{ef} = \frac{\delta_m \epsilon_m - C \epsilon_m}{(C 2 + \delta_m)} = - \frac{\epsilon_d}{(2 - \delta_d / C)}.$$

В нем  $\delta_1 + \delta_2 + \delta_3 = 1$ . Неудобство этой формулы в том, что она неявная. Однако ее решение можно искать итерационно. Например, взяв  $\delta_1 = \delta_d$ ,  $\delta_2 = \delta_m$ , имеем формулу для итераций

$$\epsilon_{ef} = \epsilon_d - \frac{\delta_m}{\delta_d} \frac{\epsilon_d + 2\epsilon_{ef}}{\epsilon_m + 2\epsilon_{ef}} (\epsilon_{ef} - \epsilon_m)$$

$$- \frac{\delta_3}{\delta_d} \frac{\epsilon_d + 2\epsilon_{ef}}{\epsilon_3 + 2\epsilon_{ef}} (\epsilon_{ef} - \epsilon_3).$$

Метод прямой итерации для нее сходится не при всех значениях, поэтому для вычислений удобно использовать метод с коррекцией шага итераций [10]. Для двух компонент формула Бруггемана дает явное решение

$$\epsilon_{ef} = \epsilon'_{ef} - i\epsilon''_{ef} = B \pm \sqrt{B^2 + C}, \quad (9)$$

где

$$B = [(2 - \delta_m / \delta_d) \epsilon_d / 4 - \epsilon_m (1 - 2\delta_m / \delta_d) / 4] / (1 + \delta_m / \delta_d),$$

$$C = \epsilon_d \epsilon_m / 2.$$

Один из корней следует отбросить, именно тот корень, для которого  $\epsilon''_{ef} < 0$ . Формула (9) преобразована для возможности вычисления при больших  $|\epsilon_m|$ . Так, при  $\delta = 0$  имеем два корня  $\epsilon_{ef} = \epsilon_d$  и  $\epsilon_{ef} = -\epsilon_m / 2$ . Для второго корня  $\epsilon''_{ef} = -\epsilon''_m / 2$ , и его следует отбросить. Для большой по модулю ДП металла рассмотрим случай порога перколяции:  $\delta_m = 1/3$  и

$$\epsilon_{ef} = \epsilon_d (1 \pm \sqrt{1 + 8\epsilon_m / \epsilon_d}) / 4.$$

Если величина  $\epsilon'_m$  отрицательная и  $|8\epsilon_m / \epsilon_d| \gg 1$ , то

$$\epsilon_{ef} \approx \epsilon_d / 2 - \sqrt{\epsilon_m \epsilon_d / 2}.$$

Для длины волны  $\lambda = 550$  nm строгие результаты представлены на рис. 3. Как видно,  $\epsilon'_{ef} > 0$  при  $\delta_m < 1/3$  и  $\epsilon'_{ef} < 0$  при  $\delta_m > 1/3$ . При воздействии волны на металлическую наночастицу ее размер много меньше глубины проникновения в металл на всех частотах. Поэтому поле в такой частице однородное. Плотность тока поляризации в ней

$$\mathbf{J}^p = i\omega\epsilon_0(\epsilon_m - \epsilon_d)\mathbf{E}.$$

Дипольный момент единицы объема для всех частиц

$$\mathbf{P} = -i\delta_m \mathbf{J}^2 / \omega.$$

Отсюда следует

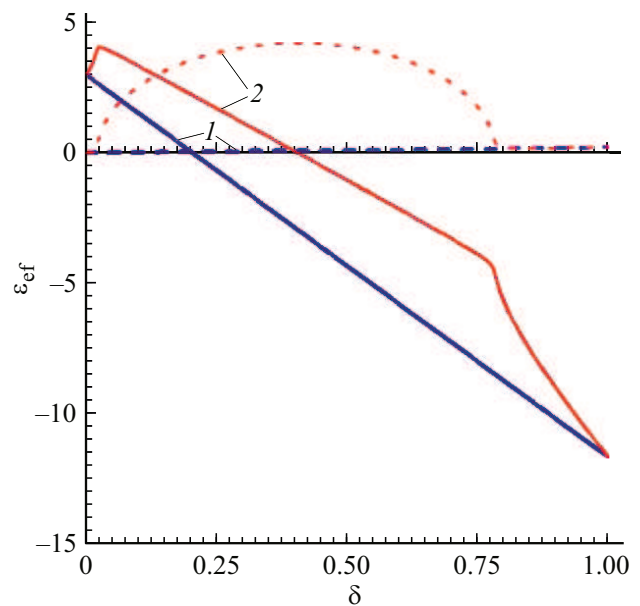
$$\epsilon_{ef} = \delta_m \epsilon_m + (1 - \delta_m) \epsilon_d. \quad (10)$$

К такому же результату приводит формула гомогенизации Рытова для поперечной компоненты ДП для мелкослоистой среды из металлических и диэлектрических слоев [8]. Формула же для продольной компоненты записывается аналогично, но для обратных величин ДП слоев и эффективной компоненты ДП. При нормальном падении поляризация определяется поперечной компонентой ДП. Поскольку в нашем случае существенно нормальное падение и важно взаимодействие с поперечной компонентой электрического поля, следует признать формулу (10) более предпочтительной по сравнению с моделью Бруггемана, как показывают результаты рис. 3, где приведены частотные характеристики —  $\varepsilon'_{ef}(\lambda)$  и  $\varepsilon''_{ef}(\lambda)$  при различных  $\delta_m$  по обеим формулам. Видно, что для металлических частиц формула Бруггемана хорошо работает при  $\delta_m < 0.02$  и при  $\delta_m > 0.8$ . Кроме того, формула Бруггемана вне этих областей дает завышенную величину  $\varepsilon'_{ef}$  и особенно сильно завышает потери  $\varepsilon''_{ef}$  (рис. 3, *b*). Слой SiO<sub>2</sub> толщины 100 nm с внедрением металлических шариков с концентрацией порядка 1/2 имеет примерно такой же отражающий эффект, как и металлический слой толщины порядка 30–50 nm, но выполнить такое покрытие проще. Следует отметить, что размеры частиц не критичны, а важна их концентрация. Частицы только должны быть существенно меньше толщины слоя. Глубина проникновения поля в металл всегда существенно больше диаметров наночастиц, а в силу отрицательной ДП в оптическом и ИК диапазонах поле внутри частиц постоянно по амплитуде, что делает гомогенизацию (10) достаточно точной процедурой, особенно в ИК диапазоне.

Зависимости  $\varepsilon'_{ef}$  и  $\varepsilon''_{ef}$  от концентрации  $\delta_m$  для (10) и формулы Бруггемана приведены на рис. 4. Они еще раз показывают ограниченную применимость последней. Воздействие поля приводит к возбуждению локализованных плазмонов в частицах, при этом эффективная ДП слоя с отрицательной реальной частью возникает за счет сдвига по фазе между полем и током поляризации. При падении волн под разными углами в рассматриваемых покрытиях возможно возбуждение поверхностных плазмонов. Это означает, что при рассмотрении указанных поверхностей под разными углами в отраженном свете в оптическом и ИК диапазонах должны наблюдаться блики разного цвета (частоты).

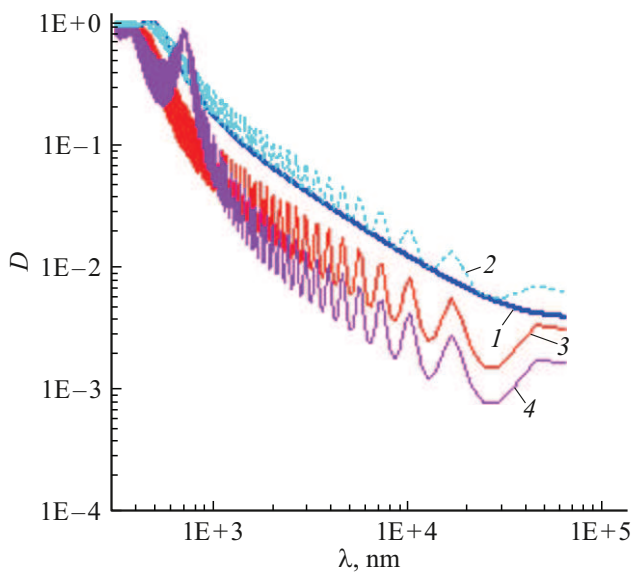
### Простейшие симметричные структуры на толстом стекле

Симметричные структуры демонстрируют лучшие прозрачные свойства в оптической области и лучшее заграждение в ИК диапазоне. Для квазипериодической структуры симметричность достигается путем выполнения ее на обеих сторонах стекла. Более удобно



**Рис. 4.** Зависимости реальной  $\varepsilon'_{ef}(\lambda)$  (сплошные кривые) и отрицательных мнимой  $\varepsilon''_{ef}(\lambda)$  (штриховые кривые) частей эффективной диэлектрической проницаемости на длине волны 550 nm от концентрации металла  $\delta$ . Кривые 1 — формула (10), кривые 2 — формула Бруггемана.

выполнять симметричную структуру внутри, т.е. соединять две половинки стекла в один стеклопакет. В этом случае уменьшается изрезанность кривой прозрачности в оптике. Технологически проще изготавливать металлизированные частицами слои. По-видимому, наиболее дешевый способ получения отражающего слоя на поверхности стекла заключается во внедрении в расплав металлических частиц на определенную глубину. Такой слой с частицами может иметь толщину порядка сотни nm. В результате из двух половин стекла формируем структуру рис. 1, *c*. На рис. 5 приведены результаты расчета двух таких структур между двумя стеклами по 3 mm каждое. Структуры отличаются толщиной диэлектрического слоя между слоями металла. Вполне можно использовать полуволновый для  $\lambda = 550$  nm слой SiO<sub>2</sub> с толщиной порядка 150 nm, что технологически более удобно. По сравнению с работой [11], где использован термохромный переходный материал металл-изолятор и пакет из двух стекол, дающий снижение теплового потока на 30% и снижение оптической прозрачности не менее чем 0.65 в более чем 75% видимого спектра, рассмотренные в настоящей работе структуры позволяют на порядки уменьшить тепловой поток при сохранении примерно такой же прозрачности в видимой части спектра. Это связано с более сильным заграждением многослойных металлических структур в ИК диапазоне при резонансном прохождении в оптическом диапазоне.



**Рис. 5.** Прозрачность  $D(\lambda) = |T(\lambda)|^2$  двойного стекла по 3 мм с трехслойной резонансной структурой с двумя слоями металла  $t_m = 25$  нм в центре (кривые 1, 2), одиночного стекла с такой структурой на поверхности (3) и отдельно резонансной структуры (4) в зависимости от длины волны при разных  $t_d$ : 50 (кривая 1), 150 (2) и 25 нм (3, 4). Потери аппроксимировались так, что в оптическом диапазоне  $\epsilon_d''/\epsilon_d' = 10^{-6}$ , в центре ИК диапазона  $\epsilon_d''/\epsilon_d' = 10^{-4}$ .

## Заключение

Прохождение ИК излучения через стекло можно снизить на несколько порядков как путем использования многослойных покрытий металл-диэлектрик, так и путем внедрения в слои стекла металлических наночастиц. В качестве простейших прозрачных в оптическом диапазоне структур рассмотрены трехслойные структуры с двумя хорошо отражающими металлическими или содержащими металлические наночастицы слоями, разделенные тонким прозрачным слоем  $\text{SiO}_2$ . Их использование вполне достаточно для снижения ИК излучения на 2–3 порядка. Пропускание в оптическом диапазоне основано на принципе резонансного туннелирования фотонов, когда ДП металла в оптике имеет отрицательную реальную часть. Понижение частоты до ИК диапазона приводит к тому, что резонансные свойства пропадают, а сильное увеличение  $\epsilon_{\text{ef}}''$  приводит к увеличению отражений в ИК области. Основной эффект достигается именно за счет отражения, а поглощение играет малую роль и может быть опущено при расчете.

Нанесение покрытий возможно также путем нанесения тонкого расплавленного слоя стекла, содержащего в расплаве твердые металлические наночастицы, а также путем внедрения потока наночастиц в разогретый (расплавленный) поверхностный слой стекла. Глубина проникновения таких частиц в расплав будет зависеть от их скоростей и масс.

Представленные результаты могут служить основой для разработки „умных окон“ [11], свойства которых адаптируются к разным условиям. Для этого перспективны полупроводниковые слои и включения, а также выполнение двойных стекол с воздушным или газовым зазором, что приводит к снижению теплопроводности.

Показано, что формула Гарнетта ограниченно применима для моделирования, а формула Бруггемана правильно отражает поведение эффективной ДП, но менее точна, чем простая формула средневзвешенного вклада от диэлектрической и металлической фаз (10). В окрестности порога перколяции формула Бруггемана совсем не точная. Получение формул для эффективных ДП с металлическими частицами требует электродинамического подхода [9]. Наиболее просто такую задачу можно решить для периодически внедренных малых одинаковых металлических частиц, используя метод интегральных уравнений для соответствующих фотонных кристаллов и гомогенизацию на основе вычисления поляризации [12]. Такой подход позволяет учесть форму частиц. Упрощение получается за счет того, что электрическое поле внутри частиц почти постоянно и необходимо определить три компоненты поля, т.е. задача имеет алгебраическую размерность 3.

## Финансирование работы

Работа поддержана Министерством образования и науки РФ в рамках выполнения государственного задания (проект № FSRR-2026-0006).

## Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

## Список литературы

- [1] В.А. Майоров. Опт. и спектр., **124** (4), 559 (2018). [V.A. Mayorov. Opt. Spectrosc., **24**, 594–608 (2018). DOI: 10.1134/S0030400X18040112].
- [2] М.В. Давидович, Р.К. Яфаров, Д.М. Доронин, П.А. Шилловский. Физика волновых процессов и радиотехнические системы, **15** (2), 19 (2012).
- [3] М.В. Давидович, И.А. Корнев. Компьютерная оптика, **43** (5), 765 (2019). [M.V. Davidovich, I.A. Kornev. Optical, Computer Optics, **43** (5), 765–772 (2019). DOI: 10.18287/2412-6179-2019-43-5-765-772].
- [4] M.A. Ordal, L.L. Long, R.J. Bell, S.E. Bell, R.R. Bell, R.W. Alexander Jr, C.A. Ward. Appl Opt., **22** (7), 1099 (1–20) (1983). DOI: 10.1364/ao.22.001099
- [5] P.B. Johnson, R.W. Christy. Phys. Rev. B, **6** (12), 4370 (1972). DOI: 10.1103/PhysRevB.6.4370
- [6] Е. А. Нелин. УФН, **177** (3), 307 (2007). [E.A. Nelin. Phys. Usp., **50** (3), 293–299 (2007). DOI: 10.1070/PU2007v050n03ABEH006091].
- [7] H.W. Liu, R. Ferreira, G. Bastard, C. Delalande. Appl. Phys. Lett., **54**, 2082 (1989). DOI: 10.1063/1.101172
- [8] С.М. Рытов. ЖЭТФ, **29** (5), 605 (1955). [S.M. Rytov. Sov. Phys. JETP, **2** (3), 466–475 (1956)].

- [9] Б.А. Беляев, В.В. Тюрнев. ЖЭТФ, **127** (4), 608 (2018).  
[B.A. Belyaev, V.V. Tyurnev. JETP, **127**, 608–619 (2018).  
DOI: 10.1134/S1063776118100114].
- [10] М.В. Давидович, А.К. Кобец, К.А. Саяпин. Физика волновых процессов и радиотехнические системы, **24** (3), 18 (2021). DOI: 10.18469/1810-3189.2021.24.3.18-27
- [11] G. Boudan, E. Eustach, P. Garabedian, R. Messina, P. Ben-Abdallah. Appl. Phys. Lett., **121**, 214103 (2022).  
DOI: 10.1063/5.0124686
- [12] М.В. Давидович. УФН, **189** (12), 1250 (2019).  
[M.V. Davidovich. Phys. Usp., **62**, 1173–1207 (2019).  
DOI: 10.3367/UFNe.2019.08.038643].