09

Исследование фазовых сингулярностей оптических вихрей с дробными топологическими зарядами высших порядков в дискретных фотонных системах

© А.О. Титова, А.Ф. Рыбась

Крымский федеральный университет им. В.И. Вернадского, Симферополь, Россия
E-mail: titovaa@cfuv.ru

Поступило в Редакцию 1 декабря 2025 г.
В окончательной редакции 28 января 2026 г.
Принято к публикации 5 февраля 2026 г.

Продемонстрирована стабилизация оптических вихрей с дробными топологическими зарядами высших порядков в дискретной фотонной системе — кольцевом массиве оптических волокон. Показано, что система поддерживает устойчивые супермоды с зарядами $p = 3/2$ и 5/2, что подтверждается интерференционными картинами и анализом фазовых фронтов. Исследование эволюции фазового профиля от ближней зоны ($R = 0.3r_0$) к дальней ($R = 10r_0$) для моды $p = 3/2$ доказывает сохранение ее топологической структуры (R — радиус окружности с центром, совпадающим с центром массива волокон, $r_0 = 100\,\mu$m — характерный масштаб расстояния). Полученные результаты открывают перспективы для управления светом в фотонных устройствах, использующих топологическую стабилизацию сложных световых полей.

Ключевые слова: оптический вихрь, дробные топологические заряды высших порядков, кольцевые массивы оптических волокон, интерференция, распределение фазы.

DOI: 10.61011/PJTF.2026.10.62735.20586

Современная оптика демонстрирует устойчивый интерес к исследованию сингулярных оптических полей, среди которых особое место занимают оптические вихри — пучки света со спиральным волновым фронтом и фазовой сингулярностью на оси. Ключевой характеристикой оптических вихрей является топологический заряд l, определяющий количество фазовых набегов 2π вокруг оси распространения и величину орбитального углового момента [1–4]. В последние годы значительное внимание исследователей привлекли оптические вихри с дробными топологическими зарядами (ДТЗ), занимающие промежуточное положение между целочисленными вихрями и плоскими волнами [5–8].

Особый теоретический и практический интерес представляют оптические вихри с дробными топологическими зарядами высших порядков (ДТЗВП), для которых $|l| > 1$. Такие поля обладают рядом уникальных свойств, включая сложную мультипольную структуру, увеличенную плотность орбитального углового момента, и расширенными возможностями для кодирования информации в системах мультиплексирования с орбитальным угловым моментом [9–11]. Однако фундаментальным ограничением для их практического применения является исключительная неустойчивость при распространении в непрерывных средах, где они демонстрируют быстрый распад на набор однозарядных вихрей [12].

Перспективным направлением решения проблемы стабилизации ДТЗВП является использование дискретных фотонных систем, в частности кольцевых массивов оптических волокон [13–15]. Такие системы обладают собственными дисперсионными свойствами, которые могут эффективно подавлять динамические неустойчивости, характерные для непрерывных сред. Кольцевые массивы связанных волокон с управляемой анизотропией представляют особый интерес, поскольку позволяют формировать топологически стабильные супермоды с заданными характеристиками.

Таким образом, ключевой научной проблемой, решаемой в настоящей работе, является поиск условий и демонстрация возможности существования топологически стабильных (не распадающихся при распространении) стационарных мод с дробными топологическими зарядами высших порядков в дискретной системе с заданной геометрией анизотропии. Для этого далее представлена детальная модель и выведены критерии устойчивости.

Рассмотрим кольцевой массив, состоящий из N анизотропных одномодовых оптических волокон, расположенных в вершинах правильного N-угольника радиусом R_0. Оптические свойства каждого волокна описываются тензором диэлектрической проницаемости с главными значениями ε_e и ε_o, соответствующими экстраординарной и ординарной осям. Модель строится на ряде ключевых положений. Во-первых, связь между волокнами считается слабой ($k \ll \beta$, где k — коэффициент связи, характеризующий амплитуду взаимодействия, а β — постоянная распространения основной моды в изолированном волокне), что позволяет учитывать взаимодействие только между ближайшими волокнами. Во-вторых, предполагается малая собственная анизотропия материала волокон. Это условие записывается как $\Delta\eta = \eta_e - \eta_o \ll \eta_{avg}$, где η_e и η_o — эффективные показатели преломления фундаментальных мод, поляризованных параллельно локаль-

ным экстраординарной и ординарной осям анизотропии каждого волокна соответственно, а $\eta_{avg} = (\eta_e + \eta_o)/2$ — их среднее арифметическое. Кроме того, волокна считаются однородными по всей длине, что упрощает анализ распространения мод в системе.

Динамика оптического поля в рассматриваемом массиве оптических волокон описывается дискретным нелинейным уравнением Шредингера вида

$$i\left(\frac{d\mathbf{E}_n}{dz}\right) + \Sigma_m \mathbf{C}_{nm}\mathbf{E}_m + \gamma|\mathbf{E}_n|^2\mathbf{E}_n + \Delta\beta_n\mathbf{E}_n = 0, \qquad (1)$$

где $\mathbf{E}_n$ представляет комплексную амплитуду поля в n-м волокне, $\mathbf{C}_{nm}$ является матрицей связи, определяющей взаимодействие между волокнами, γ — нелинейный коэффициент Керра, учитывающий нелинейные эффекты, а $\Delta\beta_n$ описывает анизотропное возмущение, вносимое особенностями диэлектрической проницаемости каждого волокна. Ориентация директора анизотропии в n-м волокне определяется углом

$$\theta_j = 2\pi p\, n/N + \theta_0, \qquad (2)$$

где p представляет собой полуцелый параметр спиральности анизотропии, который в стабильных режимах соответствует эффективному топологическому заряду супермоды с индексом $m = 0$, а θ_0 задает начальную фазу всей конфигурации. Данная спиральная структура анизотропии непосредственно влияет на взаимодействие между волокнами.

Для анизотропных волокон матрица связи $\mathbf{C}_{nm}$, описывающая это взаимодействие, принимает вид

$$\mathbf{C}_{nm} = k\left[\cos^2(\theta_n - \theta_m) + \delta\sin^2(\theta_n - \theta_m)\right], \qquad (3)$$

где k — амплитуда связи, δ — безразмерный параметр анизотропии связи, зависящий от относительной ориентации директоров соседних волокон. Как было отмечено ранее, β — постоянная распространения основной моды в изолированном волокне, а условие слабой связи выполняется при $k/\beta \approx 0.01$.

Собственные моды системы (так называемые супермоды) находятся из решения стационарного уравнения

$$\beta\Psi_n = \Sigma_m \mathbf{C}_{nm}\Psi_m + \Delta\beta_n\Psi_n. \qquad (4)$$

Для конфигурации с хиральной анизотропией решения демонстрируют структуру вида

$$\Psi_n^{(m)} = A_m \exp(i2\pi m\, n/N) f(\theta_n), \qquad (5)$$

где m является целочисленным индексом моды, а функция $f(\theta_n)$ описывает модуляцию амплитуды поля в n-м волокне, обусловленную локальной ориентацией анизотропии. Для модели слабой анизотропии ($\Delta\eta \ll \eta_0$) ее вид может быть аппроксимирован как $f(\theta_n) \approx 1 + \varepsilon\cos(2\theta_n + \xi)$, где $\varepsilon \ll 1$, а ξ — фаза, определяемая поляризацией. Именно эта функция совместно с фазовым множителем формирует профиль комплексной амплитуды супермоды $\Psi_n^{(m)}$. Эффективный топологический заряд l_{eff} такой супермоды, определяемый выражением

$$l_{eff} = \left(\frac{1}{2\pi}\right)\oint L\nabla\varphi(r)\cdot d\mathbf{l} = p + m\Delta\theta/2\pi, \qquad (6)$$

где $\varphi(r)$ — фаза поля в точке r, интегрирование ведется по замкнутому контуру L, охватывающему ось системы, $d\mathbf{l}$ — элемент длины этого контура, а $\Delta\theta$ представляет полный поворот анизотропии по контуру, складывается из вклада спиральной конфигурации анизотропии (p) и фазового набега, связанного с индексом моды (m).

Стабильное существование ДТЗВП в системе требует выполнения трех ключевых условий. Во-первых, должно соблюдаться условие квантования, согласно которому параметр анизотропии p является полуцелым числом, т. е.

$$p = (2s + 1)/2, \quad s \in \mathbf{Z}. \qquad (7)$$

Во-вторых, необходимо условие синхронизации фаз

$$\beta(l_{eff}) = \beta(l_{eff} + 1), \qquad (8)$$

обеспечивающее согласованность распространения мод. В-третьих, должно выполняться условие устойчивости

$$\partial^2\beta/\partial l^2\big|_{\{l=l_{eff}\}} > 0, \qquad (9)$$

отвечающее за стабильность моды относительно малых возмущений. Учет нелинейных эффектов, обусловленных зависимостью показателя преломления от интенсивности, приводит к модификации эффективного топологического заряда, который принимает вид

$$l_{eff}^{nonlin} = l_{eff} + \Delta l(I). \qquad (10)$$

Поправка Δl к величине линейного эффективного заряда l_{eff} связана с нелинейным искажением профиля моды, I — интенсивность оптического поля. Величина поправки определяется из решения нелинейного уравнения

$$\Delta l = (\gamma I/2k)\partial|\Psi|^2/\partial l, \qquad (11)$$

что демонстрирует возможность управления топологическими свойствами системы за счет изменения интенсивности света.

Чтобы продемонстрировать, что поля $\Psi_n^{(m)}$ содержат ДТЗ, рассмотрим поведение фазы моды $\Psi_n^{(m=0)}$ на контуре радиуса R, охватывающем массив волокон. В случае конфигурации с $p = 3/2$ при обходе по замкнутому контуру, охватывающему массив, фаза поля демонстрирует характерную картину, отличную от случая $p = 1/2$.

На рис. 1 распределение интерференции исследуемой супермоды с опорной плоской (a) и сферической (b) волнами и фазы (c) демонстрирует характерную трехлучевую вихревую структуру, образованную тремя радиальными разрывами (вилками). Количество таких

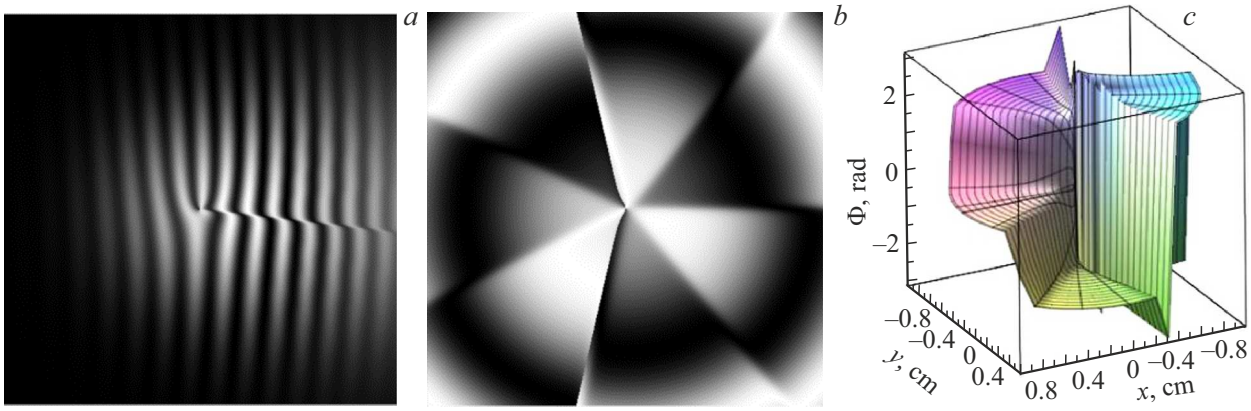

Рис. 1. Интерференция с плоской (a) и сферической (b) волнами и фаза (c) оптического вихря с дробным топологическим зарядом $p = 3/2$ в кольцевом массиве волокон $N = 7$, $\rho = 30\,\mu$m (радиус сердцевины), $r_0 = 100\,\mu$m (характерный масштаб расстояния).

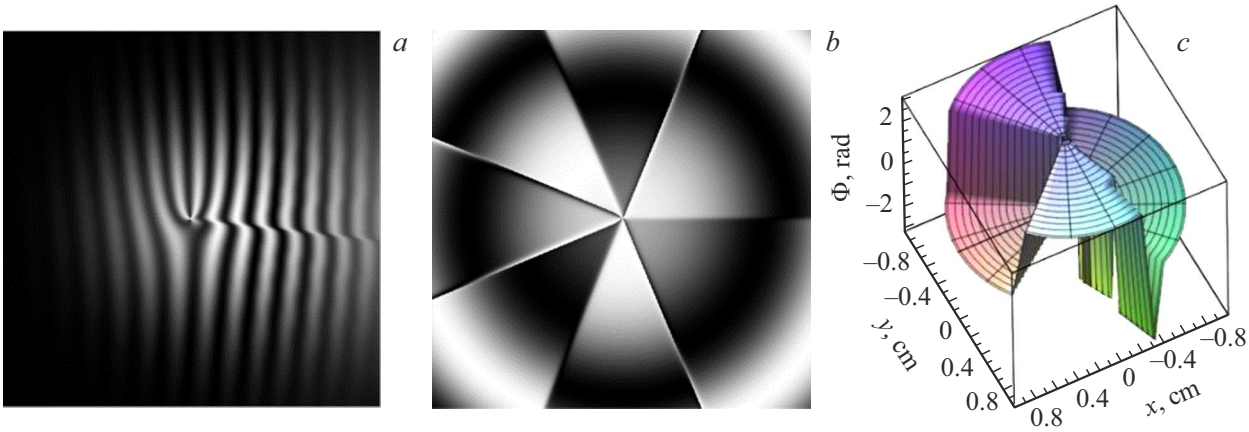

Рис. 2. Интерференция с плоской (a) и сферической (b) волнами и фаза (c) оптического вихря с дробным топологическим зарядом $p = 5/2$ в кольцевом массиве волокон $N = 7$, $\rho = 30\,\mu$m (радиус сердцевины), $r_0 = 100\,\mu$m (характерный масштаб расстояния).

вилок ($N_v = 3$) является прямым визуальным индикатором дробного топологического заряда $p = N_v/2 = 3/2$. Интерференция со сферической волной (рис. 1, b) выявляет тройку сингулярностей (оптических вихрей), расположенных по кольцу, что также однозначно свидетельствует о заряде 3/2. Инвариантность картины вдоль оси z для интерференции с плоской волной следует из стационарности супермоды (рис. 1, a). Важно отметить, что в случае интерференции со сферической волной (рис. 1, b) на картину влияет фазовый сдвиг Гуи, который сферическая волна приобретает при схождении к фокусу. Однако этот сдвиг является глобальным (одинаковым по всему волновому фронту) и приводит не к изменению структуры картины, а к ее постоянному сдвигу на π при переходе через фокальную плоскость, что не влияет на наблюдаемое число и расположение сингулярностей — ключевых признаков топологического заряда.

Эффективный топологический заряд такой супермоды, согласно модели, определяется как $l_{eff} = p + m = 3/2 + m$, где m — целочисленный поперечный индекс моды. Условия стабильного существования мод с ДТЗ, включая условия квантования $p = 3/2$, фазовой синхронизации и устойчивости, остаются выполненными, обеспечивая возможность наблюдения данного состояния в системе.

Для визуального подтверждения наличия ДТЗ в стационарных супермодах $\Psi_n^{(m)}$ с топологическим параметром $p = 5/2$ было проанализировано распределение интерференции (рис. 2) с плоской (a) и сферической (b) волнами и фазы (c). Данная интерференционная картина является стационарной и инвариантной относительно продольной координаты z, а ее структура отличается от случая $p = 3/2$ усложнением топологической конфигурации, что демонстрирует масштабируемость подхода и открывает перспективы для управления многозарядными топологическими состояниями в нелинейных режимах.

Показано, что с увеличением радиуса R распределение фазы приобретает ярко выраженную трехступенчатую структуру (рис. 3). Наблюдается три резких фазовых скачка величиной π каждый, разделенных участками непрерывного линейного изменения фазы. Суммарное приращение фазы составляет 3π. Таким образом, данное

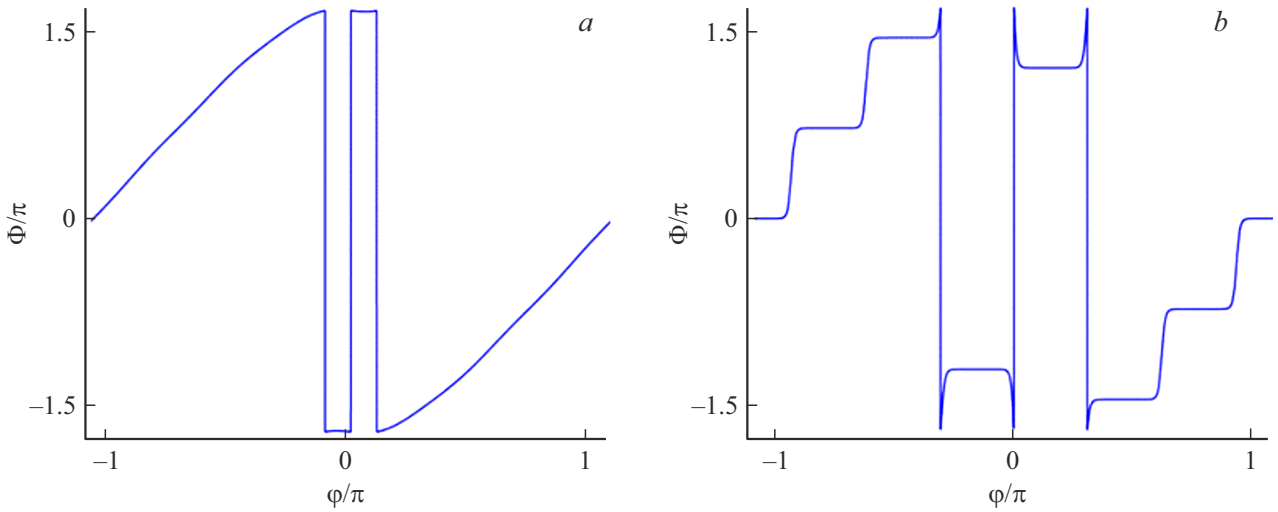

Рис. 3. Зависимость фазы Φ поля супермоды ДТЗ $p = 3/2$ от азимутальной координаты φ, центр которой совпадает с центром всего массива оптических волокон на контуре $r = R$, при $R = 0.3r_0$ (a) и $R = 10r_0$ (b), $N = 7$, $\rho = 30\,\mu$m (радиус сердцевины), $r_0 = 100\,\mu$m (характерный масштаб расстояния).

фазовое поведение качественно соответствует полю с топологической сингулярностью.

В работе теоретически и численно исследована возможность стабилизации оптических вихрей с дробными топологическими зарядами высших порядков ($p = 3/2$ и 5/2) в дискретной фотонной системе — кольцевом массиве анизотропных оптических волокон. Сформулированы и обоснованы три ключевых условия существования таких стабильных состояний: квантование параметра спиральности, синхронизация фаз и положительность второй производной дисперсионного соотношения. Методами компьютерного моделирования продемонстрировано формирование соответствующих супермод. Стационарный характер и топологическая структура мод визуально подтверждены анализом интерференционных картин с плоской и сферической волнами, а также исследованием эволюции фазового профиля от ближней к дальней зоне, показавшей сохранение фазовых сингулярностей. Полученные результаты открывают путь к созданию компактных фотонных устройств, использующих топологически защищенные сложные световые поля для обработки и передачи информации.

Благодарности

Авторы выражают благодарность К.Н. Алексееву за плодотворные дискуссии, которые в значительной степени способствовали формированию концепции данного исследования.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

[1] А.А. Ковалев, В.В. Котляр, Д.С. Калинкина, А.Г. Налимов, Компьютерная оптика, **45** (6), 809 (2021). DOI: 10.18287/2412-6179-CO-916

[2] Д.Д. Решетников, Т.К. Король, Е.В. Малютина, В.М. Петров, Оптика и спектроскопия, **132** (7), 763 (2024). DOI: 10.61011/OS.2024.07.58900.6774-24 [D.D. Reshetnikov, T.K. Korol, E.V. Malyutina, V.M. Petrov, Opt. Spectrosc., **132** (7), 705 (2024). DOI: 10.61011/EOS.2024.07.59649.6774-24].

[3] А.А. Рыжая, Е.К. Юрьева, Б.А. Евтушенко, Д.В. Сафронов, А.А. Севрюгин, Е.В. Шалымов, В.Ю. Венедиктов, А.Л. Соколов, Х. Сон, Опт. журн., **91** (3), 23 (2024). DOI: 10.17586/1023-5086-2024-91-03-23-31 [A.A. Ryzhaya, E.K. Iureva, B.A. Evtushenko, D.V. Safronov, A.A. Sevryugin, E.V. Shalymov, V.Yu. Venediktov, A.L. Sokolov, H. Song, J. Opt. Technol., **91** (3), 147 (2024). DOI: 10.1364/JOT.91.000147].

[4] А.В. Воляр, М.В. Брецько, Я.Е. Акимова, Ю.А. Егоров, Компьютерная оптика, **43** (1), 14 (2019). DOI: 10.18287/2412-6179-2019-43-4-517-527

[5] В.В. Котляр, А.А. Ковалев, А.П. Порфирьев, Компьютерная оптика, **44** (4), 493 (2020). DOI: 10.18287/2412-6179-CO-715

[6] A.O. Pogrebnaya, A.F. Rybas, J. Opt. Technol., **83** (10), 586 (2016). DOI: 10.1364/JOT.83.000586

[7] A. Kovalyova, A. Markovskyy, T. Fadeyeva, A. Rubass, Proc. SPIE, **9066**, 90660G (2013). DOI: 10.1117/12.2052193

[8] I. Basisty, V. Pas'ko, V. Slyusar, M. Soskin, M. Vasnetsov, J. Opt. A, **6**, 166 (2004). DOI: 10.1088/1464-4258/6/5/003

[9] М.В. Максимов, Ю.М. Шерняков, Н.Ю. Гордеев, А.М. Надточий, А.Е. Жуков, Письма в ЖТФ, **49** (5), 18 (2023). DOI: 10.21883/PJTF.2023.05.54664.19450 [M.V. Maximov, Yu.M. Shernyakov, N.Yu. Gordeev, A.M. Nadtochiy, A.E. Zhukov, Tech. Phys. Lett., **49** (3), 15 (2023). DOI: 10.21883/TPL.2023.03.55675.19450].

[10] Yu. Egorov, V. Konovalenko, A. Zinovev, M. Nesterova, M. Glumova, Proc. SPIE, **9066**, 90660C (2013). DOI: 10.1117/12.2049697

[11] В.В. Чечеткин, А.В. Семенова, М.Б. Черняева, В.Л. Вакс, Оптика и спектроскопия, **133** (9), 968 (2025). DOI: 10.61011/OS.2025.09.61765.8233-25 [V.V. Chechetkin, A.V. Semenova, M.B. Chernyaeva, V.L. Vaks, Opt. Spectrosc., **133** (9), 921 (2025). DOI: 10.61011/EOS.2025.09.62310.8233-25].
[12] A.V. Volyar, Ukr. J. Phys. Opt., **14**, 31 (2013).
[13] C.N. Alexeyev, A.O. Kovalyova, A.F. Rubass, A.V. Volyar, Opt. Lett., **42** (4), 783 (2017). DOI: 10.1364/OL.42.000783
[14] К.Н. Алексеев, Б.П. Лапин, М.А. Яворский, Уч. зап. ТНУ им. В.И. Вернадского. Сер. физ.-мат. науки, **23** (**62**), 67 (2010).
[15] C.N. Alexeyev, B.P. Lapin, M.A. Yavorsky, Opt. Lett., **50** (17), 5334 (2025). DOI: 10.1364/OL.568517