05,09,10

Примесный обратный магнитоэлектрический эффект в полупроводниковой квантовой яме

© А.Б. Грунин

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
„Пензенский государственный университет“,
Пенза, Россия

E-mail: grunin.sky@yandex.ru

Поступила в Редакцию 22 ноября 2025г.
В окончательной редакции 21 февраля 2026 г.
Принята к публикации 22 февраля 2026 г.

Проведено теоретическое изучение примесного обратного магнитоэлектрического эффекта (МЭ) в полупроводниковой квантовой яме (КЯ) с параболическим потенциалом конфайнмента, содержащей $D^{(-)}$-центр (отрицательный ион донора). В рамках модели потенциала нулевого радиуса в приближении эффективной массы получены дисперсионное уравнение, определяющее энергию связи примесного состояния, аналитические выражения для примесной волновой функции и дипольного магнитного момента, индуцированного электрическим полем, для примесного электрона в КЯ. Путем численного анализа выявлена асимметрия полевой зависимости дипольного магнитного момента относительно координаты примеси, обусловленная нарушением пространственно-временной симметрии наноструктуры. Для положений $D^{(-)}$-центра, смещенных относительно плоскости симметрии КЯ в направлении, противоположном напряженности электрического поля, полевая зависимость дипольного магнитного момента является немонотонной с максимумом в парамагнитной и переходом в диамагнитную область. Показана возможность управления рассмотренным МЭ как с помощью полей, так и преднамеренным селективным легированием.

Ключевые слова: тороидный момент, асимметричные наноструктуры, донорные примеси, метод функции Грина, метод эффективной массы, модель потенциала нулевого радиуса.

DOI: 10.61011/FTT.2026.02.62718.330-25

1. Введение

После предсказания в 1959 г. И.Е. Дзялошинским [1] возможности существования магнитоэлектрического эффекта (МЭ) в кристаллах магнитной структуры с точечной группой, не содержащей инверсию времени $t \to -t$, и экспериментального обнаружения Д.Н. Астровым в 1960 г. обратного МЭ [2], а позднее G.T. Rado и V.J. Folen — прямого МЭ [3] в кристаллах антиферромагнетика Cr_2O_3, интерес к системам с нарушенной пространственной и временной симметрией значительно усилился.

Известно, что нарушения макроскопической симметрии вызваны определенным типом упорядочения с характерным параметром порядка: в сегнетоэлектрическом состоянии — полярным вектором электрической поляризации $\mathbf{P}$, в ферромагнитной фазе — аксиальным вектором намагничения (или магнитного момента) $\mathbf{P}_{\mathrm{m}}$, в тороидном состоянии — t-нечетным полярным вектором тороидного момента $\mathbf{T}$, t-четным аксиальным вектором $\mathbf{G}$, характеризующим упорядочение спиновых токов в системе.

Сосуществование электрического и магнитного упорядочения позволило синтезировать [4,5] и исследовать сегнетомагнитные соединения [6–8]. В работе [9] было теоретически обосновано введение в физику конденсированного состояния тороидного параметра порядка $\mathbf{T}$ как спиновой, так и орбитальной природы. Тороидный момент был зарегистрирован в сильном магнитном поле в Cr_2O_3 [10], а также в ферромагнитном соединении $Ga_{2-x}Fe_xO_3$ [11], а также в соединении $LiCoPO_4$ оптическим методом генерации второй гармоники найдены тороидные домены [12].

Новый подкласс магнитоэлектриков, в более широком смысле, подкласс антиферромагнетиков — материалы с тороидным упорядочением или тороики характеризуются значительно высокими значениями магнитоэлектрического коэффициента [13,14]. При этом МЭ проявляется в наноструктурах более сильно, чем в объемных материалах, что связано с различием характерных пространственных масштабов изменения потенциальной энергии и волновых функций в этих системах [13]. В орбитальных тороиках МЭ может быть велик по сравнению со спиновыми тороиками из-за малости спин-орбитального взаимодействия. Наличие в системе вектора тороидного момента $\mathbf{T}$ с симметрией, аналогичной симметрии квазиимпульса $\mathbf{p} = \hbar\mathbf{k}$ носителей заряда, где $\mathbf{k}$ — квазиволновой вектор, приводит к асимметрии спектра элементарных возбуждений по квазиимпульсу $E(\mathbf{k}) \propto \mathbf{T} \cdot \mathbf{k}$ [13]. В работе [15] был изучен сильный нерелятивистский орбитальный продольный и поперечный МЭ в туннельно связанных асимметричных квантовых ямах (АКЯ) в продольном по отношению к их плоскости магнитном поле $\mathbf{B}$, имитирующем нарушение временной симметрии. Авторами был отмечен нелинейный характер зависимости вектора поляризации

$\mathbf{P} \propto [\mathbf{B}, \mathbf{T}] = (\mathbf{B}, \mathbf{I}) \cdot \mathbf{B} - \mathbf{I} \cdot \mathbf{B}^2$ от вектора магнитной индукции, при этом $\mathbf{T} \propto [\mathbf{B}, \mathbf{I}]$, где $\mathbf{I}$ — полярный вектор, направленный вдоль оси роста АКЯ.

Также в работе [15] показана высокая чувствительность МЭ к степени неравновесности системы, особенно в случае легированных асимметричных гетероструктур [13], когда эффект компенсируется свободными носителями заряда. Следует отметить, что большое количество работ посвящено теоретическому и экспериментальному изучению прямого в отличие от обратного МЭ, последний из которых находит важное практическое применение в созданных резонаторах, фильтрах СВЧ-диапазона, СВЧ-аттенюаторах, управляемых электрическим полем [16–18], а также в перспективных магнитных элементах памяти с электрической записью и считыванием информации [19,20].

Перечисленные причины делают актуальным исследование обратного МЭ для носителей заряда, локализованных на примесных центрах, в асимметричных наноструктурах с нарушенной пространственно-временной симметрией.

Цель настоящей работы состоит в теоретическом изучении обусловленного донорной примесью с дополнительным электроном ($D^{(-)}$-центр) обратного МЭ в асимметричной полупроводниковой квантовой яме (КЯ) с нарушением пространственной и временной симметрии, т. е. примесного обратного МЭ. Пространственная асимметрия создается электрическим полем, а временна́я имитируется магнитным. Эффект рассматривается при низких температурах T, когда средняя тепловая энергия $k_{\mathrm{B}}T \ll |E_{\mathrm{i}}|$, где k_{B} — постоянная Больцмана, $|E_{\mathrm{i}}|$ — энергия ионизации примесного центра.

2. Теоретическое обоснование

Поместим полупроводниковую КЯ с параболическим потенциалом конфайнмента в продольное по отношению к ее оси размерного квантования постоянное электрическом поле с напряженностью $\mathbf{E}$ и поперечное (лежащее в плоскости КЯ) постоянное магнитное поле с индукцией $\mathbf{B}$.

Для теоретического описания одноэлектронных состояний в полупроводниковых наноструктурах часто используется модель „жестких стенок“ [21], т. е. потенциал конфайнмента выбирается в виде потенциальной ямы соответствующей мерности с бесконечно высокими стенками. В этом случае, хотя дно потенциальной ямы является плоским, решение уравнения Шрёдингера является нерегулярным: электронная плотность в КЯ распределена неравномерно. Аппроксимация КЯ прямоугольным потенциальным профилем при отсутствии локальной электронейтральности приводит к внутреннему противоречию модели: вид одноэлектронных волновых функций означает неоднородное распределение заряда (и потенциала), тогда как дно ямы остается плоским. Как показывает анализ самосогласованного численного решения уравнения Пуассона и уравнения Шрёдингера в случае КЯ [22], потенциал конфайнмента представляет собой почти параболический потенциал, но с отсеченной нижней частью [22,23]. Такая форма потенциала достаточно близка к параболической, что позволяет считать последний вполне реалистическим [24].

Пусть плоскость симметрии КЯ совпадает с плоскостью xy, вектор магнитной индукции $\mathbf{B}$ направлен в этой плоскости вдоль оси y, а ось z направлена вдоль оси размерного квантования КЯ. В асимметричной калибровке векторный потенциал $\mathbf{A}$ имеет вид

$$\mathbf{A} = B_y \cdot z \cdot \mathbf{e}_x, \tag{1}$$

где $\mathbf{B}(0, B_y, 0)$; $\mathbf{e}_x$ — единичный вектор оси x.

Уравнение Шрёдингера для движения электрона в зоне проводимости (ЗП) КЯ в рассматриваемых электрическом и магнитном полях записывается в виде

$$\hat{H}\Psi_{n,k_x,k_y}(x, y, z) = E_n(k_x, k_y)\Psi_{n,k_x,k_y}(x, y, z), \tag{2}$$

здесь гамильтониан равен

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m^*}\nabla^2 - i\hbar\omega_{\mathrm{c}} \cdot z\,\frac{\partial}{\partial x} + \frac{m^*\Omega^2 z^2}{2} + e \cdot E_z \cdot z, \tag{3}$$

∇^2 — оператор Лапласа; $\omega_{\mathrm{c}} = eB_y/m^*$ — циклотронная частота; $\mathbf{E} = (0, 0, E_z)$; e — элементарный электрический заряд, m^* — эффективная масса электрона; $\Omega = \sqrt{\omega_0^2 + \omega_{\mathrm{c}}^2}$ — гибридная частота, ω_0 — частота параболического удерживающего потенциала КЯ

$$V(z) = \frac{m^*\omega_0^2 z^2}{2}, \tag{4}$$

с амплитудой $U_0 = m^*\omega_0^2 L^2/2$, где $2L$ — ширина КЯ.

Поскольку удерживающий потенциал КЯ должен иметь конечную глубину, то в выбранной осцилляторной модели потенциала конфайнмента амплитуда потенциала U_0 является эмпирическим параметром. Считаем, что U_0 удовлетворяет условию [25]

$$\frac{U_0}{\hbar\omega_0} \ll 1. \tag{5}$$

Известно, что решение стационарного уравнения Шрёдингера (2) с гамильтонианом типа (3) без электрического поля рассматривалось в ряде работ [26,27].

Тогда собственные волновые функции и энергетический спектр электрона для гамильтониана (3) с учетом (5) можно записать как

$$\Psi_{n,k_x,k_y}(x, y, z) = (2^n n!\sqrt{\pi}a_\Omega L_x L_y)^{-1/2} \cdot H_n\left(\frac{z - z_0(k_x)}{a_\Omega}\right) \times \exp\left(-\frac{(z - z_0(k_x))^2}{2 \cdot a_\Omega^2}\right)\exp(ik_x x + ik_y y), \tag{6}$$

$$E_n(k_x, k_y) = \hbar\Omega\left(n + \frac{1}{2}\right) + \frac{\hbar^2(k_x^2 + k_y^2)}{2m^*} - \frac{m^*\Omega^2 z_0^2(k_x)}{2}, \tag{7}$$

где $n = 0, 1, 2, \ldots$; $H_n(z)$ — многочлены Эрмита; $a_\Omega = \sqrt{\hbar/(m^*\Omega)}$ — гибридная длина; L_x, L_y — линейные размеры КЯ в плоскости xy; k_x, k_y — проекции

квазиволнового вектора **k** электрона;

$$z_0(k_x) = -\frac{e \cdot E_z + \hbar \cdot \omega_c k_x}{m^* \Omega^2}, \quad (8)$$

координата центра гибридного осциллятора в электромагнитном поле, определяющая анизотропию энергии электрона

$$E_n(k_x, k_y) \neq E_n(-k_x, k_y). \quad (9)$$

Локальные электронные состояния, наведенные дефектами, лежащими внутри КЯ, в связи с развитием технологии δ-легирования интенсивно изучались в работах [28,29]. Теоретические работы, посвященные локальным $D^{(-)}$-состояниям в полупроводниковой КЯ в отсутствие [21,30] и при наличии [25] продольного по отношению к оси роста КЯ магнитного поля, использовали для потенциала дефекта модель потенциала нулевого радиуса. Известно [30], что модель потенциала нулевого радиуса хорошо описывает как $D^{(-)}$-состояния, так и состояния отрицательного иона водорода H^-, т.к. эти состояния являются мелкими (их энергия связи порядка 5% от боровской энергии) и, следовательно, соответствующий радиус локализации связанного электрона существенно больше эффективного радиуса потенциала, т.к. последний определяется боровским радиусом. Эта модель позволяет получить аналитическое решение для волновой функции, а также дисперсионное уравнение электрона, локализованного на $D^{(0)}$-центре.

Пусть $D^{(-)}$-центр локализован в точке $\mathbf{R}_a = (x_a, y_a, z_a)$. Потенциал примеси описывается в рамках модели потенциала нулевого радиуса $\hat{V}_\delta(\mathbf{r}, \mathbf{R}_a)$ мощностью $\gamma = 2\pi\hbar^2/(\alpha m^*)$:

$$\hat{V}_\delta(\mathbf{r}, \mathbf{R}_a) = \gamma\delta(\mathbf{r} - \mathbf{R}_a)\big(1 + (\mathbf{r} - \mathbf{R}_a)\nabla_r\big), \quad (10)$$

где α определяется энергией $E_i = -\hbar^2\alpha^2/(2m^*)$ связанного состояния этого же $D^{(-)}$-центра в объемном материале; $\delta(x)$ — дельта-функция Дирака; ∇_r — оператор градиента в координатном пространстве. С учетом выражения (10) уравнение Шрёдингера для локализованного на $D^{(0)}$-центре электрона в КЯ в электрическом и магнитном полях примет вид

$$\big(\hat{H} + \hat{V}_\delta(\mathbf{r}, \mathbf{R}_a)\big)\Psi_\lambda^{(\mathrm{QWell})}(\mathbf{r}, \mathbf{R}_a) = E_\lambda \cdot \Psi_\lambda^{(\mathrm{QWell})}(\mathbf{r}, \mathbf{R}_a), \quad (11)$$

здесь $E_\lambda = -\hbar^2\lambda^2/(2m^*)$ — собственные значения гамильтониана в (11).

Следуя известной стандартной процедуре (например, [31]), решение уравнения (11) выполняется методом функции Грина $G(\mathbf{r}, \mathbf{R}_a; E_\lambda)$, которая отличается постоянным множителем от волновой функции $D^{(-)}$-состояния:

$$\Psi_\lambda^{(\mathrm{QWell})}(\mathbf{r}, \mathbf{R}_a) = -C_\lambda^{(\mathrm{QWell})} a_\Omega a_d^2 E_d G(\mathbf{r}, \mathbf{R}_a; E_\lambda), \quad (12)$$

здесь нормировочный множитель $C_\lambda^{(\mathrm{QWell})}$ равен

$$C_\lambda^{(\mathrm{QWell})} = \left[\frac{\partial G(\mathbf{R}_a, \mathbf{R}_a; E_\lambda)}{\partial \varepsilon_s}\right]^{-1/2} = a_\Omega^{-1/2} a_d^{-1} \pi^{-1/4}$$
$$\times \left[\int_0^\infty dt \cdot t^{1/2} \exp(-\varepsilon_s t)[f(\Omega, t)]^{-1/2} \cdot (1 - \exp[-4u])^{-1/2}\right.$$
$$\times \exp\left[\frac{|\Delta\varepsilon_{St}| \cdot t}{f(\Omega, t)}\left(\left(\frac{\omega_c}{\Omega}\right)^2 \cdot r(\Omega, t) - \left(\frac{a_\Omega}{a_d}\right)^2 \mathrm{th}(u)\right)\right]$$
$$\times \exp\left[-\frac{z_a^2}{a_\Omega^2 f(\Omega, t)}\left(g(\Omega, t) - \frac{a_\Omega^2}{2a_d^2} h(\Omega, t)\right)\right]$$
$$\left.\times \exp\left(-\frac{2z_a\sqrt{|\Delta\varepsilon_{St}|}}{a_d}\frac{t \cdot \mathrm{th}(u)}{f(\Omega, t)}\right)\right]^{-1/2}, \quad (13)$$

$E_d = \hbar^2/(2m^* a_d^2)$, $a_d = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0\hbar^2/(m^* e^2)$ — эффективные боровская энергия и боровский радиус соответственно; ε — статическая диэлектрическая проницаемость вещества, ε_0 — электрическая постоянная; $\varepsilon_s = (E_0(0, 0) - E_\lambda)/E_d$ — энергия связи электрона на примеси, отсчитываемая от энергии основного состояния $E_0(0, 0)$ электрона (7) в КЯ при $n = 0$, $k_x = 0$ и $k_y = 0$ в единицах эффективной боровской энергии; $\Delta\varepsilon_{St} == -(eE_z)^2/(2m^*\Omega^2 E_d)$ — штарковский сдвиг уровней энергии; $u = (a_d/a_\Omega)^2 t$; $f(\Omega, t) = (\omega_0/\Omega)^2 t + (\omega_c/\Omega)^2 (a_\Omega/a_d)^2 \mathrm{th}(u)$, $r(\Omega, t) = t - (a_\Omega/a_d)^2 \mathrm{th}(u)$, $g(\Omega, t) = (\omega_0/\Omega)^2 t\, \mathrm{cth}[2u] + (\omega_c/\Omega)^2 (a_\Omega/a_d)^2)/2$, $h(\Omega, t) = 2(\omega_0/\Omega)^2 (a_d/a_\Omega)^2 \frac{t}{\mathrm{sh}(2u)} + (\omega_c/\Omega)^2$, $\mathrm{th}(x)$, $\mathrm{cth}(x)$, $\mathrm{sh}(x)$ — гиперболический тангенс, котангенс и синус соответственно; одноэлектронная функция Грина $G(\mathbf{r}, \mathbf{R}_a; E_\lambda)$ в приближении эффективной массы с выделенной расходящейся частью [31]:

$$G(\mathbf{r}, \mathbf{R}_a; E_\lambda) = -\frac{\sqrt{\pi}}{a_\Omega a_d^2 E_d}\left(\int_0^{+\infty} dt \cdot t^{-1/2} \exp(-\varepsilon_s t) \exp\left(-\frac{(y - y_a)^2}{4a_d^2 t}\right)\right.$$
$$\times \left\{[f(\Omega, t)]^{-1/2} \exp\left[\frac{|\Delta\varepsilon_{St}| \cdot t}{f(\Omega, t)}\left(\left(\frac{\omega_c}{\Omega}\right)^2 \cdot r(\Omega, t) - \left(\frac{a_\Omega}{a_d}\right)^2 \mathrm{th}(u)\right)\right](1 - \exp[-4u])^{-1/2} \exp\left(-\frac{(y - y_a)^2}{4a_d^2 t}\right)\right.$$
$$\times \exp\left[-\frac{(z_a^2 + z^2)}{2a_\Omega^2}\frac{g(\Omega, t)}{f(\Omega, t)}\right] \exp\left(\frac{z_a z \cdot h(\Omega, t)}{2a_d^2 \cdot f(\Omega, t)}\right) \exp\left(-\frac{(z + z_a)}{a_d}\frac{\sqrt{|\Delta\varepsilon_{St}|}\,\mathrm{th}(u)}{f(\Omega, t)}\right) \exp\left\{-\frac{i\,\frac{\omega_c}{\Omega}(x - x_a)(z + z_a)\,\mathrm{th}(u)}{2a_\Omega^2 f(\Omega, t)}\right\}$$
$$\left.\times \exp\left(-\frac{(x - x_a)^2}{4a_d^2 f(\Omega, t)} + \frac{i\,\frac{\omega_c}{\Omega}(x - x_a)\sqrt{|\Delta\varepsilon_{St}|}\, r(\Omega, t)}{a_d \cdot f(\Omega, t)}\right) - \frac{a_\Omega}{2a_d t} \exp\left[-\frac{(\mathbf{r} - \mathbf{R}_a)^2}{4a_d^2 t}\right]\right\} + \sqrt{\pi} a_\Omega \frac{\exp\{-\sqrt{\varepsilon_s}) \cdot \frac{|\mathbf{r} - \mathbf{R}_a|}{a_d}\}}{|\mathbf{r} - \mathbf{R}_a|}\Bigg), \quad (14)$$

где $i^2 = -1$.

Согласно известной методике [31], запишем явный вид дисперсионного уравнения, определяющего зависимость энергии связи $D^{(-)}$-состояния от параметров КЯ, находящейся в продольном по отношению к ее оси размерного квантования постоянном электрическом поле с напряженностью $\mathbf{E}$ и поперечном постоянном магнитном поле с индукцией $\mathbf{B}$, положения примесного центра:

$$\alpha = 4\pi^{3/2} a_\Omega^{-1} \Bigg\{ \int\limits_0^{+\infty} dt \cdot t^{-1/2} \exp(-\varepsilon_s t)$$

$$\times \Bigg[[f(\Omega, t)]^{-1/2} \cdot (1 - \exp[-4u])^{-1/2}$$

$$\times \exp\left[-\left(\left(\frac{z_a}{a_\Omega}\right)^2 + 2\frac{z_a}{a_d}\sqrt{|\Delta\varepsilon_{St}|} + \left(\frac{a_\Omega}{a_d}\right)^2 |\Delta\varepsilon_{St}| \right) \mathrm{th}(u) \right]$$

$$\times \exp\left[\left(\frac{\omega_c}{\Omega}\right)^2 \frac{\left(-\frac{z_a}{a_d}\mathrm{th}(u) + \sqrt{|\Delta\varepsilon_{St}|} \cdot r(\Omega, t)\right)^2}{f(\Omega, t)} \right] - \frac{a_\Omega}{2a_d t} \Bigg]$$

$$- \sqrt{\pi}\, \frac{a_\Omega}{a_d} \sqrt{\varepsilon_s} \Bigg\}. \qquad (15)$$

Вычислим среднее значение проекции дипольного магнитного момента $\langle p_y^{(m)} \rangle(\mathbf{E}, \mathbf{B}, z_a)$ примесного электрона, используя выражение для волновой функции примесного состояния (12) с учетом (13) и (14)

$$\langle p_y^{(m)} \rangle(\mathbf{E}, \mathbf{B}, z_a) = \frac{ie\hbar}{2m^*} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} d^3\mathbf{r} \left(\Psi_\lambda^{(QWell)}(\mathbf{r}, \mathbf{R}_a) \right)^*$$

$$\times \left(z \frac{\partial}{\partial x} - x \frac{\partial}{\partial z} \right) \Psi_\lambda^{(QWell)}(\mathbf{r}, \mathbf{R}_a). \qquad (16)$$

Дополнительный дипольный магнитный момент $\langle \Delta p_y^{(m)} \rangle(\mathbf{E}, \mathbf{B}, z_a)$ электрона на $D^{(0)}$-центре, вызванный совместным действием взаимно перпендикулярных электрического и магнитного полей, определяется выражением

$$\langle \Delta p_y^{(m)} \rangle(\mathbf{E}, \mathbf{B}, z_a) = \langle p_y^{(m)} \rangle(\mathbf{E}, \mathbf{B}, z_a) - \langle p_y^{(m)}(0, \mathbf{B}, z_a). \qquad (17)$$

Аналитическое вычисление в формуле (16) интегралов по координатным переменным выполняется с использованием известных интегралов типа Пуассона [32]:

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty} dx\, x^n \exp(-px^2 + 2qx) = n! \left(\frac{q}{p}\right)^n \sqrt{\frac{\pi}{p}}$$

$$\times \exp\left(\frac{q^2}{p}\right) \sum_{k=0}^{[n/2]} \frac{1}{(n-2k)!k!} \left(\frac{p}{4q^2}\right)^k, \qquad (18)$$

здесь $p > 0$ и $[n/2]$ — целая часть числа $n/2$.

Внутренний двойной интеграл в (16) по переменным t и t_1 (изменяется в тех же пределах, что и t в выражении (14)), содержащимся в интегральных представлениях комплексно сопряженных волновых функций $\Psi_\lambda^{(QWell)}(\mathbf{r}, \mathbf{R}_a)$ и $\left(\Psi_\lambda^{(QWell)}(\mathbf{r}, \mathbf{R}_a)\right)^*$ примесного состояния, находится численным интегрированием с помощью кубатурных формул [33,34].

3. Обсуждение результатов

На рис. 1 представлена зависимость координаты $z_0(k_x, \mathbf{E}, \mathbf{B})$ центра гибридного осциллятора от напряженности электрического поля $\mathbf{E}$ для двух противоположных проекций k_x квазиволнового вектора $\mathbf{k}$ и фиксированного значения магнитной индукции $\mathbf{B}$. Т.к. для $k_x < 0$ и $k_x > 0$ центры осцилляторов пространственно разнесены, а волновая функция примесного состояния строится из волновых функций состояний ЗП КЯ, то преимущественный вклад в состояние $D^{(-)}$-центра вносят состояния с такими k_x, для которых центры осцилляторов близки к положению z_a примесного центра, т.е. $|z_a - z_0(k_x)| \ll a_\Omega$. Поэтому для $z_a > 0$ (линия *3*), $z_a = 0$ (линия *4*) значительный вклад вносят состояния с $k_x < 0$ (прямая *1*). Для $z_a < 0$ на рис. 1 на примере $z_a^{(1)} > z_0(k_x > 0, \mathbf{E} = 0, \mathbf{B})$ (линия *5*) видно изменение преимущественного вклада состояний с $k_x > 0$ (прямая *2*) на вклад состояний с $k_x < 0$ с увеличением напряженности. Если же, не меняя электрического поля, перемещать примесный центр противоположно вектору напряженности E в положение $z_a^{(2)} < z_0(k_x > 0, \mathbf{E} = 0, \mathbf{B})$ (линия *6*), будет происходить переход от большего вклада состояний с $k_x < 0$ к преимущественному вкладу состояний ЗП с $k_x > 0$.

Рассмотренный механизм изменения волновой функции примесного состояния в зависимости от координаты

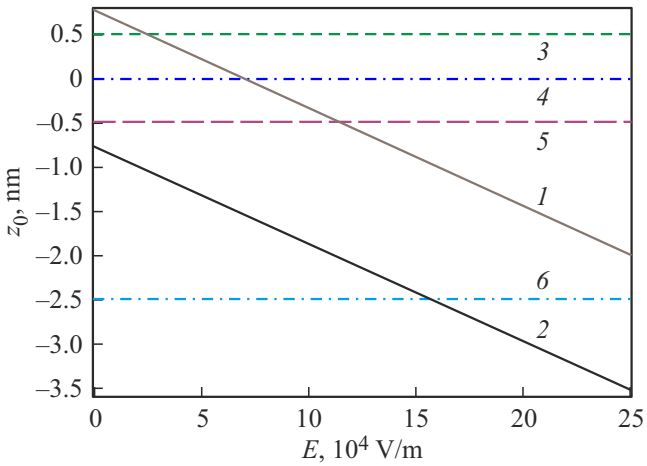

Рис. 1. Зависимость координаты центра осциллятора $z_0(k_x)$ в КЯ на основе InSb с параметрами $L = 72$ nm, $U_0 = 0.2$ eV от значения напряженности электрического поля в магнитном поле с индукцией $B = 1$ T для двух противоположных проекций квазиволнового вектора $\mathbf{k}$: кривая *1* — $k_x < 0$; *2* — $k_x > 0$. Линии изображают положения $D^{(0)}$-центра с различными z_a: кривая *3* — $z_a > 0$, *4* — $z_a = 0$; *5* — $z_0(k_x > 0, \mathbf{E} = 0, \mathbf{B}) < z_a < 0$; *6* — $z_a < z_0(k_x > 0, \mathbf{E} = 0, \mathbf{B}) < 0$.

z_a $D^{(0)}$-центра и напряженности электрического поля **E** определяет характер зависимости среднего значения проекции дополнительного дипольного магнитного момента $\langle \Delta p_y^{(m)} \rangle (\mathbf{E}, \mathbf{B}, z_a)$ примесного электрона на направление магнитной индукции **B** от электрического поля. Так, на рис. 2 показана зависимость $\langle \Delta p_y^{(m)} \rangle$ от напряженности электрического поля **E** для $z_a \geq 0$. Кривая *1* показывает, что в слабых электрических полях дополнительный дипольный магнитный момент направлен противоположно вектору магнитной индукции **B** и по абсолютному значению $\propto E^2$. С увеличением координаты z_a дополнительный магнитный момент также возрастает (см. кривые *2* и *3* рис. 2). На рис. 3 изображена зависимость $\langle \Delta p_y^{(m)} \rangle$ от напряженности электрического поля **E** для $z_a < 0$. В соответствии с пояснением к рис. 1 и сказанным выше, начальный участок кривой *1* на рис. 3 соответствует незначительному вкладу состояний с $k_x > 0$ с последующим преобладанием состояний с $k_x < 0$. С увеличением абсолютного значения $|z_a|$ происходит незначительное (кривая *2*), а затем более заметное (кривая *3*) отклонение от монотонной зависимости с характерным максимумом в области $\langle \Delta p_y^{(m)} \rangle > 0$ и изменением направления вектора дипольного магнитного момента $\langle \Delta \mathbf{p}^{(m)} \rangle$ на противоположное с дальнейшим возрастанием абсолютного значения проекции $|\langle \Delta p_y^{(m)} \rangle| \propto E^2$ в слабых полях (кривые *2* и *3*). Как показывает численный анализ, с увеличением магнитной индукции B точка максимума E_{max} и напряженность электрического поля E_0, при которой дополнительный дипольный магнитный момент $\langle \Delta p_y^{(m)} \rangle = 0$, не изменяются, а максимальное значение увеличивается — $\langle \Delta p_y^{(m)} \rangle (E_{max}) \propto B$.

На рис. 4 показана зависимость относительного изменения среднего значения проекции дополнительного дипольного магнитного момента $\delta \langle p_y^{(m)} \rangle$ от координаты примесного центра z_a. При смещении $D^{(0)}$-центра в направлении напряженности электрического поля **E** от значений $z_a < 0$ до $z_a > 0$ проекция $\delta \langle p_y^{(m)} \rangle$ линейно уменьшается до нуля и, изменив знак линейно возрастает. В области $z_a < 0$ дипольный магнитный момент приобретает парамагнитную добавку, а в области $z_a \geq 0$ — диамагнитную (см. кривую *1)*. С увеличением напряженности электрического поля диамагнитная область смещается в сторону отрицательных значений z_a, а сами значения диамагнитной и парамагнитной поправок возрастают (см. кривую *2*).

На рис. 5 представлена зависимость относительного изменения среднего значения проекции дополнительного дипольного магнитного момента $\delta \langle p_y^{(m)} \rangle$ от напряженности электрического поля E и различных положений z_a $D^{(0)}$-центра. В слабых электрических полях рассматриваемая зависимость является квадратической (кривые *1–3*) с характерным максимумом на кривой *1* для $z_a < 0$. Заметим, что при смещении $D^{(0)}$-центра по направлению электрического поля величина относительного изменения $\delta \langle p_y^{(m)} \rangle$ возрастает (см. кривые *1–3*), изменяясь приблизительно от 10 до 50 %.

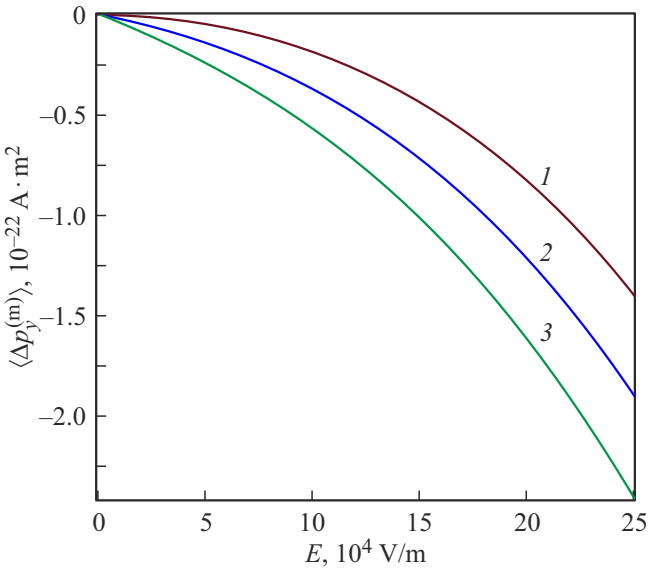

Рис. 2. Зависимость среднего значения $\langle \Delta p_y^{(m)} \rangle$ проекции дополнительного дипольного магнитного момента $D^{(-)}$-центра ($|E_i| = 0.03$ eV) в КЯ на основе InSb ($L = 72$ nm, $U_0 = 0.2$ eV) от значения напряженности электрического поля E в магнитном поле с индукцией $B = 1$ T для различных значений координат $z_a \geq 0$: кривая *1* — $z_a = 0$ nm; *2* — $z_a = 0.5$ nm; *3* — $z_a = 1$ nm.

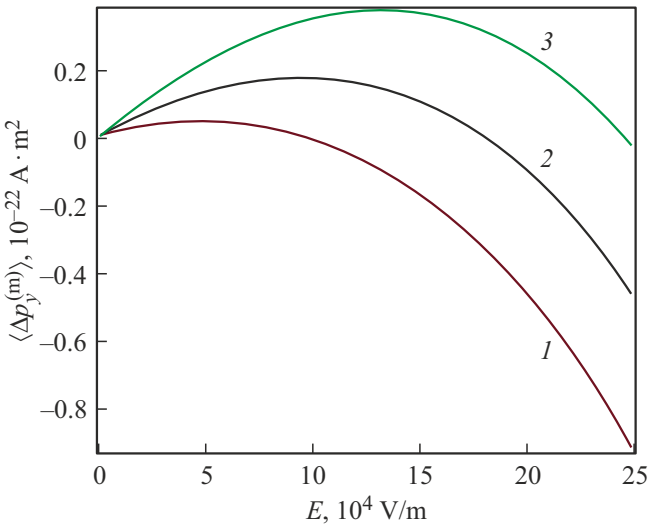

Рис. 3. Зависимость среднего значения $\langle \Delta p_y^{(m)} \rangle$ проекции дополнительного дипольного магнитного момента $D^{(-)}$-центра ($|E_i| = 0.03$ eV) в КЯ на основе InSb ($L = 72$ nm, $U_0 = 0.2$ eV) от значения напряженности электрического поля E в магнитном поле с индукцией $B = 1$ T для различных значений координат $z_a < 0$: кривая *1* — $z_a = -0.5$ nm; *2* — $z_a = -1$ nm; *3* — $z_a = -1.5$ nm.

Оценка величины магнитоэлектрического коэффициента (МЭК) $\alpha^{(ME)}$ путем численного анализа для одиночной КЯ, содержащей $D^{(-)}$-центры с поверхностной концентрацией $N_s \approx 10^{10}$ cm^{-2} [28] в плоскости с координатой z_a, внедренные путем планар-

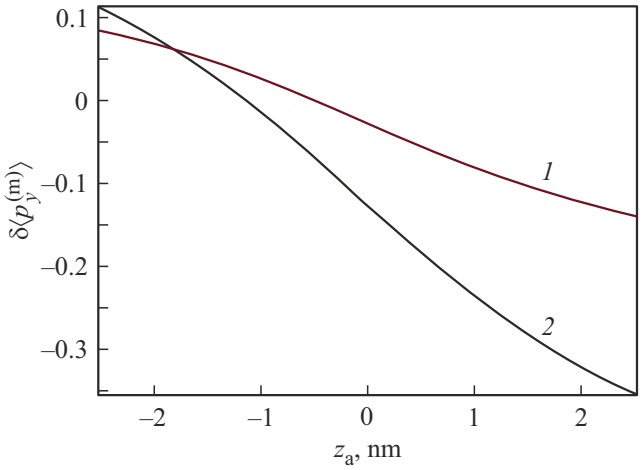

Рис. 4. Зависимость относительного изменения среднего значения $\delta\langle p_y^{(\mathrm{m})}\rangle$ проекции дополнительного дипольного магнитного момента $D^{(-)}$-центра ($|E_{\mathrm{i}}| = 0.03\,\mathrm{eV}$) в КЯ на основе InSb ($L = 72\,\mathrm{nm}$, $U_0 = 0.2\,\mathrm{eV}$) от координаты примесного центра z_{a} в магнитном поле $B = 1\,\mathrm{T}$ для различных значений напряженности электрического поля: кривая *1* — $E = 1 \cdot 10^5\,\mathrm{V/m}$; *2* — $E = 2 \cdot 10^5\,\mathrm{V/m}$.

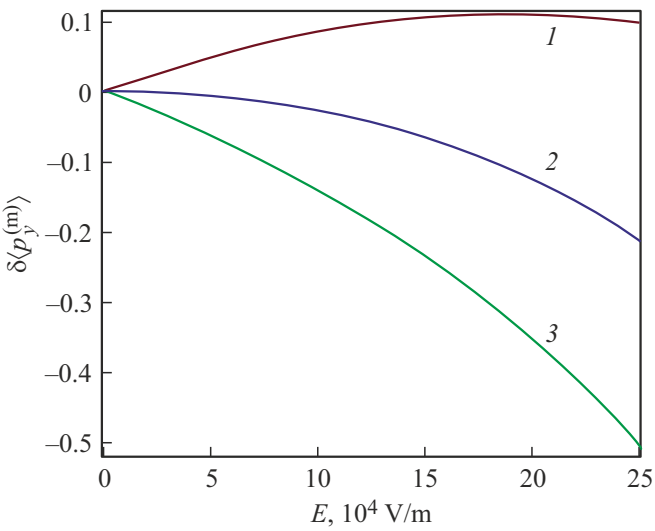

Рис. 5. Зависимость относительного изменения среднего значения $\delta\langle p_y^{(\mathrm{m})}\rangle$ проекции дополнительного дипольного магнитного момента $D^{(-)}$-центра ($|E_{\mathrm{i}}| = 0.03\,\mathrm{eV}$) в КЯ на основе InSb ($L = 72\,\mathrm{nm}$, $U_0 = 0.2\,\mathrm{eV}$) от значения напряженности электрического поля E в магнитном поле с индукцией $B = 1\,\mathrm{T}$ для различных положений z_{a} примеси: кривая *1* — $z_{\mathrm{a}} = -2.5\,\mathrm{nm}$; *2* — $z_{\mathrm{a}} = 0\,\mathrm{nm}$; *3* — $z_{\mathrm{a}} = 2.5\,\mathrm{nm}$.

ного селективного легирования [28,35], дает значение $\alpha^{(\mathrm{ME})} \sim 10^{-13}$–$10^{-12}\,\mathrm{s \cdot m^{-1}}$ для рассмотренных в работе параметров КЯ, характеристик примесного центра и значений напряженности $E \approx 10^5\,\mathrm{V/m}$ и магнитной индукции $B \approx 1\,\mathrm{T}$, что по порядку величины близко к однофазным магнитоэлектрическим материалам при температурах $T \approx 10\,\mathrm{K}$ [36]. Значение МЭК $\alpha^{(\mathrm{ME})}$, полученного в работе [13] для асимметричной нелегированной гетероструктуры с тремя туннельно связанными КЯ, при $T = 5.8\,\mathrm{K}$ и магнитной индукции $B \approx 1\,\mathrm{T}$ составляет $\sim 10^{-14}$–$10^{-13}\,\mathrm{s \cdot m^{-1}}$. Это показывает, что вклад примесных состояний в МЭ в данных условиях является существенным.

4. Заключение

Проведено теоретическое изучение примесного обратного МЭ в КЯ с параболическим потенциалом конфайнмента, находящейся в постоянных продольном по отношению к ее оси размерного квантования электрическом поле и поперечном магнитном поле. В модели потенциала нулевого радиуса в приближении эффективной массы получено дисперсионное уравнение для $D^{(-)}$-состояния, определяющее зависимость энергии связи примесного электрона от параметров $D^{(0)}$-центра, характеристик КЯ, напряженности электрического и индукции магнитного полей. Также методом функции Грина найдено аналитическое выражение для волновой функции $D^{(-)}$-состояния, с помощью которого вычислено среднее значение проекции дополнительного дипольного магнитного момента $\Delta\langle p_y^{(\mathrm{m})}\rangle$ на направление магнитного поля. Как показало численное интегрирование, величина $\Delta\langle p_y^{(\mathrm{m})}\rangle$ в слабых электрических полях изменяется по квадратичному закону и существенно зависит от положения примесного центра. Для $D^{(0)}$-центров, расположенных в плоскости симметрии КЯ или смещенных относительно нее в направлении электрического поля, дополнительный дипольный магнитный момент антипараллелен вектору магнитной индукции. Для $D^{(0)}$-центров, смещенных относительно плоскости симметрии КЯ противоположно напряженности электрического поля, зависимость дополнительного дипольного магнитного момента от напряженности электрического поля становится немонотонной: магнитоэлектрическая поправка $\Delta\langle p_y^{(\mathrm{m})}\rangle$ на начальном участке полевой зависимости является парамагнитной с характерным максимумом; затем, уменьшаясь и изменяя знак, она становится диамагнитной. Максимум в области $\Delta\langle p_y^{(\mathrm{m})}\rangle > 0$ смещается с увеличением расстояния от примеси до плоскости симметрии КЯ в сторону больших электрических полей. Изменение положения примесного центра позволяет управлять как значением, так и направлением дополнительного дипольного магнитного момента электрона на примеси.

Конфликт интересов

Автор заявляет, что у него нет конфликта интересов.

Список литературы

[1] И.Е. Дзялошинский. ЖЭТФ **37**, *3*, 881 (1960). [I.E. Dzyaloshinskii. JETP **10**, *3*, 628 (1960).]

[2] Д.Н. Астров. ЖЭТФ **38**, *3*, 984 (1960). [D.N. Astrov. JETP **11**, *3*, 708 (1960).]
[3] G.T. Rado, V.J. Folen. Phys. Rev. Lett. **7**, *8*, 310 (1961).
[4] Г.А. Смоленский, А.И. Аграновская. ЖТФ **28**, *7*, 1491 (1958).
[5] В.А. Боков, И.Е. Мыльникова, Г.А. Смоленский. ЖЭТФ **42**, *2*, 643 (1962). [V.A. Bokov, I.E. Myl'nikova, G.A. Smolenskii. JETP **15**, *2*, 447 (1962).]
[6] Г.А. Смоленский, И.Е. Чупис. УФН **137**, *3*, 415 (1982). [G.A. Smolenskii, I.E. Chupis. Sov. Phys. Usp. **25**, *7*, 475 (1982).]
[7] Z.V. Gabbasova, M.D. Kuz'min, A.K. Zvezdin, I.S. Dubenko, V.A. Murashov, D.N. Rakov, I.B. Krynetsky. Phys. Lett. A **158**, *9*, 491 (1991).
[8] W. Eerenstein, N. Mathur, J. Scott. Nature **442**, *7104*, 759 (2006).
[9] V.L. Ginzburg, A.A. Gorbatsevich, Yu.V. Kopaev, B.A. Volkov. Solid State Commun. **50**, *4*, 339 (1984).
[10] Ю.Ф. Попов, А.М. Кадомцева, А.К. Звездин, Д.В. Белов, Г.П. Воробьев. Письма в ЖЭТФ **69**, *4*, 302 (1999). [Yu.F. Popov, A.M. Kadomtseva, D.V. Belov, G.P. Vorob'ev, A.K. Zvezdin. JETP Lett. **69**, *4*, 330 (1999).]
[11] Ю.Ф. Попов, А.К. Звездин, А.М. Кадомцева, М.М. Тегеранчи, Г.П. Воробьев, В.А. Тимофеева, Д.М. Устинин. ЖЭТФ **114**, *1*, 263 (1998). [Yu.F. Popov, A.M. Kadomtseva, G.P. Vorob'ev, V.A. Timofeeva, D.M. Ustinin, A.K. Zvezdin, M.M. Tegeranchi. JETP **87**, *1*, 146 (1998).]
[12] B.B. Van Aken, J.P. Rivera, H. Schmid, M. Fiebig. Nature **449**, *7163*, 702 (2007).
[13] А.А. Горбацевич, О.Е. Омельяновский, В.И. Цебро, А.К. Звездин, А.П. Пятаков, А.А. Мухин, В.Ю. Иванов, В.Д. Травкин, А.С. Прохоров, А.А. Волков, А.В. Пименов, А.М. Шуваев, А. Лойдл, В.М. Мухортов, Ю.И. Головко, Ю.И. Юзюк. УФН **179**, *8*, 887 (2009). [A.A. Gorbatsevich, O.E. Omel'yanovskii, V.I. Tsebro, A.K. Zvezdin, A.P. Pyatakov, A.A. Mukhin, V.Yu. Ivanov, V.D. Travkin, A.S. Prokhorov, A.A. Volkov, A.V. Pimenov, A.M. Shuvaev, A. Loidl, V.M. Mukhortov, Yu.I. Golovko, Yu. Yuzyuk. Phys. Usp. **52**, *8*, 835 (2009).]
[14] Ю.В. Копаев. УФН **179**, *11*, 1175 (2009). [Yu.V. Kopaev. Phys. Usp. **52**, *11*, 1111 (2009).]
[15] А.А. Горбацевич, В.В. Капаев, Ю.В. Копаев. Письма в ЖЭТФ **57**, *9*, 565 (1993). [A.A. Gorbatsevich, V.V. Kapaev, Yu.V. Kopaev. JETP Lett. **57**, *9*, 580 (1993).]
[16] М.Е. Адамова, Е.А. Жуков, А.В. Каминский. Изв. Вузов. Приборостроение **62**, *3*, 261 (2019).
[17] А.Б. Устинов, Ю.К. Фетисов, G. Srinivasan. Письма в ЖТФ **34**, *14*, 16 (2008). [A.B. Ustinov, Yu.K. Fetisov, G. Srinivasan. Tech. Phys. Lett. **34**, *7*, 593 (2008).]
[18] О.В. Антоненков, Д.А. Филиппов. Письма в ЖТФ **33**, *17*, 77 (2007). [O.V. Antonenkov, D.A. Filippov. Tech. Phys. Lett. **33**, *9*, 752 (2007).]
[19] А.Д. Сизов, Г.А. Мешков, А.М. Монахов, А.М. Власов, Д.А. Сечин. УЗФФ **6**, 136302 (2013).
[20] A. Klimov, N. Tiercelin, Y. Dusch, S. Giordano, T. Mathurin, P. Pernod, V. Preobrazhensky, A. Churbanov, S. Nikitov. Appl. Phys. Lett. **110**, *22*, 222401 (2017).
[21] В.Д. Кревчик, Э.З. Имамов. ФТП **17**, *7*, 1235 (1983).
[22] S.E. Laux, F. Stern. Appl. Phys. Lett. **49**, *2*, 91 (1986).
[23] C.W.J. Beenakker, H. Van Houten. In: Solid State Physics, v. 44 / Eds H. Ehrenreich, D. Turnbull. Academ. Press, New York (1991). 228 p.
[24] T. Martin, S. Feng. Phys. Rev. Lett. **64**, *16*, 1971 (1990).
[25] В.Д. Кревчик, А.Б. Грунин, В.В. Евстифеев. ФТП **40**, *6*, 689 (2006). [V.D. Krevchik, A.B. Grunin, Vas.V. Evstifeev. Semiconductors **40**, *6*, 668 (2006).]
[26] B. Mitrović, V. Milanović, Z. Ikonić. Semicond. Sci. Technol. **6**, *2*, 93 (1991).
[27] L. Brey, G. Platero, C. Tejedor. Phys. Rev. B **38**, *14*, 9649 (1988).
[28] S. Huant, S.P. Najda, B. Etienne. Phys. Rev. Lett. **65**, *12*, 1486 (1990).
[29] S. Huant, A. Mandray, J. Zhu, S.G. Louie, T. Pang, B. Etienne. Phys. Rev. B **48**, *4*, 2370 (1993).
[30] А.А. Пахомов, К.В. Халипов, И.Н. Яссиевич. ФТП **30**, *8*, 1387 (1996).
[31] В.Д. Кревчик, А.Б. Грунин. ФТТ **45**, *7*, 1272 (2003). [V.D. Krevchik, A.B. Grunin. Phys. Solid State **45**, *7*, 1332 (2003).]
[32] А.П. Прудников, Ю.А. Брычков, О.И. Маричев. Интегралы и ряды. В 3 т. Т. 1. Элементарные функции. Физматлит, М. (2002). 632 с.
[33] В.М. Вержбицкий. Численные методы. Математический анализ и обыкновенные дифференциальные уравнения. Высшая школа, М. (2001). 382 с.
[34] И.П. Мысовских. Интерполяционные кубатурные формулы. Наука, М. (1981). 336 с.
[35] Д.В. Юрасов, М.Н. Дроздов, А.В. Мурель, А.В. Новиков. Письма в ЖТФ **37**, *17*, 75 (2011). [D.V. Yurasov, M.N. Drozdov, A.V. Murel', A.V. Novikov. Tech. Phys. Lett. **37**, *9*, 824 (2011).]
[36] А.П. Пятаков, А.К. Звездин. УФН **182**, *6*, 593 (2012). [A.P. Pyatakov, A.K. Zvezdin. Phys. — Uspekhi **55**, *6*, 557 (2012).]

Редактор Е.В. Толстякова