

05

## Автоволновая природа процесса пластического течения

© Л.Б. Зуев, С.А. Баранникова

Институт физики прочности и материаловедения СО РАН,  
634055 Томск, Россия  
e-mail: lbz@ispms.ru

Поступило в Редакцию 20 августа 2025 г.  
В окончательной редакции 21 ноября 2025 г.  
Принято к публикации 21 ноября 2025 г.

Обсуждена природа автоволновых характеристик пластического течения, определяющих актуальное состояние автоволновой теории пластичности. Анализ дисперсионных соотношений для разных стадий деформационного упрочнения позволил установить соответствие между структурой среды и формой закона дисперсии. Объяснены механизм возникновения пространственных масштабов пластического течения и связь законов деформационного упрочнения с дисперсией автоволн.

**Ключевые слова:** пластичность, дислокации, локализация, автоволны, дисперсия, деформационное упрочнение, стадии пластического течения.

DOI: 10.61011/JTF.2026.04.62656.212-25

### Введение

Выдвинутая в 1987 г. Зегером и Франком [1] фундаментальная идея, согласно которой пластическое течение есть процесс структурообразования в деформируемых средах, далеких от равновесия, была поддержана Николисом и Пригожиным [2], которые в 1989 г. заявили, что „Пластичность и текучесть невозможно исследовать на чисто механической основе, а следует рассматривать как часть проблематики нелинейных динамических систем, работающих вдали от равновесия“. Эти работы открыли пути к применению понятий и аппарата синергетики [2,3] к объяснению феномена пластичности. Понимание того, что в термодинамическом смысле деформируемое тело является открытой, далекой от равновесия системой, необратимо развивающейся по законам, отличным от законов термодинамики закрытых систем, вызвало интерес исследователей к этой проблематике [4].

К сожалению, первые попытки использовать идеи синергетики в физике пластичности не привели к существенному прогрессу. Как теперь ясно, причина неуспеха крылась с том, что не был отчетливо обозначен объект упорядочения, на роль которых явно не могли претендовать дислокации. Серьезной проблемой также оставалось согласование масштабов деформируемого образца и носителей деформации — дислокаций. Ситуация изменилась, когда Хакен [3] сформулировал принцип, согласно которому в синергетике следует описывать поведение сложных систем с помощью макроскопических наблюдаемых величин, переходя затем к выяснению микроскопической структуры процессов, порождающих макроскопическую структуру или макроскопическое поведение.

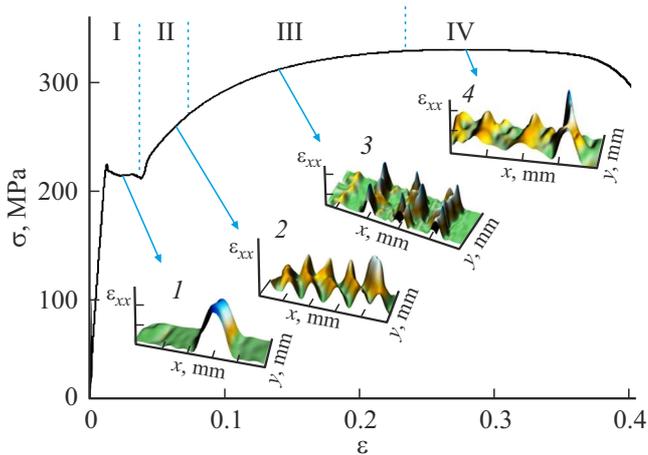
Последовательно применяя этот принцип к проблеме пластичности, удалось развить новый подход, оформи-

вшийся в автоволновую физику пластичности [5,6]. Ее основой стала сформулированная в 1990 г. гипотеза: „Самоорганизация деформации наблюдается как паттерн макромасштабной локализации пластического течения. Локализация есть неотъемлемый информативный признак процесса пластической деформации, сопровождающий его от упругопластического перехода до разрушения и принимающий на этом пути разные формы“. Справедливость гипотезы экспериментально проверена на 50 разных материалах с помощью модернизированной методики спекл-фотографии [5].

Объектом изучения в автоволновой физике пластичности служит макроскопический паттерн локализованной пластичности в виде распределений локальных продольных деформаций на рабочей поверхности образца  $\varepsilon_{xx}(x, y)$  (рис. 1), который характеризуется пространственным периодом (длиной автоволны)  $\lambda \approx 10^{-2}$  м, частотой  $\omega_{aw} \approx 10^{-2}$  Hz и скоростью фронтов локализованной пластичности  $V_{aw} = \lambda\omega_{aw} \approx 10^{-4}$  m/s [5,6]. Паттерн является проекцией автоволновых деформационных процессов на наблюдаемую поверхность деформируемого объекта. Автоволны локализованного пластического течения описываются системой параболических дифференциальных уравнений [7] для скоростей пластической деформации  $d\varepsilon/dt$  и релаксации напряжений  $d\sigma/dt$  [5,6]:

$$\begin{cases} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = f(\varepsilon) + D_{\varepsilon\varepsilon} \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x^2}, & (1) \\ \frac{\partial \sigma}{\partial t} = g(\sigma) + D_{\sigma\sigma} \frac{\partial^2 \sigma}{\partial x^2}, & (2) \end{cases}$$

причем деформация является активатором, а напряжения демпфером пластического течения. Уравнения такой формы являются базовыми для анализа процессов



**Рис. 1.** Многостадийная кривая пластического течения: I — площадка текучести, II — линейное деформационное упрочнение, III — параболическое деформационное упрочнение, IV — предразрушение. Паттерны локализованной пластичности в виде распределений локальных удлинений на рабочей поверхности образца  $\epsilon_{xx}(x, y)$ : 1 — площадка текучести (полоса Людерса), 2 — линейное деформационное упрочнение (фазовая автоволна), 3 — параболическое деформационное упрочнение (стационарная диссипативная структура), 4 — предразрушение (коллапс автоволны локализованной пластичности).

самоорганизации в средах разной физической природы. Любая из таких сред состоит из элементарных объемов полного перемешивания, каждый из которых содержит открытую метастабильную систему с  $N$ -образной кинетикой распада  $f(\epsilon)$  и  $g(\sigma)$ . Взаимодействие объемов контролируется процессами переноса, транспортные коэффициенты которых  $D_{\epsilon\epsilon}$  и  $D_{\sigma\sigma} \gg D_{z\epsilon}$  с размерностью кинематической вязкости  $m^2/s$  являются диагональными элементами матрицы

$$D_{ij} = \begin{vmatrix} D_{\epsilon\epsilon} & D_{\epsilon\sigma} \\ D_{\sigma\epsilon} & D_{\sigma\sigma} \end{vmatrix}, \quad (3)$$

связывающей упругие (обратимые) и пластические (необратимые) смещения при деформации. В силу принципа Онсагера [8] недиагональные элементы матрицы (3) равны  $D_{\epsilon\sigma} = D_{\sigma\epsilon}$ .

В настоящее время автоволновой подход получил достаточное экспериментальное [5,6] и теоретическое [9] обоснование. Исследования, проведенные более чем на пятидесяти разных материалах, показали, что явление локализации и формирование автоволн локализованной пластичности присущи всем без исключения материалам. В частности, показано, что каждой стадии деформационного упрочнения материала соответствует определенная автоволновая мода и установлены основные характеристики этих мод. Целью настоящей работы является выяснение природы ряда величин, входящих в уравнения (1) и (2), и описание их роли в формировании паттерна локализованной пластичности.

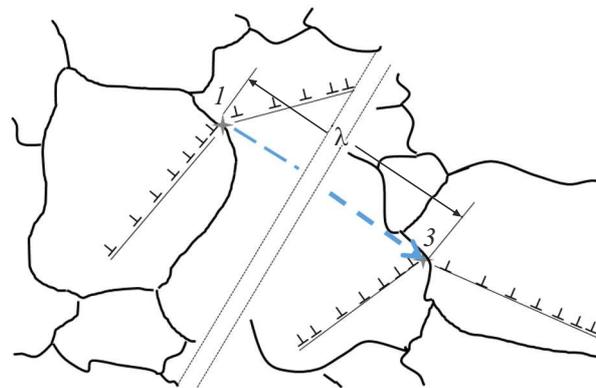
## 1. Пластическая деформация как процесс в активной среде

Согласно основному принципу синергетики [3,10], самоорганизация сложной системы состоит в том, что набор ее возможных степеней свободы разделяется на бесконечное множество микроскопических (диффузионных) и небольшое число макроскопических (гидродинамических) степеней. Такое разделение отражено в структуре уравнений (1) и (2), в которых члены  $f(\epsilon)$  и  $g(\sigma)$  описывают гидродинамическую моду, а члены с производными  $\epsilon''$  и  $\sigma''$  — диффузионную. В таком случае в первую очередь необходимо понять, каковы механизмы возникновения гидродинамических мод в деформируемой среде.

### 1.1. Строение активной деформируемой среды

Общая теория автоволновых процессов [7] требует, чтобы среда, генерирующая автоволны, была активной, неравновесной и нелинейной. Эти качества не очевидны для деформируемой среды и требуют специального обоснования. Как было сказано выше, активность среды предполагает наличие в ее структуре распределенного по объему источника энергии и совокупности элементарных объемов полного перемешивания, каждый из которых содержит открытую неравновесную точечную систему. Покажем, что сказанное в полной мере относится к деформируемой среде, содержащей дислокации или их ансамбли [11,12].

Используем развитую в [11] теорию термически активированного пластического течения и будем считать, что в основе пластической деформации лежит элементарный акт пластичности, состоящий в релаксации концентратора напряжений с порождением новых дислокационных сдвигов. Совокупность таких актов обеспечивает пластическую деформацию среды, а роль концентраторов в этой модели отводится распределенным в объеме среды заторможенным плоским скоплениям дислокаций, созданным источниками



**Рис. 2.** Концентраторы упругих напряжений (1) и дислокационного происхождения в активной деформируемой среде.

Франка–Рида [12] (рис. 2). Упругие поля концентраторов служат источниками потенциальной энергии, создавая активность среды, причем область напряжений у концентратора отвечает объему полного перемешивания. В этой модели пластически деформируемая среда является мозаикой взаимно уравновешенных упруго напряженных объемов. Энергия концентратора [11]  $W \approx nGb^2(\ln 4R/\xi + 1/2) \approx 7.7 \cdot 10^{-9} \text{ J} \approx 5 \cdot 10^{10} \text{ eV} \approx 1 \text{ eV}/b$  создает неравновесность (метастабильность) каждого из таких объемов. Численная оценка энергии  $W$  сделана для Al при числе дислокаций  $n = 10$ , длине концентратора  $\xi = 10^{-5} \text{ m}$  и размере кристалла  $R = 10^{-2} \text{ m}$ , векторе Бюргерса  $b = 0.286 \text{ nm}$  и модуле сдвига  $G = 26 \text{ GPa}$ .

Переходя к проблеме генерации автоволн локализованной пластичности, заметим, что качественно обосновать причину их рождения можно на базе дислокационных моделей пластического течения. Их основой обычно служит уравнение Тейлора–Орована [12]:

$$\varepsilon \approx b\rho_{mob}L$$

или

$$\frac{d\varepsilon}{dt} \approx b\rho_{mob}V_{dist}, \quad (4)$$

связывающее макроскопическую деформацию  $\varepsilon$  или ее скорость  $\dot{\varepsilon} = d\varepsilon/dt$  с микроскопическими характеристиками дислокационной структуры: длиной пробега  $L$  и зависящей от напряжения  $\sigma$  скоростью дислокаций  $V_{dist}(\sigma)$ , а также плотностью подвижных дислокаций  $\rho_{mob}(\varepsilon)$ . Условие активного нагружения  $\dot{\varepsilon} = \text{const}$  выполняется при  $\rho_{mob}\varepsilon = \text{const}$ . Если в ходе пластического течения плотность подвижных дислокаций и их скорость снижаются, то при напряжениях, недостаточных для разрушения, для поддержания условия  $\dot{\varepsilon} = \text{const}$ , в среде должен возникнуть новый очаг деформации, а в правой части уравнения (4), соответственно, появиться дополнительное слагаемое с размерностью скорости деформации  $s^{-1}$ . При этом картина локализации становится когерентной.

Формально это следует из уравнения для скорости деформации [13]:

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \cdot \left( D_{\varepsilon\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right), \quad (5)$$

в котором  $D_{\varepsilon\varepsilon}(x)$ . Тогда

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \cdot \frac{\partial}{\partial x} D_{\varepsilon\varepsilon} + D_{\varepsilon\varepsilon} \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x^2} = f(\varepsilon) + D_{\varepsilon\varepsilon} \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x^2}, \quad (6)$$

где  $f(\varepsilon) = (\partial \varepsilon / \partial x) \cdot (\partial D_{\varepsilon\varepsilon} / \partial x)$  — нелинейная скорость локальной деформации. Вместе с нелинейной кинетикой релаксационного акта и соответствующей ей  $N$ -образной формой функций  $f(\varepsilon)$  и  $g(\sigma)$  в уравнениях (1) и (2) это обеспечивает нелинейность деформируемой среды. Таким образом, анализ структуры и свойств деформируемой среды позволяют заключить, что деформируемая

среда действительно является активной, неравновесной и нелинейной, и с точки зрения принципов синергетики [3,7,10] пригодна для самоорганизации и генерации автоволн локализованной пластичности.

Уравнение (6), очевидно, эквивалентно автоволновому уравнению (1). Как показано в [5], при малых плотностях дислокаций  $f(\varepsilon) \approx b\rho_{mob}V_{dist}$ . Поэтому можно считать, что дислокационное уравнение (4) является предельным случаем уравнения (1), справедливым для малых деформаций. Этим самым устанавливается связь между дислокационным и автоволновым подходами в физике пластичности. Решающий вопрос о механизме появления диффузионно-подобного члена  $D_{\varepsilon\varepsilon}\varepsilon''$  в уравнении (1) будет рассмотрен ниже.

## 1.2. Двухкомпонентная модель деформации и макромасштаб пластического течения

Это удастся сделать в результате перехода к двухкомпонентной модели автоволновой пластичности [6], развивающей теорию термически активированной деформации [11]. Эта модель дополняет теорию [11], принимая во внимание роль локальных упругих полей концентраторов напряжений, т.е. учитывая активность деформируемой среды. Считается, что высвобождающаяся при релаксации концентратора напряжений энергия расходуется на реализацию двух эффектов. Одна ее часть формирует новые сдвиги в локальной окрестности концентратора, а другая трансформируется в сигналы акустической эмиссии, передается на большие расстояния [14] и синхронизирует релаксирующие концентраторы. В результате поведение релаксационных актов становится коррелированным (когерентным) в области размером порядка радиуса когерентности  $\approx \lambda$  [15].

Механизм возникновения такой корреляции представляется следующим. Пусть время ожидания термически активированного акта релаксации при температуре  $T$  есть [11]

$$\tau \approx \omega_D^{-1} \exp\left(\frac{U - \gamma\sigma_\Sigma}{k_B T}\right) = \omega_D^{-1} \exp\left[\frac{H(\sigma)}{k_B T}\right], \quad (7)$$

где  $H(\sigma)$  — энтальпия активации,  $k_B$  — постоянная Больцмана,  $\omega_D$  — частота Дебая,  $U$  — высота потенциального барьера,  $\gamma \approx 10^3 b^3$  — активационный объем [12], а  $\sigma_\Sigma = \sigma_{mech} + \sigma_{ac}$  сумма приложенных напряжений  $\sigma_{mech}$  и напряжений в акустическом импульсе  $\sigma_{ac}$ . Численная оценка [5], показала, что действие акустического импульса снижает время  $\tau$  более, чем в 50 раз. Механизм корреляции состоит в обмене локальных концентраторов импульсами акустической эмиссии, которые, воздействуя на находящийся в ждущем режиме концентратор напряжений, инициирует его релаксацию по механизму акустопластического эффекта [14].

Возникновения макроскопического радиуса когерентности концентраторов в двухкомпонентной модели объясняется рис. 3. Допустим, что концентратор  $I$  релак-

сирует, порождая в своей окрестности новые дислокации и излучая импульс акустической эмиссии. Новые дислокации активируют близлежащий концентратор 2, вызывая аккомодационную пластическую деформацию на фронте пластичности и обеспечивая непрерывное или скачкообразное перемещение фронта, которое описывается функцией  $f(\varepsilon)$  в уравнении (1).

Акустический импульс, эмитированный при релаксации концентратора 1, вызывает релаксацию концентратора 3, расположенного на расстоянии  $\sim \lambda$  от концентратора 1 при равенстве нулю разности высоты потенциального барьера  $U$  и работы действующих напряжений, включая напряжения в акустическом импульсе,  $(\gamma(\sigma + \delta\sigma_{ac}))$ , т.е при

$$U - \gamma(\sigma + \delta\sigma_{ac}) = U = bl\frac{\chi}{2}(\sigma + \varepsilon_{ac}G) \approx 0. \quad (8)$$

При этом условии фронт пластичности отрывается от локального барьера шириной  $\chi \approx b$ . Для этого концентратору 3 должна быть передана энергия  $(bl\chi/2)\varepsilon_{ac}G \approx (bl\chi/2)\delta\sigma_{ac}$ , где  $l$  — расстояние между соседними барьерами, а  $\varepsilon_{ac}$  — амплитуда деформации в импульсе. Из рис. 3 ясно, что условие (8) может быть выполнено, если акустический импульс, эмитированный при релаксации концентратора 1, достигнет концентратора 3 при  $U - \gamma\sigma \approx (bl\chi/2)\varepsilon_{ac}$ . Это требование удовлетворяется при равенстве времен пробега  $\vartheta \approx \lambda/V_t$  акустического импульса до концентратора 3 на расстояние  $\sim \lambda$  и смещения фронта автоволны  $\vartheta = \chi/2V_{aw}$  по склону локального барьера на половину его ширины  $\sim \chi/2$ :

$$\frac{\lambda}{V_t} \approx \vartheta \approx \frac{\chi}{2V_{aw}}. \quad (9)$$

Скорости  $V_{aw} \approx (2\pi)^{-1}\lambda\omega_{aw} \approx 10^{-4}$  м/с и  $V_t \approx (2\pi)^{-1}\chi\omega_D \approx 10^3$  м/с в уравнении (9) определяются пространственными масштабами  $\lambda$  и  $\chi$  и частотами  $\omega_{aw}$  для автоволны и дебаевской  $\omega_D$  для упругой волны. В итоге релаксация концентратора 1 оказывается коррелированной с релаксацией удаленного от него на расстояние  $\lambda \gg \chi$

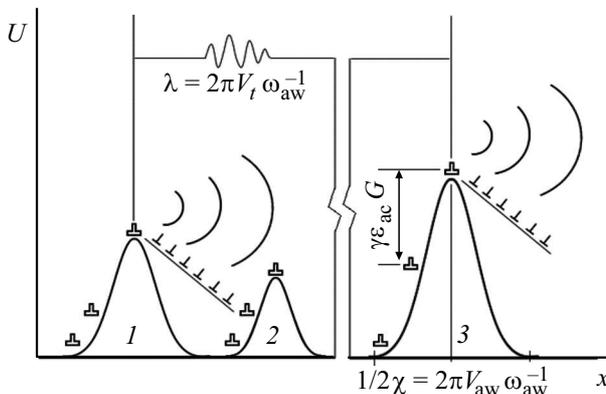


Рис. 3. Схема возбуждения концентратора напряжений сигналом акустической эмиссии.

концентратора 3, что объясняет появление макроскопического масштаба и генерацию автоволн локализованной пластичности. Оценка по уравнению (9) дает  $\lambda \approx \chi \cdot V_t/2V_{aw} \approx 10^{-2}$  м, что совпадает с экспериментальными данными.

Сценарий пластического течения, представленный последовательностью „распад концентратора напряжений→образование дислокаций→формирование новых концентраторов“, согласуется с понятием активности деформируемой среды. Можно считать, что последняя имеет все качества, необходимые для генерации автоволн локализованной пластичности, так что применение основных положений синергетики [2,3,10] к объяснению природы пластического течения целесообразно, а теория пластичности должна строиться как теория структурообразования при деформации.

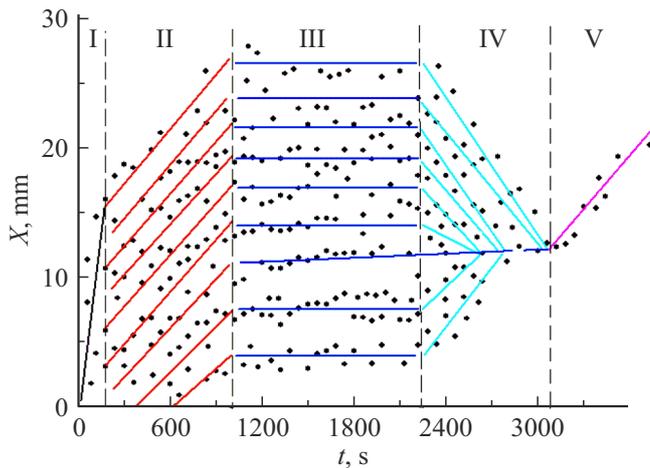
## 2. О параметрах автоволновых процессов пластического течения

Хорошо известно, что при пластическом течении последовательно реализуются ясно выраженные стадии деформационного упрочнения [12], которые могут быть выделены на кривых течения  $\sigma(\varepsilon)$ , аппроксимированных формулой Людвига [16]  $\sigma(\varepsilon) = \sigma_0 + K\varepsilon^n$ , где  $K$  — коэффициент упрочнения, а  $\sigma_0 = \text{const}$ . Для каждой стадии процесса показатель упрочнения  $n = \text{const}$ , т.е.  $n = 0$  на стадии площадки текучести,  $n = 1$  на стадии линейного упрочнения,  $n = 1/2$  на стадии параболического упрочнения и  $n < 1/2$  на стадии предразрушения.

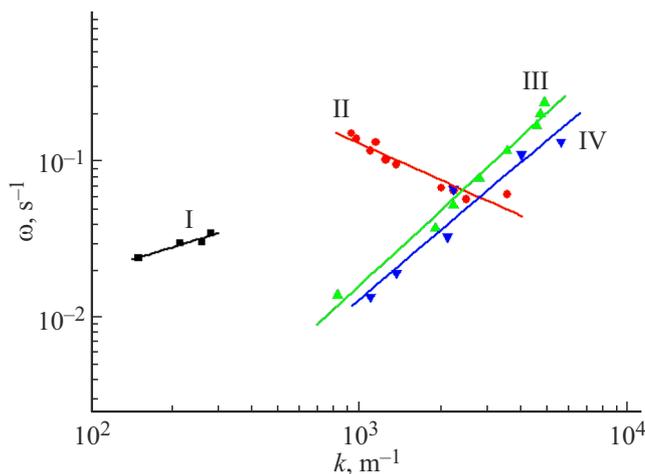
Причина смены стадий и природа механизмов деформационного упрочнения остаются неясными в рамках дислокационной теории пластичности. Определенные перспективы решения этой проблемы связаны с автоволновой моделью пластичности [5,6].

### 2.1. Деформационное упрочнение и законы дисперсии автоволн

Одним из наиболее важных положений, на которых базируется автоволновая модель пластичности [5,6], является правило соответствия, согласно которому каждой стадии деформационного упрочнения однозначно отвечает собственная автоволновая мода локализованного пластического течения (рис. 4). Есть основания считать, что закономерная смена автоволновых мод в ходе деформационного процесса неразрывно связана с эволюцией микроскопических механизмов деформационного упрочнения. В таком случае полезно сравнить подробно изученные макроскопические характеристики автоволновых процессов пластического течения [5,6] с богатой информацией о морфологии дислокационных ансамблей микроскопического масштаба, характерных для разных стадий пластического течения [17]. По-видимому, наибольший интерес имело бы сопоставление дислокационных субструктур с законами дисперсии



**Рис. 4.** Последовательная реализация автоволновых мод пластического течения на примере  $X-t$  диаграмм для наводороженной хромоникелевой стали. Обозначения стадий как на рис. 1. V — движение образовавшейся шейки разрушения.



**Рис. 5.** Дисперсионные зависимости для автоволн локализованного пластического течения. Обозначения стадий как на рис. 1.

автоволн локализованной пластичности, т. е. с зависимостями частоты от волнового числа  $k = 2\pi$  на разных стадиях упрочнения.

Экспериментально установленные законы дисперсии  $\omega_{aw}(k)$  для каждой из стадий процесса деформации, показаны на рис. 5. Они описываются параболой  $\omega_{aw}(k) \sim k^\beta$ , где  $\beta$  дискретно меняется при межстадийном переходе [18] (как и показатель упрочнения  $n$  в уравнении Льюдвика). Анализ размерностей позволяет найти дисперсионное соотношение

$$\omega_{aw}(k) \sim \left(\frac{\Lambda^\beta}{\vartheta}\right) k^\beta, \quad (10)$$

в котором коэффициент  $\Lambda^\beta/\vartheta$  для каждой стадии деформационного процесса включает в себя характерный для

нее структурный масштаб  $\Lambda$ . В рассматриваемом приближении время релаксации  $\vartheta$  полагается одинаковым для всех стадий процесса пластического течения.

Анализ уравнения (10) для выделенных стадий пластического течения показывает, что для деформации Льюдерса ( $n = 0; \beta = 1$ ) имеет место линейная дисперсия  $\omega_{aw}(k) \sim (\Lambda/\vartheta)k$ , для стадии линейного деформационного упрочнения ( $n = 1; \beta = 2$ ) дисперсия приобретает квадратичный характер  $\omega_{aw}(k) \sim (\Lambda^2/\vartheta)k^2$ , для стадии предразрушения (коллапса автоволны) ( $n < 1/2; \beta = 3$ ) дисперсия становится кубической  $\omega_{aw}(k) \sim (\Lambda^3/\vartheta)k^2$ . На стадии параболического деформационного упрочнения ( $n = 1/2; 2 < \beta = 5/2 < 3$ ) и  $\omega_{aw}(k) \sim (\Lambda^{5/2}/\vartheta)k^{5/2}$ . Обсуждая природу дисперсионного соотношения (10) и рассмотренных следствий из него, положим, что изменения закона дисперсии обусловлены структурной перестройкой деформируемой среды и попытаемся связать эти изменения с данными о дислокационных механизмах, действующих на соответствующих стадиях деформационного упрочнения.

Так, при упругопластическом переходе на стадии площадки текучести (деформация Льюдерса) упругая среда становится пластически деформируемой за счет массового освобождения дислокаций от стопоров с образованием лавины подвижных дислокаций [16,19,20]. Эти события реализуются на фронте полосы Льюдерса, движущемся с постоянной скоростью. Фазовая и групповая скорости фронта Льюдерса

$$V_{aw}^{(ph)} = \frac{\omega}{k} \quad \text{и} \quad V_{aw}^{(gr)} = \frac{d\omega}{dk} \quad (11)$$

равны, т. е.  $V_{aw}^{(ph)} = V_{aw}^{(gr)} = V_{aw}$ . Перемножив правые и левые части уравнений (11), получаем

$$\frac{\omega_{aw} d\omega_{aw}}{k dk} = \frac{\int \omega_{aw} d\omega_{aw}}{\int k dk} = \frac{1/2 \omega_{aw}^2 + c_1}{1/2 k^2 + c_2} = V_{aw}^2, \quad (12)$$

где  $c_1$  и  $c_2$  — константы интегрирования. Из уравнения (12) при  $c_2 = 0$  следует актуальный для этой стадии закон дисперсии вида  $\omega_{aw}^2 \sim 1 + k^2$ , который при  $k^2 \gg 1$  приводит к  $\omega_{aw} \sim k$ .

Фронт Льюдерса имеет все признаки автоволны переключения [21] в бистабильной среде, состоящей из взаимосвязанных элементов с двумя устойчивыми состояниями. Элементами такой среды являются дислокации, переходящие из заблокированного в мобильное состояние. Найденная форма дисперсионного соотношения для автоволны на этой стадии  $\omega_{aw}^2 \sim 1 + k^2$  отвечает уравнению Клейна–Гордона (КГ) [22]:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + u = 0 \quad (13)$$

для смещений  $u$ . При установившемся режиме деформации  $k \gg 1$ , и уравнение (13) сводится к волновому уравнению  $\ddot{u} - u'' = 0$  с линейной дисперсией  $\omega_{aw} = V_{aw}^{(gr)} k = V_{aw}^{(ph)} k$ .

На стадии линейного деформационного упрочнения характеристики упругой деформации и пластического течения связаны упругопластическим инвариантом  $2\lambda V_{aw} \approx \chi V_t$  [6], в котором автоволны пластичности задаются длиной  $\lambda$  и скоростью  $V_{aw}$ , а упругие волны межплоскостным расстоянием  $\chi$  и скоростью поперечного звука  $V_t$ . Если ввести масштабы Хартри [23] для скорости звука  $V_s \approx e^2/\hbar(m/2M)^{1/2}$  и длины  $a_0 = \hbar^2/me^2$ , где  $\hbar = h/2\pi$  — редуцированная постоянная Планка,  $e$  и  $m$  — заряд и масса электрона соответственно, а  $M$  — масса атома, то после замены  $\chi \rightarrow a_0$  и  $V_t \rightarrow V_s$  имеем [24]:

$$\lambda V_{aw} = \frac{\chi V_t}{2} \approx \frac{\hbar}{2(mM)^{1/2}}. \quad (14)$$

Здесь величина  $D_{\min} \approx \lambda V_{aw} \approx D_{\epsilon\epsilon}$  — имеет смысл минимального значения кинематической вязкости деформируемой среды. Расчет для исследуемого в настоящей работе Al дает  $D_{\min} \approx 5 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ , что близко к экспериментально найденным значениям [6].

Приняв, что  $\lambda V_{aw} \approx \Lambda^2/\vartheta$ , получаем

$$\lambda V_{aw} = \frac{\Lambda^2}{\vartheta} = \frac{(2\pi/k)^2}{2\pi/\omega_{aw}} = 2\pi \frac{\omega_{aw}}{k^2} \approx \frac{\hbar}{\sqrt{mM}} \approx \text{const}, \quad (15)$$

откуда вытекает квадратичное дисперсионное уравнение для линейной стадии

$$\omega_{aw} = \frac{\hbar}{2\pi\sqrt{mM}} \cdot k^2 = \frac{D_{\min}}{2\pi} \cdot k^2 \sim k^2. \quad (16)$$

Оценка частоты автоволны по уравнению (16) приводит к  $\omega_{aw} \approx 10^{-3} \text{ Hz}$  при  $k = 10^2 \text{ m}$ , что близко к экспериментально определенной частоте автоволны [5]. Квадратичная дисперсия  $\omega_{aw}(k) \approx 1 + k^2$  соответствует решениям нелинейного уравнения Шредингера (НУШ) [22]:

$$i \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2|u|^2 u = 0, \quad (17)$$

где  $i = \sqrt{-1}$ . Это уравнение описывает самоорганизацию среды, в которой последовательно реализуются термически активированные акты пластичности [11]. Автомоделность деформационных структур подчеркивает автоколебательный характер элементов среды на этой стадии, а возникающая автоволновая мода рассматривается как фазовая автоволна [21].

Кубический закон дисперсии  $\omega_{aw}(k) \sim (\Lambda^3/\vartheta)k^3$  для стадии коллапса автоволн локализованной пластичности отвечает уравнению Кортевега—де Вриза (КДВ) [22],

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} - u \frac{\partial u}{\partial x} = 0, \quad (18)$$

которое описывает распространение уединенных импульсов возбуждений типа солитонов в активных возбудимых средах. Примером этого эффекта на макроскопическом масштабном уровне может служить движение возникшего уединенного деформационного фронта на

финальной стадии предразрушения непосредственно перед образованием шейки разрушения, как это показано на рис. 4 (стадия V).

На стадии параболического деформационного упрочнения в деформируемом материале формируется стационарная диссипативная структура [2], которая характеризуется длиной автоволны  $\lambda$  и скоростью  $V_{aw} = 0$ . Закон дисперсии  $\omega_{aw} \approx k^{5/2}$  для этой стадии удалось найти, варьируя условия деформации и изменяя длину автоволны. Благодаря промежуточному значению показателя  $\beta = 5/2$ , стадию параболического деформационного упрочнения можно считать переходной от стадии линейного деформационного упрочнения, где  $\omega_{aw} \sim k^2$ , к стадии коллапса автоволновой функции, для которой  $\omega_{aw} \sim k^3$ .

Эта точка зрения подтверждается данными [12,17], согласно которым сформированная в начале стадии параболического деформационного упрочнения ячеистая дислокационная структура сменяется клубковой. Это служит еще одним аргументом в пользу переходного характера стадии параболического деформационного упрочнения.

Логично связать изменение дисперсионных соотношений с изменениями масштаба и формы дислокационных ансамблей при деформации [17]. Будем считать, что  $\Lambda^2 = \Sigma$  — площадь поверхности дислокационных ячеек на стадии линейного деформационного упрочнения, а  $\Lambda^3 = \Omega$  — объем дислокационных клубков или фрагментов, возникающих на стадии предразрушения [17]. Это придает такой интерпретации геометрический смысл.

## 2.2. Активная деформируемая среда как генератор автоволн

Уникальность деформируемой среды состоит в ее способности генерировать закономерную последовательность автоволновых мод разного типа при деформировании образцов с постоянной скоростью. Этим деформируемая среда отличается от химических сред, в которых реализация каждой из автоволновых мод требует реакторов специального вида, точного контроля концентрации реагентов и температурных режимов химических реакций [7]. Деформируемый образец служит универсальным генератором автоволновых процессов, работающим во всех температурно-силовых условиях, составе и структуре материала. Процесс генерации автоволн локализованной пластичности чувствителен к условиям нагружения. Так, при изменении мощности потока энергии в деформируемый образец  $\sim \sigma V_{mach}$  при увеличении скорости растяжения  $V_{mach}$  скорость перемещения автоволн локализованной пластичности меняется пропорционально этой величине [9].

Для понимания природы процесса деформации в этих условиях очень важна кинетика межстадийного перехода. Она изучалась на примере перехода от параболической стадии упрочнения к стадии коллапса автоволны при деформации поликристаллического Al со средним

размером зерна  $\sim 40 \mu\text{m}$ . Механические испытания дополнялись одновременной регистрацией скорости ультразвуковых рэлеевских волн  $V_R$ . Использование этой характеристики обусловлено экспериментальными указаниями на то, что скорость ультразвуковых волн в деформируемой среде чувствительна именно к подвижным дислокациям [25]. Вырезанные из листов Al плоские образцы с размерами рабочей части  $50 \times 5 \times 2 \text{ mm}$  растягивались со скоростью  $3.3 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$  в интервале температур  $211 \leq T \leq 350 \text{ K}$ . Скорость рэлеевских волн на частоте 3 МГц измерялась методом автоциркуляции ультразвукового импульса. Согласованные по деформации зависимости  $\sigma(\varepsilon)$  и  $V_R(\varepsilon)$  анализируются ниже.

Введем зависящую от деформации величину с размерностью длины

$$L^* = \frac{D_{\min}}{\theta^* V_R}, \quad (19)$$

где величина  $D_{\min}$  определена выше, а  $\theta^* = G^{-1} d\sigma/d\varepsilon$  — безразмерный коэффициент деформационного упрочнения. Для  $\theta^* \approx 10^{-4}$  расчет по формуле (19) дает  $L^* \approx 8 \cdot 10^{-8} \text{ m}$ . Придавая этой величине смысл, длины пробега дислокаций, входящей в уравнение Тейлора–Орована (4), запишем, что  $L = \varepsilon/b\rho_{mob}$ . Если принять, что  $L^* \equiv L$ , то

$$\frac{D_{\min}}{\theta^* V_R} = \frac{\varepsilon}{b\rho_{mob}}, \quad (20)$$

откуда следует уравнение

$$\rho_{mob} \approx \frac{\theta^* V_R}{b D_{\min}} \varepsilon = \Psi \varepsilon, \quad (21)$$

пригодное для оценки плотности подвижных дислокаций согласно [26]. Результаты расчетов по уравнению (21), показанные на рис. 6, а, согласуются с данными работ [27–29], что подтверждает применимость метода [26] для оценки величины  $\rho_{mob}$ .

Из рис. 6, а следует, что зависимость  $\rho_{mob}(\varepsilon)$  содержит два участка, в пределах каждого из которых, согласно уравнению (21), выполняется линейность  $\rho_{mob} \approx \Psi \varepsilon$ . Коэффициенты наклона этих участков  $\Psi_1 > 0$  при  $\varepsilon < \varepsilon_c$  и при  $\varepsilon > \varepsilon_c$ , т.е. при деформации  $\varepsilon_c \approx 0.02$  зависимость  $\rho_{mob}(\varepsilon)$  имеет максимум. Анализ температурной зависимости коэффициентов  $\Psi_1$  и  $\Psi_2$  (рис. 6, б) позволил определить энтальпии активации соответствующих процессов  $H_1 = U_1 - \gamma_1 \sigma_1 \approx 0.09 \text{ eV}$  и  $H_2 = U_2 - \gamma_2 \sigma_2 \approx -0.08 \text{ eV}$ . Малость деформационного упрочнения Al при больших деформациях позволяет считать, что  $\gamma_1 \sigma_1 \approx \gamma_2 \sigma_2 = \gamma \sigma \approx 0.03 \text{ eV}$  [6]. При этом для деформаций  $\varepsilon < \varepsilon_c$  высота барьера  $U_1 = H_1 + \gamma \sigma \approx 0.12 \text{ eV} > 0$ , и он преодолевается за счет термической активации. Для деформаций  $\varepsilon > \varepsilon_c$ ,  $U_2 = H_2 + \gamma \sigma \approx -0.05 \text{ eV} < 0$ , и движение дислокаций контролируется их захватом потенциальными ямами (ловушками) при образовании нового дислокационного ансамбля, что отмечается как спад плотности подвижных дислокаций. Таким образом, при критической деформации существенно меняется поведение дислокаций

и механизм деформационного упрочнения. Это подтверждается данными электронно-микроскопического анализа в [28], согласно которым при деформации  $\varepsilon_c \approx 0.02$  в дислокационной субструктуре деформированного Al дислокационный хаос сменяется образованием дислокационных ячеек.

Коэффициент пропорциональности  $\Psi$  в уравнении (21) с учетом результатов работы [19] может быть записан как

$$\Psi \approx \frac{2\theta V_R (mM)^{1/2}}{\hbar b}, \quad (22)$$

откуда следует, что  $10^{17} \geq |\Psi| \geq 10^{16} \text{ m}^{-2}$ . Эта величина близка к экспериментально определенным значениям  $\Psi_1$  и  $\Psi_2$ , а разницу модулей можно объяснить разными значениями коэффициента деформационного упрочнения  $\theta^* > 0$  на разных стадиях пластического течения.

Смена знака коэффициента  $\Psi$  в зависимости  $\rho_{mob}(\varepsilon)$  в ходе пластического течения имеет глубокий физический смысл. Формально этот факт объясняется двумя знаками величины  $\pm (mM)^{1/2}$  в уравнении (22), но для понимания его физической природы этого явно недостаточно. Если  $D_{\min}$  есть кинематическая вязкость среды [19], то при  $\Psi_2 < 0$  величина становится отрицательной, что может вызвать недоумение.

Однако известно, что отрицательная вязкость не является физически бессмысленной [30]. Ее возникновение связывается с реверсом переноса энергии при определенных условиях, т.е. с ее передачей от беспорядочного (теплого) движения к упорядоченному, что отвечает возбуждению гидродинамических мод [3,10], т.е. самоорганизации среды [31]. Эта ситуация типична для открытых систем, в которых развиваются необратимые процессы [2,3,10], лежащие в основе физики пластичности. Синергетический подход вместо диссипации энергии, обычной для изолированных систем, рассматривает самопроизвольное формирование диссипативных структур [2] (автоволн локализованной пластичности), и в этом случае вязкость среды должна быть отрицательной. Более того, автор [10] полагал это условие необходимым для самоорганизации деформируемой среды и генерации в ней автоволновых мод.

Такое объяснение согласуется с приведенными выше данными о дислокационной природе критической деформации  $\varepsilon_c$ , при которой слабо упорядоченная субструктура дислокационного хаоса сменяется ячеистой субструктурой с более высокой степенью порядка, задаваемой геометрической конфигурацией дислокационных ячеек [15].

## Заключение

Обсуждение полученных результатов показало, что использование основных представлений автоволновой теории пластического течения может быть плодотворным для изучения деталей и закономерностей сложного феномена пластического течения твердых тел. Стало

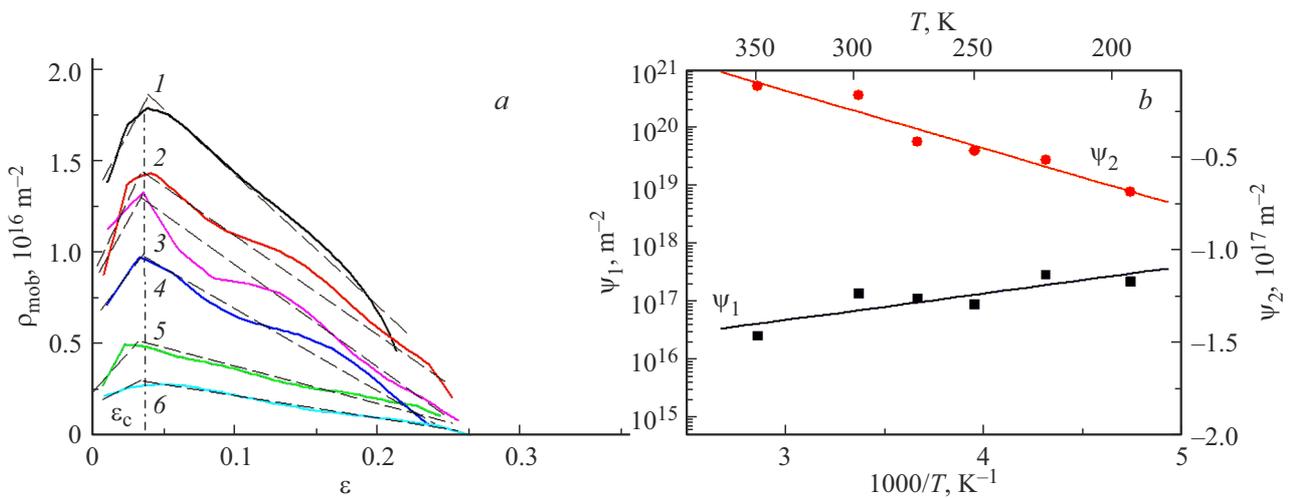


Рис. 6. Плотность дислокаций как функция деформации для разных температур; штрихами показана линейная аппроксимация зависимостей (a); температурная зависимость коэффициентов и в соотношении (21) (b).

возможным связать дислокационные и автоволновые представления о пластическом течении и показать, что в основе его стадийности лежит формирование активных сред, специфических для каждой стадии процесса. Закон дисперсии для каждой стадии процесса также связан с дислокационной структурой, характерной для этой стадии. Автоволновая теория дает возможность объяснить временную эволюцию картин локализации пластического течения. Последовательное применение автоволновых представлений позволило:

— объяснить природу генерации автоволновых процессов пластического течения при пластической деформации и возникновение макромасштабных неоднородностей деформационной структуры деформируемого твердого тела;

— связать стадии деформационного упрочнения при пластическом течении с законами дисперсии автоволн локализованной пластичности и с дислокационной структурой деформируемой среды, предложить механизмы последовательной генерации автоволн локализованной пластичности, и получить количественные оценки их длины автоволны и частоты;

— показать, что каждой стадии деформационного упрочнения может быть поставлено в соответствие одно из нелинейных эволюционных уравнений (КГ, НУШ, КДВ), описывающих коллективные возбуждения этой среды;

— предложить механизм перехода между стадиями деформационного упрочнения, связанный с изменениями дислокационных характеристик деформируемой среды и приводящий к самоорганизации деформируемой среды.

### Финансирование работы

Работа выполнена в рамках государственного задания ИФПМ СО РАН, тема № FWRW-2026-0006.

### Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

### Список литературы

- [1] A. Seeger, W. Frank. *Non-linear Phenomena in Material Science* (Trans. Tech. Publ., NY., 1987), p. 125–138.
- [2] Г. Николис, И. Пригожин. *Познание сложного* (Мир, М., 1990), 342 с.
- [3] Г. Хакен, *Информация и самоорганизация. Макроскопический подход к сложным системам* (URSS, М., 2014), 317 с.
- [4] В.А. Лихачев, В.Е. Панин, Е.Э. Засимчук и др. *Кооперативные деформационные процессы и локализация деформации* (Наукова думка, Киев, 1989), 320 с.
- [5] L.B. Zuev, S.A. Barannikova, V.I. Danilov, V.V. Gorbatenko. *Prog. Phys. Met.*, **22** (1), 3 (2021). DOI: 10.15407/ufm.22.01.003
- [6] L.B. Zuev. *Autowave Plasticity. Localization and Collective Modes* (Cambridge Int. Sci. Publ., Cambridge, 2020), 185 p. DOI: 10.1007/978-3-319-91989-8\_65
- [7] В.А. Васильев, Ю.М. Романовский, В.Г. Яхно. *Автоволновые процессы* (Наука, М., 1987), 240 с.
- [8] Дж. Най. *Физические свойства кристаллов* (Мир, М., 1967), 387 с.
- [9] Л.Б. Зуев, В.И. Данилов, ФТТ, **64** (8), 1006 (2022). DOI: 10.61011/FTT.2025.06.60954.114-25
- [10] А.И. Олемской. *Синергетика сложных систем. Феноменология и статистическая теория* (КРАСАНД, М., 2009), 384 с.
- [11] В.Л. Инденбом, А.Н. Орлов, Ю.З. Эстрин. *Элементарные процессы пластической деформации кристаллов* (Наукова думка, Киев, 1978), с. 93–113.
- [12] D. Hull, D.J. Bacon. *Introduction in Dislocations* (Elsevier, Oxford, 2011), 272 p.
- [13] R. Richards, Jr. *Principles of Solid Mechanics* (CRC Press, London, 2000), 435 p.

- [14] А.Л. Глазов, К.Л. Муратиков. *ФТТ*, **66** (3), 359 (2024). DOI: 10.61011/FTT.2024.03.5745.19
- [15] Л.Б. Зуев. Письма в *ЖТФ*, **51** (15), 3 (2025). DOI: 10.61011/PJTF.2025.15.60802.20334
- [16] J. Pelleg. *Mechanical Properties of Materials* (Springer, Dordrecht, 2013), 634 p. DOI: 10.1007/978-94-007-4342-7
- [17] U. Messerschmidt. *Dislocation Dynamics during Plastic Deformation* (Springer, Berlin, 2010), 503 p. DOI: 10.1007/978-3-642-03177-9
- [18] Л.Б. Зуев, С.А. Баранникова. Письма в *ЖТФ*, **51** (1), 45 (2025). DOI: 10.61011/PJTF.2025.01.59521.20074
- [19] Ю.В. Петров, И.Н. Бородин. *ФТТ*, **57** (2), 336 (2015). DOI: 10.1134/S1063783415020286
- [20] M. Zaiser, E.C. Aifantis. *Int. J. Plast.*, **22** (8), 1432 (2006). DOI: 10.1016/J.IJPLAS.2005.07.010
- [21] А.Ю. Лоскутов, А.С. Михайлов. *Основы теории сложных систем* (ИКИ, М.-Ижевск, 2007), 620 с.
- [22] А.М. Kosevich. *The Crystal Lattice: Phonons, Solitons, Dislocations, Superlattices*. (Wiley-VCH, NY., 2005), 139 p.
- [23] В.В. Бражкин. *УФН*, **193** (11), 1227 (2023). DOI: 10.3367/UFN. 2022.11.039261
- [24] Л.Б. Зуев. Письма в *ЖТФ*, **50** (12), 9 (2024). DOI: 10.61011/PJTF.2024.12.58056.19877
- [25] L.B. Zuev, B.S. Semukhin. *Phil. Mag. A*, **82** (6), 1183 (2002). DOI: 10.1080/01418610208240024
- [26] A. Maurel, V. Pagneux, F. Barra, F. Lund. *Phys. Rev. B*, **72**, 174111 (2005). DOI: 10.1103/PhysRevB.72.174111
- [27] U.F. Kocks, H. Mecking. *Prog. Mater. Sci.*, **48** (1), 171 (2003). DOI: 10.1016/S0079-6425(02)00003-8
- [28] A. Sadeghi, E. Kozeschnik. *Metallurg. Mater. Trans. A*, **55** (6), 1643 (2024). DOI: 10.1007/s11661-024-07358-z
- [29] D.-Y. Park, M. Niewczas. *Mater. Sci. Eng. A*, **491** (1), 88 (2008). DOI: 10.1016/j.msea.2008.01.065
- [30] В. Старр. *Физика явлений с отрицательной вязкостью* (Мир, М., 1971), 260 с.
- [31] Ю.Л. Климонтович. *Введение в физику открытых систем* (Янус-К, М., 2002), 284 с.