

03

Расчетно-экспериментальное моделирование процесса турбулентного смешения потоков теплоносителя с различными температурами

© Н.В. Мацин,¹ Р.Р. Рязанов,² А.Е. Соборнов,¹ А.В. Котин¹

¹ Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева, 603155 Нижний Новгород, Россия

² Институт прикладной физики им. А.В. Гапонова-Грехова РАН, 603950 Нижний Новгород, Россия
e-mail: lebron.09@mail.ru

Поступило в Редакцию 2 сентября 2025 г.

В окончательной редакции 6 октября 2025 г.

Принято к публикации 1 ноября 2025 г.

Экспериментальная модель воспроизводит конфигурацию проточной части натурального участка высокотемпературного стенда с коэффициентом геометрического подобия $K = 4/3$. Визуализация течения в области смешения потоков осуществлена методом „подкрашенных струй“. Для пространственно-временного разрешения турбулентных структур использовался LES-подход. Описание неразрешенных масштабов в Ansys Fluent осуществлялось подсеточной моделью WALE, в ПК FlowVision применена модель Смагоринского. Показано, что математическая формулировка модели WALE в сочетании с блочно-структурированной сеткой обеспечивают лучшую адаптацию к изменению входных параметров задачи. Расчетные распределения спектральной плотности мощности пульсаций температуры в инерционном интервале следуют закону „ $-5/3$ “, характерному для пассивного скаляра в локально-изотропной турбулентности. Оценка распределений турбулентной кинетической энергии позволила выявить механизм формирования вихревых структур в зоне смешения и их дальнейшую эволюцию. Проведенный анализ выявил меньшую точность моделирования ключевых особенностей процесса смешения в ПК FlowVision. Полученные данные будут использованы для обоснования представительности результатов расчетов процесса смешения при штатных параметрах водяных ядерных энергетических установок.

Ключевые слова: пульсации температуры, вихререзающее моделирование, турбулентная кинетическая энергия, тройниковое соединение, спектральный анализ.

DOI: 10.61011/JTF.2026.04.62652.253-25

Введение

Стремление к увеличению единичной мощности реакторных установок накладывает повышенные требования на ресурсную надежность оборудования АЭС. Высокая теплонапряженность современного теплообменного оборудования обуславливает наличие нестационарных температурных градиентов в стенке теплопередающей поверхности и, следовательно, температурных напряжений. При температурах, характерных для ядерных энергетических установок (ЯЭУ), предел текучести материалов значительно снижен [1], а наличие высокоинтенсивных пульсаций температурного поля приводит к возникновению необратимых локальных деформаций теплообменной поверхности, что увеличивает скорость накопления поврежденности и снижает ресурс оборудования.

Опыт эксплуатации основного оборудования ЯЭУ показал особую значимость процессов смешения потоков теплоносителя с различной температурой и их влияние на усталостную долговечность конструкционных материалов [2]. Случайный перенос импульса в области перемешивания предопределяет наличие пульсаций тем-

пературы вблизи стенки, зачастую оказывающих определяющее воздействие на ресурс элементов конструкций. Большинство экспериментальных исследований процесса смешения проведено преимущественно на моделях с T -образной конфигурацией проточной части в узком диапазоне режимных параметров [3–5], что затрудняет определение специфики процесса термосилового нагружения в условиях работы ЯЭУ. Перспективным в данном случае является применение численных методов, которые позволяют детально разрешить пространственно-временные особенности температурного поля теплоносителя и напряженно-деформированного состояния материала, что в конечном итоге позволит определить ресурс элементов оборудования. На основе существующих математических моделей возможно создать универсальную расчетную методику оценки ресурсных характеристик, однако сложность моделируемых процессов обуславливает необходимость валидации методики на различных этапах.

Научным коллективом лаборатории „Парогенерирующие системы“ НГТУ им. Р.Е. Алексеева на высокотемпературном стенде проводятся экспериментальное

исследование процесса смешения в тройниковом соединении со встречным движением однофазных потоков теплоносителя и, в этих же условиях, ресурсные испытания при штатных параметрах ЯЭУ [6,7]. Отличительной особенностью исследований является оригинальная конструкция экспериментального участка, обеспечивающая локализацию зоны с максимальной величиной среднеквадратической амплитуды пульсаций температуры. Производить валидацию CFD-модели основываясь лишь на экспериментальных данных о температурном поле теплоносителя в зоне смешения не корректно. Для обоснования представительности результатов расчетов наряду с анализом поля температуры необходимо исследовать особенности гидродинамики процесса смешения и их влияние на развитие термопульсаций. С этой целью научным коллективом проведено моделирование структуры потока на учебно-исследовательском стенде, экспериментальная модель которого геометрически подобна экспериментальному участку высокотемпературного стенда [8,9]. Изучение динамики крупномасштабных вихревых структур в области расположения термопреобразователей осуществлялось методом „подкрашенных струй“. В качестве трассера использовался гидрофильный раствор чернил. В продолжении исследования, изложенного в [8], проведена серия уточняющих экспериментов на модернизированной экспериментальной установке. В настоящей работе выполнено численное моделирование процесса смешения с использованием зарубежного программного комплекса Ansys Fluent. Кроме того, в рамках реализации программы импортозамещения, направленной на развитие отечественных разработок в области вычислительной гидродинамики, моделирование проведено с использованием программного комплекса FlowVision. Для разрешения спектра пульсаций полей скорости и температуры применен метод крупных вихрей (LES). Высокочастотные возмущения в Ansys Fluent моделировались с использованием подсеточной модели локальной вихревой вязкости, адаптированной для пристеночных течений (WALE), математическая формулировка которой достаточно точно воспроизводит особенности турбулентного теплопереноса в ограниченном пространстве [10–12]. В ПК FlowVision учет мелкомасштабной турбулентности осуществлялся с использованием модели Смагоринского (Sm) [13]. Целью проведенной серии расчетов являлась валидация расчетной модели на основании результатов модельного эксперимента.

1. Экспериментальное исследование

Экспериментальное моделирование проводилось на стенде, разработанном для исследования тепловых и гидродинамических характеристик в условиях смешения потоков теплоносителя. Подробное описание стенда приведено в [9]. Этап модернизации стенда заключался в следующем:

— замене трубчатого электронагревателя на более производительный аналог мощностью 3 kW, что позволило обеспечить высокую скорость разогрева стенда и поддерживать необходимую температуру теплоносителя в широком диапазоне режимных параметров;

— замене ротаметра LZM-8T на импульсный датчик расхода YF-S401 с диапазоном измерений 0.3–6 l/min. Это позволило автоматически записывать реализации „холодного“ расхода синхронно с другими параметрами стенда, что упростило процесс обработки экспериментальных данных;

— разработке и интегрировании в состав стенда улучшенной конструкции устройства-дозатора, достоинством которого является равномерная подача контрастного трассера заданного расхода в течение более чем 100 s.

Экспериментальная модель (рис. 1, а) представляет собой оригинальную конструкцию тройникового соединения и предназначена для моделирования особенностей гидродинамики и теплопереноса процесса смешения, исследуемого на высокотемпературном стенде НГТУ [7]. Конструктивно тройниковый узел состоит из основной 80×5 mm и периферийной 12×2 mm труб, изготовленных из оргстекла, направляющего и выходного фланцев, крепежных и прочих элементов. Периферийная трубка ориентирована под углом 18° по отношению к оси основной трубы. Расстояние от среза периферийной трубки до внутренней стенки основной — (9.3 ± 0.5) mm. В направляющем фланце выполнен диффузор с углом раскрытия 40° , предназначенный для формирования отрывного течения „горячего“ потока в области смешения. Расстояние от выходной кромки диффузора до передней кромки периферийной трубы составляет (133.3 ± 0.5) mm. Проточная часть экспериментальной модели геометрически подобна экспериментальному участку высокотемпературного стенда НГТУ. Коэффициент геометрического подобия $K = 4/3$ [9].

Исследование динамики вихревых структур в области смешения осуществлялось визуальным методом посредством введения в поток контрастного трассера. Трассирующее вещество, представляющее собой водный раствор канцелярских чернил с концентрацией 50%, непрерывно подавалось в область смешения через периферийную трубку посредством устройства-дозатора. Относительная доля трассера составляла не более 0.4% от величины расхода „холодного“ потока теплоносителя. Наряду с впрыском трассера осуществлялась видеофиксация исследуемого процесса с частотой 100 кадров в секунду.

Одновременно с визуализацией процесса смешения производилось измерение температурного поля теплоносителя. В качестве датчиков температуры использовались малоинерционные хромель-алюмелевые термопреобразователи, изготовленные из кабеля термопарного с минеральной изоляцией стального (КТМС) с диаметром чувствительной части 0.5 mm. Датчики обеспечивают измерение температуры с погрешностью $\pm 0.5^\circ\text{C}$. Длина

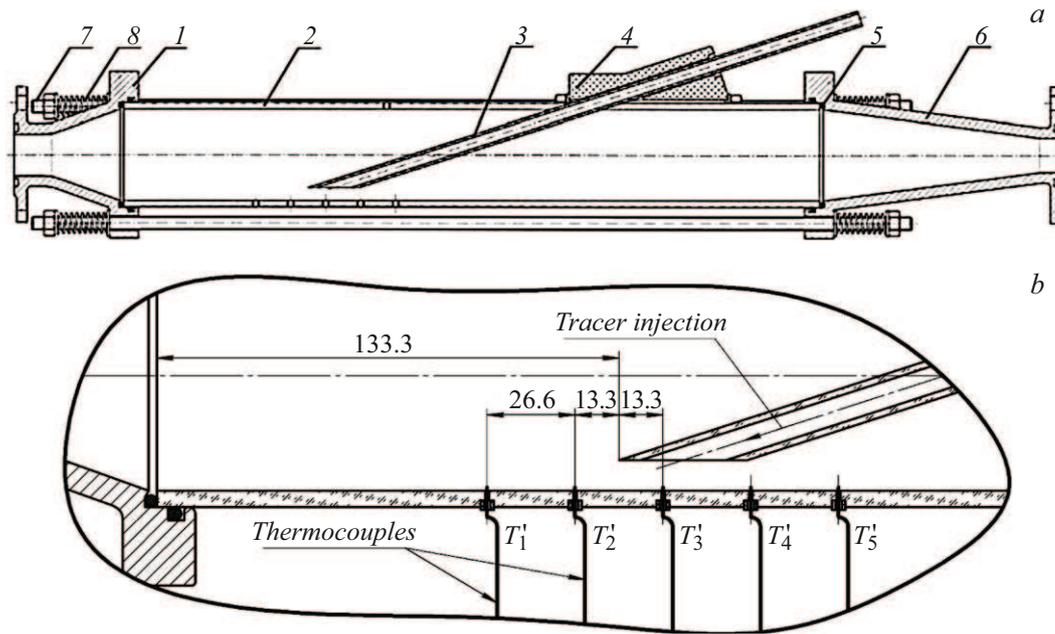


Рис. 1. Общий вид экспериментальной модели (а) и схема расположения термопреобразователей (б): 1 — направляющий фланец, 2 — основная труба, 3 — периферийная труба, 4 — бандаж, 5 — прокладка, 6 — выходной фланец, 7 — шпилька, 8 — пружина.

реализаций составила ≈ 150 s при средней частоте опроса термопреобразователей $f = 8$ Hz. Схема расположения термопреобразователей представлена на рис. 1, б.

Применение оргстекла в составе экспериментальной модели накладывает ограничение на допустимую температуру теплоносителя, верхняя граница которой принята равной $75, ^\circ\text{C}$.

Диапазоны режимных параметров экспериментального моделирования составили:

- число Рейнольдса для „горячего“ потока на входе $Re_h = (6.8-7.1) \cdot 10^4$, за диффузором $Re_h = (3-3.2) \cdot 10^4$;
- число Рейнольдса для „холодного“ потока $Re_c = 790-3050$;
- температура „горячего“ потока $T_h = 72 \pm 2 ^\circ\text{C}$;
- температура „холодного“ потока $T_c = 22-52 ^\circ\text{C}$;
- давление теплоносителя $P_{abc} = 1.125$ atm.

2. Численное моделирование

Общий вид геометрической модели с указанием граничных условий представлен на рис. 2.

Вследствие низкого коэффициента теплопроводности органического стекла $\lambda = 0.2-0.3$ W/(m·K) коллективом авторов принято решение не учитывать процесс теплопередачи между „горячим“ и „холодным“ потоками, что позволило пренебречь конечно-элементной частью модели, соответствующей периферийной трубке.

Моделирование турбулентности выполнено с применением LES-подхода. В рамках LES крупномасштабные

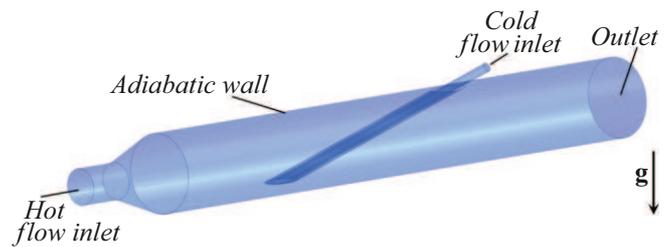


Рис. 2. Общий вид геометрической модели.

турбулентные структуры разрешаются точно, а описание мелкомасштабных структур и их взаимодействие с крупными моделируется. Пространственно-временная анизотропия крупных вихревых структур вносит существенный вклад в развитие пульсационного процесса, поэтому их точное разрешение является критически важным при анализе полей тепловых и гидродинамических параметров. Разделение вихрей на крупные и малые происходит на этапе фильтрации уравнений Навье–Стокса. При неявной фильтрации в качестве ограничителя масштабов выступает размер ячейки сеточной модели. Вихревые структуры, размер которых меньше размера ячейки сетки, не разрешаются, а моделируются при помощи тензора подсеточных напряжений [14]:

$$\tau_{ij} = \rho \overline{U_i U_j} - \rho \overline{U_i} \overline{U_j}, \quad (1)$$

где ρ — плотность среды; $\overline{U_i U_j}$ — отфильтрованное произведение компонент мгновенной скорости; $\overline{U_i}$, $\overline{U_j}$ — величины компонент фильтрованной скорости.

Уравнения для LES получаются путем фильтрации уравнений Навье–Стокса в пространстве и состоят из уравнений движения (2), неразрывности (3) и переноса тепловой энергии (4), (5) [15]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho \bar{U}_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \bar{U}_i \bar{U}_j) &= -\frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} \\ + \mu \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left[\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_i} \right] - \frac{2}{3} \frac{\partial \bar{U}_l}{\partial x_l} \delta_{ij} \right) - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \\ + (\rho - \rho_r) g_i, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \bar{U}_i) = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \bar{h}) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \bar{U}_j \bar{h}) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\lambda + \frac{\mu_t}{Pr_t} C_p \right) \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} \right), \quad (4)$$

$$\bar{h} = \int_{298.15}^{\bar{T}} C_p dT, \quad (5)$$

где индексы $i = 1, 2, 3$ и $j = 1, 2, 3$ — указывают направления декартовой системы координат x_i ; μ, λ, C_p — динамическая вязкость, теплопроводность и теплоемкость среды, являются функциями температуры; t — время; δ_{ij} — единичный тензор; $\rho_r = 976.6 \text{ kg/m}^3$ — плотность жидкости в базовой точке; $g(0; -9.81; 0) \text{ m/s}^2$ — вектор ускорения свободного падения; μ_t — подсеточная турбулентная вязкость; $Pr_t = 0.85$ — турбулентное число Прандтля; \bar{h} — отфильтрованная статическая энтальпия; \bar{T} — отфильтрованная температура; \bar{P} — отфильтрованное давление.

Для замыкания системы определяющих уравнений и учета влияния высокочастотной части спектра турбулентности используются Subgrid-Scale (SGS) модели, большинство которых базируется на обобщенной гипотезе Буссинеска (6) [16], предполагающей линейную связь между тензором подсеточных напряжений τ_{ij} и тензором скоростей деформации фильтрованного поля \bar{S}_{ij} (7):

$$\tau_{ij} = \frac{1}{3} \tau_{kk} \delta_{ij} - 2\mu_t \bar{S}_{ij}, \quad (6)$$

$$\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_i} \right), \quad (7)$$

где τ_{kk} — изотропная часть подсеточных напряжений.

Подсеточная модель WALE, основанная на квадрате тензора градиента скорости, использует следующее соотношение для вычисления μ_t :

$$\mu_t = \rho L_s^2 \frac{(S_{ij}^d S_{ij}^d)^{3/2}}{(\bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij})^{5/2} + (S_{ij}^d S_{ij}^d)^{5/4}}, \quad (8)$$

$$L_s = \min(kd, C_\omega h), \quad (9)$$

$$h = (\Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z)^{1/3}, \quad (10)$$

где L_s — длина перемешивания, рассчитывается как минимум из двух комплексов: произведения постоянной Кармана $k = 0.41$ и расстояния до ближайшей стенки d , произведения константы модели WALE $C_\omega = 0.325$ и линейного размера ячейки h ; $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ — размеры ячейки вдоль осей декартовой системы координат; S_{ij}^d — бесследная симметричная часть квадрата тензора градиента скорости, вычисляется согласно (11) [17]:

$$\begin{aligned} S_{ij}^d &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_k} \frac{\partial \bar{U}_k}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_k} \frac{\partial \bar{U}_k}{\partial x_i} \right) - \frac{1}{3} \delta_{ij} \frac{\partial \bar{U}_l}{\partial x_k} \frac{\partial \bar{U}_k}{\partial x_l}, \\ \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_k} \frac{\partial \bar{U}_k}{\partial x_j} &= g_{ij}^{-2}, \end{aligned} \quad (11)$$

где g_{ij}^{-2} — квадрат тензора градиента скорости.

Антисимметричная часть тензора градиента скорости есть тензор завихренности $\bar{\Omega}_{ij}$

$$\bar{\Omega}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right). \quad (12)$$

Тензор, определенный соотношением (11), может быть переписан через \bar{S} и $\bar{\Omega}$ следующим образом:

$$S_{ij}^d = \bar{S}_{ik} \bar{S}_{kj} + \bar{\Omega}_{ik} \bar{\Omega}_{kj} - \frac{1}{3} \delta_{ij} [S_{mn} S_{mn} - \Omega_{mn} \Omega_{mn}]. \quad (13)$$

Выражение (13) учитывает как локальную скорость деформации, так и скорость вращения, следовательно, пространственный оператор (8) обнаруживает все турбулентные структуры, имеющие отношение к диссипации кинетической энергии [14]. Комплекс $(\bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij})^{5/2}$ доминирует в области вязкого подслоя, где скорость сдвига велика, тогда как $(S_{ij}^d S_{ij}^d)^{3/2}$ становится больше, чем $(\bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij})^{5/2}$ в логарифмической области пограничного слоя. Таким образом, вихревая вязкость естественным образом стремится к нулю вблизи стенки, что не требует введение специальной демпфирующей функции, и значительно возрастает в турбулентном пограничном слое. Тензорная инвариантность величины $S_{ij}^d S_{ij}^d$ позволяет адаптироваться модели WALE к преобразованию системы координат, используя только локальную информацию (без определения ближайшей точки в сетке). В результате, совокупность указанных особенностей модели позволяет достаточно точно воспроизвести пульсационный процесс в области после диффузора и в зоне смешения.

В ПК FlowVison для описания неразрешенных масштабов в рамках LES подхода реализована модель Sm, базирующаяся на втором инварианте симметричной части \bar{S}_{ij} тензора градиента скорости. Подсеточная турбулентная вязкость μ_t в этом случае вычисляется согласно (14) [13]:

$$\mu_t = \rho (C_s h)^2 |\bar{S}|, \quad (14)$$

где $C_s = 0.1$ — константа Смагоринского [17]; $|\bar{S}| = \sqrt{2\bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij}}$ — модуль тензора скоростей деформации.

Численное моделирование в Ansys Fluent осуществлялось на конечно-объемной сеточной модели (рис. 3, а),

построенной по принципу блочной топологии в программном модуле Ansys ICEM CFD. Созданные элементы „квазикубической“ формы позволили ориентировать сеточную модель в направлении потоков и, как следствие, снизить влияние численной диффузии на точность решения дифференциальных уравнений. В соответствии с архитектурой решателя Ansys Fluent исходная структурированная сетка конвертировалась в неструктурированный формат, сохранив при этом ключевые преимущества структурированного подхода. Отсутствие сгущения сеточной модели у стенки связано с незначительным, ввиду удаленности, влиянием пристеночной области на развитие пульсационного процесса. Величина безразмерного расстояния от стенки в области смешения потоков составила $y^+ \approx 8$, в этом случае Ansys Fluent активирует единый закон стенки по Б.А. Кадеру [15]. Степень дискретизации модели — 34.5 млн. ячеек. Число Рейнольдса, вычисленное по скорости трения на стенке, в зоне столкновения потоков составило $Re_{\tau_mix} \approx 240$. Вследствие формирования пограничного слоя по направлению движения „горячего“ потока наблюдается рост осредненного во времени напряжения трения на стенке и естественное увеличение $Re_{\tau_out} \approx 1200$ в точках T_9 и T_{10} .

Автоматический генератор сеток ПК FlowVision строит преимущественно шестигранные ячейки, аппроксимируя криволинейные границы высокоточным методом подсеточного разрешения геометрии [18]. Начальная дискретизация модели производилась разбиением на элементы по осям декартовой системы координат: оси „X“ и „Y“ — 100 элементов; ось „Z“ — 1000 элементов. Для качественного разрешения пульсационного процесса в области диффузора и зоне смешения (рис. 3, b) произведена адаптация сеточной модели первого уровня. В окрестности стенок — адаптация второго уровня. Размерность сеточной модели — 17.5 млн. ячеек. Количество элементов сетки ограничено, поскольку для корректной работы FlowVision требуется выделять определенное количество вычислительной мощности на каждые 1.5 млн. ячеек. Профиль скорости вблизи стенки определялся моделью равновесных пристеночных функций WFFV (Wall functions FlowVision) [19].

Посредством мониторинговых точек, изображенных на рис. 3, a, производились контроль и запись значений температуры и компонент скорости на каждом шаге по времени. Помимо основных мониторинговых точек, соответствующих местам установки термопреобразователей в экспериментальной модели, добавлены промежуточные точки для детального разрешения полей тепловых и гидродинамических характеристик. Длина расчетных реализаций составила ≈ 150 s.

В работе [20] предполагается, что для корректного применения LES-подхода требуется воспроизвести не менее 80 % кинетической энергии турбулентности, следовательно, размер ячейки (фильтра) должен разрешать структуры, имеющие отношение к ниспадающему инерционному интервалу энергетического спектра. Средний

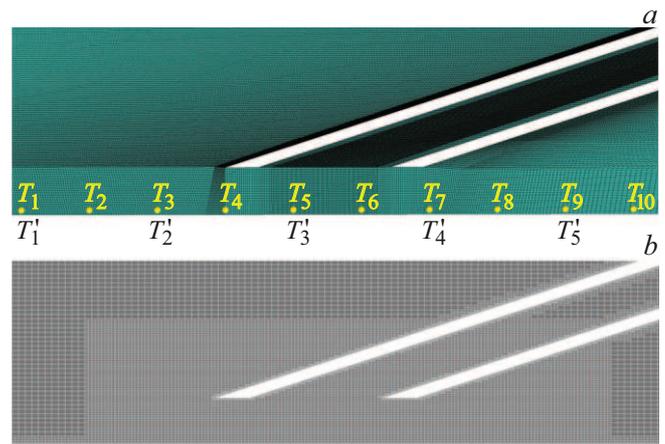


Рис. 3. Сеточная модель в области смешения потоков, построенная в Ansys ICEM CFD (a) и автоматическом генераторе сеток FlowVision (b). $T_1 - T_{10}$ — мониторинговые точки расчетных моделей; $T_1 - T_5$ — места установки термопреобразователей в экспериментальной модели.

размер ячейки в зоне смешения выбирался на основе микромасштаба Тейлора, характеризующего размеры вихревых структур, в которых происходит значительная диссипация турбулентной энергии.

В ходе проведения предварительного стационарного расчета с применением $k - \omega$ SST-модели турбулентности [21] получены поля кинетической энергии турбулентности k , скорости ее диссипации ε и кинематической вязкости ν в соответствии с которыми определены интегральный l , колмогоровский η и тейлоровский λ -масштабы [21]:

$$l = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{k^{3/2}}{\varepsilon} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{(3.5 \cdot 10^{-4})^{3/2}}{0.019} \approx 0.42 \text{ mm}, \quad (15)$$

$$\eta = \sqrt[4]{\frac{\nu^3}{\varepsilon}} = \sqrt[4]{\frac{(4.3 \cdot 10^{-7})^3}{0.019}} \approx 0.045 \text{ mm}, \quad (16)$$

$$\Delta = \lambda = \left(\frac{2}{3}\right)^{1/6} \sqrt{10} \cdot \eta^{2/3} \cdot l^{2/3} \\ = \left(\frac{2}{3}\right)^{1/6} \sqrt{10} \cdot (0.045)^{2/3} \cdot (0.42)^{2/3} \approx 0.28 \text{ mm}. \quad (17)$$

Выбранный размер элемента позволяет разрешить энергетически значимый диапазон пульсаций, характеризующий специфику исследуемого процесса и доминирующий при оценке осредненных характеристик.

В Ansys Fluent для учета зависимости плотности, теплопроводности, теплоемкости и динамической вязкости среды от температуры получены полиномиальные зависимости при рабочем давлении. ПК FlowVision использует базу данных веществ, где набор теплофизических свойств представлен в виде зависимостей от температуры при постоянном давлении.

Начальные условия для нестационарного расчета с применением модели WALE получены в результате

Таблица 1. Параметры моделируемых режимов

No	Re_h	Re_c	G_h , kg/h	G_c , kg/h	T_h , °C	T_c , °C
1	69 000	1570	2460	34	72	22
2		3050		66		
3		790		17		

решения задачи в стационарной постановке на описанной сеточной модели с применением $k - \omega$ SST-модели турбулентности. В качестве граничных условий для входных сечений „горячего“ и „холодного“ потоков при решении задачи в стационарной постановке использовались стабилизированные профили скорости, профили кинетической энергии турбулентности k и удельной скорости ее диссипации ω полученные с применением периодического граничного условия при заданных величинах массового расхода и температуры (табл. 1). При нестационарном расчете на входных границах задавались стабилизированные профили скорости и постоянные значения температуры. Низкая степень турбулентности „горячего“ потока в подводящем канале по сравнению с областью за отрывным диффузором позволила отказаться от генерации синтетических турбулентных пульсаций на входе.

В расчетах с применением модели Sm входной участок „горячего“ потока был увеличен на 20 диаметров, „холодного“ потока на 10 диаметров для формирования стабилизированных профилей скорости перед диффузором и зоной впрыска „холодного“ потока. Граничные условия для входных сечений модели — массовый расход и температура (табл. 1).

Особенностью решения задачи в нестационарной постановке является выбор корректного шага по времени Δt , который определялся согласно критерию устойчиво-

сти численного решения дифференциальных уравнений Куранта–Фридрихса–Леви (CFL) [22] и составил 0.002 s.

Моделирование в Ansys Fluent осуществлялось с применением связанного алгоритма, основанного на давлении. При этом уравнения импульса и неразрывности решаются одновременно, улучшая сходимость решения. Для решения системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) использовался алгебраический многосеточный метод (AMG) с применением F-цикла для стабилизации сходимости [15]. Настройки решения системы дифференциальных уравнений приведены в табл. 2.

Для численного решения уравнений Навье–Стокса в ПК FlowVision реализован неявный метод расщепления по физическим переменным [23]. Решение СЛАУ производилось с использованием адаптивной технологии AST, представляющей собой комбинацию агрегативного (A) и селективного (S) AMG методов, а также решателя TParFBSS (T) типа GMRES [24,25]. В случае отсутствия сходимости по заданной величине максимальной невязки методом A, решатель AST переключается на метод S, затем при необходимости выполняется переход к наиболее устойчивому методу T. Основные настройки параметров численного метода приведены в табл. 3.

3. Анализ результатов

Экспериментальное моделирование позволило выделить три репрезентативные комбинации режимных параметров для численного анализа (табл. 1). Для валидации расчетной модели наибольший интерес представляет режим № 1, отличающийся выраженной динамичностью вследствие значительных пространственно-временных флуктуаций вихревой области в зоне смешения. Режимы № 2 и 3 были выбраны для оценки чувствительности расчетной модели к изменению граничных условий. В качестве варьируемого параметра выступал расход „холодного“ потока. Оценка влияния вариации гранич-

Таблица 2. Настройки численного метода в Ansys Fluent

Параметр	Тип схемы решения
Дискретизация конвективного слагаемого уравнения импульса	Метод ограниченных центральных разностей
Дискретизация конвективного слагаемого уравнения энергии	Противопоточная схема второго порядка точности
Дискретизация диффузионных слагаемых уравнений переноса	Центрально-разностная схема второго порядка точности
Интерполяция давления	Схема второго порядка точности
Вычисление градиентов	Метод наименьших квадратов в ячейке (Линейная аппроксимация параметра в ячейке)
Дискретизация временного слагаемого	Ограниченный второй порядок точности для неявных схем
Количество внутренних итераций решателя	10

Таблица 3. Настройки численного метода в FlowVision

Параметр	Тип схемы решения
Дискретизация конвективных слагаемых уравнений переноса	Схема второго порядка точности
Дискретизация диффузионных слагаемых и вычисление градиентов уравнений переноса	Гибридная схема с переходом от второго к первому порядку точности
Дискретизация временного слагаемого	Неявная схема первого порядка точности
Количество внутренних итераций решателя	10

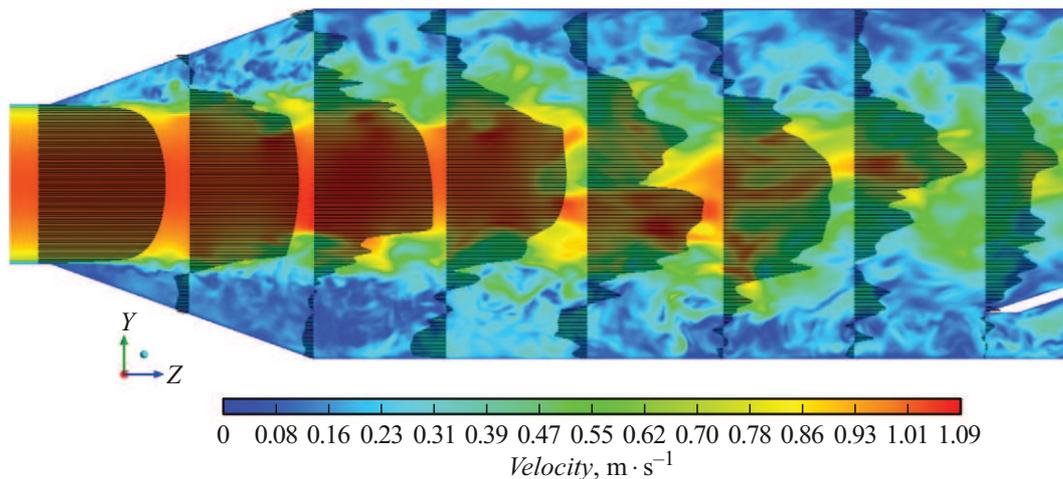


Рис. 4. Характерное поле скорости (модель WALE) в момент времени $t = 11.5$ s для режима № 1.

ных условий проводилась путем сравнения расчетно-экспериментальных распределений осредненных характеристик.

По результатам LES-моделирования проанализирована разрешающая способность расчетной модели на основе уточнения интегрального (15), колмогоровского (17) и тейлоровского (16) пространственных масштабов. Скорость диссипации турбулентной энергии ϵ (18) в зоне смешения вычислялась при помощи осредненных во времени градиентов скорости, образующих тензор скоростей деформации [26]:

$$\epsilon = 2\nu \langle |\bar{S}|^2 \rangle \approx 0.025 \text{ m}^2/\text{s}^3. \quad (18)$$

Численные значения пространственных масштабов составили $l_{LES} = 71.6$, $\eta_{LES} = 0.042$ mm, $\lambda_{LES} = 1.49$ mm. Сравнение величины тейлоровского микромасштаба с характерным размером сеточного элемента $\Delta/\lambda_{LES} \approx 0.19$ подтверждает корректность пространственного разрешения вихревых структур.

Влияние мелкомасштабных вихрей на разрешенные структуры связано с колмогоровским временным масштабом (19):

$$\tau_{\eta_{LES}} = \left(\frac{\nu}{\epsilon} \right)^{1/2} \approx 4.1 \cdot 10^{-3} \text{ s}. \quad (19)$$

Отношение шага по времени к колмогоровскому временному масштабу $\Delta t/\tau_{\eta_{LES}} \approx 0.48$ удовлетворяет требованиям LES-подхода и обеспечивает необходимые условия для качественной работы подсеточной модели.

Анализ безразмерной эпюры осевой компоненты скорости за диффузором (рис. 4) позволяет оценить протяженность формирующейся вихревой области, граница которой находится вблизи зоны впрыска. При данных условиях „холодная“ ламинарная струя оказывает максимально эффективное локальное воздействие на стенку основной трубы, поскольку высокая степень турбулентных пульсаций потока перед зоной смешения не позволяет сформировать устойчивых гидродинамического и температурного пограничных слоев, оказывающих демпфирующее воздействие на пульсации температурного поля. Вследствие встречного движения потоков теплоносителя с равными значениями осевой (V_z) компоненты скорости, под срезом периферийной трубки образуется квазистационарная вихревая область. Расчетно-экспериментальные распределения температуры (модель WALE) и трассера (рис. 5, a, b) подтверждают данную особенность.

Покадровый анализ фрагментов видеозаписей свидетельствует о флуктуации вихревой области, обусловленной нерегулярным забросом „холодного“ потока в сторону диффузора (рис. 5, c, d). Каждый заброс характе-

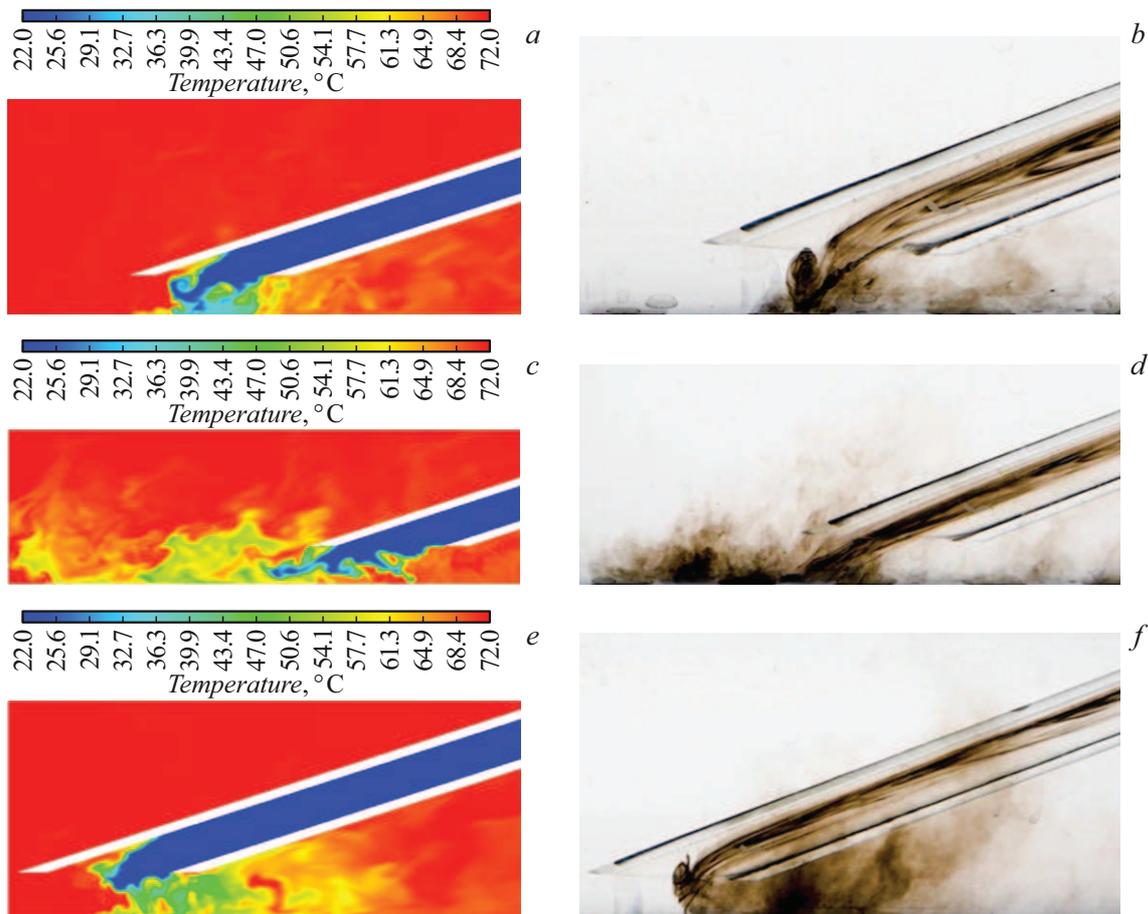


Рис. 5. Мгновенные расчетно-экспериментальные распределения температуры (модель WALE) и трассера для режима № 1 при формировании квазистационарной вихревой области (*a, b*), забросе „холодного“ потока в сторону диффузора (*c, d*) и „срыве“ „холодного“ потока в сторону выхода из экспериментальной модели (*e, f*).

ризуется резким снижением температуры в окрестности термопреобразователей № 1 и 2 [9]. Вместе с тем прослеживается „срыв“ „холодного“ потока в сторону выхода из экспериментальной модели (рис. 5, *e, f*). Приведенные особенности вихревого движения в области смешения потоков, по мнению авторов, связаны с попеременным отрывом потока с противоположных сторон диффузора. Геометрия диффузора и комбинация режимных параметров „горячего“ потока обеспечивают значительные колебания размера и местоположения отрывной зоны, а также интенсивности отрыва во времени, что обуславливает флуктуации вихревой области в зоне смешения [27].

Сравнение расчетных и экспериментальных профилей осредненной температуры и интенсивности пульсаций (среднеквадратическое отклонение) температуры потока производилось с помощью безразмерной температуры T^* [28]:

$$T^* = \frac{T - T_x}{T_r - T_x} \quad (20)$$

где T — мгновенное значение температуры среды.

Осредненное по времени значение безразмерной температуры определялось:

$$\overline{T^*} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N T^*, \quad (21)$$

где N — количество отсчетов.

Интенсивность пульсаций безразмерной температуры вычислялась следующим образом:

$$T_{\text{RMS}}^* = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (T^* - \overline{T^*})^2}. \quad (22)$$

Количественная оценка отклонения расчетно-экспериментальных распределений для M точек рассчитывалась по формуле:

$$\sigma(x) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^M (x_i^{\text{calc}} - x_i^{\text{exp}})^2}{M}}. \quad (23)$$

Несмотря на лучшее соответствие профилей $\overline{T^*}$ (рис. 6, *a*) и T_{RMS}^* (рис. 6, *b*) для эксперимента и расчета

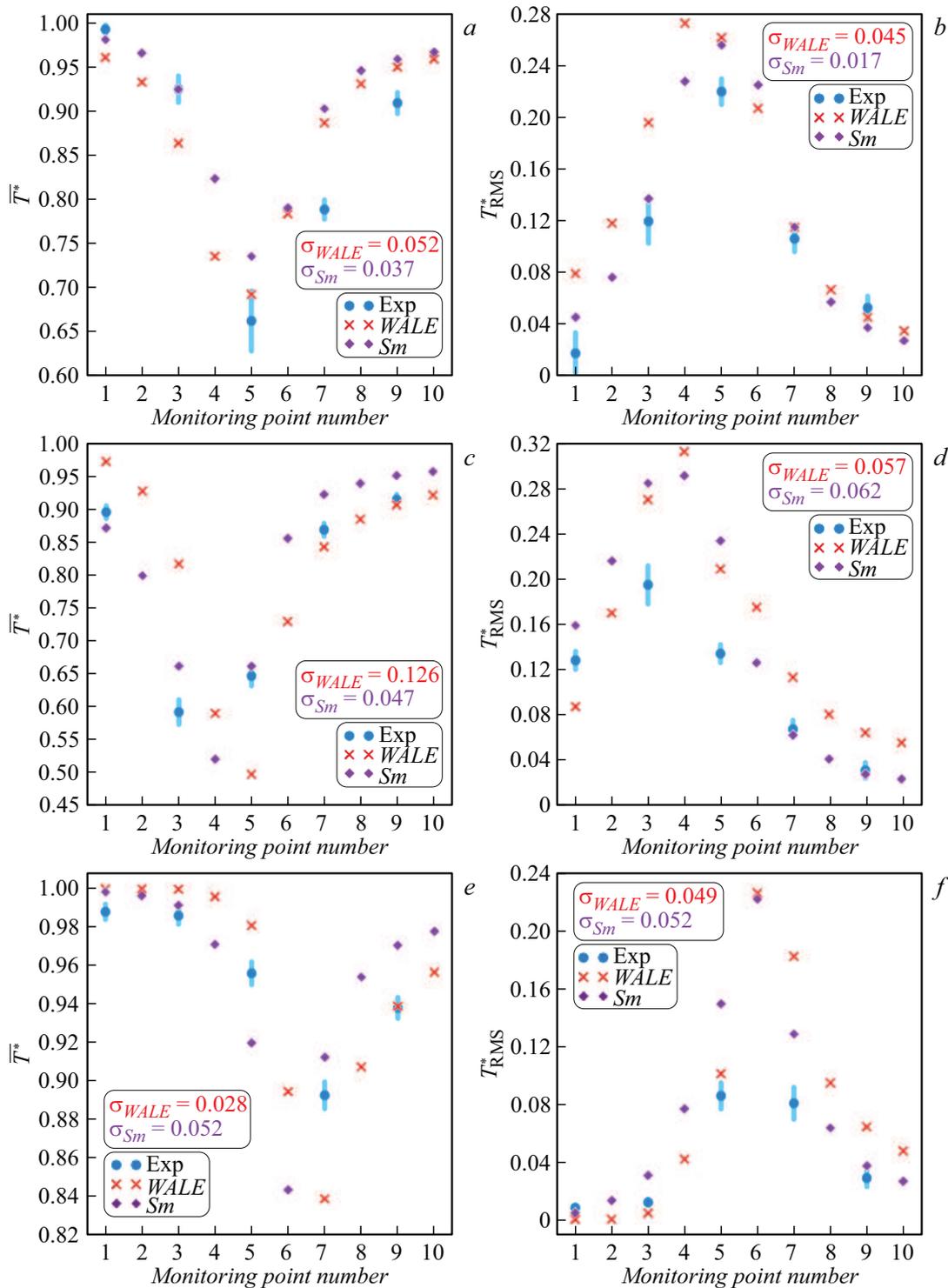


Рис. 6. Осредненные профили безразмерных температуры и интенсивности пульсаций температуры для режима № 1 (a, b), режима № 2 (c, d) и режима № 3 (e, f).

с применением модели Sm ($\sigma_{Sm} < \sigma_{WALE}$) локальные особенности исследуемого процесса точнее отражаются моделью WALE. В окрестности точек T_4 – T_6 формируется область максимальных температурных градиентов, возникающая вследствие активного взаимодействия встречных потоков. Модель WALE довольно точно

воспроизводит минимум осредненной температуры, что наблюдается на рис. 6, a. Максимальная величина интенсивности пульсаций для WALE располагается вблизи точки T_4 , соответствующей границе вихревой области за диффузором (рис. 4) и зоне впрыска „холодного“ потока. Интенсивный перенос импульса крупномасштабными

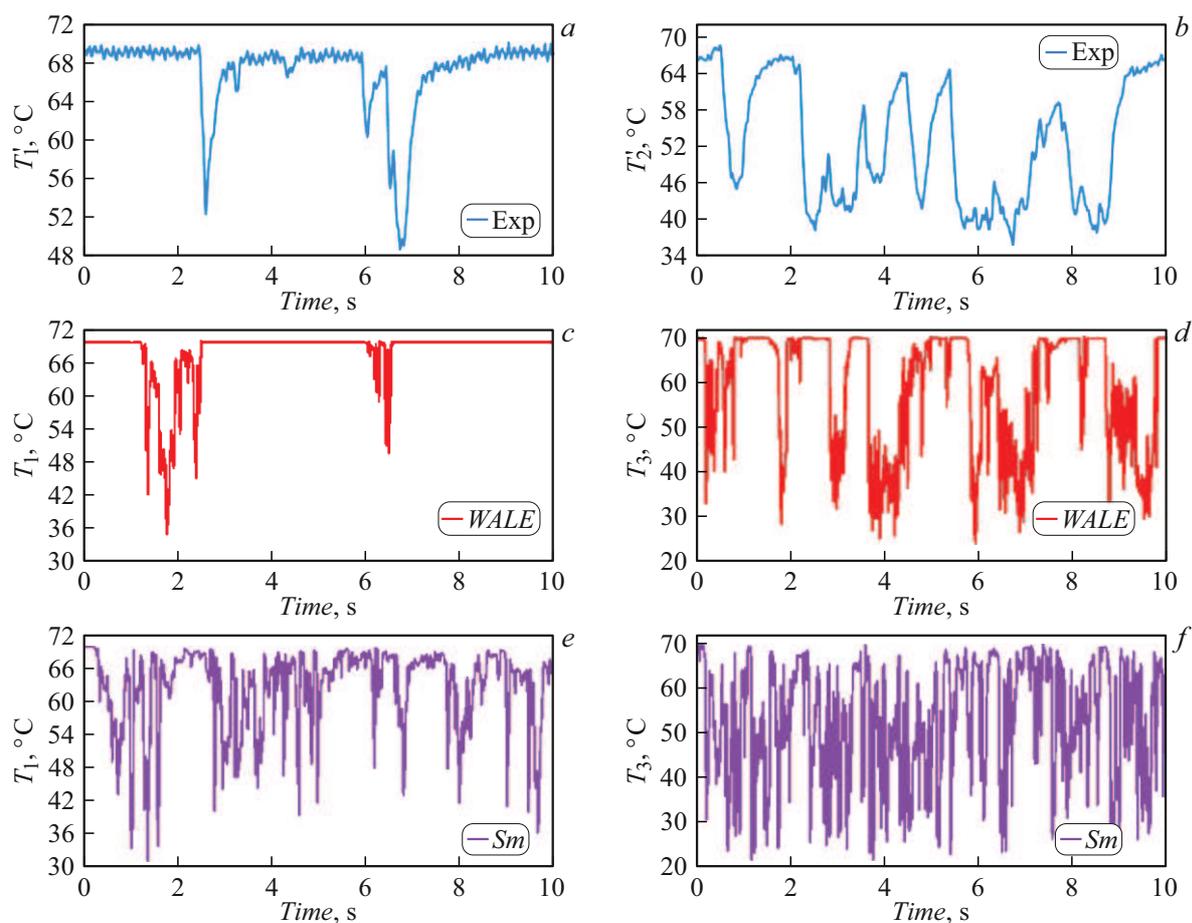


Рис. 7. Фрагменты реализаций температуры для режима № 2: зарегистрированные термопреобразователями T_1 (a) и T_2 (b); полученные с использованием моделей WALE (c,d) и Sm (e,f) в точках T_1 и T_3 .

структурами в указанной области инициирует турбулентное перемешивание „холодной“ струи с „горячим“ потоком, что объясняет наблюдаемый максимум интенсивности термопульсаций. При этом следует отметить, что общий характер экспериментальных распределений качественно описывается обеими расчетными моделями.

Режим № 2 (рис. 6, c, d) характеризуется высоким значением расхода „холодного“ потока и, как следствие, увеличенной частотой его заброса в сторону диффузора. Анализируя фрагменты расчетно-экспериментальных реализаций (рис. 7) заметно, что Sm гораздо чаще воспроизводит заброс „холодного“ потока (рис. 7, e) по сравнению с экспериментом (рис. 7, a) и WALE (рис. 7, c). Более того, реализация температуры в точке T_3 показывает преобладающее течение „холодного“ потока (рис. 7, f). Фрагмент экспериментальной реализации (рис. 7, b) характеризуется медленным ростом температуры после воздействия „холодной“ среды, поскольку регистрация быстропротекающих процессов с помощью термопреобразователей затруднена в силу их высокой инерционности по сравнению с расчетами. Вышесказанное приводит к сниженным значениям средней температуры в рассматриваемой области (рис. 6, c).

Модель WALE, несмотря на существенное расхождение профиля мгновенно восстанавливает значение температуры после воздействия „холодного“ потока (рис. 7, d).

Расчетно-экспериментальные распределения T_{RMS}^* (рис. 6, d) имеют схожий вид. Для обеих подсеточных моделей характерна точная локализация области с максимальной величиной интенсивности пульсаций вблизи точки T_4 .

Профиль $\overline{T^*}$ (рис. 6, e) для режима № 3 (табл. 1), полученный с использованием модели WALE, в большей степени ($\sigma_{Sm} > \sigma_{WALE}$) соответствует экспериментальному профилю. Несмотря на значительное расхождение профилей T_{RMS}^* (рис. 6, f), связанное с инерционными свойствами термопреобразователей, общий характер распределения сохраняется. Уменьшение расхода „холодного“ потока увеличивает частоту его срыва по направлению движения „горячего“ потока. Данный эффект способствует снижению максимальной среднеквадратической амплитуды пульсаций в зоне смешения и сдвигу максимума на профиле T_{RMS}^* вправо относительно режима № 1. Расчетные модели учитывают приведенную специфику режима № 3.

Значительное отличие подходов к замыканию τ_{ij} позволяет предположить, что модель WALE точнее воспроизводит структуру потока в зоне смешения. Согласно (14), зависимость $|\bar{S}|$ только от симметричной части \bar{S}_{ij} тензора градиента скорости может приводить к формированию избыточной турбулентной диффузии. Стандартная модель Sm интерпретирует любые градиенты скорости как источник диссипации. Генерируя искусственную подсеточную вязкость в области ламинарного „холодного“ потока [17], Sm, по-видимому, способствует искажению динамики турбулентности в зоне смешения. Искусственный рост турбулентной диффузии μ_t/Pr_t в уравнении энергии (4) приводит к чрезмерно интенсивному перемешиванию. Модель WALE напротив, при вычислении μ_t использует инвариант $S_{ij}^d S_{ij}^d$ учитывающий совместное влияние симметричной \bar{S}_{ij} и антисимметричной $\bar{\Omega}_{ij}$ частей тензора градиента скорости. Это позволяет генерировать μ_t в зонах развитой турбулентности, характеризующихся одновременной деформацией и вращением, эффективно диссипируя энергию на подсеточном уровне. Учитывая приведенную специфику моделей, можно предположить, что WALE, сохраняя энергию крупных вихрей, корректнее описывает процессы смешения и переноса тепла без избыточного демпфирования пульсаций. Наряду с моделями подсеточного замыкания, следует отметить и другие важные методические факторы, повлиявшие на заметное расхождение результатов расчетов. В ПК FlowVision использовалась автоматически сгенерированная сеточная модель с более грубой пространственной дискретизацией области смешения (рис. 3, *b*), что, безусловно, ограничило разрешающую способность расчетной модели и привело к сглаживанию резких градиентов параметров. В настоящее время функциональные возможности FlowVision в части дискретизации слагаемых уравнений переноса ограничены схемами, приведенными в табл. 3. Использование первого порядка точности для дискретизации временного слагаемого, очевидно, усилило влияние схемной диффузии на диапазон разрешаемых масштабов, демпфируя при этом турбулентные пульсации. Отсутствие турбулентного контента на входной границе „горячего“ потока в Fluent не повлияло на структуру потока за диффузором. Точка „прилипания“ „горячего“ потока к стенке основной трубы (рис. 4) располагается в окрестности точки T_4 , где интенсивность пульсаций температуры достигает максимального значения [6]. Совокупность указанных особенностей расчетной модели в FlowVision обуславливает ее повышенную диссипативность, которая могла частично скомпенсировать инерционность термопреобразователей. Оценить вклад каждого аспекта в рамках настоящей работы затруднительно, что определяет необходимость дополнительных исследований.

Вычисление спектральных характеристик пульсаций температуры основано на методике, приведенной в [29]. Исходные реализации центрировались (24), выполнялось преобразование Фурье (25) и вычислялась спек-

тральная плотность мощности (26):

$$\langle T_j \rangle = T_j - \langle T \rangle = T_j - \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N T_j, \quad j = 1, 2, \dots, N, \quad (24)$$

$$F(v)_k = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{j=1}^N \langle T_j \rangle \cdot e^{-2\pi i \cdot \frac{j}{N} \cdot k},$$

$$v_k = \frac{k \cdot f}{N} = \frac{k}{N \cdot \Delta t}, \quad k = 1, 2, \dots, N/2, \quad (25)$$

$$\text{PSD}_k = 2|F(v)_k|^2, \quad r\text{PSD}_k = \text{PSD}_k / \max(\text{PSD}_k). \quad (26)$$

Основная энергия расчетно-экспериментальных спектров сконцентрирована в области частот $f = 0-1$ Hz и соответствует области энергонесущих вихрей (рис. 8). В работах [7,8] авторами отмечалось наличие выраженного максимума энергии в окрестности частоты $f = 0.4$ Hz. Амплитуда пульсаций на приведенной частоте не велика, но наличие данного локального максимума свидетельствует о высокой степени точности моделирования проточной части экспериментального участка высокотемпературного стенда (рис. 8). Несмотря на более сложную структуру, спектры расчетных реализаций также демонстрируют наличие указанного максимума.

Наблюдается инерционный интервал переноса энергии пульсаций температуры, следующий закону Колмогорова „ $-5/3$ “, который также иллюстрируется на рис. 8. Диапазон каскадного переноса энергии пульсаций, полученный в Ansys Fluent, заключен в области частот $f = 1-50$ Hz, для FlowVision $f = 1-20$ Hz.

Ранняя отсечка инерционного интервала в FlowVision связана с повышенной диссипативностью расчетной модели. Неопределенность при выборе значения эмпирической константы модели Sm, которая, в общем случае, требует калибровки в зависимости от используемого численного метода [13], могла оказать дополнительное влияние на форму спектра. Крутой спад спектра с характерным наклоном „ -7 “ является следствием численной диссипации. Для WALE данная область локализована в диапазоне $f = 50-150$ Hz, для Sm — $f = 20-110$ Hz.

Расчетные спектры мощности пульсаций температуры идентичны одномерному энергетическому спектру развитой изотропной турбулентности по Гейзенбергу [30,31], в котором распределение энергии турбулентных пульсаций описывается уравнением:

$$E(k) = \frac{4\gamma^2}{\varepsilon} \tilde{k}^{-\frac{5}{3}} \left(\frac{3\gamma^2}{\varepsilon} + C \cdot \tilde{k} \right)^{-\frac{4}{3}}, \quad (27)$$

где \tilde{k} — волновое число; ε — скорость диссипации энергии; γ и C — константы.

Для получения исчерпывающей информации об особенностях гидродинамики исследуемого процесса производился анализ профилей кинетической энергии турбулентности (28). Численное значение данной величины позволяет оценить интенсивность пульсаций скорости

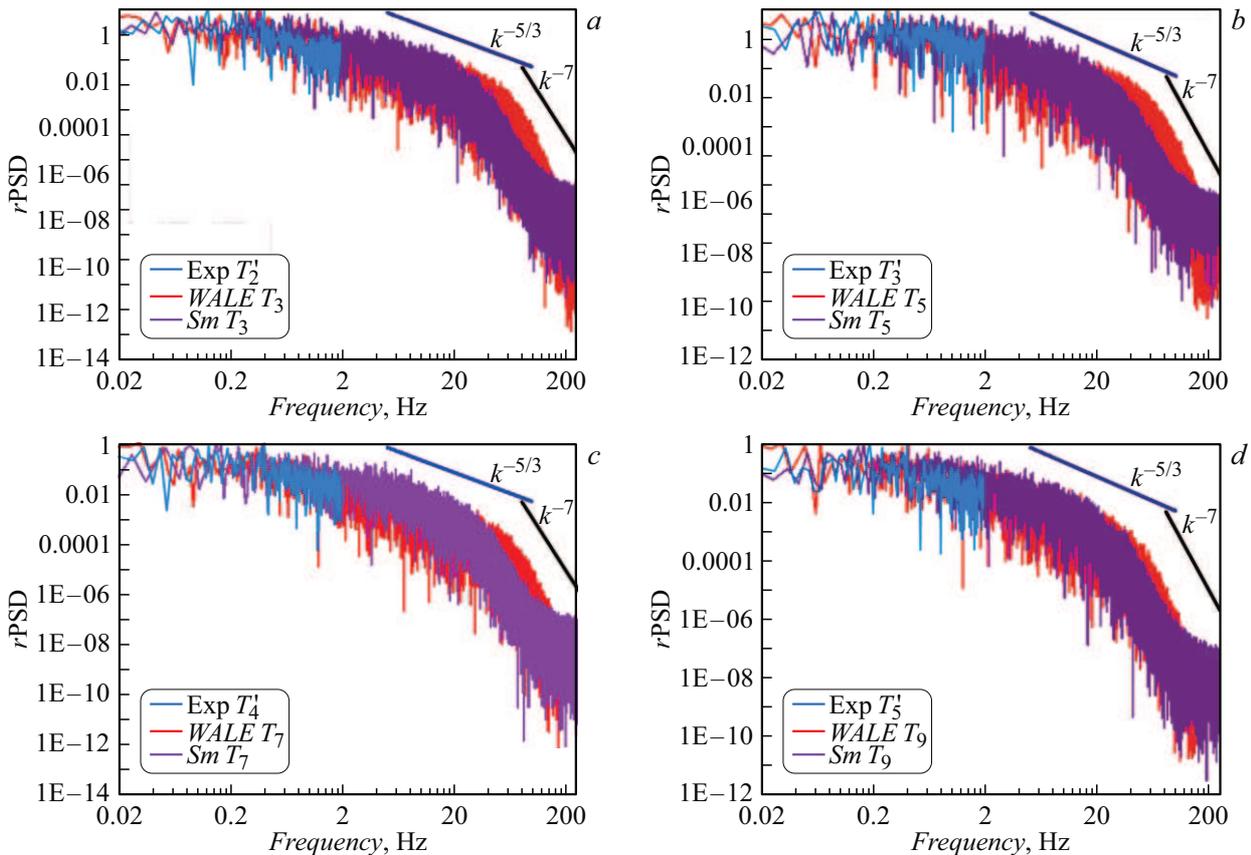


Рис. 8. Спектральная плотность мощности пульсаций температуры для режима № 1: *a* — в точке T_3 (термопреобразователь T_2); *b* — в точке T_5 (термопреобразователь T_3); *c* — в точке T_7 (термопреобразователь T_4); *d* — в точке T_9 (термопреобразователь T_5).

в потоке, выявляя специфику формирования крупномасштабных вихревых структур и их пространственную эволюцию.

$$k = \frac{1}{2} \left(\overline{V_x^2} + \overline{V_y^2} + \overline{V_z^2} \right), \quad (28)$$

где $\overline{V_x^2}$, $\overline{V_y^2}$, $\overline{V_z^2}$ — среднеквадратичные составляющие пульсационной скорости.

Высокий уровень турбулентных пульсаций в точках T_1 – T_3 (рис. 9), наблюдаемый для всех режимов, обусловлен отрывным течением за диффузором. Разрушение когерентной структуры стесненной струи, вследствие ее взаимодействия с замедленным окружающим потоком, приводит к формированию макровихрей различных масштабов (рис. 10). Вращение крупномасштабных вихревых структур сопряжено с их растяжением, увеличивающим поток завихренности (рис. 10, область, выделенная черным цветом) [32], поддерживая таким образом значительный уровень пульсаций. Интенсивный спад энергии в окрестности точки T_5 для режимов № 1 (рис. 9, *a*) и № 2 (рис. 9, *b*) вызван столкновением встречных потоков теплоносителя. Под срезом периферийной трубки образуется вихревая область небольшого масштаба (рис. 5, *a, b*), ориентированная перпендикулярно направлению движения „горячего“ потока. Резкое снижение скорости деформации в указанной области,

связанное с ламинарной структурой „холодного“ потока, демпфирует интенсивность продольных пульсаций. Начиная с точки № 6 модель WALE постепенно формирует пограничный слой, способствующий плавному уменьшению уровня турбулентных пульсаций и выравниванию профиля скорости. Режим № 3 (рис. 9, *c*) во всей рассматриваемой области характеризуется равномерным спадом энергии вследствие низкой величины расхода „холодного“ потока, не оказывающего существенного влияния на рассеяние вихревой энергии.

Рост энергии турбулентных пульсаций при расчете в FlowVision начиная с точки № 7 для режима с $Re_c = 1570$ и точки № 6 для режимов с $Re_c = 790$ и 3050 отражает комплексное влияние методических особенностей: фиксированное значение константы модели Sm, не откалиброванное для схем FlowVision; общая диссипативность расчетной модели. Это, в свою очередь, могло привести к локальному перераспределению энергии в зоне за периферийной трубкой.

Заключение

В рамках работы проведено комплексное моделирование процесса смешения в тройниковом узле ориги-

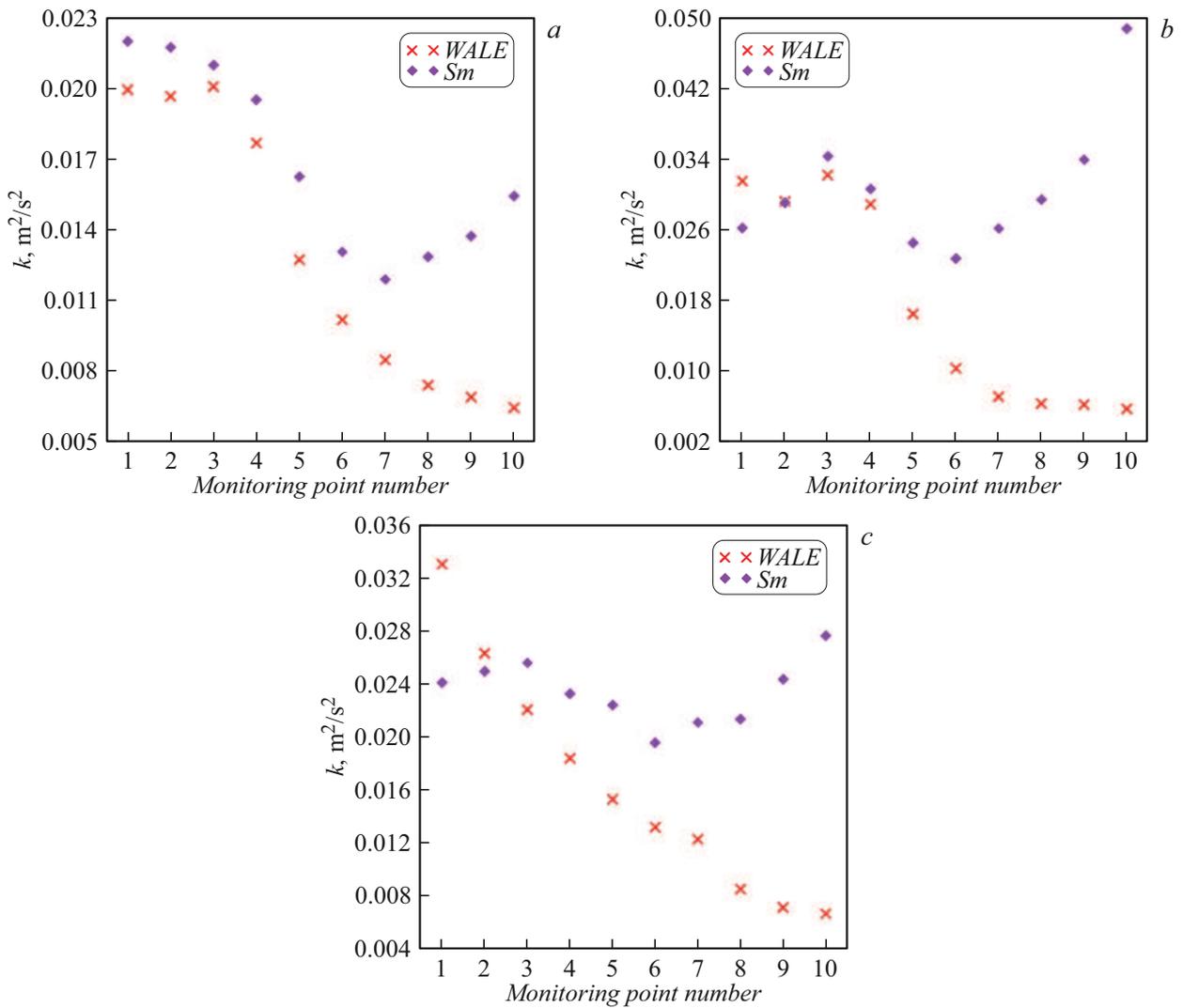


Рис. 9. Расчетные профили кинетической энергии турбулентности для режима № 1 (a), режима № 2 (b) и режима № 3 (c).

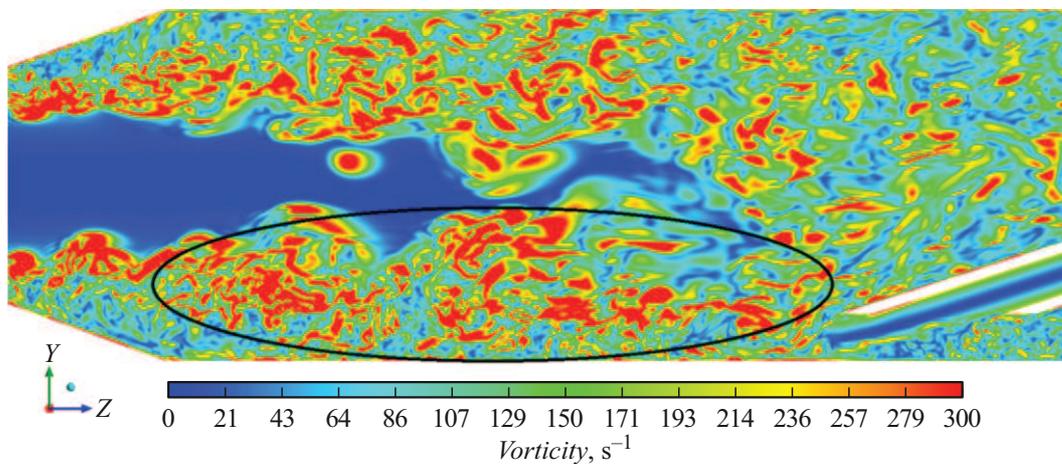


Рис. 10. Характерное поле завихренности (модель WALE) в момент времени $t = 12.7$ s для режима № 1.

нальной конструкции. Экспериментально установленные комбинации режимных параметров позволили произвести валидацию расчетной модели и оценить ее способность достоверно описывать гидродинамику течения и связанное с ним поле температуры при вариации граничных условий. Расчетное моделирование динамики турбулентных структур осуществлено посредством вихре-разрешающего LES-подхода с применением подсеточных моделей WALE и Sm. Пространственно-временное разрешение вихревых структур осуществлялось с шагом по времени 0.002 s.

Расчетные профили безразмерных характеристик для режима № 1 качественно согласуются с экспериментальными распределениями. Лучшее количественное соответствие экспериментальным профилям продемонстрировала модель Sm. Вследствие повышенной диссипативности расчетной модели FlowVision выдвинуто предположение о взаимной компенсации избыточной диффузии модели и инерционности термопреобразователей, что может приводить к потере важной информации при расчетном моделировании подобных процессов. Анализ чувствительности расчетных моделей к изменению граничных условий показал, что выбранный в совокупности с моделью WALE численный подход успешно адаптируется к изменениям входных параметров задачи при фиксированных настройках вычислительного алгоритма. Фрагменты расчетных и экспериментальных видеозаписей позволили установить гидродинамические особенности флуктуирующей в зоне смещения вихревой области. Расчетные распределения энергии пульсаций по частотам в полной мере соответствуют экспериментально полученному спектру пульсаций температуры. Наличие выраженного инерционного интервала свидетельствует о развитом процессе каскадного переноса энергии. Для FlowVision прослеживается ранняя отсечка инерционного интервала, обусловленная повышенной диссипативностью расчетной модели. Анализ профилей кинетической энергии турбулентности позволил выявить механизм формирования крупномасштабных вихревых структур за диффузором и их влияние на специфику процесса смешения встречных потоков теплоносителя.

Численный подход, базирующийся на использовании модели WALE и блочной топологии, достаточно точно воспроизвел особенности процесса смешения и будет использован для валидации расчетной методики оценки усталостной долговечности конструкционных материалов оборудования ЯЭУ при случайных термоциклических нагрузках. Расчетные профили турбулентной энергии могут быть использованы для калибровки констант эмпирических моделей турбулентности.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] Ф.М. Митенков, В.Б. Кайдалов, Ю.Г. Коротких, В.А. Панов, С.Н. Пичков. *Методы обоснования ресурса ядерных энергетических установок* (Машиностроение, М., 2007)
- [2] А.В. Судаков, А.С. Трофимов. *Пульсации температур и долговечность элементов энергооборудования* (Энергоатомиздат, ЛО, Л., 1989)
- [3] M.S. Chen, H.E. Hsieh, Y.M. Ferng, B.S. Pei. *Nucl. Eng. Des.*, **276**, 107 (2014). DOI: 10.1016/j.nucengdes.2014.03.052
- [4] G.Y. Chuang, Y.M. Ferng. *Appl. Therm. Eng.*, **113**, 1585 (2017). DOI: 10.1016/j.applthermaleng.2016.10.157
- [5] P. Karthick Selvam, R. Kulenovic, E. Laurien, J. Kickhofel, H.-M. Prasser. *Nucl. Eng. Des.*, **322**, 32 (2017). DOI: 10.1016/j.nucengdes.2017.06.041
- [6] С.М. Дмитриев, Р.Р. Рязанов, А.В. Мамаев, А.Е. Соборнов, А.В. Котин, М.А. Легчанов, А.В. Львов. *Приборы и методы измерений*, **10** (1), 53 (2019). DOI: 10.21122/2220-9506-2019-10-1-53-60
- [7] С.М. Дмитриев, А.В. Мамаев, Р.Р. Рязанов, А.Е. Соборнов, А.В. Котин, Д.Е. Бесчеров, М.А. Большухин. *Известия вузов. Ядерная энергетика*, **2**, 117 (2019). DOI: 10.26583/npe.2019.2.10 [S.M. Dmitriev, A.V. Mamaev, R.R. R.R. Ryazapov, A.Ye. Sobornov, A.V. Kotin, D.Ye. Bescherov, M.A. Bolshukhin. *NUCET*, **5** (3), 225 (2019). DOI: 10.3897/nucet.5.39319]
- [8] Р.Р. Рязанов, А.Е. Соборнов, С.М. Дмитриев, Н.В. Мацин, А.В. Котин. *Известия вузов. Ядерная энергетика*, **1**, 57 (2023). DOI: 10.26583/npe.2023.1.05
- [9] Р.Р. Рязанов, А.В. Мамаев, А.Е. Соборнов, А.М. Кусков, И.А. Кудашкин. *ВАНТ. Серия: Ядерно-реакторные константы*, **2**, 203 (2023).
- [10] P. Kakka, K. Anupindi. *Int. J. Heat Mass Transfer*, **153**, 119593 (2020). <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2020.119593>
- [11] M. Bergaglio, W. Fan, R. Thiele, H. Anglart. *Nucl. Eng. Des.*, **356**, 110361 (2020). DOI: 10.1016/j.nucengdes.2019.110361
- [12] C. Evrim, X. Chu, E. Laurien. *Int. J. Heat Mass Transfer*, **158** (6), 120019 (2020). DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2020.120019
- [13] А.В. Гарбарук, М.Х. Стрелец, М.Л. Шур. *Моделирование турбулентности в расчетах сложных течений* (Изд-во Политехн. ун-та, СПб., 2012)
- [14] F. Nicoud, F. Ducros. *Flow, Turbulence Combustion*, **62** (3), 183 (1999). DOI: 10.1023/A:1009995426001
- [15] ANSYS, Inc. *ANSYS Fluent Theory Guide v19.0* (ANSYS Inc., Canonsburg, 2018)
- [16] И.А. Белов, С.А. Исаев. *Моделирование турбулентных течений* (БГТУ, СПб., 2001)
- [17] M. Kim, J. Lim, S. Kim, S. Jee, D. Park. *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, **371** (1), 113287 (2020). DOI: 10.1016/j.cma.2020.113287
- [18] A.A. Aksenov, A.A. Dyadkin, V.I. Pokhilko. *Proc. of 1998 ASME Pressure Vessels and Piping Division Conference* (San Diego, USA, 1998), v. 377–1.
- [19] С.В. Жлуктов, А.А. Аксенов. *Компьютерные исследования и моделирование*, **7** (6), 1221 (2015). DOI: 10.20537/2076-7633-2015-7-6-1221-1239
- [20] S.B. Pope. *Turbulent Flows* (CUP, Cambridge, 2000)
- [21] А.Ю. Снегирев. *Высокопроизводительные вычисления в технической физике. Численное моделирование турбулентных течений* (Изд-во Политехн. ун-та, СПб., 2009)

- [22] R.J. LeVeque. *Finite Volume Methods for Hyperbolic Problems* (CUP, Cambridge, 2002)
- [23] А.А. Аксенов, С.В. Жлуктов, В.И. Похилко, К.Э. Соколин. Компьютерные исследования и моделирование, **15** (4), 1009 (2023).
DOI: 10.20537/2076-7633-2023-15-4-1009-1023
- [24] С.А. Харченко. Вычислительные методы и программирование, **11** (4), 373 (2010).
- [25] В.Л. Якушев, В.Н. Симбиркин, А.В. Филимонов, П.А. Новиков, И.Н. Коньшин, Г.Б. Сушко, С.А. Харченко. Вестник Нижегородского ун-та им. Н.И. Лобачевского, (4–1), 238 (2012).
- [26] P. Sagaut. *Large Eddy Simulation for Incompressible Flows* (Springer, Heidelberg, 2006)
- [27] И.Е. Идельчик. *Справочник по гидравлическим сопротивлениям*, под ред. М.О. Штейнберга (Машиностроение, М., 1992), с. 672.
- [28] Z. Nan, X. Zhao, Y. Li, K. Zhang, N. Wang. *Int. J. Heat Mass Transfer*, **181**, 121834 (2021).
DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2021.121834
- [29] P. Buchhave, C. Velte. *Phys. Fluids*, **29** (8), 085109 (2017).
DOI: 10.1063/1.4999102
- [30] С.В. Борисенок. Известия РГПУ им. А.И. Герцена, **5** (13), 104 (2005).
- [31] E. Sirbubalo, Ph.D. Thesis. (Darmstadt, Technische Universität Darmstadt, 2012)
- [32] К.Н. Волков, В.Н. Емельянов. *Моделирование крупных вихрей в расчетах турбулентных течений* (Физматлит, М., 2008)