00

Моделирование переноса излучения в многослойной биоткани с учетом кривизны поверхностей

© Ю.А. Жаворонков, С.В. Ульянов¶, Р.Р. Чегадаев

Санкт-Петербургский государственный университет,
Санкт-Петербург, Россия

¶ e-mail: ulyanov_sv@mail.ru

Поступила в редакцию 11.06.2025 г.
В окончательной редакции 28.07.2025 г.
Принята к публикации 25.11.2025 г.

Выполнено моделирование интенсивности обратного рассеяния лазерного инфракрасного излучения на двухслойной и четырехслойной случайно-неоднородной биоткани. В качестве основного объекта исследования рассматривалась модель головы человека. Представлены результаты сравнения расчетов, выполненных для двух предельных случаев: плоских бесконечных слоев конечной толщины и слоистой структуры с границами в форме полусфер. Моделирование переноса излучения в биоткани осуществлялось на основе уравнения Бете–Солпитера в лестничном приближении. Были получены зависимости интенсивности обратного рассеяния от расстояния между точкой входа луча и точкой выхода фотона. Изучено влияние кривизны черепа и его толщины на интенсивность рассеяния. Показано, что данные обратного рассеяния могут быть использованы в диагностике внутричерепных повреждений.

Ключевые слова: обратное рассеяние, моделирование Монте-Карло, уравнение Бете–Солпитера, многослойная ткань.

DOI: 10.21883/0000000000

1. Введение

Перенос лазерного излучения ближнего инфракрасного диапазона в биологических средах привлекает внимание исследователей на протяжении длительного времени [1,2]. Это связано, прежде всего, с возможностью использования рассеянного тканями излучения в медицинских приложениях. Излучение данного диапазона, безопасного для организма человека, характеризуется низким коэффициентом абсорбции, а применяемое оборудование — относительной простотой и невысокой стоимостью.

В исследованиях, как правило, используются три основных типа падающего излучения: непрерывное [3–7], короткоимпульсное [8–13], а также волнами с различными вариантами модуляции излучения [13–16].

В настоящей работе рассматривается случай, когда объект исследования, модель головы человека — облучается непрерывным инфракрасным лазерным пучком. Для корректного описания рассеяния излучения в данной модели необходимо учитывать изменение оптических параметров в глубину, т.е. многослойную структуру черепа и подлежащих тканей. В работах [6,17,18] расчеты проводились для двухслойной модели „череп–мозг“, а в [19] — для четырехслойной модели „кожа–череп–спинномозговая жидкость (СМЖ)–мозг“.

Интенсивность обратно рассеянного лазерного излучения определялась путем итерационного решения уравнения Бете–Солпитера [20,21], причем члены итерационного ряда соответствуют различным кратностям рассеяния. Каждый из них моделировался методом Монте-Карло на основе широко используемой методики MCML [22], при этом слои предполагались плоскими. Выбор уравнения Бете–Солпитера для описания переноса излучения в случайно неоднородной среде обусловлен его общей применимостью, в том числе для учета интерференционных эффектов в процессах рассеяния. В отличие от вычислительно более простого диффузионного приближения уравнение Бете–Солпитера позволяет корректно описывать рассеяние малых порядков, при которых транспортная длина еще не сформирована. Первые успешные реализации метода Монте-Карло на основе итерационного решения уравнения Бете–Солпитера были представлены в работах [23–26].

В работах [6,19] исследовалась зависимость строго обратно рассеянной интенсивности от расстояния между источником и приемником, расположенными на поверхности головы. Модифицированный алгоритм MCML позволял учитывать вклад каждого акта рассеяния в итоговую интенсивность, что существенно сокращало время вычислений [27,28].

В настоящем исследовании данная методика была расширена на случай моделей с учетом реальной кривизны слоев. Верхняя часть головы моделировалась в виде полусферы, а границы между тканевыми слоями считались сферическими. Выполнено сравнение зависимостей интенсивности обратного рассеяния от расстояния между источником и приемником для моделей с плоскими и сферическими границами. Для учета анизотропии рассеяния применялась фазовая функция Хеньи–Гринштейна.

2. Перенос излучения

Перенос стационарного излучения в бесконечной случайно-неоднородной среде может быть описан уравнением Бете–Солпитера в „лестничном“ приближении:

$$\Gamma(\mathrm{r}_2, \mathrm{r}_1|\mathrm{k}_s, \mathrm{k}_i) = \frac{k_0^4}{4\pi^2} G(\mathrm{k}_s - \mathrm{k}_i)\delta(\mathrm{r}_2 - \mathrm{r}_1)$$

$$+ \frac{k_0^4}{4\pi^2} \int d\mathrm{r}_3\, G(\mathrm{k}_s - \mathrm{k}_{23})\Lambda(\mathrm{r}_2 - \mathrm{r}_3)\Gamma(\mathrm{r}_3, \mathrm{r}_1|\mathrm{k}_{23}, \mathrm{k}_i), \quad (1)$$

где функция когерентности $\Gamma(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1|\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i)$ описывает распространение излучения, падающего в точке $\mathbf{r}_1$ и выходящего в точке $\mathbf{r}_2$, с начальным волновым вектором $\mathbf{k}_i$ и конечным $\mathbf{k}_s$; $\mathbf{k}_{ij} = k_0\mathbf{r}_{ij}/r_{ij}$, $\mathbf{r}_{ij} = \mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j$, $k_0 = 2\pi/\lambda$ — волновое число, λ — длина волны в вакууме. Произведение двух комплексно-сопряженных усредненных функций Грина скалярного поля дает пропагатор однократного рассеяния: $\Lambda(r) = r^{-2}\exp(-\mu r)$, где $\mu = \mu_s + \mu_a$ — коэффициент экстинкции. Через $G(\mathbf{k})$ обозначен фурье-образ корреляционной функции флуктуаций диэлектрической проницаемости:

$$G(\mathbf{k}) = \int d(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)\, e^{-i\mathbf{k}\cdot(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)} \langle \delta\varepsilon(\mathbf{r})\, \delta\varepsilon^*(\mathbf{r}_0)\rangle.$$

Оптическая теорема связывает коэффициент рассеяния μ_s с интегральной интенсивностью однократного рассеяния. Обе величины выражаются через корреляционную функцию $G(\mathbf{k})$; в частности, для скалярного поля:

$$\mu_s = \frac{k_0^4}{(4\pi)^2} \int d\Omega_s\, G(\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i). \quad (2)$$

Введя нормированную фазовую функцию

$$p(\hat{\mathbf{k}}_s, \hat{\mathbf{k}}_i) = \frac{G(\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i)}{\int d\Omega_s\, G(\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i)},$$

где $\hat{\mathbf{k}}$ — единичный вектор вдоль волнового вектора $\mathbf{k}$, уравнение (1) можно переписать в виде:

$$\Gamma(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1 \,|\, \mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i) = \mu_s p(\hat{\mathbf{k}}_s, \hat{\mathbf{k}}_i)\delta(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)$$

$$+ \mu_s \int d\mathbf{r}_3\, p(\hat{\mathbf{k}}_s, \hat{\mathbf{k}}_{23})\Lambda(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_3)\Gamma(\mathbf{r}_3, \mathbf{r}_1 \,|\, \mathbf{k}_{23}, \mathbf{k}_i). \quad (3)$$

Отметим, что фазовая функция зависит только от косинуса угла θ между соответствующими векторами: $p(\hat{\mathbf{k}}_s, \hat{\mathbf{k}}_i) = p(\cos\theta)$.

Пусть z — декартова координата точки $\mathbf{r} = (\mathbf{r}_\perp, z)$, перпендикулярная границам плоскопараллельного слоя толщины T, $0 \leqslant z \leqslant T$, включая частный случай полубесконечной среды при $z \geqslant 0$. С точностью до постоянного размерного множителя главная некогерентная часть интенсивности рассеянного в верхнее полупространство (далее — „назад“) излучения может быть представлена в виде [28–30]:

$$J(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_s) = 4\pi \int_0^\infty dz_1 \int_{z_2>0} d\mathbf{r}_2\, \Gamma(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1 \,|\, \mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i)$$

$$\times \exp\left(-\mu\left(\frac{z_2}{\cos\theta_s} + \frac{z_1}{\cos\theta_i}\right)\right),$$

где θ_i — угол падения, а θ_s — угол обратного рассеяния, отсчитываемый от направления, противоположного оси z.

Итерирование уравнения Бете–Солпитера (3) приводит к представлению интенсивности в виде ряда по кратностям рассеяния:

$$J(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_s) = \sum_{n=1}^{\infty} J^{(n)}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_s), \quad (4)$$

где $J^{(n)}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_s)$ — вклад n-го порядка рассеяния.

В рамках лестничного приближения член n-го порядка $J^{(n)}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_s)$ может быть представлен как среднее по выборке из N_{ph} падающих фотонов:

$$J^{(n)}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_s) = \frac{1}{N_{\mathrm{ph}}} \sum_{j=1}^{N_{\mathrm{ph}}} W_n^{(j)}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_s)$$

$$\times\, p\left(\hat{\mathbf{k}}_{n\,n-1}^{(j)}, \hat{\mathbf{k}}_s\right) f_{\mathrm{BLB}}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_s, z_1^{(j)}, z_n^{(j)}), \quad (5)$$

где $W_n^{(j)}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_s)$ — вес соответствующей траектории, $z_n^{(j)}$ — координата точки n-го рассеяния $\mathbf{r}_n^{(j)}$.

Множитель Бугера–Ламберта–Бера

$$f_{\mathrm{BLB}}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_s, z_1^{(j)}, z_n^{(j)})$$

описывает экспоненциальное затухание излучения на пути от точки входа до первого рассеяния и от точки n-го рассеяния до выхода из среды. Он зависит от оптических свойств среды на пути фотонов, а также от геометрии траектории.

Вес $W_n^{(j)}$ представляет собой случайную реализацию многократного пространственного интеграла, возникающего при итерационном решении уравнения Бете–Солпитера. Для его вычисления моделируется стохастическая последовательность (траектория) точек рассеяния: $\mathbf{r}_1, \ldots, \mathbf{r}_n$.

3. Моделирование многократного рассеяния света в биологической ткани для плоскопараллельных слоев

Альтернативой аналитическому решению уравнения Бете–Солпитера является моделирование многократного рассеяния методом Монте-Карло. Этот метод основан

на использовании процедуры обратного преобразования. Интегралы по полубесконечному интервалу сводятся к интегралам по единичному интервалу. Пропагатор однократного рассеяния показывает, что длина свободного пробега фотона подчиняется экспоненциальному распределению с плотностью вероятности $f(r) = \mu \exp(-\mu r)$ на интервале $r \in [0, +\infty)$, где r — расстояние между соседними точками рассеяния. Для такой плотности кумулятивная функция распределения $\xi = F(r)$ вычисляется следующим образом:

$$\xi = \int_0^r f(r')dr' = 1 - \exp(-\mu r). \tag{6}$$

Обратное преобразование $r = F^{-1}(\xi)$ дает:

$$r = -\mu^{-1}\ln(1-\xi) = -\mu^{-1}\ln\xi', \tag{7}$$

где ξ и $\xi' = 1 - \xi$ — равномерно распределенные случайные величины на интервале [0, 1].

Аналогичное обратное преобразование применяется к косинусу угла рассеяния: из выражения $\gamma = \cos\theta$ получаем

$$\chi = 2\pi \int_{-1}^{\gamma} p(\gamma')d\gamma', \tag{8}$$

где $p(\gamma)$ — нормированная фазовая функция рассеяния. Азимутальный угол ϕ равномерно распределен на отрезке $[0, 2\pi]$. Таким образом, трехмерный интеграл по относительной координате $\mathbf{r}'_j = \mathbf{r}_j - \mathbf{r}_{j-1}$ преобразуется в следующий вид:

$$\int d\mathbf{r}'_j \Lambda(r'_j)p(t_j)f(r'_j, t_j) = \frac{1}{2\pi\mu}\int_0^1 d\xi_j \int_0^1 d\chi_j \int_0^{2\pi} d\phi_j \times f\left(-\mu^{-1}\ln\xi_j, t(\chi_j)\right), \tag{9}$$

где $f(r'_j, t_j)$ — произвольная функция, $t_j = t(\chi_j)$ — обратная функция к зависимости $\chi_j = \chi(t_j)$ из (8), а ϕ_j — азимутальный угол. После такого преобразования интеграл вычисляется как среднее по выборке трех равномерно распределенных случайных величин: ξ, χ и ϕ, где первые две лежат на интервале [0, 1], а ϕ — на $[0, 2\pi]$.

В результате интенсивность n-го порядка $J^{(n)}(1, s_f)$ в приближении усреднения по N_{ph} падающим фотонам вычисляется по формуле:

$$J^{(n)}(1, s_f) \simeq \sum_{i=1}^{N_{\text{ph}}} \frac{W_n^{(i)}}{N_{\text{ph}}} p\left(\mathbf{k}_f - \mathbf{k}_{n,n-1}^{(i)}\right) e^{-\mu s_f z_n^{(i)}}, \tag{10}$$

где $W_n^{(i)}$ — статистические веса, а последовательность точек $\mathbf{r}_1, \ldots, \mathbf{r}_n$ определяет стохастическую траекторию. Величина $z_j^{(i)}$ обозначает расстояние от j-й точки рассеяния до границы. Функция $e^{-\mu s_f z_n^{(i)}}$ учитывает затухание излучения при распространении от последней точки рассеяния $z_n^{(i)}$ до внешней границы среды.

Рассматривается неоднородная среда, свойства которой зависят от положения вдоль декартовой координаты z, перпендикулярной плоским границам. Поскольку в модели не учитывается преломление на границах между слоями, предполагается, что направление движения фотона остается постоянным при прохождении через среду. В этом случае экспоненциальная функция затухания для фотона, движущегося от точки $\mathbf{r}_0$ к точке $\mathbf{r}$, обобщается следующим образом:

$$\exp(-\mu|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|) \longrightarrow \exp\left(-\frac{1}{\cos\theta}\int_{z_0}^{z} \mu(z')dz'\right), \tag{11}$$

где θ — угол между направлением движения фотона и осью z, который должен быть задан заранее. Заметим, что итоговое распределение зависит от начального положения фотона $\mathbf{r}_0$.

Плотность вероятности для координаты z, определяющей новое положение фотона, задается выражением:

$$f(z, z_0) = C_0^{-1}\exp\left(-\frac{1}{\cos\theta}\int_{z_0}^{z} \mu(z')dz'\right), \tag{12}$$

где C_0 — нормировочная константа.

4. Моделирование многократного рассеяния

Произведем учет кривизны черепа. В качестве модели головы примем полусферу заданного радиуса. Тогда слой черепа (A) будет располагаться между двумя полусферами радиусов $R_{\max}$ и R_A. Таким образом, слои находятся не между плоскостями, а между полусферами. В точке (0, 0, 0) расположена теменная кость. Уравнение поверхности модели головы в декартовых координатах имеет вид:

$$x^2 + y^2 + (z - R_{\max})^2 = R_{\max}^2. \tag{13}$$

Если перейти к сферическим координатам с началом в точке $(0, 0, R_{\max})$, то радиус изменяется в пределах $r_{\text{sph}} \in [0; R_{\max}]$, полярный угол — в пределах $\theta_{\text{sph}} \in [\pi/2; \pi]$, а азимутальный — $\phi_{\text{sph}} \in [0; 2\pi]$. Кривизна учитывается через ограничения на декартовы координаты: $x^2 + y^2 + (z - R_{\max})^2 \le R_{\max}^2$ и $z \in [0; R_{\max}]$. В этом случае коэффициент ослабления μ зависит от радиального расстояния r_{sph}:

$$r = -\mu^{-1}(r_{\text{sph}})\ln(1-\xi) = -\mu^{-1}(r_{\text{sph}})\ln\xi', \tag{14}$$

где ξ и $\xi' = 1 - \xi$ — случайные величины, равномерно распределенные на отрезке [0, 1].

В двухслойной модели:

слой A соответствует области $R_{\max} \ge r_{\text{sph}} > R_A$,

слой B — области $R_A \geq r_{\text{sph}} > 0$.

Алгоритм должен учитывать последовательные шаги, которые проходит фотон, начиная из точки r_0, идущий вдоль оси Z на случайное расстояние (14). В двухслойном случае:

$$\mu(r) = \begin{cases} \mu_A, & R_{\max} \geq r > R_A, \\ \mu_B, & R_A \geq r > 0. \end{cases} \tag{15}$$

Тогда случайное расстояние, пройденное до рассеяния:

$$r = \begin{cases} -\mu_A^{-1} \ln(1-\xi), & \xi_A \geq \xi > 0, \\ -\mu_B^{-1}\big(\ln(1-\xi) + (\mu_B - \mu_A)(R_{\max} - R_A)\big), & 1 \geq \xi > \xi_A, \end{cases} \tag{16}$$

где $\xi_A = 1 - \exp\big(-\mu_A(R_{\max} - R_A)\big)$.

Анизотропия среды учитывается через фазовую функцию $p(\cos\theta)$, где θ — угол однократного рассеяния. Используется функция Хеньи–Гринштейна [1]:

$$p_{\text{HG}}(\cos\theta) = \frac{1}{4\pi} \frac{1-g^2}{(1+g^2-2g\cos\theta)^{3/2}}, \tag{17}$$

где $g = \langle\cos\theta\rangle$ — параметр анизотропии. Для обоих слоев $g_A, g_B = g = 0.9$.

Интегральная функция распределения:

$$p_{\text{HG}}(\cos\theta) = \int_{-1}^{\cos\theta} p_{\text{HG}}(s)ds = \frac{1-g^2}{2g}\left(\frac{1}{\sqrt{1+g^2-2g\cos\theta}} - \frac{1}{1+g}\right), \tag{18}$$

Обратное преобразование:

$$\cos\theta = \frac{1}{2g}\left(1+g^2 - \frac{(1-g^2)^2}{(1-g+2g\chi)^2}\right), \tag{19}$$

где χ — равномерно распределенная случайная величина на $[0; 1]$.

Для вклада n-кратного рассеяния в интенсивность $J^{(n)}(1, s_f)$, согласно методу Монте-Карло:

$$J^{(n)}(1, s_f) \simeq \sum_{i=1}^{N_{\text{ph}}} \frac{W_n^{(i)}}{N_{\text{ph}}} p\big(\mathbf{k}^f - \mathbf{k}_{n,n-1}^{(i)}\big) e^{-\mu s_f l_n^{(i)}}. \tag{20}$$

Здесь $l_j^{(i)}$ — расстояние от j-го события рассеяния до границы. Так как среда неоднородна по r, эта функция рассчитывается на основе положения точки рассеяния $\mathbf{r}_{\text{sph},n}^{(i)}$.

На рис. 1 показано, как определяется $l_j^{(i)}$, если j-е событие происходит в слое B. По координатам $C(x_c, y_c, z_c)$ и радиусам $R_A, R_{\max}$:

$$AB = \sqrt{R_{\max}^2 - x_c^2 - y_c^2} - \sqrt{R_A^2 - x_c^2 - y_c^2}, \tag{21}$$

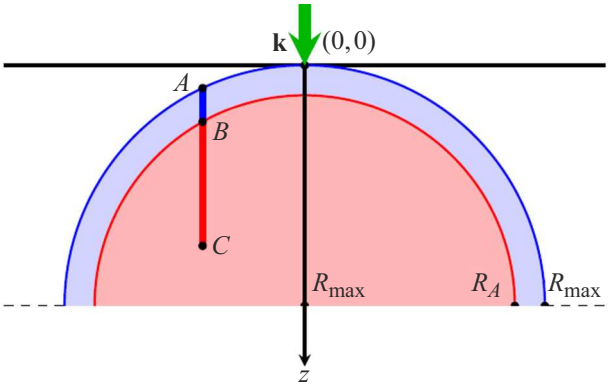

Рис. 1. Схематическое представление расчета $l_j^{(i)}$.

$$BC = \sqrt{R_A^2 - x_c^2 - y_c^2} - R_{\max}. \tag{22}$$

Если j-е событие происходит в слое A, то:

$$l^{(i)}j = \sqrt{R_{\max}^2 - x_c^2 - y_c^2} - R_{\max}. \tag{23}$$

Так как мы не учитываем преломление на границе, предполагается, что направление фотона не изменяется при прохождении через границу. Экспоненциальное затухание от точки рассеяния $\mathbf{r}$ до границы описывается как:

$$e^{-\mu(r)\cdot l_n^{(i)}}. \tag{24}$$

При этом в зависимости от положения точки рассеяния:

$$e^{-\mu(r)\cdot l_n^{(i)}} = \begin{cases} e^{-\mu_A\left(\sqrt{R_{\max}^2 - x_c^2 - y_c^2} - R_{\max}\right)}, & r > R_A, \\ e^{-(\mu_A AB + \mu_B BC)}, & r \leq R_A, \end{cases} \tag{25}$$

где AB и BC определены в формулах (21) и (22).

5. Моделирование с учетом кривизны слоев

В данном разделе представлены результаты численного моделирования интенсивности обратного рассеяния лазерного излучения ближнего инфракрасного диапазона в двухслойной биологической среде. Оптические параметры тканей, использованные в расчетах, приведены в табл. 1.

Моделирование выполнялось методом Монте-Карло с использованием обратного преобразования кумулятивной функции распределения длины свободного пробега фотона [22]. Предполагалось, что лазерное излучение входит в среду вдоль оси Z. В процессе многократного рассеяния формируется обратное рассеяние, вклад которого в результирующую интенсивность регистрировался в каждой точке рассеяния.

Поскольку модель обладает цилиндрической симметрией, интенсивность обратного рассеяния оценивалась

Таблица 1. Коэффициенты абсорбции μ_a (mm^{-1}) и приведенные коэффициенты рассеяния μ_s' (mm^{-1}) для различных тканей при заданной длине волны [31]

Ткань	Длина волны, λ							
	750 nm		850 nm		950 nm		1050 nm	
	μ_a	μ_s'	μ_a	μ_s'	μ_a	μ_s'	μ_a	μ_s'
Мозг	0.036	0.859	0.106	0.762	0.114	0.622	0.118	0.525
Череп	0.006	1.974	0.013	1.876	0.019	1.757	0.019	1.665
Кровь	0.530	0.725	0.720	0.649	0.930	0.650	0.560	0.645
Кожа	0.046	1.535	0.038	1.485	0.030	1.625	0.022	1.695

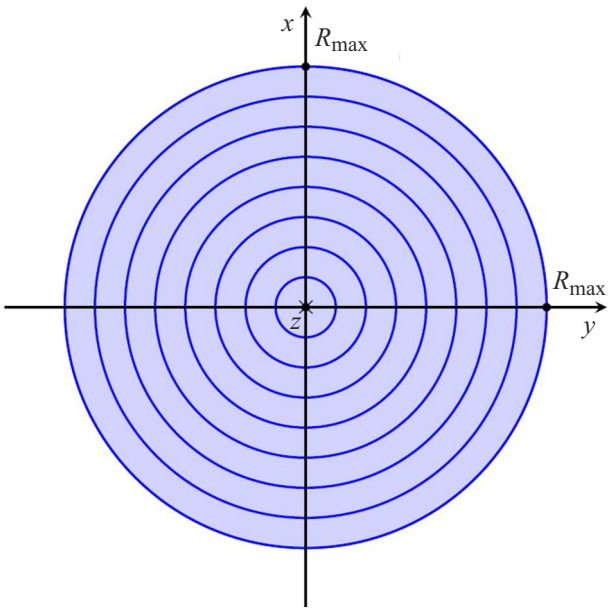

Рис. 2. Схематическое представление расположения колец для удобства подсчета (вид сверху).

на поверхности полусферы на расстоянии ρ от оси Z. В расчетах использовалось ограничение на максимальное число рассеяний $n = 3 \cdot 10^5$ при общем числе фотонов $N_{\text{ph}} = 10^6$.

В биомедицинской оптике часто применяется приведенный коэффициент рассеяния $\mu_s' = (1 - g)\mu_s$, где g — средний косинус угла рассеяния. Для моделирования использовались значения из табл. 1.

Целью моделирования является определение зависимости логарифма интенсивности $\log_{10} J(\rho)$ от радиального расстояния ρ. Верхняя граница по ρ выбрана равной 40 mm, поскольку на больших расстояниях интенсивность снижается более чем на 10 порядков по сравнению с центральной областью ($\rho = 0$).

При регистрации обратного рассеяния учитывалось, из какого кольцевого детектора был „вылет“ фотона. На рис. 2 показана схема расположения кольцевых зон регистрации. Эта схема позволяет агрегировать статистику по зонам в пределах определенных радиусов. Гипотеза заключается в том, что при достаточно больших радиусах модель с кривизной слоев должна давать результаты, приближенные к случаю плоских слоев. Для проверки этого предположения были смоделированы различные конфигурации среды.

Для определения границ применимости используемой модели проведено моделирование однослойной системы, состоящей из мозговой ткани, при различных значениях параметра анизотропии рассеяния g. В качестве критерия применимости модели использовано условие отклонения интегральной интенсивности обратного рассеяния не более чем на 10% относительно базового значения: $|J/J_0 - 1| < 10\%$, где J — интегральная интенсивность при заданном значении параметра g, а J_0 — значение при $g = g_0 = 0.9$. Результаты моделирования представлены на рис. П10. Они демонстрируют устойчивость модели в диапазоне значений параметра анизотропии $g \in [0.85; 0.92]$.

5.1. Моделирование для двухслойной биоткани

Из рис. П1, П2 можно утверждать, что выдвинутая гипотеза оказалась верна. Отличия есть только при больших ρ, но их можно объяснить случайными причинами. Далее выясним, на каких радиусах плоские слои и полусферы не отличаются. Смоделируем три ситуации:

1. Плоские слои с толщиной $T = 150$ mm.
2. Сферические слои с радиусом $R_{\max} = 150$ mm.
3. Сферические слои с радиусом $R_{\max} = 80$ mm.

В ходе моделирования было выяснено, что ни один фотон из 10^6 не рассеялся ниже 150 mm. В связи с этим мы будем рассматривать плоские слои с толщиной $T = 150$ mm. Рассмотрим рассеяние при различных толщинах слоя A(черепа).

Как видно из рис. П1, П2, различий практически нет, т. е. мы можем приближенно рассматривать сферические слои, как плоские.

5.2. Сравнение результатов моделирования рассеяния в системах с плоскими и сферическими слоями

Одной из ключевых задач данной работы является исследование влияния кривизны полусферической модели головы на интенсивность обратного рассеяния. Для этого необходимо определить, начиная с какого радиуса головы сферическую модель уже нельзя приближенно считать плоской.

Для анализа рассмотрим однослойную модель из костной ткани (слой A) при различных радиусах $R_{\max}$. Радиус будет постепенно уменьшаться от 80 mm до 10 mm.

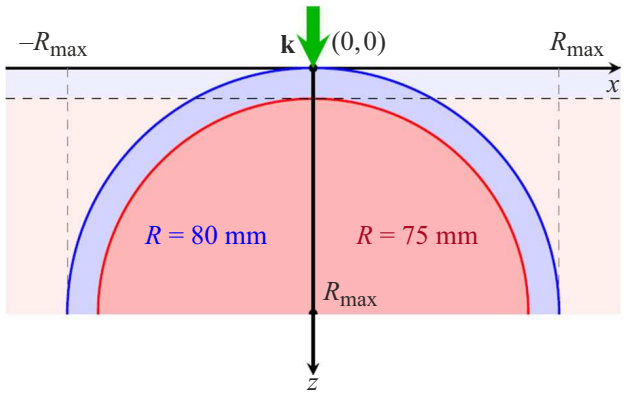

Рис. 3. Схематическое сравнение моделей с плоскими и сферическими слоями.

Таблица 2. Коэффициенты поглощения μ_a (mm^{-1}) и приведенные коэффициенты рассеяния μ_s' (mm^{-1}) для СМЖ при различных длинах волн

Ткань	Длина волны, λ							
	750 nm		850 nm		950 nm		1050 nm	
	μ_a	μ_s'	μ_a	μ_s'	μ_a	μ_s'	μ_a	μ_s'
СМЖ	0.002	0.001	0.004	0.001	0.039	0.001	0.016	0.001

Анализ приведенных графиков позволяет сделать вывод, что влияние кривизны на интенсивность обратного рассеяния становится заметным при радиусах $R_{\max} \leq 40$ mm. При больших радиусах геометрия слоя может быть приближенно рассмотрена как плоская.

На рис. 3 представлена схематическая иллюстрация различий между моделями с плоскими и сферическими слоями.

Согласно данным [32], в среднем в голове человека содержится около 100–150 ml крови. При травматическом попадании крови в СМЖ различают три степени тяжести в зависимости от объема крови:

- Легкая — $V_{\text{blood}} \leq 50$ ml,
- Средняя — $50 < V_{\text{blood}} \leq 100$ ml,
- Тяжелая — $V_{\text{blood}} > 100$ ml.

Рассмотрим, как наличие крови в слое СМЖ влияет на интенсивность обратного рассеяния. Для этого используются соответствующие значения оптических коэффициентов поглощения μ_a и приведенного коэффициента рассеяния μ_s' для крови [11].

6. Влияние радиуса кривизны модели на результаты расчетов в четырехслойной модели

Рассмотрим расширенную модель, включающую четыре слоя: кожу (A), череп (B), СМЖ (C) и мозг (D). Ниже представлены результаты моделирования зависимости интенсивности обратного рассеяния лазерного излучения от расстояния ρ между точкой регистрации и осью Z.

Дополнительно проанализируем влияние наличия крови в СМЖ, что может возникать, например, при черепно-мозговой травме.

Будем считать, что:

- слой A: область $R_{\max} \geq r > R_A$;
- слой B: область $R_A \geq r > R_B$;
- слой C: область $R_B \geq r > R_C$;
- слой D: область $R_C \geq r > 0$.

Тогда функция коэффициента ослабления $\mu(r)$ задается следующим образом:

$$\mu(r) = \begin{cases} \mu_A, & R_{\max} \geq r > R_A, \\ \mu_B, & R_A \geq r > R_B, \\ \mu_C, & R_B \geq r > R_C, \\ \mu_D, & R_C \geq r > 0. \end{cases} \tag{26}$$

Путь фотона и его взаимодействие со средой зависят от оптических характеристик каждого слоя, через который он проходит между событиями рассеяния.

Параметры анизотропии g для различных тканей приняты равными:

- $g_A = 0.9$ — кожа [2];
- $g_B = 0.9$ — кость [22];
- $g_C = 0.98$ — СМЖ [33];
- $g_D = 0.9$ — мозг [34].

На рис. 4 общее расстояние от начальной точки до точки j-го рассеяния AE включает последовательные участки: $AE = AB + BC + CD + DE$. Используя координаты точки рассеяния $E(x_E, y_E, z_E)$ и заданные значения границ слоев, можно определить длины этих отрезков аналогично формулам (21), (22).

Как и в случае двухслойной модели, при расчетах учитывается экспоненциальное ослабление излучения в соответствии с законом Бугера–Ламберта–Бера.

Моделирование проводилось аналогично двухслойной системе. Число разрешенных событий рассеяния составляло $n = 3 \cdot 10^5$, а общее количество фотонов — $N_{\text{ph}} = 10^6$.

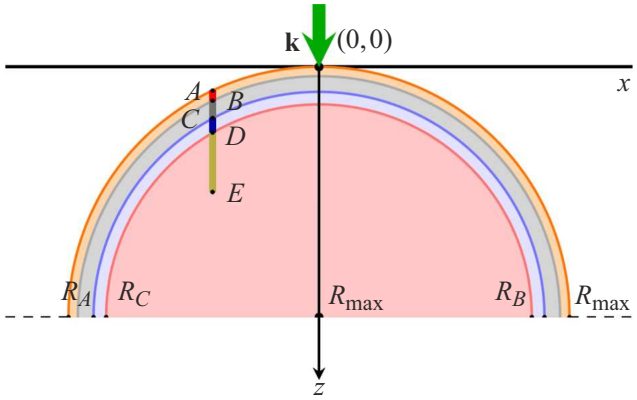

Рис. 4. Схематическое представление расчета $l_j^{(i)}$ в случае четырех слоев.

Особое внимание уделено сценарию, при котором кровь проникает в слой СМЖ. В этом случае коэффициент ослабления μ для слоя C пересчитывается с учетом процентного содержания крови:

$$\mu_C = (1-\alpha)\mu_{\text{СМЖ}} + \alpha\mu_{\text{кровь}},$$

где α — доля крови в объеме СМЖ.

Поскольку, как показано в разд. 3, результаты моделирования для $R_{\max} = 80\,\text{mm}$ и $R_{\max} = 150\,\text{mm}$ практически совпадают, в дальнейшем используется значение $R_{\max} = 80\,\text{mm}$, что соответствует среднему радиусу головы взрослого человека. Толщины слоев A, B и C в расчетах принимались равными 3, 7 и 2 mm соответственно.

На рис. П8 и П9 показано, что присутствие крови в СМЖ существенно снижает интенсивность обратного рассеяния на расстояниях более 20 *mm* от точки входа излучения. Это обусловлено тем, что на малых расстояниях основной вклад в обратное рассеяние вносят верхние слои головы, тогда как на больших расстояниях вклад от внутренних и внешних слоев становится сопоставимым.

Для оценки пороговой чувствительности модели были проанализированы различные концентрации крови в СМЖ. Результаты показали, что при содержании крови более 10% происходит заметное изменение интенсивности обратного рассеяния, особенно на расстояниях более 30 mm от точки входа. Это открывает перспективу применения метода для неинвазивного обнаружения внутричерепных кровоизлияний по скорости спадания интенсивности обратно рассеянного лазерного излучения с ростом расстояния между детектором и точкой входа луча. Однако в настоящий момент авторам неизвестно о реализации подобных подходов в практике неинвазивной диагностики.

7. Заключение

Проведено численное моделирование интенсивности обратного рассеяния инфракрасного лазерного излучения для биологических тканей, представленных в виде двухслойной и четырехслойной случайно-неоднородной среды. Рассмотрены два геометрических приближения: модель плоских слоев конечной толщины и модель полусферических слоев, имитирующих форму головы человека. Модель не учитывает вариации толщины слоев кожи и кости, которые зависят от анатомического участка головы и возраста человека. Также не принимается во внимание различие в пигментации кожи, способное существенно повлиять на результаты моделирования.

Точность вычисляемых параметров контролировалась по устойчивости численных значений при увеличении объема выборки. При объеме выборки равном 10^6 интенсивность обратного рассеяния сохраняет стабильность с точностью не менее четырех значащих цифр. Однако для обеспечения сопоставимой точности с остальными результатами продемонстрированные на рис. П8, П9 данные могут потребовать увеличения объема выборки на два.три порядка. Тем не менее даже при сниженной точности полученные зависимости позволяют достоверно оценить характер изменений исследуемых величин.

Основное внимание уделено двухслойной модели „череп–мозг“ и четырехслойной модели „кожа–череп–СМЖ–мозг“. Исследовано влияние кривизны модели головы на характеристики обратного рассеяния.

Результаты моделирования показывают, что кривизна оказывает существенное влияние на интенсивность обратного рассеяния при радиусах регистрации менее 40 mm. При больших расстояниях отклонения становятся пренебрежимо малыми, что позволяет использовать упрощенную модель с плоскими слоями без значительной потери точности.

Дополнительно рассмотрено влияние наличия крови в СМЖ в контексте моделирования внутричерепной травмы. Показано, что при объемной концентрации крови в СМЖ более 10% наблюдаются существенные изменения в характеристиках обратного рассеяния. Это может быть использовано для неинвазивной диагностики внутричерепных повреждений и геморрагий.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Приложение

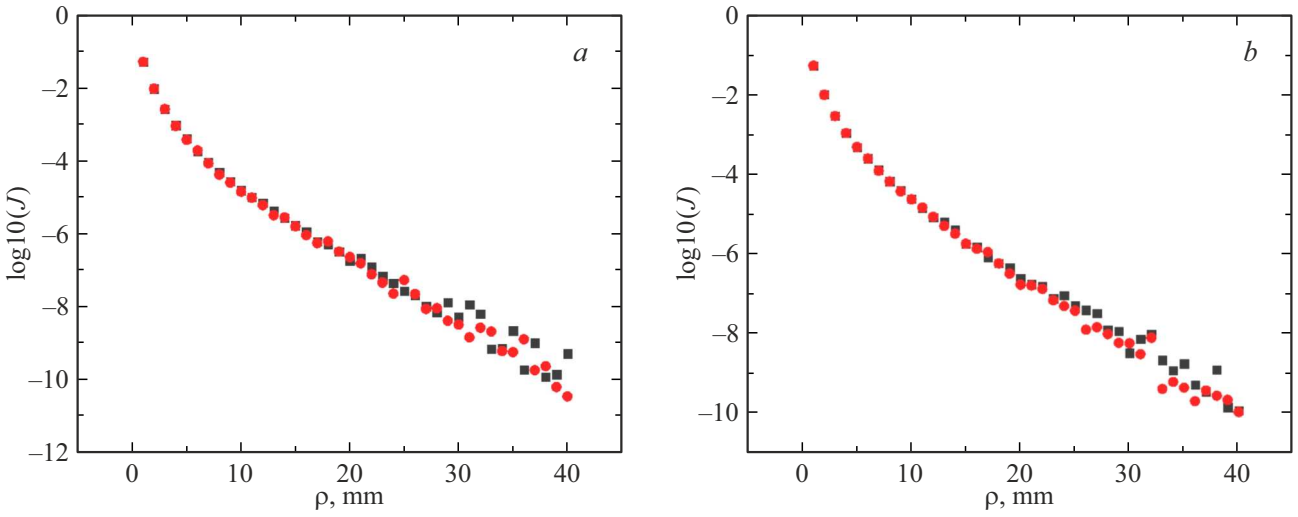

Рис. П1. Зависимость интенсивности обратного рассеяния в двухслойной модели череп (A) и мозг (B) от расстояния источник–приемник. Толщина слоев в случае плоских $T_{\text{full}} = 150\,\text{mm}$, в случае сферических слоев $R_{\max} = 150\,\text{mm}$. Значения толщины слоя $T_A = 3\,\text{mm}$ (a) и $T_A = 5\,\text{mm}$ (b). ■ — сферические слои, • — плоские слои.

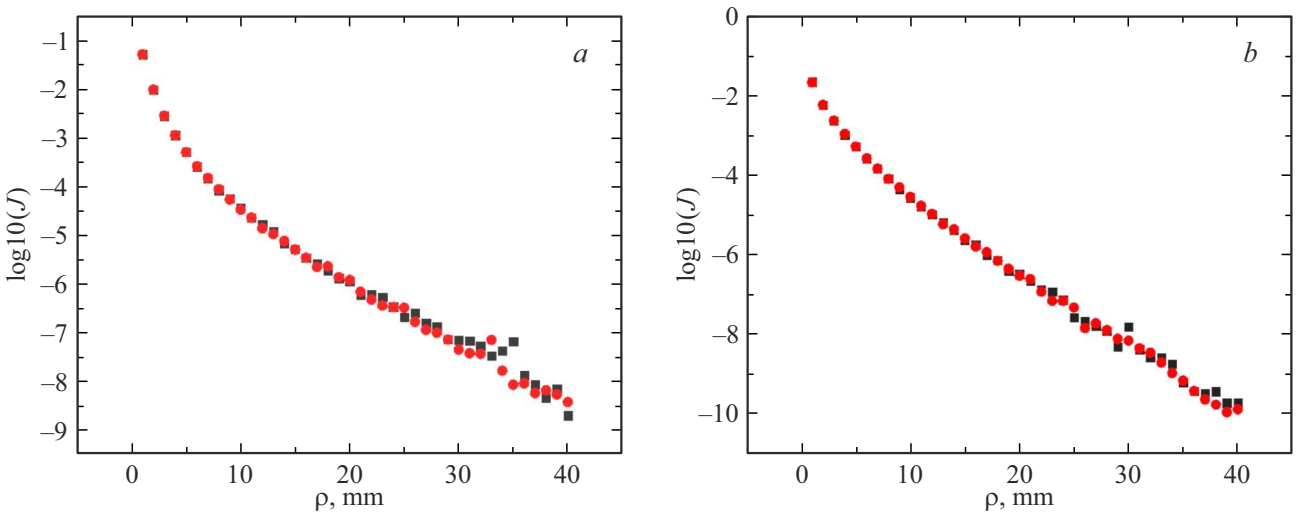

Рис. П2. Зависимость интенсивности обратного рассеяния в однослойной модели из костной ткани (a) и мозга (b) от расстояния источник–приемник. Толщина плоских слоев равна $T_{\text{full}} = 150\,\text{mm}$, радиус сферических слоев $R_{\max} = 150\,\text{mm}$: ■ — сферические слои, • — плоские слои.

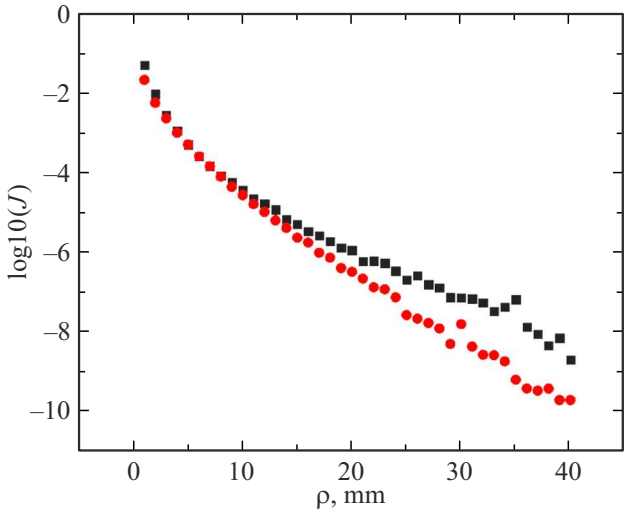

Рис. П3. Зависимость интенсивности обратного рассеяния в однослойной модели сферических слоев ($R_{\max} = 150\,\text{mm}$) от расстояния источник–приемник: ■ — костная ткань, ● — мозг.

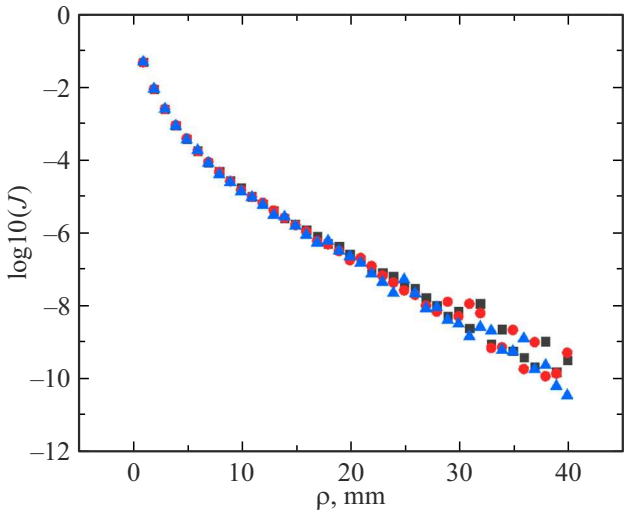

Рис. П4. Зависимость интенсивности обратного рассеяния в двухслойной модели череп (A) и мозг (B) от расстояния источник-приемник для толщины слоя $T(A) = 3\,\text{mm}$ в трех случаях: ■ — $R_{\max} = 80\,\text{mm}$, ● — $R_{\max} = 150\,\text{mm}$, ▲ — $T = 150\,\text{mm}$.

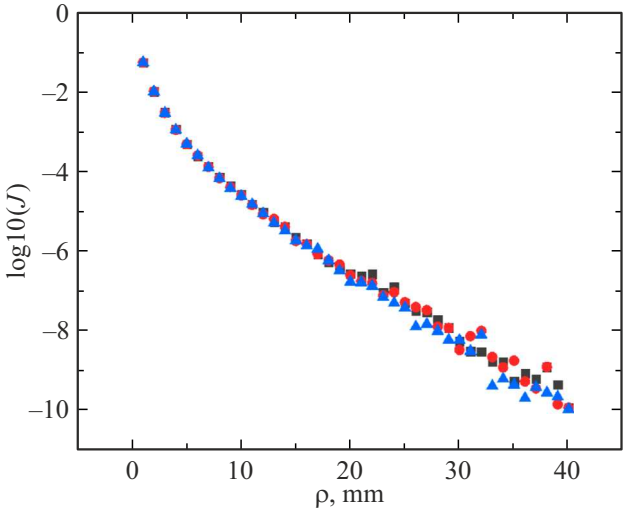

Рис. П5. Зависимость интенсивности обратного рассеяния в двухслойной модели череп (A) и мозг (B) от расстояния источник–приемник для толщины слоя $T(A) = 5\,\text{mm}$ в трех случаях: ■ — $R_{\max} = 80\,\text{mm}$, ● — $R_{\max} = 150\,\text{mm}$, ▲ — $T = 150\,\text{mm}$.

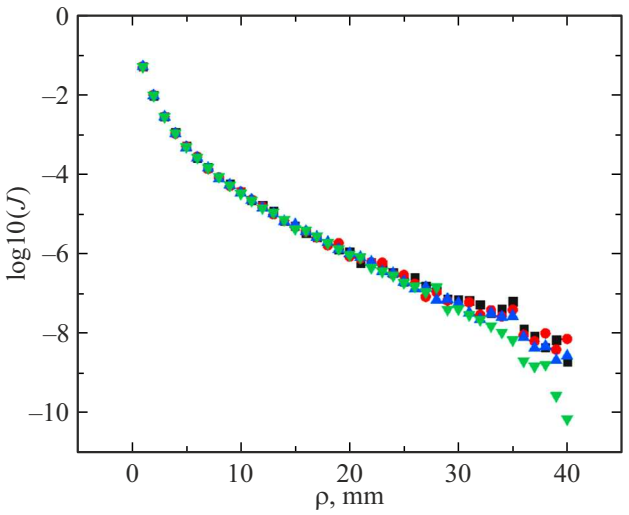

Рис. П6. Зависимость интенсивности обратного рассеяния в полусфере из костной ткани от расстояния источник–приемник при различных радиусах: ■ — $R_{\max} = 150\,\text{mm}$, ● — $R_{\max} = 80\,\text{mm}$, ▲ — $R_{\max} = 60\,\text{mm}$, ▼ — $R_{\max} = 40\,\text{mm}$.

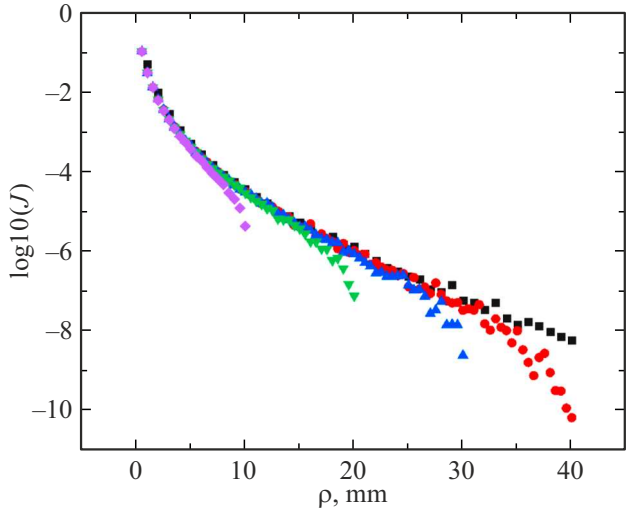

Рис. П7. Зависимость интенсивности обратного рассеяния в полусфере из костной ткани от расстояния источник–приемник при различных радиусах: ■ — $R_{\max} = 150$ mm, ● — $R_{\max} = 40$ mm, ▲ — $R_{\max} = 30$ mm, ▼ — $R_{\max} = 20$ mm, ♦ — $R_{\max} = 10$ mm.

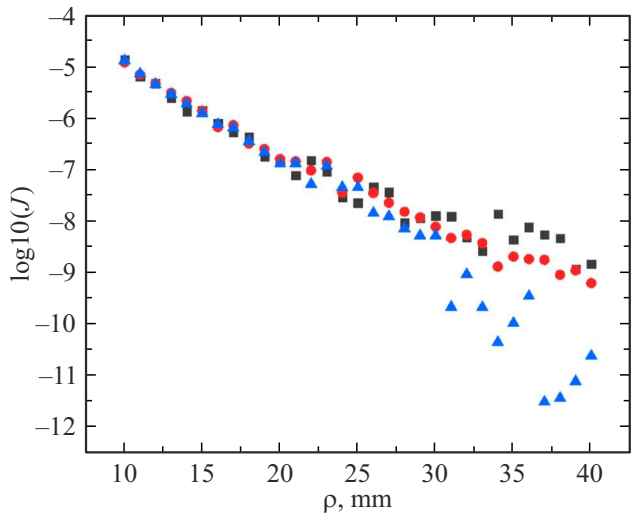

Рис. П9. Зависимость интенсивности обратного рассеяния в четырехслойной модели: кожа (A), череп (B), СМЖ (C), мозг (D) от расстояния источник-приемник при различной концентрации крови в СМЖ: ■ — 0%, ● — 10%, ▲ — 50%.

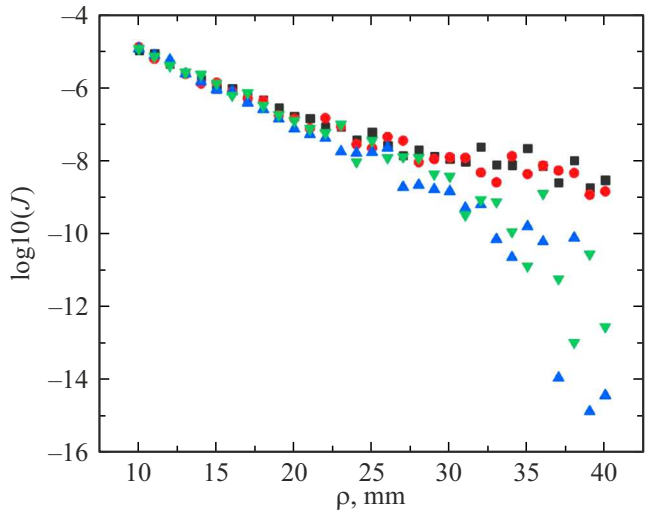

Рис. П8. Зависимость интенсивности обратного рассеяния в четырехслойной модели: кожа (A), череп (B), СМЖ (C), мозг (D) от расстояния источник-приемник при различной концентрации крови в СМЖ: ■ — плоские слои (0%), ● — полусферические слои (0%), ▲ — плоские слои (100%), ▼ — полусферические слои (100%).

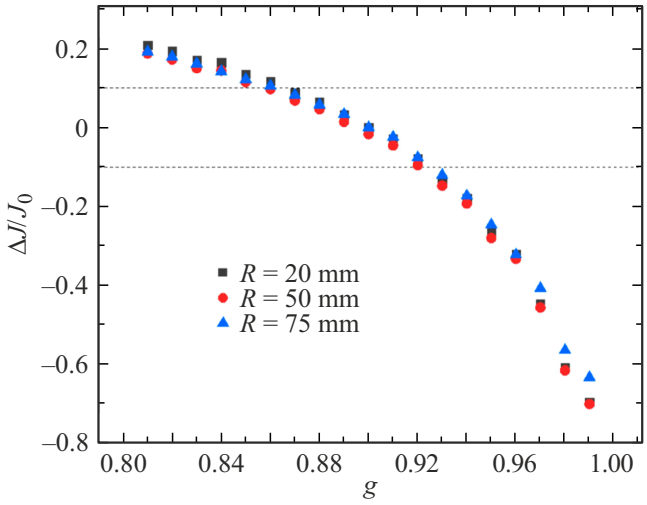

Рис. П10. Зависимость отклонения интегральной интенсивности обратного рассеяния от ключевого значения $J_0(g) = J(g_0)$, где $g_0 = 0.9$, в однослойной системе, состоящей из мозговой ткани, при различных значениях параметра анизотропии g. Изображены три кривые для различных значений кривизны поверхности.

Список литературы

[1] В.В. Тучин. *Оптика биологических тканей. Методы рассеяния света в медицинской диагностике* (IPR Media, M., 2021).

[2] S.L. Jacques. Phys. Med. Biol., **58**, R37 (2013). DOI: 10.1088/0031-9155/58/11/R37

[3] F. Scholkmann, S. Kleiser, A.J. Metz, R. Zimmermann, J. Mata Pavia, U. Wolf, M. Wolf. Neuroimag., **85**, 6 (2014). DOI: 10.1016/j.neuroimage.2013.05.004

[4] H. Liu, D.A. Boas, Y. Zhang, A.G. Yodh, B. Chance. Phys. Med. Biol., **40**, 1983 (1995). DOI: 10.1088/0031-9155/40/11/015

[5] O. Pucci, V. Toronov, K. St Lawrence. Appl. Opt., **49**, 6324 (2010). DOI: 10.1364/AO.49.006324

[6] В.Л. Кузьмин, Ю.А. Жаворонков, С.В. Ульянов, А.Ю. Вальков. ЖЭТФ, **161**, 779 (2022). DOI: 10.31857/S0044451022060013

[7] D.T. Delpy, M. Cope. Philos. Trans. R. Soc. B Biol. Sci., **352** (1354), 649 (1997).

[8] V. Ntziachristos, B. Chance. Med. Phys., **28**, 1115 (2001). DOI: 10.1118/1.1373674

[9] A. Torricelli, D. Contini, A. Pifferi, M. Caffini, R. Re, L. Zucchelli, L. Spinelli. Neuroimage **85**, 28 (2013).

[10] A. Kienle, M.S. Patterson, N. Dögnitz et al. Appl. Opt., **37** (4), 779 (1998).

[11] H. Wabnitz, J. Rodriguez, I. Yaroslavsky, A. Yaroslavsky, V.V. Tuchin. Handbook of Optical Biomedical Diagnostic Light-Tissue Interaction, 2-nd ed. (SPIE Press, Bellingham, Washington, 2016). Vol. 1, 784 p.

[12] M.S. Patterson, B. Chance, B.C. Wilson. Appl. Opt., **28** (12), 2331 (1989).

[13] J. Zhao, H.S. Ding, X.L. Hou, C.L. Zhou, B. Chance. J. Biomed. Opt., **10**, 024028 (2005). DOI: 10.1117/1.1891345

[14] T. Durduran, R. Choe, J.P. Culver, L. Zubkov, M.J. Holboke, J. Giammarco, B. Chance, A.G. Yodh. Phys. Med. Biol., **47**, 2847 (2002). DOI: 10.1088/0031-9155/47/16/302

[15] M.A. Franceschini, S. Thaker, G. Themelis, K.K. Krishnamoorthy, H. Bortfeld, S.G. Diamond, D.A. Boas, K. Arvin, P.E. Grant. Pediatr. Res., **61**, 546 (2007). DOI: 10.1203/pdr.0b013e318045be99

[16] S. Fantini, M. A. Franceschini, J.S. Maier, S.A. Walker. Opt. Eng. **34** (1), 32 (1995).

[17] S. Mahmoodkalayeh, M.A. Ansari, V.V. Tuchin. Biomed. Opt. Express, **10**, 2795 (2019).

[18] M.S. Cano-Velazquez, N. Davoodzadeh, D. Halaney et al. Biomed. Opt. Express, **10**, 3369 (2019).

[19] Ю.А. Жаворонков, С.В. Ульянов, А.Ю. Вальков, В.Л. Кузьмин. Письма в ЖЭТФ, **117** (5), 389–396 (2023).

[20] M.C.W. Van Rossum, Th.M. Nieuwenhuizen. Rev. Mod. Phys., **71**, 313 (1999).

[21] В.Л. Кузьмин, И.В. Меглинский. Квантовая электроника, **36** (11), 990–1002 (2006).

[22] L. Wang, S.L. Jacques, L.Q. Zheng. Comput. Meth. Prog. Bio., **47**, 131 (1995).

[23] В.Л. Кузьмин, И.В. Меглинский. Опт. и спектр., **97** (1), 108–115 (2004).

[24] V.L. Kuzmin, I. Meglinski. Opt. Commun. **273** (2), 307–310 (2007).

[25] I. Meglinski, V.L. Kuzmin et al. Proc. Roy. Soc. A, **461**, 43–53 (2005).

[26] В.Л. Кузьмин, И.В. Меглинский. Письма в ЖЭТФ, **79** (3), 139–142 (2004).

[27] В.Л. Кузьмин, А.Ю. Вальков. Письма в ЖЭТФ, **105**, 261 (2017).

[28] В.Л. Кузьмин, А.Ю. Вальков, Л.А. Зубков. ЖЭТФ, **155**, 460 (2019). DOI: 10.1134/S0044451019030088

[29] V.L. Kuzmin, V.P. Romanov, E.V. Aksenova. Phys. Rev. E, **65**, 016601 (2001). DOI: 10.1103/PhysRevE.65.016601

[30] T.M. Nieuwenhuizen, J.M. Luck. Phys. Rev. E, **48** (1), 569 (1993). DOI: 10.1103/PhysRevE.48.569

[31] R. Francis, B. Khan, G. Alexandrakis, J. Florence, D. MacFarlane. Biomed Opt Express, **6** (9), 3256–3267 (2015).

[32] B.L.C. Wright, J.T.F. Lai, A.J. Sinclair. J. Neurol., **259**, 1530–1545 (2012).

[33] A. Roggan. J. Biomedical Optics, **4** (1), 36–46 (1999). DOI: 10.1117/1.429919

[34] A.N. Yaroslavsky et al. Phys. Med. Biol., **47**, 2059 (2002). DOI: 10.1088/0031-9155/47/12/305