

Сжатие токопроводящей области в собственном полупроводнике, вызванное джоулевым саморазогревом

© Ф.Н. Рыбаков, А.В. Мелких[¶], А.А. Повзнер

Уральский государственный технический университет (УПИ),
620002 Екатеринбург, Россия

(Получена 11 апреля 2006 г. Принята к печати 21 апреля 2006 г.)

Построена модель распределения плотности тока и температуры в полупроводниковом образце. Показано, что профиль температуры в образце может иметь точку перегиба, разделяющую „горячую“ и „холодную“ области. Положение точки перегиба определяется величиной тока: чем больше ток через образец, тем точка перегиба ближе к центру образца.

PACS: 72.20.Fr, 72.20.Ht

Протекание тока через полупроводниковый образец неминуемо приводит к саморазогреву и, как следствие, к увеличению температуры образца. Проводимость образца нелинейно связана с температурой, что приводит к различным нелинейностям вольт-амперной характеристики (ВАХ). Одним из наиболее интересных явлений в этой области является возникновение S-образной ВАХ.

В работе [1] рассматривается ситуация разогрева электронного газа в легированных полупроводниках под действием сильного электрического поля. Показывается, что в некоторых случаях ВАХ образца становится S-образной. Причем участок с отрицательным дифференциальным сопротивлением является неустойчивым относительно однородных возмущений температуры — в плоскости, перпендикулярной к направлению тока, возникает узкий слой (или шнур) повышенной температуры, а следовательно, и повышенной плотности тока. Перегревная неустойчивость приводит к разрывам ВАХ, а также к появлению двух различных состояний (фаз) образца — со слоем (или шнуром) и без него. Проблемам неустойчивости (как перегревной, так и с учетом других механизмов) полупроводниковых образцов и токовым шнурам посвящен также ряд работ [2,3].

Однако S-образная ВАХ возникает и в более простой ситуации. Если температурная зависимость удельной проводимости полупроводника подчиняется классическому закону для собственных полупроводников

$$\sigma(T) = \sigma_{\infty} \cdot \exp(-(E_{g0} - MT)/2kT), \quad (1)$$

где M — постоянная величина, E_{g0} — ширина запрещенной зоны при 0 К, то при определенной ширине запрещенной зоны E_{g0} ВАХ содержит S-образный участок. В работе [4], например, показано, что для случая модели образца с постоянной по сечению температурой (сосредоточенная модель) критическое значение ширины запрещенной зоны составляет $8kT_0$, где T_0 — температура окружающего образец пространства. Факт существования S-образного участка, однако, известен давно, а участок с отрицательным дифференциальным

сопротивлением используется в технике. Работа терморезисторов, например, основана на этом эффекте [5]. В работе [6] проведен численный анализ температурного поля полупроводниковой пленки, удельная проводимость которой описывается (1), и, кроме того, говорится о возможности возникновения сильных неоднородностей температурного поля — температурных шнуров, вытянутых вдоль направления тока.

Вместе с тем зависимость температуры от координат внутри образца аналитически не получена.

Рассмотрим прямоугольный полупроводниковый образец, который представляет собой пленку, т. е. его ширина (координата x) много больше его толщины (координата z), в которой весь теплообмен осуществляется исключительно вдоль координаты z . Electroды примыкают к боковым граням, а направление тока совпадает с координатой y (рис. 1).

Необходимо отметить, что такой способ подключения электродов отличается от общепринятых моделей, в которых электроды подключены к граням, параллельным плоскости OXY. Однако это несколько упрощает анализ, так как в такой модели потенциал становится независимым от температуры. Итак, положим, что теплообмен происходит исключительно в направлении координаты z : $T = T(z)$, а разность потенциалов поддерживается постоянной. Тогда напряженность поля во всех точках образца есть величина постоянная: $E = U/H$. Равновесное тепловое состояние в общем случае описывается системой дифференциальных уравнений баланса тепла

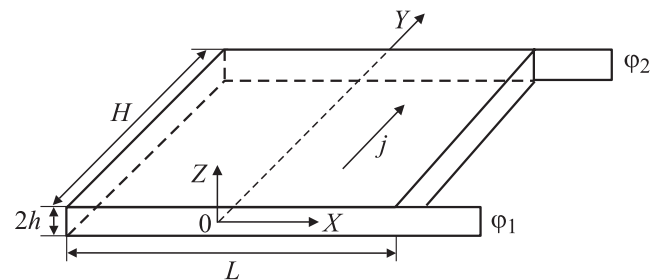


Рис. 1. Схема изучаемого образца.

[¶] E-mail: mav@dpt.ustu.ru

и непрерывности:

$$\operatorname{div}(\lambda \cdot \operatorname{grad}(T)) + \sigma \cdot \operatorname{grad}(\phi)^2 = 0, \quad (2)$$

$$\operatorname{div}(\sigma \cdot \operatorname{grad}(\phi)) = 0,$$

которые в нашем одномерном случае упрощаются и приводят к уравнению

$$\frac{d}{dz} \left(\lambda(T) \frac{d}{dz} T \right) + \sigma(T) E^2 = 0. \quad (3)$$

Граничные условия для распределения температуры представляют собой условие непрерывности потока тепла на поверхности образца и закон полного тока и имеют вид

$$JU = \alpha(T(h) - T_0)2LH = - \left(\lambda(T) \frac{d}{dz} T \right)_{z=h} 2LH, \quad (4)$$

$$J = 2EL \int_0^h \sigma(T) dz,$$

где J — полный ток через образец, T_0 — температура окружающей среды, $\sigma(T)$ — удельная проводимость определяется выражением (1).

Зависимость коэффициента теплопроводности полупроводника от температуры в общем случае включает фоновую, электронно-дырочную, а также экситонную составляющие [7]. Однако для ряда полупроводниковых материалов (например, для InSb) электронный вклад становится заметным лишь при температурах порядка 500 К и выше [7,8], экситонная составляющая несущественна, а фоновая теплопроводность при температуре выше дебаевской обратно пропорциональна абсолютной температуре [7,8] и теплопроводность в довольно широком диапазоне температур (например, при комнатной и выше, что соответствует рабочим температурам терморезисторов) можно представить зависимостью

$$\lambda(T) = \frac{C_\lambda}{T}.$$

Система (3), (4) представляет собой стандартную граничную задачу о теплопроводности твердых тел с внутренним источником. Уравнение (3) интегрируется в квадратурах, после чего посредством (4) алгебраически определяются константы интегрирования. Для упрощения анализа перейдем к безразмерным параметрам:

$$X = \frac{JU}{2LH\alpha T_\sigma}, \quad Y = \frac{J^2}{8L^2 C_\lambda \sigma_0}, \quad p = \frac{T}{T_\sigma}, \quad r = \frac{z}{h},$$

$$c_1 = \frac{T_0}{T_\sigma}, \quad c_2 = h \frac{\alpha T_\sigma}{C_\lambda}, \quad \sigma_0 = \sigma_\infty e^{\frac{M}{k}}, \quad T_\sigma = \frac{E_{g0}}{2k}.$$

Решением системы (4) будет уравнение для ВАХ

$$c_2 X - \int_{c_1+X}^{-F(X,Y)^{-1}} \frac{1}{p} \sqrt{\frac{Y}{Y + \operatorname{Ei}(-p^{-1}) - \operatorname{Ei}[-(c_1+X)^{-1}]}} dp = 0 \quad (5)$$

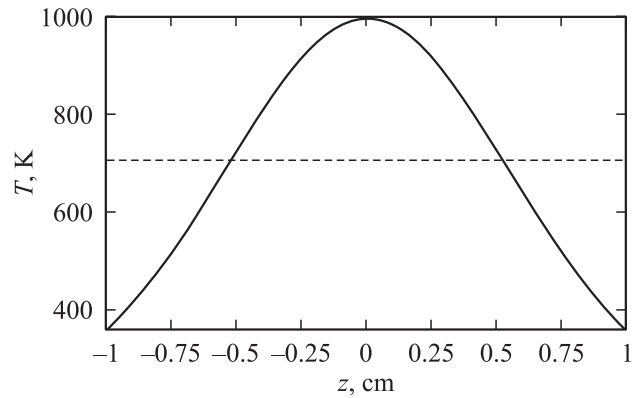


Рис. 2. Распределение температуры внутри образца из PbS ($h = 2$ мм, коэффициент теплоотдачи $\alpha = 2000$ Вт/(м²К); температура окружающей среды $T_0 = 300$ К). Пунктирная линия пересекает профиль температуры в точках перегиба.

и уравнение, описывающее профиль температуры:

$$(1-r)c_2 X - \int_{(c_1+X)}^p \frac{1}{p} \sqrt{\frac{Y}{Y + \operatorname{Ei}(-p^{-1}) - \operatorname{Ei}[-(c_1+X)^{-1}]}} dp = 0, \quad (6)$$

где $F(X, Y)$ — корень уравнения

$$\operatorname{Ei}(F) = \operatorname{Ei}[-(c_1+X)^{-1}] - Y,$$

$\operatorname{Ei}(x)$ — интегральная показательная функция [9].

Для нахождения зависимости температуры от координат $p(r)$ необходимо задаться током J на ВАХ, тогда автоматически определяется параметр Y , параметр X однозначно определяется из (5) и уравнение (6) однозначно задает искомую зависимость.

Профиль температуры, очевидно, имеет выпуклость, направленную в направлении оси OZ, и, например, в [10] аппроксимируется параболической кривой для случая цилиндрического образца. Однако оказывается, что профиль может включать и точку перегиба $p = p_i$, определяемую условиями:

$$\frac{d^2}{dr^2} p = 0, \quad \text{при } p = p_i, \quad p_i > \frac{T(h)}{T_\sigma}. \quad (7)$$

Несложно наложить это условие на уравнение (6):

$$\exp(-p_i^{-1}) - 2\operatorname{Ei}(-p_i^{-1}) = 2Y - 2\operatorname{Ei}[-(c_1+X)^{-1}], \quad (8)$$

$$2Y - \exp[-(c_1+X)^{-1}] > 0. \quad (9)$$

В таком случае профиль температуры приобретает колоколообразную форму — в определенной точке функция меняет направление выпуклости. Уравнение (9) определяет область на ВАХ, в которой профиль температуры в образце имеет точку перегиба. На рис. 2 представлено распределение температуры внутри полупроводника при наличии точки перегиба.

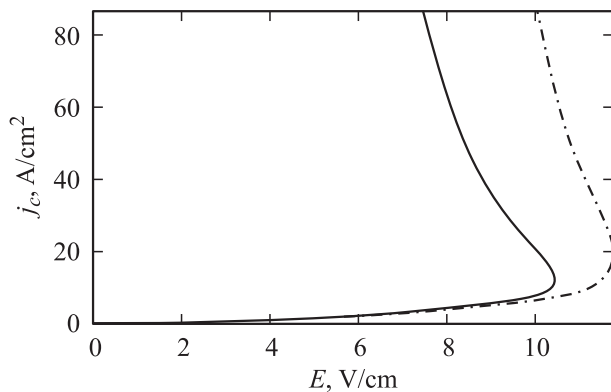


Рис. 3. ВАХ PbS ($h = 2$ мм, коэффициент теплоотдачи $\alpha = 2000$ Вт/(м²К); температура окружающей среды $T_0 = 300$ К), сплошная линия — распределенная модель, пунктирная линия — точечная модель.

Температура в центре образца, при переходе в состояние с перегибом всегда высокая и, например, для случая $E_{g0} = 0.24$ эВ, $T_0 = 273$ К и $c_2 = 10$ составляет порядка 500 К. Ограничение сверху для температуры образца, обусловленное возможностью его плавления, не позволяет получить ярко выраженный перегиб профиля.

Физической причиной перегиба профиля температуры является падение коэффициента теплопроводности с ростом температуры. Действительно, при $\lambda = \text{const}$ из уравнения (3) следует, что вторая производная от температуры по координате z всегда отрицательна и возникновение перегиба невозможно. Когда $\lambda \propto \frac{1}{T}$, теплопроводность в области высоких температур мала, соответственно градиент температур велик. В области низких температур теплопроводность велика, а градиент температур мал. В этом случае в определенной точке образца реализуется условие $\frac{d^2T}{dz^2} = 0$, т.е. точка перегиба условно делит образец на два слоя — высокотемпературный и низкотемпературный.

На рис. 3 представлена ВАХ полупроводникового образца с учетом распределения температуры внутри его для распределенной и точечной моделей.

Уравнение (8), объединенное с (5) и (6), определяет условную толщину температурного слоя — положение точки перегиба профиля температуры.

Область отрицательного дифференциального сопротивления на ВАХ неустойчива относительно флуктуаций тока [11]. Изменение профиля температуры при изменении тока через образец таково, что кривые, соответствующие разным токам, не пересекаются; и ВАХ не содержит разрывов, возникающих в случае токовых шнуров [1].

Заметим, что в данной работе рассмотрение ведется в предположении, что неустойчивость распределения тока вдоль оси x отсутствует. Указанный эффект требует отдельного рассмотрения.

Таким образом, учет температурного поля, выраженный константой c_2 , как выяснилось, может приводить к ощутимому отклонению ВАХ от случая ВАХ точечной модели из-за высоких градиентов температуры. Полученная зависимость температуры от координат может быть полезна при проектировании автогенераторов на основе терморезисторов. Автоколебания в цепи с рассмотренным полупроводниковым образцом с учетом распределенного температурного поля исследованы в работе [12].

Список литературы

- [1] А.Ф. Волков, Ш.М. Коган. УФН, **96** (4), 633 (1968).
- [2] P. Rodin. Phys. Rev. B, **69**, 045 307, 1 (2004).
- [3] A. Alekseev, S. Bose, P. Rodin, E. Scholl. Phys. Rev. E, **57** (3), 2640 (1998).
- [4] А.В. Мелких, А.А. Повзнер, А.Г. Андреева, И.Н. Сачков. Письма ЖТФ, **27** (6), 19 (2001).
- [5] Э.В. Мэглин. *Терморезисторы* (М., Радио и связь, 1983).
- [6] M.P. Shaw, N. Yildirim. Adv. Electron. and Electron. Phys., **60**, 307 (1982).
- [7] К. Зеегер. *Физика полупроводников* (М., Мир, 1977).
- [8] Б.М. Могилевский, А.Ф. Чудновский. *Теплопроводность полупроводников* (М., Наука, 1972).
- [9] Г. Корн, Т. Корн. *Справочник по математике* (М., 1974) с. 730.
- [10] Г.Н. Дульнев. *Теплообмен в радиоэлектронных устройствах* (М., Л., 1963).
- [11] В.К. Ridley. Proc. Phys. Soc., **82**, 954 (1963).
- [12] А.В. Мелких, Ф.Н. Рыбаков, А.А. Повзнер. Письма ЖТФ, **31** (16), 67 (2005).

Редактор Л.В. Беляков

Compression of the current-carrying area in a semiconductor due to the joule self-heating

F.N. Rybakov, A.V. Melkikh, A.A. Povzner

Ural State Technical University (UPI),
620002 Yekaterinburg, Russia