

Дробовой шум в интерферометре Ааронова–Бома на основе геликоидальных краевых состояний

© Р.А. Ниязов^{1,2}, И.В. Крайнов¹, Д.Н. Аристов^{1,2,3}, В.Ю. Качоровский¹

¹ Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук, 194021 Санкт-Петербург, Россия

² Петербургский институт ядерной физики им. Б.П. Константина Национального исследовательского центра „Курчатовский институт“, 188300 Гатчина, Россия

³ Санкт-Петербургский государственный университет, 199034 Санкт-Петербург, Россия

E-mail: niyazov_ra@pnpi.nrcki.ru

Поступила в Редакцию 15 октября 2025 г.

В окончательной редакции 29 октября 2025 г.

Принята к публикации 6 ноября 2025 г.

Исследован дробовой шум в интерферометрах Ааронова–Бома, образованных геликоидальными краевыми состояниями двумерных топологических изоляторов. Показано, что измерения шума предоставляют уникальные возможности в изучении нарушения топологической защиты. В отличие от обычных интерферометров, где интерференция происходит в баллистическом режиме, для проявления интерференционных эффектов в геликоидальных системах требуется наличие дефектов, приводящих к рассеянию назад. Полученный ключевой результат заключается в том, что фактор Фано демонстрирует осцилляции с периодом магнитного потока $\Delta\phi = 1/2$, причем амплитуда осцилляций прямо пропорциональна силе рассеяния назад. Более того, показано, что одновременное измерение кондактанса и шума позволяет прямо определять вероятность рассеяния назад без детального знания свойств контактов. Это дает ключевой экспериментальный инструмент для идентификации и количественного определения механизмов, ответственных за нарушение топологической защиты в реальных материалах. Полученные результаты особенно важны для недавних экспериментов с квантовыми точечными контактами к геликоидальным краевым состояниям и предлагают шумовой спектроскопический метод для характеризации топологических фаз. Также сравниваются наши результаты со случаем обычного бесспинового одноканального интерферометра.

Ключевые слова: спиральные краевые состояния, топологические изоляторы, дробовой шум, эффект Ааронова–Бома, топологическая защита.

DOI: 10.61011/FTP.2025.08.62190.8665

1. Введение

Двумерные топологические изоляторы (2D ТИ) представляют собой класс новых квантовых материалов, обладающих изолирующим объемом и проводящими геликоидальными краевыми состояниями (ГКС) [1–3]. Эти краевые состояния имеют замечательные свойства: они топологически защищены от рассеяния назад на немагнитных примесях и проводят ток без диссипации. Геликоидальная природа этих состояний, т.е. жесткая связь спина электрона с направлением распространения, делает ГКС перспективными кандидатами для приложений спинtronики и топологических квантовых вычислений.

Фундаментальный вопрос в изучении 2D ТИ касается устойчивости топологической защиты в реальных материалах. В то время как идеальные геликоидальные краевые состояния должны иметь идеальный квантованный кондактанс, эксперименты часто показывают значительные отклонения [4], предполагая наличие механизмов рассеяния назад с переворотом спина, нарушающих топологическую защиту. Определение и характеризация этих механизмов остается важной задачей.

В этом контексте геликоидальные интерферометры (ГИ) на основе ГКС (см. рис. 1), представляют собой весьма эффективные системы для исследования свойств краевых состояний. В кольцевой геометрии при наличии магнитного потока, пронизывающего кольцо, эти системы становятся чувствительными к фазово-когерентным процессам, которые могут выявить наличие и природу центров рассеяния назад.

Здесь мы представляем всестороннее теоретическое исследование дробового шума в ГИ. Дробовой шум возникает из-за дискретной природы электрического заряда и предоставляет дополнительную информацию о измерениям кондактанса. В отличие от кондактанса, который зависит только от среднего тока, шумовая спектроскопия раскрывает фундаментальные свойства носителей заряда, включая их эффективный заряд и квантовую статистику, а также характерные энергетические масштабы системы [5,6]. Мы характеризуем этот шум через фактор Фано \mathcal{F} , определяемый как отношение мощности дробового шума к шуму Шоттки $2eI$. Эта безразмерная величина служит ключевым индикатором режимов транспорта: например, универсальные значения $\mathcal{F} = 1/3$ для диффузионных проводников и $\mathcal{F} = 1/2$ для

туннелирования через одиночный квантовый уровень отражают фундаментальные статистические свойства, не зависящие от микроскопических деталей.

Стоит отметить, что дробовой шум в геликоидальных краевых состояниях (ГКС) уже обсуждался для случая бесконечного края [7–18], т. е. без учета интерференционных эффектов. В частности, большое внимание уделялось бесконечным ГКС с динамической магнитной примесью [11,13–17]), чей магнитный момент меняет направление после каждого акта рассеяния. Обсуждая ГИ в данной статье, мы фокусируемся на другом случае статического дефекта обратного рассеяния, который не обязательно является магнитным (в частности, активно обсуждаются механизмы обратного рассеяния, связанные с заряженными областями в объеме топологического изолятора [19]. Мы будем описывать такой дефект S -матрицей рассеяния общего типа. Экспериментальное измерение фактора Фано ГИ при нулевом магнитном поле для краевых состояний 2D ТИ дает значение $0.1 < \mathcal{F} < 0.3$ [9,12]. Верхнее значение, 0.3, близко к значению $1/3$ для диффузионного проводника. Аналогичный результат был получен в модели с большим числом „островков“, допускающих релаксацию спина и туннельно связанных с ГКС [20]. Влияние островков различного типа на ГКС в настоящее время активно обсуждается (см. также недавние работы [4,21] и ссылки в них).

При слабой туннельной связи и низких температурах кондактанс $G(\phi)$ показывает резкие резонансы при определенных значениях магнитного потока из-за эффекта Ааронова–Бома (АБ) [22,23], возникающие, когда квантовые уровни пересекаются с энергией Ферми [24,25]. Здесь ϕ — безразмерный магнитный поток $\phi = \Phi/\Phi_0$, пронизывающий устройство, где $\Phi_0 = hc/e$ — квант потока, $\Phi = BS$, B — однородное магнитное поле, а S — площадь области, охватываемой одномерным геликоидальным каналом.

Режим высоких температур $T \gg \Delta$, где $\Delta = 2\pi v_F/L$ — расстояние между уровнями ($L = L_1 + L_2$ — полная длина интерферометра), раскрывает более тонкие интерференционные явления. Хотя можно было бы ожидать, что тепловое усреднение подавит квантовую интерференцию, в нескольких теоретических работах было продемонстрировано, что как обычные [26,31], так и геликоидальные [32–35] интерферометры проявляют устойчивые квантовые осцилляции кондактанса, даже когда $T \gg \Delta$. Примечательно, что в этом режиме резонансы превращаются в узкие антирезонансы — резкие провалы кондактанса, которые сохраняются несмотря на тепловое уширение. Эти антирезонансы происходят от энергетически независимой деструктивной интерференции между специфическими траекториями электронов, которые остаются когерентными по всей тепловой плоскости.

Для обычных интерферометров кондактанс при высоких температурах был широко изучен, включая эффекты электрон–электронного взаимодействия [27], бес-

порядка [29] и спин–орбитальной связи [28]. Недавно эти исследования были расширены на геликоидальные системы, в том числе одиночные интерферометры со статическими магнитными дефектами [32–35] и массивы связанных геликоидальных колец [36]. Исследовались также другие геометрии интерферометров [37–39].

Удивительно, но, несмотря на обширную литературу по обеим системам, дробовой шум в режиме высоких температур $T \gg \Delta$ оставался в значительной степени неисследованным не только для геликоидальных, но даже для обычных интерферометров.

Предыдущие исследования шума фокусировались в основном на пределе низких температур $T \ll \Delta$: см. [40] для обычных интерферометров и [41,42] для геликоидальных систем. Этот пробел особенно примечателен, учитывая, что измерения шума дают дополнительную информацию к измерению кондактанса, потенциально раскрывая важные проявления квантовой интерференции в обычных и топологических системах.

Разработка всеобъемлющей теории шума для обоих типов интерферометров весьма современна, учитывая недавние экспериментальные достижения. Обычные на-норазмерные кольца с несколькими проводящими каналами реализовывались более двух десятилетий [43–47], в то время как недавние эксперименты продемонстрировали квантовые точечные контакты к геликоидальным краевым состояниям [48], позволяя детальные интерферометрические исследования. Условие $T \gg \Delta$ экспериментально доступно — для типичных фермиевских скоростей $v_F \sim 10^7$ см/с и устройств с типичными размерами порядка микрона, Δ соответствует температурам всего в несколько Кельвин, позволяя изучать интерференционные эффекты при не слишком низких температурах.

Для геликоидальных интерферометров магнитные поля приводят к двум конкурирующим эффектам: они генерируют фазу АБ, необходимую для интерференции, и в то же время потенциально уменьшают топологическую защиту из-за эффекта Зеемана. Критически, квант потока $\Phi_0 = hc/e$ соответствует полям всего ~ 3 Э для микрон–масштабных устройств, что ниже порога, где топологическая защита начинает нарушаться [49–51]. Это разделение масштабов позволяет наблюдать осцилляции АБ в геликоидальных системах без разрушения топологических свойств ГКС.

Недавно мы обсудили дробовой шум как в геликоидальных [52], так и в обычных [53] интерферометрах. Что касается геликоидального случая, мы рассмотрели ГИ с идентичными контактами и вычислили мощность шума в высокотемпературном режиме, уделяя внимание интерференционным эффектам. Мы обнаружили, что фактор Фано сильно зависит от туннельной связи и силы дефекта обратного рассеяния.

Здесь мы далее развиваем результаты, полученные в работе [52]. Мы представляем детальное исследование резких пиков Ааронова–Бома в факторе Фано, характеризующем шум. Наш ключевой результат заключается

в том, что измерения шума предоставляют уникальную информацию о дефектах обратного рассеяния, которая недоступна только через кондактанс. Конкретно, мы демонстрируем, что одновременное измерение кондактанса и фактора Фано позволяет прямо определять силу рассеяния назад независимо от детального знания о контактах. Более того, мы показываем, что амплитуда осцилляций АБ в факторе Фано прямо пропорциональна вероятности рассеяния назад, предлагая количественную меру нарушения топологической защиты. Имея также в виду недавний эксперимент [48], мы обобщаем здесь вычисление фактора Фано ГИ для экспериментально важного случая неэквивалентных контактов. Также в разд. 4 мы проведем сравнение с обычным бесспиновым одноканальным интерферометром (ОИ), обсуждавшимся недавно в нашей работе [53].

2. Модель

Мы будем вычислять дробовой шум тока в мезоскопическом интерферометре, плечи которого образованы геликоидальными краевыми состояниями двумерных топологических изоляторов, как изображено на рис. 1. В нашей модели уровень Ферми находится внутри щели объемных зон, обеспечивая тем самым то, что транспорт происходит исключительно через топологически защищенные краевые каналы. Предполагается, что контакты к интерферометру представляют собой обычные одноканальные проволоки (с двухкратным вырождением по спину).

Простейшая матрица рассеяния немагнитного контакта имеет вид

$$\hat{S} = \begin{pmatrix} -t & r & 0 & 0 \\ r & t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -t & r \\ 0 & 0 & r & t \end{pmatrix}, \quad t^2 + r^2 = 1, \quad (1)$$

где два идентичных блока ответственны за два спина, а базис выбран в соответствии со спиновой поляризацией геликоидальных состояний в точке контакта (красный и синий на рис. 2). Удобно параметризовать амплитуды t и r параметром λ :

$$t = e^{-\lambda}, \quad r = \sqrt{1 - e^{-2\lambda}}, \quad 0 < \lambda < \infty. \quad (2)$$

Из-за топологической защиты рассеяние назад появляется в ГИ только при наличии дефекта, нарушающего симметрию обращения времени, в частности, при наличии магнитных дефектов или в случае намагниченных контактов. Мы предполагаем в данной статье, что контакты немагнитны, но есть статический дефект, приводящий к рассеянию назад, в одном из плеч интерферометра. Как мы уже упоминали, большое внимание недавно привлекали бесконечные ГКС с динамической магнитной примесью [11,13–17], чей

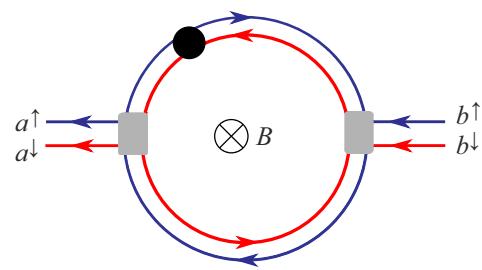


Рис. 1. Интерферометр Ааронова–Бома на основе геликоидальных краевых каналов 2D топологического изолятора. Контакты (показаны серым цветом) моделируются обычными одноканальными спиновыми проволоками. Чёрная точка представляет дефект рассеяния назад. Серые области представляют контакты, описываемые 4×4 S -матрицей [см. (1) и рис. 2]. Однородное магнитное поле, B , перпендикулярно плоскости рисунка. Соответствующий магнитный поток, $\Phi = BS$, пропорционален площади, S , области, охватываемой одномерными каналами

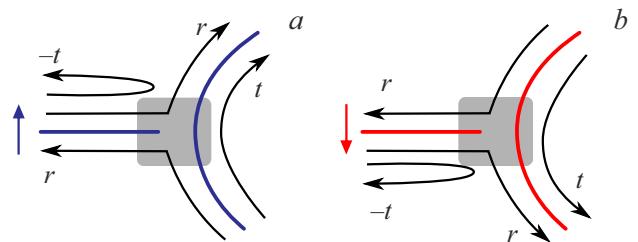


Рис. 2. Амплитуды рассеяния, входящие в матрицу рассеяния контактов, (1), которые моделируются одноканальными проволоками (с двухкратным вырождением по спину). Предполагается, что на контакте нет процессов с переворотом спина и две спиновые поляризации (показаны красным и синим цветом) полностью разделены. Случай $t \rightarrow 1$ соответствует тунNELльному контакту, а случай $t \rightarrow 0$ моделирует металлический контакт. Область контакта с площадью S_0 показана серым цветом. Мы предполагаем, что $BS_0 \ll \Phi_0$, так что поле не влияет на S -матрицу.

магнитный момент меняет направление после каждого акта рассеяния. Для изотропного обменного взаимодействия между примесью и ГКС магнитный момент примеси релаксирует в течение так называемого времени Корринга к локальному направлению спина электрона в ГКС и, как следствие, взаимодействие между примесью и ГКС становится полностью неэффективным (см. обсуждение в [11]). Соответственно, проблема интенсивности шума на нулевой частоте в ГКС с одиночной примесью имеет смысл только в присутствии анизотропного обменного взаимодействия [13] (или внешнего магнитного поля, действующего на динамическую примесь [17]), в то время как в пределе изотропного обменного взаимодействия фактор Фано сингулярен [13], т. е. результат для \mathcal{F} зависит от порядка, в котором константы, ответственные за анизотро-

тропию, стремятся к нулю (см. также обсуждение в работе [54]).

В то же время релаксация магнитного момента примеси в реальности происходит не только от взаимодействия с ГКС, но и от окружения примеси, что должно обеспечивать несингулярный отклик для \mathcal{F} даже для изотропного обменного взаимодействия. Поэтому кажется не менее интересным изучить случай, противоположный рассмотренному в работах [11,13–17], а именно случай статического магнитного дефекта с большим спином, который сильно связан с внешним окружением.

Такой дефект обеспечивает существование магнитного поля в малой области ГКС, т.е. позволяет упругое рассеяние назад без туннельной связи между ГКС и дефектом. Возможная экспериментальная реализация — это, например, потенциальный диэлектрический ферромагнитный точечный контакт с высокой магнитной жесткостью и с магнитным моментом, чье направление определяется одноосной анизотропией и тензором размагничивания ферромагнетика. Возможность создания статических магнитных контактов к ГКС также обсуждалась [55].

Важно, что рассеяние назад может происходить не только из-за магнитного дефекта, но и из-за взаимодействия с заряженной областью в объеме топологического изолятора [19] или из-за точечного немагнитного рассевателя, с учетом электрон-электронного взаимодействия [56].

Здесь мы предполагаем наличие статического дефекта (СД) на краю ТИ, который описывается матрицей рассеяния наиболее общего типа:

$$\hat{S}_{BD} = \begin{pmatrix} \cos \theta e^{i\alpha} & i \sin \theta e^{i\varphi} \\ i \sin \theta e^{-i\varphi} & \cos \theta e^{-i\alpha} \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Для случая магнитного дефекта мы пренебрегаем обратным влиянием ГКС на параметры S_{BD} . Темп обратного рассеяния, $R_\theta = \sin^2 \theta$, определяется величиной θ , в то время как фаза φ имеет смысл фазы обратного рассеяния на СД.

В настоящей работе мы выведем аналитические выражения для случая одиночного СД, размещенного в верхнем плече. Будет рассмотрен интерферометр с длинами верхнего и нижнего плеч, L_1 и L_2 , соответственно. СД размещен в точке x_0 верхнего плеча ($0 < x_0 < L_1$). Используя выражение для матрицы рассеяния (3), можно легко найти трансфер-матрицу дефекта

$$\hat{T}_{BD} = \frac{e^{-i\alpha}}{\cos \theta} \begin{pmatrix} 1 & i \sin \theta e^{-i\xi} \\ -i \sin \theta e^{i\xi} & 1 \end{pmatrix}, \quad (4)$$

где $\xi = \varphi - 2kx_0$, а $k = \varepsilon/v_F$ — волновой вектор электрона. Можно показать, что фаза прямого рассеяния α может быть полностью включена в сдвиг ϕ , так что мы полагаем $\alpha = 0$ далее.

3. Дробовой шум и кондактанс

3.1. Общие уравнения

В этом разделе мы вычислим \mathcal{F} , предполагая, что между контактами приложено фиксированное напряжение B . (Мы предполагаем, что внешний импеданс равен нулю, и поэтому напряжение не флукутирует. Для конечного импеданса флукутируют и ток, и напряжение, см. обсуждение в работе [6]). Мы будем рассматривать наиболее интересный и легко реализуемый случай:

$$\Delta \ll T \ll \text{eV}. \quad (5)$$

Дробовой шум тока связан с флукутациями электрического тока относительно его среднего значения $\delta \hat{I}(t) = \hat{I}(t) - \langle \hat{I} \rangle$. Здесь \hat{I} — оператор тока (аналитическое выражение для \hat{I} дано в [5,6]).

Функция корреляции тока, описывающая флукутации, определяется как

$$\mathcal{S}(t - t') = \frac{1}{2} \langle \delta \hat{I}(t) \delta \hat{I}(t') + \delta \hat{I}(t') \delta \hat{I}(t) \rangle.$$

Фурье-образ \mathcal{S} дает выражение для мощности шума: $S(\omega) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} dt e^{i\omega t} S(t)$ (множитель 2 в этом выражении является вопросом соглашения, см. (1) в работе [5] и комментарий после (49) в работе [6]).

Спин-зависимый транспорт через ГИ с двумя контактами, изображенный на рис. 1 полностью характеризуется матрицей энергетически зависимых амплитуд прохождения $\hat{t} = t_{\alpha\beta}(\varepsilon)$ (здесь α и β — спиновые индексы, связанные с выходящими и входящими электронами соответственно) [5,6]:

$$\mathcal{S}(\omega = 0) = 2G_0 \int_{\mu}^{\mu+\text{eV}} d\varepsilon \text{Tr} [\hat{\mathcal{T}}(\varepsilon) (1 - \hat{\mathcal{T}}(\varepsilon))], \quad (6)$$

где

$$\hat{\mathcal{T}}(\varepsilon) = \hat{t}(\varepsilon) \hat{t}^\dagger(\varepsilon), \quad (7)$$

а $G_0 = e^2/h$ — квант кондактанса. Средний ток, $I = \langle \hat{I} \rangle$, и фактор Фано даются выражениями

$$eI = G_0 \int_{\mu}^{\mu+\text{eV}} d\varepsilon \text{Tr} [\hat{\mathcal{T}}(\varepsilon)], \quad (8)$$

$$\mathcal{F} = \frac{\mathcal{S}(\omega = 0)}{2eI} = \frac{\int_{\mu}^{\mu+\text{eV}} d\varepsilon \text{Tr} [\hat{\mathcal{T}}(1 - \hat{\mathcal{T}})]}{\int_{\mu}^{\mu+\text{eV}} d\varepsilon \text{Tr} [\hat{\mathcal{T}}]}. \quad (9)$$

Амплитуды прохождения $t_{\alpha\beta}(\varepsilon)$ меняются на энергетическом масштабе порядка расстояния между уровнями. В режиме (5) для \mathcal{F} имеем

$$\mathcal{F} = \frac{\text{Tr} \langle \hat{\mathcal{T}}(1 - \hat{\mathcal{T}}) \rangle_{\varepsilon}}{\text{Tr} \langle \hat{\mathcal{T}} \rangle_{\varepsilon}}. \quad (10)$$

Здесь усреднение проводится по температурной полоске в окрестности уровня Ферми в пределе $T \gg \Delta$. Имея в виду, что спектр геликоидальных состояний линеен, $\varepsilon = v_F k$, мы находим, что усреднение по энергии сводится к вычислению интеграла $\langle \dots \rangle_\varepsilon = \Delta^{-1} \int_0^\Delta d\varepsilon (\dots) = \frac{L}{2\pi} \int_0^{2\pi/L} dk (\dots)$ (см. детали в работе [53], *Приложение I*).

Как видно из (8), контактанс пропорционален коэффициенту прохождения, усредненному по спину и энергии:

$$\mathcal{T} = \text{Tr}(\hat{\mathcal{T}})_\varepsilon / 2 \quad (11)$$

Вводя также среднее

$$\mathcal{T}_2 = \text{Tr}(\hat{\mathcal{T}}\hat{\mathcal{T}})_\varepsilon, \quad (12)$$

можно записать фактор Фано в следующей форме:

$$\mathcal{T} = 1 - \frac{\mathcal{T}_2}{2\mathcal{T}} \quad (13)$$

В следующем разделе мы обсудим вычисления, которые позволяют найти \mathcal{T} , используя выражение (13). Технически ключевая идея состоит в том, чтобы представить матрицу амплитуд прохождения в специальном виде, который позволяет аналитически выполнить усреднение по энергии.

3.2. Амплитуда прохождения

Далее мы обсудим фактор Фано дробового шума тока в ГИ, имеющем два плеча с длинами L_1 и L_2 . Мы начнем с формулы для энергетически зависимой амплитуды $\hat{t}(\varepsilon)$, которая является матрицей в спиновом случае, и затем выполняем усреднение по энергии. Аналитическое выражение, полученное для \mathcal{T} , довольно громоздко, поэтому мы приводим его в приложениях *Приложения I* (для идентичных контактов) и *II* (для неидентичных контактов), фокусируясь в основном тексте на наиболее интересных предельных случаях.

Матрица амплитуд прохождения \hat{t} от одного контакта к другому определяется следующим образом:

$$\begin{pmatrix} a^\uparrow \\ a^\downarrow \end{pmatrix} = \hat{t} \begin{pmatrix} b^\uparrow \\ b^\downarrow \end{pmatrix}, \quad (14)$$

где $(b^\uparrow, b^\downarrow)$ и $(a^\uparrow, a^\downarrow)$ — амплитуды входящих (из правого контакта) и выходящих (в левый контакт) волн соответственно (см. рис. 1). Эта матрица была получена ранее [33]:

$$\hat{t} = \frac{r^2 e^{2\pi i \phi L_1 / L}}{t^2} \begin{pmatrix} e^{ikL_1} & 0 \\ 0 & e^{-ikL_1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \hat{g} \begin{pmatrix} t & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\hat{g} = \cos \theta \left[\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \sum_{\alpha=\pm 1} \frac{1 + \alpha \hat{H}}{1 - t^2 e^{i(kL_1 + \alpha 2\pi \phi_0)}} \right]. \quad (15)$$

Здесь t и r — амплитуды рассеяния, входящие в матрицу (1), ϕ_0 определяется соотношением

$$\cos(2\pi\phi_0) = \cos \theta \cos(2\pi\phi), \quad (16)$$

а матрица \hat{H} задается как

$$\hat{H} = \begin{pmatrix} a & be^{i\xi} \\ be^{-i\xi} & -a \end{pmatrix}, \quad (17)$$

где ξ определено в работе (14). Коэффициенты

$$a = i \frac{e^{-2\pi i \phi} - \cos(2\pi\phi_0) \cos \theta}{\cos \theta \sin(2\pi\phi_0)}, \quad (18)$$

$$b = \frac{e^{-2\pi i \phi} \tan \theta}{\sin(2\pi\phi_0)}, \quad (19)$$

связаны соотношением $a^2 + b^2 = 1$.

Вычисления показывают, что асимметрия плеч не играет никакой роли в ГИ. Также позиция СД, x_0 , выпадает из финальных выражений для \mathcal{T} и \mathcal{F} . В то же время асимметрия контактов играет важную роль. Поэтому мы рассматриваем два случая: идентичные контакты (см. следующий подраздел и *Приложение I*) и неидентичные контакты (см. *Приложение II*)

Выражение (15) легко обобщается на случай разных туннельных контактов, характеризуемых амплитудами t_L и t_R . Следует сделать в этом выражении следующую замену:

$$t \rightarrow \sqrt{t_L t_R}, \quad r \rightarrow \sqrt{r_L r_R}, \quad \xi \rightarrow \xi + i\beta,$$

где параметр, описывающий различие туннельных контактов (см. также *Приложение II*), есть

$$\beta = \frac{1}{2} \ln(t_R/t_L). \quad (20)$$

3.3. Результаты (идентичные контакты)

Коэффициент прохождения и фактор Фано получаются с использованием выражений (7), (11), (12), (13) и (15). Прямое усреднение по энергии в (11) и (12) дает [34]

$$\mathcal{T} = \tanh \lambda \left[1 - \frac{\sin^2 \theta \sinh^2 \lambda \cosh(2\lambda)}{\cosh^2(2\lambda) - \cos^2 \theta \cos^2(2\pi\phi)} \right] \quad (21)$$

и [52]

$$\mathcal{T}_2 = \tilde{C} \sum_{m,n=0}^3 \tilde{A}_{(m,n)} \frac{\sinh^{2n} \lambda}{D^m}. \quad (22)$$

Здесь

$$D = \sinh^2(2\lambda) + R_\theta + (1 - R_\theta)R_\phi,$$

$$\tilde{C} = \tanh \lambda / \cosh^2 \lambda, \quad R_\theta = \sin^2 \theta, \quad R_\phi = \sin^2(2\pi\phi). \quad (23)$$

Коэффициенты $\tilde{A}_{(m,n)}$ зависят от R_θ , R_ϕ , но не зависят от λ . Аналитические выражения для этих коэффициентов

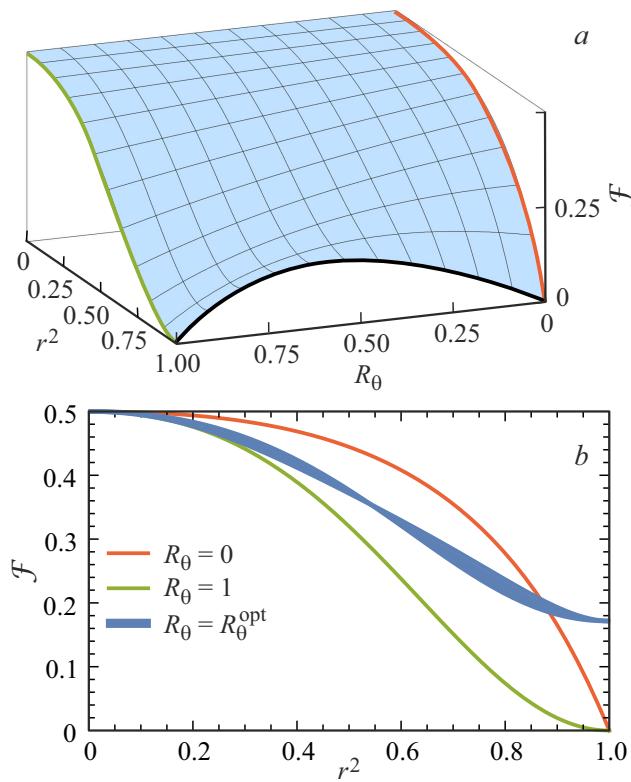


Рис. 3. *a* — зависимость фактора Фано, \mathcal{F} , от r^2 и силы магнитной примеси, R_θ ; для $r \rightarrow 1$ есть оптимальное значение, $R_\theta = R_\theta^{\text{opt}}$, где фактор Фано имеет максимум. *b* — сечения панели *a* при разных значениях R_θ ; зависимость от потока слабая и проиллюстрирована для $R_\theta = R_\theta^{\text{opt}}$ уширением кривой (показано синим цветом) для потока, принадлежащего интервалу $0 < \phi < 1$ (эти рисунки были представлены в работе [52] в другом виде). Точка $r = 1$ является „бесшумной“ как для баллистического случая $R_\theta = 0$, так и для случая очень сильного дефекта $R_\theta = 1$.

приведены в *Приложении II*. Фактор Фано связан с \mathcal{T} и \mathcal{T}_2 выражением (13).

На рис. 3, *a* представлена зависимость фактора Фано от r^2 и силы магнитной примеси R_θ для $\phi = 0$. Можно видеть, что для „металлического“ контакта, $r \rightarrow 1$, зависимость от силы обратного рассеяния R_θ немонотонна.

На рис. 3, *b* построена зависимость \mathcal{F} от r^2 для фиксированного R_θ . Две предельные зависимости, соответствующие отсутствию примеси, $R_\theta = 0$, и очень сильной примеси, $R_\theta = 1$, показаны оранжевой и зеленой линиями соответственно. В обоих случаях нет зависимости от магнитного потока. Для любого другого R_θ в интервале $0 < R_\theta < 1$ фактор Фано зависит от ϕ . Каждая кривая, соответствующая определенному R_θ , уширивается, как проиллюстрировано синей кривой, соответствующей $R_\theta = R_\theta^{\text{opt}}$.

Чтобы подчеркнуть эту зависимость, удобно рассмотреть нормированное значение

$$\mathcal{F}_n(\phi) = \frac{\mathcal{F}(\phi) - \mathcal{F}(1/4)}{\mathcal{F}(0) - \mathcal{F}(1/4)}. \quad (24)$$

Зависимость нормированной величины \mathcal{F}_n от магнитного потока для нескольких наборов параметров R_θ и λ показана на рис. 4 вместе с зависимостью от потока нормированного коэффициента прохождения. Можно видеть резкие резонансы как в \mathcal{F}_n , так и в \mathcal{T} при слабой туннельной связи и малом R_θ (см. рис. 4, *c*), которые эволюционируют в гармонические осцилляции Ааронова–Бома с увеличением λ и R_θ (см. рис. 4, *c*, *d*).

Можно представить результаты вычислений как семейство кривых $\mathcal{F}(\mathcal{T})$, построенных для фиксированного ϕ и разных (но также фиксированных) R_θ (см. рис. 5). Этот рисунок является одним из наших ключевых результатов. Действительно, измеряя одновременно кондактанс и шум, и используя рис. 5, можно найти силу дефекта, R_θ . Стоит подчеркнуть, что измерение только кондактанса недостаточно для нахождения силы дефекта, так как кондактанс также зависит от свойств контактов, которые фактически не известны с достаточной точностью. Важно, что одновременное измерение \mathcal{T} и \mathcal{F} позволяет найти R_θ без какой-либо информации об амплитудах t и r , характеризующих контакты. Это может помочь идентифицировать механизм рассеяния назад, которое, по-видимому, всегда существует в реальных экспериментальных структурах [4].

3.4. Предельные случаи

Здесь мы обсудим несколько предельных случаев, допускающих простое аналитическое описание.

В отсутствие дефекта, $R_\theta = 0$, интерференционные эффекты отсутствуют, как мы обсуждали во Введении, так что выражения для фактора Фано и коэффициента прохождения значительно упрощаются:

$$\mathcal{T} = \tanh[\lambda], \quad \mathcal{F} = \frac{1}{2 \cosh^2[\lambda]}. \quad (25)$$

Эти выражения не зависят от ϕ и связаны тем же уравнением, что и для баллистического ОИ

$$\mathcal{F} = \frac{1}{2} [1 - \mathcal{T}^2] \quad (26)$$

(см. (20) в [53]). Эта зависимость показана на рис. 5 красной линией.

Формулы для кондактанса и фактора Фано в случае разных туннельных контактов также могут быть получены в замкнутой форме. Они приведены в *Приложении II*. Аналог выражения (26) в случае разных туннельных контактов имеет вид

$$\begin{aligned} \mathcal{F} = & [1 - \mathcal{T}^2] \\ & \times \sqrt{\sinh^2(2\beta) + \mathcal{T}^2} / \left(\sqrt{\sinh^2(2\beta) + \mathcal{T}^2} + \mathcal{T} \cosh(2\beta) \right), \end{aligned} \quad (27)$$

с параметром асимметрии β , заданным в (20). Это уравнение похоже, но немного более громоздко, чем

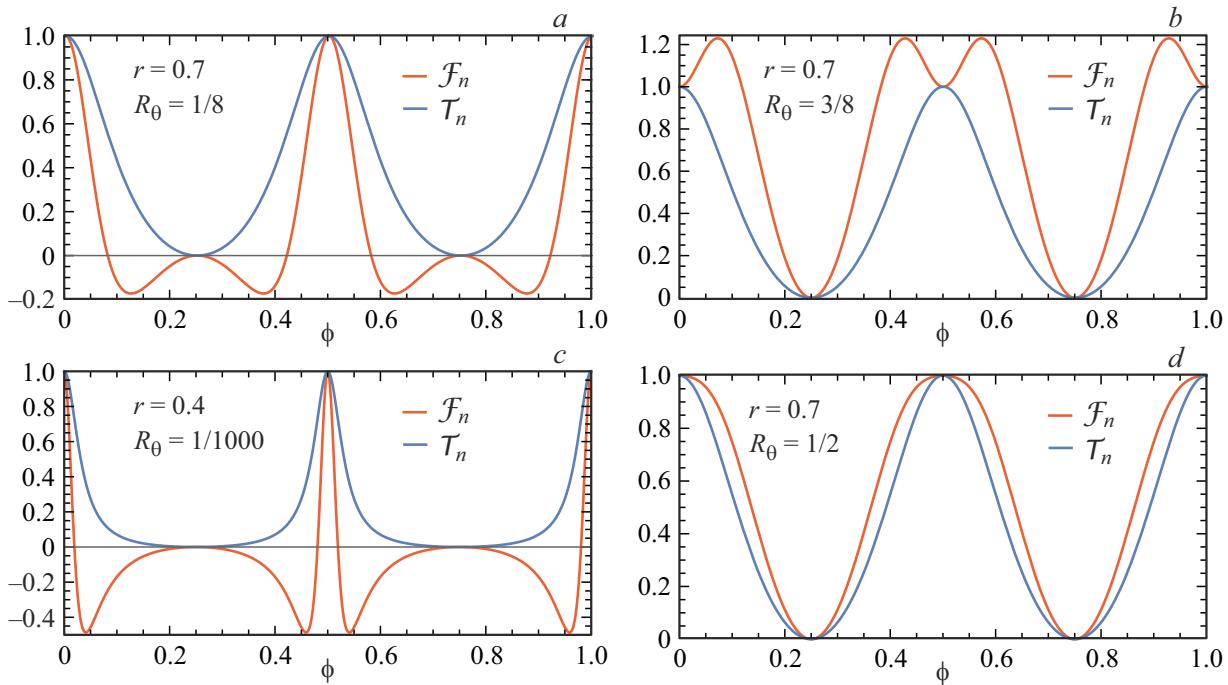


Рис. 4. Зависимость нормированного фактора Фано, \mathcal{F}_n , и нормированного кондактанса, \mathcal{T}_n , для геликоидального интерферометра от магнитного потока, ϕ , при разных силах рассеяния магнитным дефектом R_θ и туннельной амплитуды, r : *a* — $r = 0.7, R_\theta = 1/8$; *b* — $r = 0.7, R_\theta = 3/8$; *c* — $r = 0.4, R_\theta = 1/1000$; *d* — $r = 0.7, R_\theta = 1/2$. Форма кривой $\mathcal{F}(\phi)$ сильно зависит от прозрачности контактов.

аналогичное уравнение для ОИ (см. выражение (28) в [53]).

Фактор Фано и коэффициент прохождения также не зависят от магнитного потока для сильной магнитной примеси, $R_\theta = 1$ (зеленые кривые на рис. 3 соответственно). В этом случае мы имеем

$$\mathcal{T} = \frac{1}{2} \tanh[2\lambda], \quad \mathcal{F} = \frac{1}{2 \cosh^2[2\lambda]}, \quad (28)$$

$$\mathcal{F} = \frac{1}{2} - 2\mathcal{T}^2. \quad (29)$$

Последняя зависимость показана зеленой линией на рис. 5.

Зависимость от потока также отсутствует для открытого интерферометра, $r = 1$ ($\lambda = \infty$). В этом случае мы получаем

$$\mathcal{T} = 1 - \frac{R_\theta}{2},$$

$$\mathcal{F} = R_\theta \frac{1 - R_\theta}{2 - R_\theta} = \frac{(2\mathcal{T} - 1)(1 - \mathcal{T})}{\mathcal{T}}. \quad (30)$$

Следовательно, фактор Фано имеет максимум как функция вероятности рассеяния назад, как показано черной кривой на рис. 3, *a*.

Уравнение (30) имеет простой физический смысл. Для $r = 1$ намотки отсутствуют и есть два параллельных проводника, т. е. нижнее и верхнее плечи ГИ. Нижнее плечо, со спином \downarrow , является идеальным проводником

с коэффициентом прохождения $\mathcal{T}_\downarrow = 1$, в то время как пропускание через верхнее плечо контролируется магнитным дефектом, $\mathcal{T}_\uparrow = \cos^2 \theta$, меняющимся от 0 до 1. Тогда мы получаем

$$\mathcal{F} = \frac{\mathcal{T}_\uparrow(-\mathcal{T}_\uparrow)}{1 + \mathcal{T}_\uparrow}. \quad (31)$$

Принимая во внимание то, что полный коэффициент прохождения в этом случае задается как $\mathcal{T} = (\mathcal{T}_\uparrow + 1)/2$, мы приходим к (30). Таким образом, максимум $\mathcal{F}_{\max} = 3 - 2\sqrt{2} \approx 0.17$ при $\mathcal{T}_{\uparrow,\max} = \sqrt{2} - 1$ и, соответственно, $R_\theta^{\max} = 2 - \sqrt{2} \approx 0.59$. Полный коэффициент прохождения в этой точке задается как $\mathcal{T}_{\max} = 1/\sqrt{2}$. Мы замечаем, что выражение (30) описывает как черную линию на рис. 3, *a*, так и пунктирную черную линию на рис. 5.

Чтобы собрать вместе аналитические формулы для всех интересных случаев, мы также приведем далее несколько уравнений, полученных ранее в работе [52]. Для почти металлического контакта, $t \ll 1$ ($\lambda \rightarrow \infty$), и для произвольной силы рассеяния на магнитном дефекте \mathcal{F} показывает слабые осцилляции с ϕ :

$$\begin{aligned} \mathcal{F} \approx & \frac{R_\theta(1 - R_\theta)}{2 - R_\theta} + 2t^2 \\ & + 2t^4 \frac{R_\theta(1 - R_\theta)(10 - 12R_\theta + 3R_\theta^2)}{(2 - R_\theta)^2} \cos(4\pi\phi). \end{aligned} \quad (32)$$

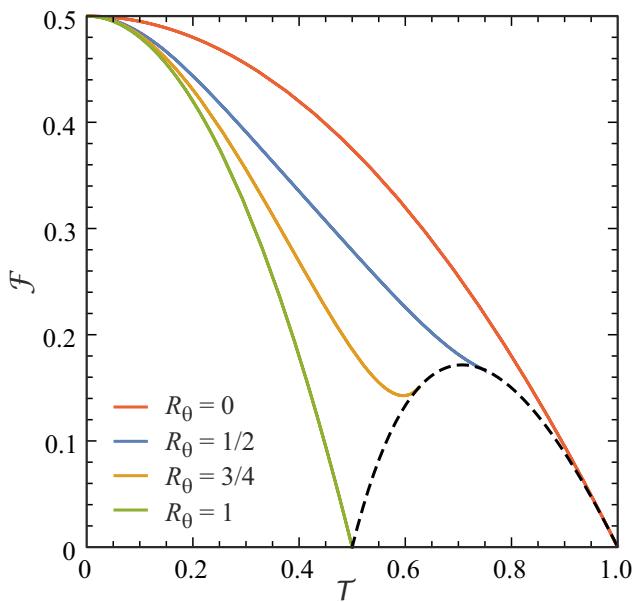


Рис. 5. Зависимость фактора Фано, \mathcal{F} , от коэффициента прохождения, \mathcal{T} , получаемая при изменении прозрачности контакта, λ , для разной фиксированной силы магнитной примеси, R_θ , и магнитного потока $\phi = 0.4$ согласно выражениям (21), (22). Чёрная пунктирная линия ограничивает область максимального коэффициента прохождения для данного R_θ .

Более интересен противоположный случай почти туннельного контакта: $t \rightarrow 1$, $r = \sqrt{1-t^2} \ll \theta$. В этом случае,

$$\mathcal{F} \approx \frac{1}{2} - \frac{r^4}{8} \left[1 + \frac{3R_\theta}{R_\phi + R_\theta - R_\theta R_\phi} \right]. \quad (33)$$

Эта формула показывает слабые, но резкие резонансы с магнитным потоком. Эти резонансы хорошо видны в нормированном факторе Фано. Действительно, из выражения (24) и (33) для $\theta \ll 1$ мы получаем

$$\mathcal{F}_n \approx \frac{\theta^2}{\theta^2 + \sin^2(2\pi\phi)},$$

т.е. резкие резонансы при $\phi = 0$ и $\phi = 1/2$.

4. Сравнение обычных одноканальных и геликоидальных интерферометров

Недавно мы изучали дробовой шум в обычных интерферометрах [53] на основе одноканальных бесспиновых проволок. Интересно, что ОИ и ГИ, имея схожую кольцевую геометрию и ряд схожих свойств, проявляют фундаментально разное физическое поведение в ряде аспектов из-за их различной электронной структуры.

Даёте мы подробно обсудим сходства и различия между этими интерферометрами. Было показано, что дробовой шум в обеих системах существенно модифицируется эффектами квантовой интерференции, причём интерференционные эффекты выживают в пределе

высоких температур, $T \gg \Delta$. Появление температурно-устойчивых интерференционных эффектов происходит из-за наличия траекторий, интерферирующих при любой энергии. В случае симметричного ОИ для любой траектории, входящей в интерферометр и движущейся по часовой стрелке, есть другая траектория, движущаяся против часовой стрелки, и эти траектории интерферируют деструктивно при $\phi = 1/2$. Это точная деструктивная интерференция, т.е. амплитуда прохождения тождественно равна нулю при всех энергиях, $t(\epsilon, \phi = 1/2) \equiv 0$ [24] (см. также обсуждение последствий этого тождества в работах [27, 30]). Особенность интерференционных эффектов в ГИ заключается в том, что они появляются только при наличии дефектов, приводящих к рассеянию назад. В этом случае также появляются траектории, интерферирующие при любой энергии. Более конкретно, траектории, возвращающиеся к дефекту после n оборотов по часовой стрелке и против, всегда интерферируют. Относительная фаза таких траекторий равна $4\pi n\phi$, и в результате период осцилляций Ааронова–Бома в ГИ равен $\Delta\phi = 1/2$ (как в \mathcal{T} , так и в \mathcal{F}), в отличие от ОИ, где период осцилляций равен $\Delta\phi = 1$.

Один из выводов, следующих из наших вычислений, заключается в том, что интерференционные эффекты менее выражены для ГИ и, следовательно, влияние магнитного поля на фактор Фано слабее по сравнению с ОИ. Причина в том, что интерференция вступает в игру для ОИ уже в баллистическом случае, когда примеси в плечах ОИ отсутствуют (см. обсуждение в [53]), в то время как пики Ааронова–Бома в ГИ пропорциональны вероятности рассеяния назад. С другой стороны, интерференционные эффекты в ГИ, хотя и слабее, но более устойчивы к вариации геометрии и свойств контактов. В частности, асимметричное размещение контактов приводит к сильной модификации фактора Фано в ОИ [53] в отличие от ГИ. Конкретно асимметрия ОИ сильно влияет на интенсивность шума даже для фиксированного магнитного потока, так что изменение разности длин плеч, $L_1 - L_2$, в пределах небольшого интервала около фермиевской длины волны изменяет \mathcal{F}_{OI} на величину порядка единицы (см. рис. 5). Наоборот, все аналитические выражения для фактора Фано и кондактанса ГИ содержат полную длину края $L_1 + L_2$ и не зависят от $L_1 - L_2$. Мы также находим, что характеристики контактов в ОИ сильно модифицируют шум в этом случае, даже в баллистическом режиме внутри ОИ. В свою очередь шум в случае ГИ сильно изменяется дефектами.

Мы продемонстрировали, что одновременное измерение кондактанса и фактора Фано в ГИ позволяет определить силу дефектов обратного рассеяния, нарушающих топологическую защиту в реальных системах. Что касается ОИ, он может демонстрировать разную интенсивность шума для одного и того же коэффициента прохождения (см., например, рис. 6 в работе [53]). Следовательно, дополнительное к кондактансу измерение фактора Фано ОИ помогло бы экспериментально

Сравнение ключевых характеристик

Характеристика	Обычный одноканальный бесспиновый интерферометр	Геликоидальный интерферометр
Период осцилляций АБ	$\Delta\phi = 1$	$\Delta\phi = 1/2$
Баллистическая интерференция	Да	Нет
Сила зависимости от потока	Сильная	Слабая
Чувствительность к контактам	Высокая	Низкая
Геометрическая асимметрия	Сильный эффект	Нет эффекта

определить тип контактов (см. рис. 3, *a* и *b* в [53]) и силу туннельной связи.

Особенности обоих типов интерферометров суммированы в таблице.

5. Заключение

Разработана детальная теория дробового шума в геликоидальных интерферометрах Ааронова–Бома и показано, как с помощью измерения шума можно изучать нарушение топологической защиты в 2D топологических изоляторах. Анализ демонстрирует, что эффекты квантовой интерференции в геликоидальных краевых состояниях существенно модифицируют шум тока и предоставляют ключевую информацию о механизмах рассеяния назад.

Центральный результат работы заключается в том, что одновременное измерение кондактанса и фактора Фано позволяет прямо определять интенсивность рассеяния назад, не требуя какого-либо детального знания свойств контактов. Это особенно важно, так как свойства контактов к геликоидальным системам практически не изучены. Параметрическое соотношение между \mathcal{F} и \mathcal{T} (рис. 5) предоставляет экспериментальную возможность для количественного определения вероятности рассеяния назад на статическом дефекте. Конкретно измерение одной точки на этой картине позволяет нам однозначно найти силу дефекта R_θ .

Показано, что геликоидальные интерферометры демонстрируют осцилляции АБ как кондактанса, так и фактора Фано с периодом $\Delta\phi = 1/2$, в отличие от периода $\Delta\phi = 1$ в ОИ. Эта уменьшенная периодичность возникает из-за жесткой связи спина и импульса в геликоидальных краевых состояниях. Амплитуда осцилляций прямо пропорциональна вероятности рассеяния назад, делая измерения шума и кондактанса очень чувствительным инструментом изучения механизмов нарушения топологической защиты.

Важное предсказание касается разного поведения шума в баллистическом ($R_\theta = 0$) и сильно рассеивающем ($R_\theta = 1$) пределах. В обоих случаях фактор Фано становится не зависящим от потока, в то время как для промежуточной силы рассеяния имеется хоть и слабая, но достаточно характерная зависимость шума и кондак-

танса от потока. Это дает возможность анализировать разные режимы рассеяния.

Проведенный в работе анализ неидентичных контактов позволяет описывать реальные экспериментальные системы, в которых контакты, как правило, асимметричны. Представленные нами аналитические выражения позволяют извлекать параметры рассеяния, даже когда прозрачности контактов значительно различаются.

С экспериментальной точки зрения недавние достижения в изготовлении квантовых точечных контактов к геликоидальным краевым состояниям [48] делают наши предсказания легко проверяемыми. Режим высоких температур $T \gg \Delta$ соответствует экспериментально доступным условиям (Δ порядка нескольких Кельвинов для устройств микронного размера).

Таким образом, анализ дробового шума в геликоидальных интерферометрах предлагают мощный диагностический инструмент для количественного определения нарушения топологической защиты в реальных материалах. Предоставляя дополнительную информацию к измерениям кондактанса, измерение шума помогает идентифицировать микроскопические механизмы, ответственные за рассеяние назад — будь то магнитные примеси, объемный беспорядок или другие эффекты.

Финансирование работы

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант № 25-12-00212), <https://rscf.ru/project/25-12-00212/>.

Конфликт интересов

Авторы работы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Приложение I Идентичные контакты

Общие формулы для кондактанса и интенсивности шума получаются усреднением выражений (6)–(9) в основном тексте по энергии, используя выражения для амплитуды (15). Этот результат был получен ранее в работе [52] в другой форме. Удобно записать результирующие формулы, используя параметры λ , R_θ и R_ϕ вместо

параметров t , θ и ϕ , в соответствии со следующими определениями:

$$t = e^{-\lambda}, \quad r = \sqrt{1 - e^{-2\lambda}}, \quad 0 < \lambda < \infty, \quad (\text{П.I.1})$$

$$R_\theta = \sin^2 \theta, \quad (\text{П.I.2})$$

$$R_\phi = \sin^2(2\pi\phi). \quad (\text{П.I.3})$$

Прямое вычисление энергетических средних в формулах (11) и (12) дает

$$\mathcal{T} = C \sum_{m,n=0}^1 A_{(m,n)} \frac{\sinh^{2n} \lambda}{D^m}, \quad (\text{П.I.4})$$

$$\mathcal{T}_2 = \tilde{C} \sum_{m,n=0}^3 \tilde{A}_{(m,n)} \frac{\sinh^{2n} \lambda}{D^m}, \quad (\text{П.I.5})$$

с

$$\begin{aligned} D &= \sinh^2(2\lambda) + R_\theta + (1 - R_\theta)R_\phi, \\ C &= \tanh \lambda, \\ A_{(0,0)} &= 1 - R_\theta/2, \\ A_{(0,1)} &= 0, \\ A_{(1,0)} &= R_\theta(R_\theta + (1 - R_\theta)R_\phi)/2, \\ A_{(1,1)} &= R_\theta, \end{aligned} \quad (\text{П.I.6})$$

что приводит к выражению (21) и

$$\begin{aligned} \tilde{C} &= \tanh \lambda / \cosh^2 \lambda, \\ \tilde{A}_{(0,0)} &= 1 + R_\theta(1 - R_\theta/2), \\ \tilde{A}_{(0,1)} &= 2 - R_\theta(2 - R_\theta), \\ \tilde{A}_{(1,0)} &= R_\theta^2(R_\theta + R_\phi(1 - R_\theta))/4, \\ \tilde{A}_{(1,1)} &= R_\theta(R_\theta - 4(1 - R_\theta)(3 - 2R_\theta)(1 - R_\phi))/2, \\ \tilde{A}_{(2,0)} &= -R_\theta(2 - R_\theta)(R_\theta + R_\phi(1 - R_\theta))^2/2, \\ \tilde{A}_{(2,1)} &= -R_\theta(R_\theta(1 - R_\phi) + R_\phi) \\ &\quad \times (R_\theta(13 - 9R_\theta(1 - R_\phi) - 17R_\phi) + 8R_\phi)/2, \\ \tilde{A}_{(2,2)} &= -R_\theta(R_\theta(9 - 7R_\theta(1 - R_\phi) - 11R_\phi) + 4R_\phi), \\ \tilde{A}_{(3,0)} &= -R_\theta^2(R_\theta + R_\phi(1 - R_\theta))^3/4, \\ \tilde{A}_{(3,1)} &= -3R_\theta^2(R_\theta + R_\phi(1 - R_\theta))^3/2, \\ \tilde{A}_{(3,2)} &= -3R_\theta^2(R_\theta + R_\phi(1 - R_\theta))^2, \\ \tilde{A}_{(3,3)} &= -R_\theta^2(4 - 2R_\theta(1 - R_\phi) - 2R_\phi)(R_\theta(1 - R_\phi) + R_\phi), \\ \tilde{A}_{(0,2)} &= \tilde{A}_{(0,3)} = \tilde{A}_{(1,2)} = \tilde{A}_{(1,3)} = \tilde{A}_{(2,3)} = 0. \end{aligned} \quad (\text{П.I.7})$$

Приложение II Неидентичные контакты

В общем случае скорости туннелирования в разных контактах интерферометра описываются неравными туннельными амплитудами

$$\begin{aligned} t_{R,L} &= te^{\pm\beta}, \quad |\beta| \leq \lambda \\ t_R t_L &= e^{-2\lambda}, \\ t_R/t_L &= e^{2\beta}. \end{aligned} \quad (\text{П.II.1})$$

В этом случае мы все еще можем использовать выражения (П.I.4), (22), но коэффициенты должны быть переопределены, $A_{(m,n)} \rightarrow A_{(m,n)}^u$, $\tilde{A}_{(m,n)} \rightarrow \tilde{A}_{(m,n)}^u$, следующим образом.

$$\begin{aligned} C^u &= C \left(1 - \frac{\sinh^2 \beta}{\sinh^2 \lambda} \right), \\ A_{(0,0)}^u &= A_{(0,0)}, \\ A_{(0,1)}^u &= 0, \\ A_{(1,0)}^u &= A_{(1,0)} + R_\theta \sinh^2 \beta, \\ A_{(1,1)}^u &= A_{(1,1)} + 2R_\theta \sinh^2 \beta, \\ \tilde{C}^u &= \tilde{C} \left(1 - \frac{\sinh^2 \beta}{\sinh^2 \lambda} \right)^2, \\ \tilde{A}_{(0,0)}^u &= \tilde{A}_{(0,0)} + 2R_\theta(2 - R_\theta) \sinh^2 \beta, \\ \tilde{A}_{(0,1)}^u &= \tilde{A}_{(0,1)}, \\ \tilde{A}_{(1,0)}^u &= \tilde{A}_{(1,0)} + R_\theta(12 - R_\theta(17 - 9R_\theta) \\ &\quad - 3(1 - R_\theta)(4 - 3R_\theta)R_\phi + 4R_\theta \sinh^2 \beta) \sinh^2 \beta/2, \\ \tilde{A}_{(1,1)}^u &= \tilde{A}_{(1,1)} + R_\theta^2 \sinh^2(2\beta), \\ \tilde{A}_{(2,0)}^u &= \tilde{A}_{(2,0)} + R_\theta(R_\theta(1 - R_\phi) + R_\phi) \\ &\quad \times (R_\theta(13 - 7R_\theta(1 - R_\phi) - 11R_\phi) \\ &\quad - 4(2 - R_\phi)) \sinh^2 \beta/2 + 5R_\theta^2(1 - R_\theta)(1 - R_\phi) \sinh^4 \beta, \\ \tilde{A}_{(2,1)}^u &= \tilde{A}_{(2,1)} - 4R_\theta(2 - R_\theta)(R_\theta(1 - R_\phi) + R_\phi) \sinh^2 \beta \\ &\quad + 10R_\theta^2(1 - R_\theta)(1 - R_\phi) \sinh^4 \beta, \\ \tilde{A}_{(2,2)}^u &= \tilde{A}_{(2,2)} - 2R_\theta(R_\theta(9 - 7R_\theta(1 - R_\phi) - 11R_\phi) \\ &\quad + 4R_\phi) \sinh^2 \beta, \\ \tilde{A}_{(3,0)}^u &= \tilde{A}_{(3,0)} - R_\theta^2(R_\theta(1 - R_\phi) + R_\phi) \\ &\quad \times ((R_\theta(1 - R_\phi) + R_\phi)(2 - R_\theta(1 - R_\phi) - R_\phi) \\ &\quad + (4 - 3R_\theta(1 - R_\phi) - 3R_\phi) \sinh^2 \beta) \sinh^2 \beta, \\ \tilde{A}_{(3,1)}^u &= \tilde{A}_{(3,1)} - 6R_\theta^2(R_\theta(1 - R_\phi) + R_\phi)(R_\theta(1 - R_\phi) + R_\phi) \\ &\quad + (2 - R_\theta(1 - R_\phi) - R_\phi) \sinh^2 \beta \sinh^2 \beta, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \tilde{A}_{(3,2)}^{\text{u}} &= \tilde{A}_{(3,2)} - 12R_\theta^2(R_\theta(1-R_\phi) + R_\phi)(R_\theta(1-R_\phi) \\
 &\quad + R_\phi + \sinh^2\beta)\sinh^2\beta, \\
 \tilde{A}_{(3,3)}^{\text{u}} &= \tilde{A}_{(3,3)} - 2R_\theta^2(R_\theta(1-R_\phi) + R_\phi)\sinh^2(2\beta), \\
 \tilde{A}_{(0,2)}^{\text{u}} &= \tilde{A}_{(0,3)}^{\text{u}} = \tilde{A}_{(1,2)}^{\text{u}} = \tilde{A}_{(1,3)}^{\text{u}} = \tilde{A}_{(2,3)}^{\text{u}} = 0.
 \end{aligned} \tag{П.II.2}$$

Список литературы

- [1] M.Z. Hasan, C.L. Kane. Rev. Mod. Phys., **82** (4), 3045 (2010).
- [2] X.-L. Qi, S.-C. Zhang. Rev. Mod. Phys., **83** (4), 1057 (2011).
- [3] B. Bernevig, T. Hughes. *Topological Insulators and Topological Superconductors*, (Princeton University Press, Princeton, 2013).
- [4] E. Olshanetsky, Z. Kvon, G. Gusev, N. Mikhailov. Physica E, **147**, 115605 (2023).
- [5] M.J.M. de Jong, C.W.J. Beenakker. *Mesoscopic Electron Transport*, L. Sohn, L. Kouwenhoven, ed by G. Schön, 345 *NATO ASI Series E*, 225–258, (Kluwer Academic Publishing, Dordrecht, 1997).
- [6] Y. Blanter, M. Büttiker. Phys. Rep., **336** (1–2), 1 (2000).
- [7] N. Lezmy, Y. Oreg, M. Berkooz. Phys. Rev. B, **85** (23), 235304 (2012).
- [8] A. Del Maestro, T. Hyart, B. Rosenow. Phys. Rev. B, **87** (16), 165440 (2013).
- [9] E.S. Tikhonov, D.V. Shovkun, V.S. Khrapai, Z.D. Kvon, N.N. Mikhailov, S.A. Dvoretsky. JETP Lett., **101** (10), 708 (2015).
- [10] A. Mani, C. Benjamin. Sci. Rep., **7** (1) (2017).
- [11] J.I. Väyrynen, L.I. Glazman. Phys. Rev. Lett., **118** (10), 106802 (2017).
- [12] S.U. Piatrusha, L.V. Ginzburg, E.S. Tikhonov, D.V. Shovkun, G. Koblmüller, A.V. Bubis, A.K. Grebenko, A.G. Nasibulin, V.S. Khrapai. JETP Lett., **108** (1), 71 (2018).
- [13] P.D. Kurilovich, V.D. Kurilovich, I.S. Burmistrov, Y. Gefen, M. Goldstein. Phys. Rev. Lett., **123** (5), 056803 (2019).
- [14] V.D. Kurilovich, P.D. Kurilovich, I.S. Burmistrov, M. Goldstein. Phys. Rev. B, **99**, 085407 (2019).
- [15] B.V. Pashinsky, M. Goldstein, I.S. Burmistrov. Phys. Rev. B, **102** (12), 125309 (2020).
- [16] C.-H. Hsu, P. Stano, J. Klinovaja, D. Loss. Semicond. Sci. Tech., **36** (12), 123003 (2021).
- [17] B. Probst, P. Virtanen, P. Recher. Phys. Rev. B, **106** (8), 085406 (2022).
- [18] S. Mishra, C. Benjamin. Phys. Rev. B, **108** (11), 115301 (2023).
- [19] J.I. Väyrynen, M. Goldstein, L.I. Glazman. Phys. Rev. Lett., **110** (21), 216402 (2013).
- [20] P.P. Aseev, K.E. Nagaev. Phys. Rev. B, **94** (4), 045425 (2016).
- [21] И.В. Крайнов, Р.А. Ниязов, Д.Н. Аристов, В.Ю. Качоровский. Письма ЖЭТФ, **122** (8), 495 (2025).
- [22] Y. Aharonov, D. Bohm. Phys. Rev., **115** (3), 485 (1959).
- [23] Y. Aharonov, D. Bohm. Phys. Rev., **130** (4), 1625 (1963).
- [24] M. Büttiker, Y. Imry, M.Y. Azbel. Phys. Rev. A, **30** (4), 1982 (1984).
- [25] M. Büttiker, Y. Imry, R. Landauer, S. Pinhas. Phys. Rev. B, **31** (10), 6207 (1985).
- [26] E.A. Jagla, C.A. Balseiro. Phys. Rev. Lett., **70** (5), 639 (1993).
- [27] A.P. Dmitriev, I.V. Gornyi, V.Y. Kachorovskii, D.G. Polyakov. Phys. Rev. Lett., **105** (3), 036402 (2010).
- [28] P.M. Shmakov, A.P. Dmitriev, V.Y. Kachorovskii. Phys. Rev. B, **85** (7), 75422 (2012).
- [29] P.M. Shmakov, A.P. Dmitriev, V.Y. Kachorovskii. Phys. Rev. B, **87** (23), 235417 (2013).
- [30] A.P. Dmitriev, I.V. Gornyi, V.Y. Kachorovskii, D.G. Polyakov, P.M. Shmakov. JETP Lett., **100** (12), 839 (2015).
- [31] A.P. Dmitriev, I.V. Gornyi, V.Y. Kachorovskii, D.G. Polyakov. Phys. Rev. B, **96** (11), 115417 (2017).
- [32] R.A. Niyazov, D.N. Aristov, V.Y. Kachorovskii. Phys. Rev. B, **98** (4), 045418 (2018).
- [33] R.A. Niyazov, D.N. Aristov, V.Y. Kachorovskii. npj Comput. Mater., **6** (1) (2020).
- [34] R.A. Niyazov, D.N. Aristov, V.Y. Kachorovskii. Phys. Rev. B, **103** (12), 125428 (2021).
- [35] R.A. Niyazov, D.N. Aristov, V.Y. Kachorovskii. JETP Lett., **113** (11), 689 (2021).
- [36] R.A. Niyazov, D.N. Aristov, V.Y. Kachorovskii. Phys. Rev. B, **108** (7), 075424 (2023).
- [37] D.E. Feldman, Y. Gefen, A. Kitaev, K.T. Law, A. Stern. Phys. Rev. B, **76** (8), 085333 (2007).
- [38] C. Wang, D.E. Feldman. Phys. Rev. B, **82** (16), 165314 (2010).
- [39] G. Yang. Phys. Rev. B, **91** (11), 115109 (2015).
- [40] K. Kobayashi, M. Hashisaka. J. Phys. Soc. Jpn., **90** (10), 102001 (2021).
- [41] J.M. Edge, J. Li, P. Delplace, M. Büttiker. Phys. Rev. Lett., **110** (24), 246601 (2013).
- [42] F. Dolcini. Phys. Rev. B, **92** (15), 155421 (2015).
- [43] H.R. Shea, R. Martel, P. Avouris. Phys. Rev. Lett., **84** (19), 4441 (2000).
- [44] V. Piazza, F. Beltram, W. Wegscheider, C.-T. Liang, M. Pepper. Phys. Rev. B, **62** (16), R10630 (2000).
- [45] A. Fuhrer, S. Lüscher, T. Ihn, T. Heinzel, K. Ensslin, W. Wegscheider, M. Bichler. Nature, **413** (6858), 822 (2001).
- [46] U.F. Keyser, C. Fühner, S. Borck, R.J. Haug, M. Bichler, G. Abstreiter, W. Wegscheider. Phys. Rev. Lett., **90** (19), 196601 (2003).
- [47] S. Zou, D. MasPOCH, Wang, C.A. Mirkin, G.C. Schatz. Nano Lett., **7** (2), 276 (2007).
- [48] S. Munyan, A. Rashidi, A.C. Lygo, R. Kealhofer, S. Stemmer. Nano Lett., **23** (12), 5648 (2023).
- [49] L. Du, I. Knez, G. Sullivan, R.-R. Du. Phys. Rev. Lett., **114** (9), 96802 (2015).
- [50] S.-B. Zhang, Y.-Y. Zhang, S.-Q. Shen. Phys. Rev. B, **90** (11), 115305 (2014).
- [51] L.-H. Hu, D.-H. Xu, F.-C. Zhang, Y. Zhou. Phys. Rev. B, **94** (8), 85306 (2016).
- [52] R.A. Niyazov, I.V. Krainov, D.N. Aristov, V.Y. Kachorovskii. JETP Lett., **119** (5), 372 (2024).
- [53] R.A. Niyazov, I.V. Krainov, D.N. Aristov, V.Y. Kachorovskii. Semiconductors, **59** (8), 426 (2025).
- [54] K.E. Nagaev, S.V. Remizov, D.S. Shapiro. JETP Lett., **108** (10), 664 (2018).
- [55] D.V. Khomitsky, A.A. Konakov, E.A. Lavrukhina. J. Phys. Condens. Matter, **34** (40), 405302 (2022).
- [56] V.A. Sablikov, A.A. Sukhanov. Phys. Rev. B, **103** (15), 155424 (2021).

Редактор А.Н. Смирнов

Shot noise in Aharonov–Bohm interferometer based on helical edge states

R.A. Niyazov^{1,2}, I.V. Krainov¹, D.N. Aristov^{1,2,3},
V.Y. Kachorovskii¹

¹ Ioffe Institute,
194021 St. Petersburg, Russia

² Petersburg Nuclear Physics Institute named
by B.P. Konstantinov of NRC „Kurchatov Institute“,
188300 Gatchina, Russia

³ Department of Physics,
St. Petersburg State University,
199034 St. Petersburg, Russia

Abstract Shot noise in Aharonov–Bohm interferometers formed by helical edge states of two-dimensional topological insulators has been investigated. The study demonstrates that noise measurements provide unique opportunities for studying the breakdown of topological protection. Unlike conventional interferometers, where interference occurs in the ballistic regime, the manifestation of interference effects in helical systems requires the presence of defects leading to backscattering. A key finding is that the Fano factor exhibits oscillations with a magnetic flux period of $\Delta\phi = 1/2$, where the oscillation amplitude is directly proportional to the backscattering strength. Furthermore, it is shown that simultaneous measurement of conductance and noise enables direct determination of the backscattering probability without detailed knowledge of contact properties. This provides a crucial experimental tool for identifying and quantifying the mechanisms responsible for the breakdown of topological protection in real materials. The results are particularly relevant for recent experiments with quantum point contacts on helical edge states and propose a noise spectroscopy method for characterizing topological phases. Our results are also compared with the case of a conventional spinless single-channel interferometer.