

Высокотемпературный дробовой шум в одноканальном интерферометре Ааронова-Бома

© Р.А. Ниязов^{1,2}, И.В. Крайнов¹, Д.Н. Аристов^{1,2,3}, В.Ю. Качоровский¹

¹ Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук,
194021 Санкт-Петербург, Россия

² Петербургский институт ядерной физики им. Б.П. Константинова
Национального исследовательского центра „Курчатовский институт“,
188300 Гатчина, Россия

³ Санкт-Петербургский государственный университет,
199034 Санкт-Петербург, Россия

E-mail: niyazov_ra@npfi.nrcki.ru

Поступила в Редакцию 15 октября 2025 г.

В окончательной редакции 29 октября 2025 г.

Принята к публикации 29 октября 2025 г.

Теоретически исследован дробовой шум в интерферометрах Ааронова–Бома, образованных одноканальными бесспиновыми квантовыми проволоками. Анализ сосредоточен на экспериментально важном режиме относительно высоких температур, когда тепловая энергия превышает расстояние между уровнями. Показано, что эффекты квантовой интерференции драматически меняют флуктуации тока даже тогда, когда можно было бы ожидать подавления когерентности. Продемонстрировано, что фактор Фано — отношение мощности дробового шума к шуму Шоттки — имеет резкие периодически повторяющиеся резонансы в зависимости от магнитного потока. Для симметричных интерферометров эти резонансы возникают при полупелых квантах потока, в то время как геометрическая асимметрия приводит к появлению дополнительных особенностей при целых значениях потока. Показано, что интерферометры с разными конфигурациями контактов могут иметь одинаковый кондактанс, но существенно различающиеся характеристики шума, позволяя экспериментально определять свойства контактов через совместные измерения кондактанса и шума. Полученные результаты допускают прямую экспериментальную проверку и предлагают шумовую спектроскопию и характеризацию мезоскопических устройств в качестве мощного инструмента, дополнительного к измерениям кондактанса.

Ключевые слова: эффект Ааронова–Бома, дробовой шум, мезоскопическая физика, квантовая интерферометрия, фактор Фано.

DOI: 10.61011/FTP.2025.08.62189.8623

1. Введение

Квантовая интерферометрия представляет собой важнейшее направление мезоскопической физики, чрезвычайно интересное как для фундаментальной науки, так и для технологических приложений. Среди самых ярких проявлений квантовой когерентности — эффект Ааронова–Бома (АБ) [1,2] — чувствительность фазы волновой функции электрона к магнитному потоку даже в областях, свободных от магнитных полей. Этот эффект лежит в основе высокоточных магнитометров и имеет потенциальные применения в системах квантовой обработки информации.

Простейшей системой, демонстрирующей осцилляции АБ, является одноканальный интерферометр (ОИ), т. е. интерферометр в форме кольца с двумя одноканальными плечами, помещенный в перпендикулярное магнитное поле (см. рис. 1). Из-за интерференции траекторий электронов, обходящих такую систему, наблюдаемые величины, такие как коэффициент прохождения и интенсивность шума, показывают осцилляции Ааронова–Бома с определенными периодами $\Delta\phi$ как функции безразмерного магнитного потока $\phi = \Phi/\Phi_0$, пронизывающего

устройство, где $\Phi_0 = hc/e$ — квант потока и $\Phi = BS$, где B — однородное магнитное поле и S — площадь области, охватываемой одномерным каналом.

При слабой туннельной связи и низких температурах измерения кондактанса $G(\phi)$ показывает резкие резонансы при определенных значениях магнитного потока, возникающие, когда какой-то квантовый уровень системы пересекается с уровнем Ферми [3,4]. Как было установлено позже [5], случай относительно высоких температур, T , гораздо менее тривиален. Можно было бы предположить, что интерференция подавляется, когда T становится больше расстояния между уровнями, Δ . Однако, как было впервые предсказано в работе [5] для ОИ, в этом случае кондактанс показывает интересное поведение, индуцированное интерференцией. Конкретно, как было показано теоретически [5–10] эффекты интерференции приводят к резонансному поведению кондактанса G при

$$T \gg \Delta = 2\pi v_F/L, \quad (1)$$

где $L = L_1 + L_2$, $L_{1,2}$ — длины плеч интерферометра, а v_F — скорость Ферми. Однако вместо резонансов, $G(\phi)$ показывает узкие антирезонансы при условии (1).

Физически, антирезонансы возникают из-за траекторий, которые интерферируют деструктивно при любой энергии ε и, соответственно, нечувствительны к усреднению по энергии [6].

Кондактанс в ОИ при условии (1) был детально изучен, в частности, с учетом эффектов электрон-электронного взаимодействия [6], беспорядка [8] и спин-орбитального взаимодействия [7]. См. также обсуждение для других типов интерферометров [11–14]. В этой работе мы представляем детальное теоретическое исследование дробового шума в ОИ. Дробовой шум является следствием дискретности электрического заряда электрона. Мы демонстрируем, что эффекты интерференции драматически меняют фактор Фано — отношение мощности дробового шума к значению шума Шоттки, даже когда температура значительно превышает расстояние между уровнями. В то время как осцилляции кондактанса в таких системах были подробно изучены, характеристики дробового шума остаются менее исследованными, особенно в режиме (1). Предыдущие работы в основном фокусировались на поведении при низких температурах (см. обзор [15]), оставляя интересный режим термически устойчивых интерференционных эффектов в значительной степени неисследованным. Наш анализ показывает, что высокотемпературный фактор Фано имеет резкие резонансы при специфических значениях магнитного потока, с характеристиками, высокочувствительными к геометрии интерферометра и свойствам контактов.

Недавно мы кратко обсудили дробовой шум в геликоидальном интерферометре АБ [16] и для сравнения с обычным случаем анонсировали без вывода формулу для фактора Фано ОИ с симметричными плечами и идентичными контактами. В данной статье мы приведем детальные вычисления и обобщим наш анализ на экспериментально значимый случай асимметричных плеч и неидентичных контактов [17–21]. Мы детально изучим зависимость шума ОИ от магнитного поля. Как мы увидим, измерения шума предоставляют дополнительную информацию к измерениям кондактанса, позволяя выяснить свойства контактов, которые невозможно определить через измерения только кондактанса.

2. Модель

Мы вычисляем дробовой шум тока в бесспиновом одноканальном интерферометре АБ, изображенном на рис. 1. Контакты моделируются бесспиновыми одноканальными проволоками. Несмотря на то что эта модель контактов очень упрощена, она обычно используется в квантовой интерферометрии, начиная с работы [3], так как мы покажем далее, она позволяет описать переход от металлических контактов к туннельным. В частности, эта модель качественно описывает квантовые точечные контакты с интерферометром.

Унитарность матрицы рассеяния контакта приводит к обратному рассеянию на контактах [6]. Здесь мы

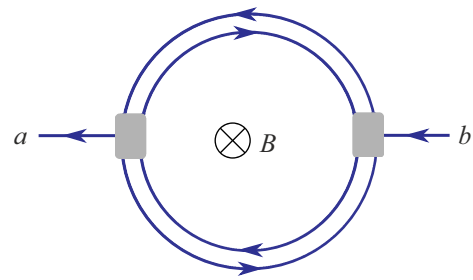


Рис. 1. Интерферометр Ааронова-Бома на основе бесспиновой одноканальной квантовой проволоки. Контакты (показаны серым цветом) также моделируются бесспиновыми одноканальными проволоками. Серые области представляют контакты, описываемые 3×3 S -матрицей [см. (2) и рис. 2]. Однородное магнитное поле, B , перпендикулярно плоскости рисунка. Соответствующий магнитный поток, $\Phi = BS$, пропорционален площади, S , области, охватываемой одномерными каналами.

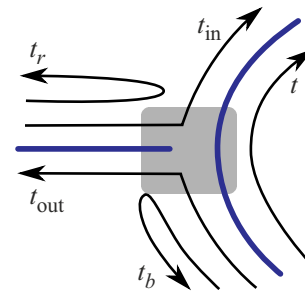


Рис. 2. Амплитуды рассеяния, входящие в матрицу рассеяния (2) для ОИ. Контакт моделируется бесспиновой 1D проволокой. Для туннельного контакта, $|t_r| \approx 1$, в то время как случай металлического контакта соответствует $t_r \rightarrow 0$. Область контакта с площадью S_0 показана серым цветом. Мы предполагаем, что $BS_0 \ll \Phi_0$, так что магнитное поле не влияет на S -матрицу.

используем эту матрицу рассеяния с вещественными элементами:

$$\hat{S} = \begin{pmatrix} t_r & t_{out} & t_{out} \\ t_{in} & t_b & t \\ t_{in} & t & t_b \end{pmatrix},$$

$$t = \frac{1}{1 + \gamma}, \quad t_b = -\frac{\gamma}{1 + \gamma},$$

$$t_{in} = t_{out} = \frac{\sqrt{2\gamma}}{1 + \gamma}, \quad t_r = -\frac{1 - \gamma}{1 + \gamma}. \quad (2)$$

Более общий случай \hat{S} обсуждается в работах [22,23]. Амплитуды рассеяния, входящие в выражение (2), удовлетворяют очевидному условию $2t_{in}^2 + t_r^2 = t^2 + t_b^2 + t_{out}^2 = 1$. Смысл этих амплитуд проиллюстрирован на рис. 2: t_{in} — это амплитуда входа в интерферометр в один из встречно-распространяющихся каналов, t_{out} — амплитуда выхода из интерферометра, t и t_b — это, соответственно, амплитуды прямого и обратного рассеяния

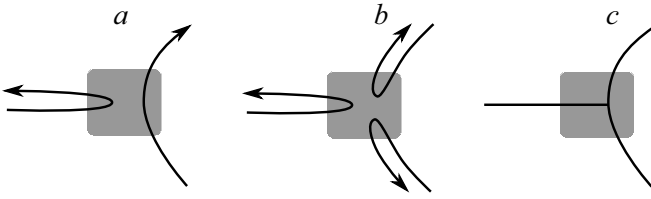


Рис. 3. Схематическая иллюстрация различных типов контактов (область контакта показана серым цветом): панели (a) и (b) показывают два различных типа туннельной связи, соответствующих $\gamma = 0$ и $\gamma = \infty$ соответственно; панель (c) иллюстрирует „металлический“ контакт, $\gamma \approx 1$. Стрелки на панелях (a) и (b) показывают процессы с ненулевыми амплитудами (ср. с рис. 2). Панель (c) соответствует „металлическому“ контакту, так что все процессы на рис. 2 разрешены. Матрицы рассеяния, описывающие случаи (a), (b) и (c), даны в (3).

на контакте внутри интерферометра, t_r — амплитуда обратного рассеяния для электронов, приходящих из контакта. Все амплитуды рассеяния можно параметризовать единственным параметром $\gamma \in (0, \infty)$.

Смысл параметра γ дополнительно проиллюстрирован на рис. 3 (см. также обсуждение в работах [6,23,24]). Случай $\gamma \ll 1$ соответствует туннельному контакту, где почти замкнутый интерферометр слабо связан с контактами, причем γ является туннельной прозрачностью (см. рис. 3, a). Интересно, что случай $\gamma \rightarrow \infty$ также соответствует слабой туннельной связи. Однако этот случай сильно отличается от случая $\gamma \rightarrow 0$, как проиллюстрировано на рис. 3, b. Металлический контакт моделируется $\gamma \approx 1$ (см. рис. 3, c). Матрицы рассеяния, описывающие эти три случая, имеют вид (см. (2)):

$$\hat{S}(\gamma=0) = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{S}(\gamma=\infty) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\hat{S}(\gamma=1) = \begin{pmatrix} 0 & \sqrt{2} & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & -1 & 1 \\ \sqrt{2} & 1 & -1 \end{pmatrix} / 2. \quad (3)$$

Стоит отметить, что $t_b \neq 0$ для любого ненулевого γ . Далее мы покажем, что две конфигурации (рис. 3, a и b, могут соответствовать одному и тому же кондактансу, но разному шуму.

3. Дробовой шум и кондактанс

3.1. Общие уравнения

В этом разделе мы вычислим фактор Фано, \mathcal{F} , для системы, показанной на рис. 1, предполагая, что между контактами приложено фиксированное напряжение V . (В данной статье мы предполагаем, что внешний импеданс равен нулю и поэтому напряжение не флуктуирует.

Для конечного импеданса флуктуируют и ток, и напряжение, как подробно обсуждается в работе [25].)

Мы будем рассматривать наиболее интересный и легко реализуемый случай:

$$\Delta \ll T \ll eV. \quad (4)$$

Дробовой шум тока связан с флуктуациями электрического тока относительно его среднего значения $\delta \hat{I}(t) = \hat{I}(t) - \langle \hat{I} \rangle$. Здесь \hat{I} — оператор тока (аналитическое выражение для \hat{I} дано в [25,26]).

Функция корреляции тока, ассоциированная с шумом, определяется как

$$\mathcal{S}(t-t') = \frac{1}{2} \langle \delta \hat{I}(t) \delta \hat{I}(t') + \delta \hat{I}(t') \delta \hat{I}(t) \rangle.$$

Фурье-образ \mathcal{S} дает выражение для мощности шума: $S(\omega) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} dt e^{i\omega t} \mathcal{S}(t)$ (множитель 2 в этом выражении является вопросом соглашения, см. выражение (1) в работе [26] и комментарий после формулы (49) в работе [25]).

Рассматриваемый интерферометр представляет собой бесспиновую двухконтактную систему, транспорт через который полностью характеризуется энергетически зависимой амплитудой прохождения $t(\varepsilon)$ [25,26]:

$$\mathcal{S}(\omega=0) = 2G_0 \int_{\mu}^{\mu+eV} d\varepsilon \mathcal{T}(\varepsilon) (1 - \mathcal{T}(\varepsilon)), \quad (5)$$

где $G_0 = e^2/h$ — квант кондактанса, а

$$\mathcal{T}(\varepsilon) = t(\varepsilon) t^*(\varepsilon). \quad (6)$$

Средний ток, $I = \langle \hat{I} \rangle$, и фактор Фано даются выражениями

$$eI = G_0 \int_{\mu}^{\mu+eV} d\varepsilon \mathcal{T}(\varepsilon), \quad (7)$$

$$\mathcal{F} = \frac{\mathcal{S}(\omega=0)}{2eI} = \frac{\int_{\mu}^{\mu+eV} d\varepsilon \mathcal{T}(1 - \mathcal{T})}{\int_{\mu}^{\mu+eV} d\varepsilon \mathcal{T}}. \quad (8)$$

Амплитуды прохождения $t_{\alpha\beta}(\varepsilon)$ меняются на энергетическом масштабе порядка расстояния между уровнями. Мы фокусируемся на случае, когда условия (4) выполнены. Тогда для \mathcal{F} мы имеем

$$\mathcal{F} = \frac{\langle \mathcal{T}(1 - \mathcal{T}) \rangle_{\varepsilon}}{\langle \mathcal{T} \rangle_{\varepsilon}}, \quad (9)$$

где усреднение проводится по температурной полоске в окрестности уровня Ферми в пределе $T \gg \Delta$. В дальнейшем мы предполагаем линеаризованную форму спектра с $\varepsilon = v_F k$, так что усреднение по энергии сводится к вычислению интеграла $\langle \dots \rangle_{\varepsilon} = \Delta^{-1} \int_0^{\Delta} d\varepsilon (\dots) = \frac{L}{2\pi} \int_0^{2\pi/L} dk (\dots)$.

Как видно из (7), кондактанс пропорционален коэффициенту прохождения, усредненному по энергии:

$$\mathcal{T} = \langle \mathcal{T} \rangle_\varepsilon \quad (10)$$

Вводя также среднее

$$\mathcal{T}_2 = \langle \mathcal{T} \mathcal{T} \rangle_\varepsilon, \quad (11)$$

можно записать фактор Фано в следующей форме:

$$\mathcal{F} = 1 - \frac{\mathcal{T}_2}{\mathcal{T}^2}. \quad (12)$$

В следующем подразделе мы обсудим вычисления, которые позволяют найти \mathcal{F} , используя выражение (12). Для этого мы представим амплитуду прохождения в специальной форме, которая позволяет аналитически выполнить усреднение по энергии.

3.2. Метод расчета

Мы предполагаем, что ОИ состоит из двух плеч с длинами $L/2 \pm a$ и двух контактов (не обязательно идентичных), описываемых матрицами рассеяния с вещественными амплитудами (см. (2)). Сначала мы находим удобное выражение для амплитуды прохождения, затем подставляем его в формулу (9) и усредняем по энергии.

Мы используем метод, разработанный в работе [8], для суммирования амплитуд с разными числами намоток. Для начала мы разделим все амплитуды электронов, выходящих из кольца, по их направлению, либо по часовой стрелке, (+), либо против часовой стрелки, (−). Для ОИ с идентичными контактами амплитуды, описывающими процессы прохождения кольца в противоположных направлениях без дополнительных намоток, даются выражением

$$\beta_0 = \begin{pmatrix} \beta_0^+ \\ \beta_0^- \end{pmatrix} = t_{\text{in}} t_{\text{out}} \begin{pmatrix} e^{i(k-2\pi\phi/L)(L/2+a)} \\ e^{i(k+2\pi\phi/L)(L/2-a)} \end{pmatrix}. \quad (13)$$

Все остальные траектории, заканчивающиеся на правом контакте, могут быть получены рекуррентно, умножением на матрицу, описывающую процессы, увеличивающие число намоток, по часовой стрелке или против, на единицу (для более детального обсуждения см. [8]):

$$\begin{pmatrix} \beta_{n+1}^+ \\ \beta_{n+1}^- \end{pmatrix} = \hat{A} \begin{pmatrix} \beta_n^+ \\ \beta_n^- \end{pmatrix}, \quad \hat{A} = e^{ikL} \begin{pmatrix} t^2 e^{-i2\pi\phi} + t_b^2 e^{i2ka} & t t_b (e^{-i2\pi\phi} + e^{i2ka}) \\ t t_b (e^{i2\pi\phi} + e^{-i2ka}) & t^2 e^{i2\pi\phi} + t_b^2 e^{-i2ka} \end{pmatrix}. \quad (14)$$

Полная амплитуда прохождения через кольцо дается выражением:

$$t(\varepsilon) = \sum_{n=0}^{\infty} \alpha \hat{A}^n \beta_0 = \alpha (1 - \hat{A})^{-1} \beta_0, \quad \alpha = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (15)$$

где β_0 задано в (13). Имея конкретные выражения для $t(\varepsilon)$, мы получаем $\mathcal{T}(\varepsilon) = |t(\varepsilon)|^2$ и $\mathcal{T}_2(\varepsilon) = |t(\varepsilon)|^4$.

Усреднение по ε сводится к интегрированию по единичной окружности в комплексной плоскости переменной $z = e^{ikL}$ и легко выполняется с помощью вычетов (см. Приложение I). Наиболее интересные и физически ясные предельные случаи представлены далее. В самом общем случае интерферометра с контактами разной силы полученные аналитические выражения довольно громоздки, и мы приводим их в Приложении II.

3.3. Результаты (симметричные плечи, идентичные контакты)

Для случая *симметричного* интерферометра с равными длинами плеч ($a = 0$) и идентичными контактами усредненный по энергии коэффициент прохождения [6] дается выражением

$$\mathcal{T}(\phi, \gamma) = \frac{2\gamma \cos^2(\pi\phi)}{\gamma^2 + \cos^2(\pi\phi)}. \quad (16)$$

Используя формулы из Приложения I, мы находим фактор Фано в форме (это уравнение было представлено в работе [16] без вывода)

$$\mathcal{F}(\phi, \gamma) = 1 - \frac{\cos^2(\pi\phi) [5\gamma^2 + \gamma^4 + (1 + \gamma^2) \cos^2(\pi\phi)]}{2[\gamma^2 + \cos^2(\pi\phi)]^2}. \quad (17)$$

Уравнение (17) проиллюстрировано на рис. 4, где показана зависимость фактора Фано от магнитного потока и от обратного рассеяния на контакте, $|t_b| = \gamma/(1 + \gamma)$. Для трех типов туннельных контактов, показанных на

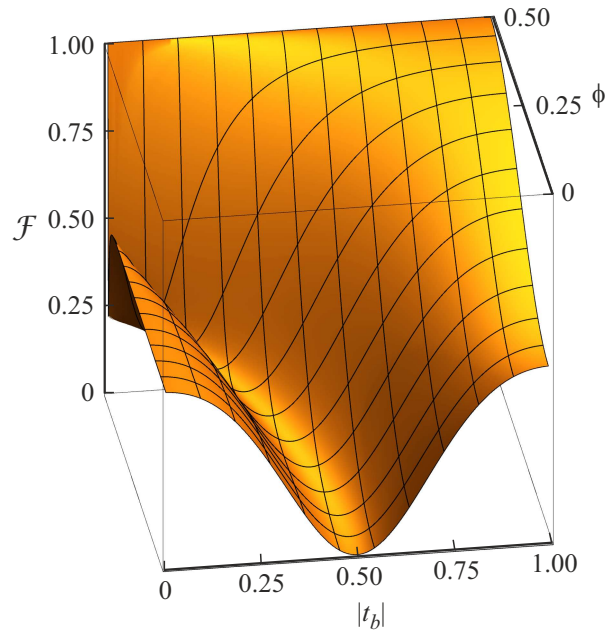


Рис. 4. Зависимость фактора Фано, $\mathcal{F}(\phi, t_b)$, от амплитуды обратного рассеяния на контакте, t_b , и магнитного потока, ϕ , как описано выражениями (2), (16), (17).

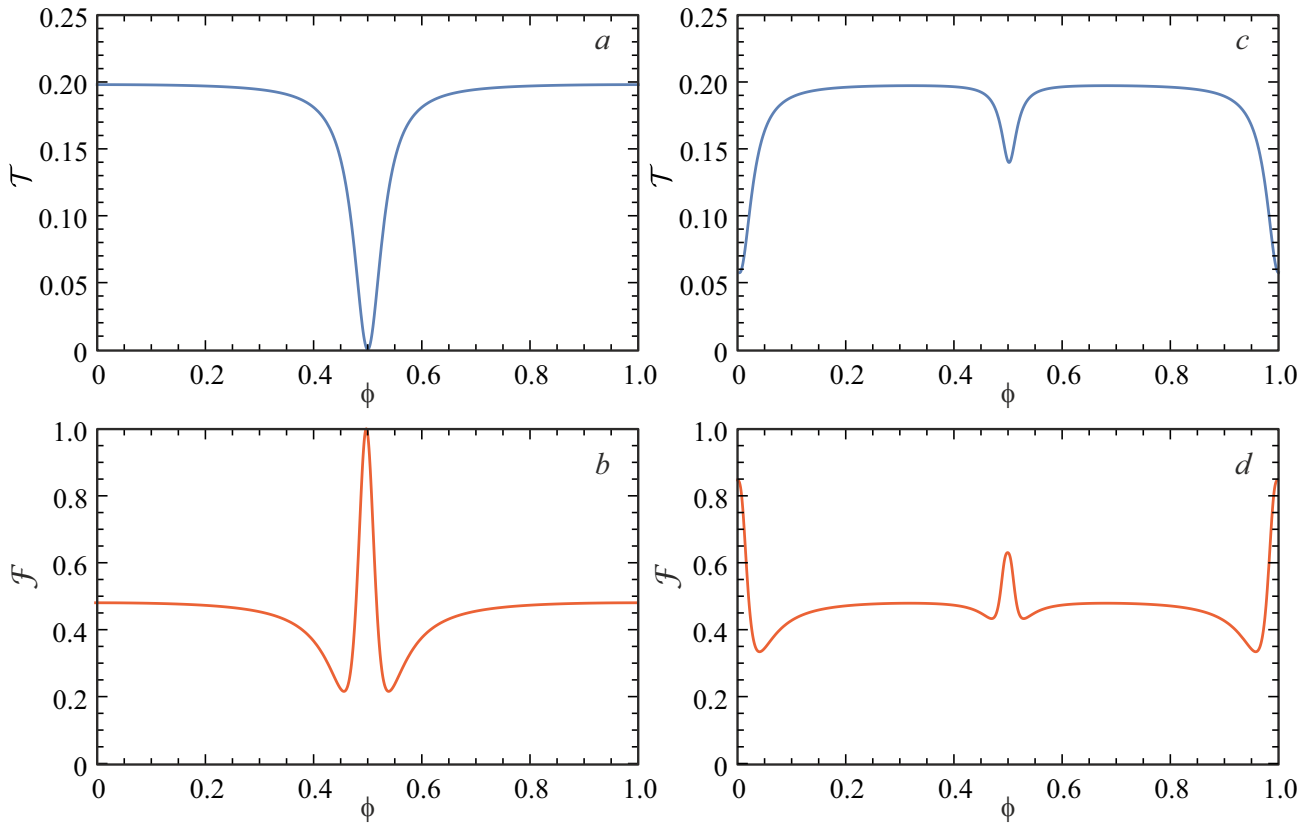


Рис. 5. Коэффициент прохождения (a, c) и фактор Фано (b, d) для интерферометра с двумя идентичными контактами. В *симметричном* интерферометре с $a = 0$ и слабой туннельной связью ($\gamma = 0.1$) имеется антирезонанс в \mathcal{T} и резонанс в \mathcal{F} при полуцелых значениях потока [панели (a) и (b)]. В *асимметричном* интерферометре с $a \neq 0$ и слабой туннельной связью ($\gamma = 0.1$, $k_F a = 1.0$), также появляются пики при целых значениях потока [панели (c) и (d)]. С увеличением a , пики при $\phi = 1/2 + n$ уменьшаются по амплитуде и становятся уже, в то время как пики при $\phi = n$ растут и становятся шире (здесь n — целое число). Форма кривой $\mathcal{F}(\phi)$ сильно зависит от асимметрии контактов.

рис. 3, выражение (17) упрощается:

$$\begin{aligned}\mathcal{F}(\phi, 0) &= \frac{1}{2}, \\ \mathcal{F}(\phi, \infty) &= 1 - \frac{1}{2} \cos^2(\pi\phi), \\ \mathcal{F}(\phi, 1) &= \frac{4 \sin^2(\pi\phi)}{(\cos(2\pi\phi) + 3)^2}.\end{aligned}\quad (18)$$

Значение $1/2$ для $\gamma \rightarrow 0$ является стандартным значением фактора Фано для туннельного уровня. Мы также отмечаем, что „металлические“ контакты с $\gamma = 1$ показывают как минимальное значение $\mathcal{F} = 0$ при $\phi = 0$, так и максимальное значение $\mathcal{F} = 1$ при $\phi \rightarrow 1/2$.

Зависимости \mathcal{T} и \mathcal{F} от магнитного потока показаны на рис. 5, a, b . Последний рисунок дает сечение рис. 4 для фиксированного γ . На рис. 5, a мы видим, что в симметричном интерферометре, $a = 0$, коэффициент прохождения и фактор Фано имеют, соответственно, резкий антирезонанс и резкий резонанс при $\phi = 1/2$ (и, следовательно, при любом полуцелом значении потока).

Следует упомянуть несколько интересных свойств $\mathcal{F}(\phi, \gamma)$. Во-первых,

$$\mathcal{F}(0, \gamma) = \mathcal{F}(0, 1/\gamma) = \frac{1}{2} \left(\frac{1 - \gamma^2}{1 + \gamma^2} \right)^2, \quad (19)$$

а также

$$\mathcal{F}(0, \gamma) = \mathcal{F}(0, 1/\gamma) = \frac{2\gamma}{1 + \gamma^2}.$$

Это означает, что для нулевого потока случай с контактами, показанными на рис. 3, a с определенным γ , неразличим с точки зрения шума и контактанса от случая, показанного на рис. 3, b с $\gamma_1 = 1/\gamma$.

Обсудим этот момент подробнее. Как видно из (19), при $\phi = 0$ фактор Фано и коэффициент прохождения связаны следующим образом:

$$\mathcal{F} = \frac{1}{2} [1 - \mathcal{T}]. \quad (20)$$

Это уравнение показано красной кривой на рис. 6 и справедливо как для $\gamma < 1$ (т.е. для контактов, показанных на рис. 3, a), так и для $\gamma > 1$ (т.е. для контактов, показанных на рис. 3, b). Конкретно, меняя γ от $\gamma = 0$

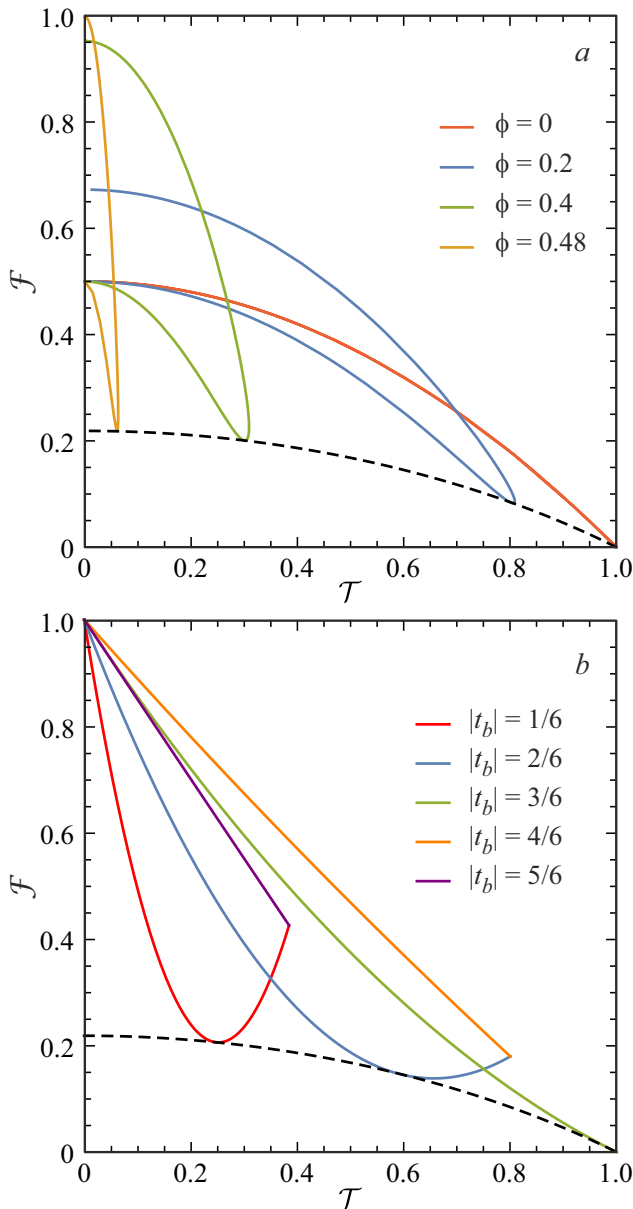


Рис. 6. Параметрический график $(\mathcal{F}, \mathcal{T})$ для фиксированного ϕ и $0 < \gamma < \infty$ (a) и для фиксированного $|t_b| = \gamma/(1 + \gamma)$ и $0 < \phi < 1$ (b).

до $\gamma = \infty$, мы проходим красную кривую дважды: один раз в интервале $0 < \gamma < 1$ и еще раз для $1 < \gamma < \infty$. Это ясно видно из сечения рис. 4 при $\phi = 0$.

Мы также выражаем фактор Фано при $\phi = 0$ (т.е. на красной кривой рис. 6, a) через $|t_b|$. Непосредственно из (19) мы находим:

$$\mathcal{F}_{\phi=0} = \frac{1}{2} \frac{(|t_b| - 1/2)^2}{[(|t_b| - 1/2)^2 + 1/4]^2}.$$

Важно, что фактор Фано имеет минимум с нулевым минимальным значением в „металлической“ точке, $|t_b| = 1/2$ ($\gamma = 1$). Это свойство теряется в присутствии магнитного потока (см. рис. 4).

Для $\phi \neq 0$ красная кривая разделяется на две кривые, как показано на рис. 6 синими, зелеными и оранжевыми линиями. Заметим, что фактор Фано может иметь два значения для одного и того же значения коэффициента прохождения, соответствующие двум разным γ . Примечательно, что есть специальная сингулярная точка, $\phi = 1/2$, где кондактанс точно равен нулю (см. [3] и более детальное обсуждение этого свойства в работе [6]). В этой точке фактор Фано становится равным единице для фиксированного γ :

$$\mathcal{T}(1/2, \gamma) = 0, \quad \mathcal{F}(1/2, \gamma) = 1. \quad (21)$$

Поведение фактора Фано вблизи этой точки проиллюстрировано оранжевой кривой на рис. 6, a, которая соответствует $\phi = 0.48$. Коэффициент прохождения и фактор Фано для $|\delta\phi| = |\phi - 1/2| \ll 1$, слабой туннельной связи, $\gamma \ll 1$, и произвольного отношения

$$x = \pi\delta\phi/\gamma$$

даются следующими выражениями:

$$\mathcal{T}(\delta\phi, \gamma) \approx 2\gamma \frac{x^2}{1 + x^2}, \quad (22)$$

$$\mathcal{F}(\delta\phi, \gamma) \approx \frac{2 - x^2 + x^4}{2(1 + x^2)^2}, \quad (23)$$

Следовательно, значение \mathcal{F} зависит от порядка взятия пределов $\delta\phi \rightarrow 0$ и $\gamma \rightarrow 0$, так что если мы фиксируем $\delta\phi$ и устремим γ к нулю, то вместо (21) мы получим обычное выражение для туннельного контакта:

$$\mathcal{F} \rightarrow 1/2, \quad \gamma \rightarrow 0, \quad \delta\phi \text{ фиксировано.}$$

Из (23) мы можем получить аналитическое выражение, описывающее оранжевую линию на рис. 6, a. Для этого мы фиксируем $\delta\phi$ и меняем туннельную связь от $\gamma = 0$ до относительно большого значения: $\delta\phi \ll \gamma \ll 1$. Тогда мы получаем при $0 < \mathcal{T} < \pi|\delta\phi|$:

$$\mathcal{F} \approx \frac{3}{4} - \frac{1}{2} \frac{\mathcal{T}}{\pi\delta\phi} \pm \frac{1}{4} \sqrt{1 - \left(\frac{\mathcal{T}}{\pi\delta\phi}\right)^2}. \quad (24)$$

Знак перед последним членом различает две ветви оранжевой кривой. Минимум \mathcal{F} достигается на нижней ветви при $\mathcal{T} = 15\pi|\delta\phi|/16$ и равен $\mathcal{F} = 17/32$, что является значением пунктирной линии на рис. 6, a для $\mathcal{T} = 0$.

На рис. 6, a мы фиксировали ϕ и меняли γ от нуля до бесконечности. Фиксируя вместо этого γ и меняя ϕ в интервале $0 < \phi < 1$, мы находим следующее выражение, связывающее коэффициент прохождения и фактор Фано, справедливое для любого γ в интервале $0 < \gamma < \infty$:

$$\mathcal{F} = 1 - \frac{5 + \gamma^2}{2} \frac{\mathcal{T}}{2\gamma} + 2 \left(\frac{\mathcal{T}}{2\gamma}\right)^2, \quad (25)$$

$$0 < \mathcal{T} < \frac{2\gamma}{1 + \gamma^2}.$$

Это уравнение имеет минимум при $\mathcal{T}_{\min} = (5 + \gamma^2)\gamma/4$, задаваемый $\mathcal{F}_{\min} = [7 - \gamma^2(10 + \gamma^2)]/32$. Семейство кри-

вых, описываемых выражением (25) для разных γ , показано на рис. 6, *b*. Заметим что пунктирные кривые на рис. 6, *a* и *b* совпадают. Из вышеприведенного обсуждения мы видим, что поведение шума ОИ очень сингулярно для ϕ , близких к $1/2$. Это означает, что шум очень чувствителен к потоку в окрестности этой точки.

3.4. Результаты (асимметричные плечи)

Асимметрия плечей интерферометра становится важной, когда $a \geq k_F^{-1}$. Для не слишком больших напряжений, $eV \ll v_F/a$, можно заменить $ka \rightarrow k_F a$ в амплитудах рассеяния. Выражение для коэффициента прохождения в асимметричном случае было получено ранее в работе [6]. Аналитическое выражение для фактора Фано в этом случае можно найти, используя формулы, представленные в *Приложениях* I и II. Его общая форма слишком громоздка, и мы представим ее здесь только для значений потока, близких к целым и полужелым числам, и для слабой туннельной связи.

Для $\delta\phi = |\phi - 1/2| \ll 1$ и $\gamma \ll 1$ фактор Фано имеет вид

$$\mathcal{F}_{1/2}(\delta\phi, \gamma) = \frac{2 - \bar{x}^2 + \bar{x}^4}{2(1 + \bar{x}^2)^2} + \frac{\sin^2(k_F a)[3\bar{x}^2 - \sin^2(k_F a)]}{2(1 + \bar{x}^2)[\bar{x}^2 + \sin^2(k_F a)]}, \quad (26)$$

где

$$\bar{x} = \frac{\pi \delta\phi}{\gamma \cos(k_F a)}.$$

Аналогично (23) значение $\mathcal{F}_{1/2}$ при $\delta\phi \rightarrow 0$, $\gamma \rightarrow 0$ зависит от порядка пределов. Фиксируя $\delta\phi$ и уменьшая туннельную связь до нуля, $\gamma \rightarrow 0$, мы получаем $\bar{x} \rightarrow \infty$, так что $\mathcal{F}_{1/2} \rightarrow 1/2$. Полагая $\delta\phi$ равным нулю первым, мы находим

$$\mathcal{F}_{1/2} \rightarrow 1 - \frac{\sin^2(k_F a)}{2}. \quad (27)$$

Оказывается, что (26) также описывает и случай малого магнитного потока, $|\phi| \ll 1$, если положить в этом выражении $\delta\phi = \phi$ и заменить $k_F a$ на $k_F a + \pi/2$.

Как видно из выражений (26) и (27), асимметрия устройства сильно влияет на интенсивность шума даже для фиксированного магнитного потока, так что изменение a в пределах небольшого интервала около фермиевской длины волны меняет \mathcal{F} на величину порядка двух.

Зависимости \mathcal{T} и \mathcal{F} от магнитного потока, ϕ , показаны на рис. 5, *c* и *d*. Сравнивая эти рисунки с рис. 5, *a* и *b*, построенными для симметричного случая, мы видим, что при $a \neq 0$ появляются новые пики при целых значениях потока как в коэффициенте прохождения (антирезонансы), так и в факторе Фано (резонансы). С увеличением асимметрии амплитуды пиков, соответствующих полужелым значениям потока, уменьшаются, в то время как амплитуды пиков при целых значениях потока увеличиваются. Мы приходим, таким образом,

к выводу о том, что асимметрия устройства, которая всегда присутствует в реальных экспериментах [17–21], сильно модифицирует дробовой шум.

3.5. Результаты (различные контакты)

В этом подразделе мы представим результаты для случая симметричного интерферометра, $a = 0$, но разных правого и левого контактов, характеризующихся параметрами γ_R и γ_L соответственно. Используя общие уравнения, представленные в *Приложении* II, и выполняя стандартное усреднение по энергии с использованием формул из *Приложения* I, можно найти следующие выражения для коэффициента прохождения и фактора Фано:

$$\mathcal{T}(\phi, \gamma_R, \gamma_L) = \kappa^{-1/2} \frac{2\bar{\gamma} \cos^2(\pi\phi)}{\bar{\gamma}^2 + \cos^2(\pi\phi)},$$

$$\mathcal{F}(\phi, \gamma_R, \gamma_L) = 1 - \kappa^{-1} \frac{\cos^2(\pi\phi)}{2(\bar{\gamma}^2 + \cos^2(\pi\phi))^2} \times ((1 + 4\kappa)\bar{\gamma}^2 + \bar{\gamma}^4 + (1 + \bar{\gamma}^2) \cos^2(\pi\phi)),$$

где

$$\bar{\gamma} = \sqrt{\gamma_L \gamma_R}, \quad \kappa = (\gamma_L + \gamma_R)^2 / 4\gamma_L \gamma_R.$$

Аналог (20) при $\phi = 0$ для разных правого и левого контактов принимает вид

$$\mathcal{F} = 1 - \frac{1}{2\kappa} - \frac{\kappa}{2} \mathcal{T}^2. \quad (28)$$

4. Заключение

В этой статье мы представили всесторонний теоретический анализ дробового шума в бесспиновых одноканальных интерферометрах Ааронова-Бома, сосредоточившись на экспериментально значимом режиме высоких температур $T \gg \Delta$. Наши ключевые результаты демонстрируют, что эффекты квантовой интерференции существенно меняют спектр шума тока, даже когда можно было бы ожидать подавления интерференции из-за теплового усреднения.

Мы показали, что фактор Фано демонстрирует характерные периодические резонансы как функция магнитного потока, с резкими особенностями как при целых, так и при полужелых квантах потока. Точный характер этих резонансов существенно зависит от геометрии интерферометра: симметричные интерферометры демонстрируют антирезонансы в кондактансе и соответствующие резонансы в шуме при полужелых значениях потока, в то время как асимметричные геометрии показывают дополнительные особенности при целых значениях потока.

Особенно важный результат касается дополнительной информации, предоставляемой одновременным измерением кондактанса и шума. Мы продемонстрировали, что разные конфигурации контактов — в частности, два различных типа туннельных контактов, соответствующих $\gamma \rightarrow 0$ и $\gamma \rightarrow \infty$ — могут иметь одинаковый кондактанс,

но принципиально различные характеристики шума (см., например, предел $\mathcal{F} \rightarrow 0$ на рис. 6, а). Это предоставляет мощный экспериментальный инструмент для характеристики свойств контактов в наноразмерных устройствах.

Чувствительность к геометрической асимметрии, всегда присутствующей в реальных изготовленных устройствах [17–21], подчеркивает важность нашего обобщенного рассмотрения за пределами идеализированного симметричного случая. Наши результаты показывают, что даже малые асимметрии в масштабе фермиевской длины волны могут существенно модифицировать характеристики шума.

Наши предсказания легко проверить с помощью имеющихся экспериментальных возможностей. Условие $T \gg \Delta$ соответствует температурам выше нескольких Кельвин для микрон-масштабных устройств, что делает эти эффекты доступными в стандартных криогенных установках. В частности, допускают непосредственную экспериментальную проверку предсказанные резкие особенности в зависимости фактора Фано от потока.

Приложение I

Усреднение по энергии

На протяжении статьи мы усредняем наблюдаемые величины по температурной полоске в окрестности уровня Ферми в пределе $T \gg \Delta$. Для линейаризованной формы спектра с $\varepsilon = v_F k$ усреднение по энергии сводится при высоких температурах к вычислению интеграла

$$\left\langle \prod_{j=1}^4 \frac{1}{(1 - \tau_j e^{a i k L})^{n_j}} \right\rangle_\varepsilon = 1, \quad n_j = 0, 1,$$

$$\left\langle \frac{1}{(1 - \tau_1 e^{a i k L})} \frac{1}{(1 - \tau_2 e^{-a i k L})} \right\rangle_\varepsilon = \frac{1}{1 - \tau_1 \tau_2},$$

$$\left\langle \frac{1}{(1 - \tau_1 e^{a i k L})} \frac{1}{(1 - \tau_2 e^{-a i k L})} \frac{1}{(1 - \tau_3 e^{-a i k L})} \right\rangle_\varepsilon = \frac{1}{(1 - \tau_1 \tau_2)(1 - \tau_1 \tau_3)},$$

$$\left\langle \frac{1}{(1 - \tau_1 e^{a i k L})} \frac{1}{(1 - \tau_2 e^{-a i k L})} \frac{1}{(1 - \tau_3 e^{-a i k L})} \frac{1}{(1 - \tau_4 e^{-a i k L})} \right\rangle_\varepsilon = \frac{1}{(1 - \tau_1 \tau_2)(1 - \tau_1 \tau_3)(1 - \tau_1 \tau_4)},$$

$$\left\langle \frac{1}{(1 - \tau_1 e^{a i k L})} \frac{1}{(1 - \tau_2 e^{a i k L})} \frac{1}{(1 - \tau_3 e^{-a i k L})} \frac{1}{(1 - \tau_4 e^{-a i k L})} \right\rangle_\varepsilon = \frac{1 - \tau_1 \tau_2 \tau_3 \tau_4}{(1 - \tau_1 \tau_3)(1 - \tau_2 \tau_3)(1 - \tau_1 \tau_4)(1 - \tau_2 \tau_4)}, \quad \text{П. I, 1}$$

где $\alpha = \pm 1$ и все $|\tau_j| < 1$.

В заключение необходимо отметить, что измерения дробового шума в одноканальных интерферометрах АБ позволяют исследовать эффекты квантовой когерентности, которые выживают при тепловом усреднении. Дополнительная информация, получаемая при измерении шума в дополнение к измерению кондактанса, делает шумовые измерения ценным диагностическим инструментом для характеристики мезоскопических устройств и их контактов.

Финансирование работы

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант № 25-12-00212), <https://rscf.ru/project/25-12-00212/>

Конфликт интересов

Авторы работы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Приложение II

Интерферометр с неравными плечами и неидентичными контактами

В этом приложении мы представляем обобщение амплитуды прохождения $t(\varepsilon)$ [см. формулу (15)] для случая неидентичных контактов с разными туннельными

связями. Симметричный случай получается подстановкой $t_{in,L} = t_{in,R} = t_{in}$ и т.д. в уравнения, представленные далее.

$$t(\varepsilon) = \sum_{n=0}^{\infty} \tilde{\alpha} \hat{A}^n \vec{\beta}_0, \quad \vec{\alpha} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{\beta} = \begin{pmatrix} \beta_0^+ \\ \beta_0^- \end{pmatrix} = t_{in,L} t_{out,R} \begin{pmatrix} e^{i(k-2\pi\phi/L)(L/2+a)} \\ e^{i(k+2\pi\phi/L)(L/2-a)} \end{pmatrix},$$

$$\hat{A} = e^{ikL} \begin{pmatrix} t_L t_R e^{-i2\pi\phi} + t_{b,L} t_{b,R} e^{i2ka} & t_L t_{b,R} e^{-i2\pi\phi} + t_{b,L} t_R e^{i2ka} \\ t_L t_{b,R} e^{i2\pi\phi} + t_{b,L} t_R e^{-i2ka} & t_L t_R e^{i2\pi\phi} + t_{b,L} t_{b,R} e^{-i2ka} \end{pmatrix}. \quad (\text{П.И.1})$$

После некоторых алгебраических преобразований можно переписать выражение для $t(\varepsilon)$ следующим образом:

$$t(\varepsilon) = t_{in,L} t_{out,R} e^{-i2\pi\phi a/L} \left(\frac{Z e^{i(kL/2-\pi\phi)}}{1 - \tilde{t}^2 e^{ikL-2\pi\phi}} + \frac{Z^*|_{L \leftrightarrow R} e^{i(kL/2+\pi\phi)}}{1 - \tilde{t}^{*2} e^{ikL+2\pi\phi}} \right),$$

$$Z = i \frac{Z_1 Z_2}{Z_3} e^{i\pi\phi},$$

$$Z_1 = Z_4 - (t_{b,L} - t_L)(t_{b,R} \sin(2ak) + t_R \sin(2\pi\phi)) - i(t_{b,R} t_L \cos(2ak) + t_{b,L} t_R \cos(2\pi\phi)),$$

$$Z_2 = Z_4 + (t_{b,R} - t_R)(t_{b,L} \sin(2ak) + t_L \sin(2\pi\phi)) - i(t_{b,L} t_R \cos(2ak) + t_{b,R} t_L \cos(2\pi\phi)),$$

$$Z_3 = 2Z_4 \left(t_{b,L} t_R e^{-i(ak+\pi\phi)} + t_{b,R} t_L e^{i(ak+\pi\phi)} \right),$$

$$Z_4^2 = (t_{b,L}^2 - t_L^2)(t_{b,R}^2 - t_R^2) - (t_{b,L} t_{b,R} \cos(2ak) + t_L - t_R \cos(2\pi\phi))^2,$$

$$\tilde{t}^2 = iZ_4 + t_{b,L} t_{b,R} \cos(2ak) + t_L t_R \cos(2\pi\phi). \quad (\text{П.И.2})$$

Предполагая, что $eV \ll v_F/a$, можно заменить всюду $ka \rightarrow k_F a$. Видно, что выражения $|t(\varepsilon)|^2$, $|t(\varepsilon)|^4$ содержат комплексную величину e^{ikL} , которая рассматривается как новая переменная. Затем можно выполнить усреднение этих выражений по энергии, используя формулы, приведенные в *Приложении I*.

Список литературы

- [1] Y. Aharonov, D. Bohm. Phys. Rev., **115** (3), 485 (1959).
- [2] Y. Aharonov, D. Bohm. Phys. Rev., **130** (4), 1625 (1963).
- [3] M. Büttiker, Y. Imry, M.Y. Azbel. Phys. Rev. A, **30** (4), 1982 (1984).
- [4] M. Büttiker, Y. Imry, R. Landauer, S. Pinhas. Phys. Rev. B, **31** (10), 6207 (1985).
- [5] E.A. Jagla, C.A. Balseiro. Phys. Rev. Lett., **70** (5), 639 (1993).
- [6] A.P. Dmitriev, I.V. Gornyi, V.Y. Kachorovskii, D.G. Polyakov. Phys. Rev. Lett., **105** (3), 036402 (2010).
- [7] P.M. Shmakov, A.P. Dmitriev, V.Y. Kachorovskii. Phys. Rev. B, **85** (7), 75422 (2012).
- [8] P.M. Shmakov, A.P. Dmitriev, V.Y. Kachorovskii. Phys. Rev. B, **87** (23), 235417 (2013).
- [9] A.P. Dmitriev, I.V. Gornyi, V.Y. Kachorovskii, D.G. Polyakov, P.M. Shmakov. JETP Lett., **100** (12), 839 (2015).
- [10] A.P. Dmitriev, I.V. Gornyi, V.Y. Kachorovskii, D.G. Polyakov. Phys. Rev. B, **96** (11), 115417 (2017).
- [11] D.E. Feldman, Y. Gefen, A. Kitaev, K.T. Law, A. Stern. Phys. Rev. B, **76** (8), 085333 (2007).
- [12] C. Wang, D.E. Feldman. Phys. Rev. B, **82** (16), 165314 (2010).
- [13] G. Yang. Phys. Rev. B, **91** (11), 115109 (2015).
- [14] R.A. Niyazov, D.N. Aristov, V.Y. Kachorovskii. npj Comput. Mater., **6** (1) (2020).
- [15] K. Kobayashi, M. Hashisaka. J. Phys. Soc. Jpn., **90** (10), 102001 (2021).
- [16] R.A. Niyazov, I.V. Krainov, D.N. Aristov, V.Y. Kachorovskii. JETP Lett., **119** (5), 372 (2024).
- [17] H.R. Shea, R. Martel, P. Avouris. Phys. Rev. Lett., **84** (19), 4441 (2000).
- [18] V. Piazza, F. Beltram, W. Wegscheider, C.-T. Liang, M. Pepper. Phys. Rev. B, **62** (16), R10630 (2000).
- [19] A. Fuhrer, S. Lüscher, T. Ihn, T. Heinzel, K. Ensslin, W. Wegscheider, M. Bichler. Nature, **413** (6858), 822 (2001).
- [20] U.F. Keyser, C. Fühner, S. Borck, R.J. Haug, M. Bichler, G. Abstreiter, W. Wegscheider. Phys. Rev. Lett., **90** (19), 196601 (2003).
- [21] S. Zou, D. Maspoch, Wang, C.A. Mirkin, G.C. Schatz. Nano Lett., **7** (2), 276 (2007).
- [22] D.N. Aristov, P. Wölfle. Phys. Rev. B, **84** (15), 155426 (2011).
- [23] D.N. Aristov, A.P. Dmitriev, I.V. Gornyi, V.Y. Kachorovskii, D.G. Polyakov, P. Wölfle. Phys. Rev. Lett., **105** (26), 266404 (2010).
- [24] D.N. Aristov, I.V. Gornyi, D.G. Polyakov, P. Wölfle. Phys. Rev. B, **95** (15), 155447 (2017).
- [25] Y. Blanter, M. Büttiker. Phys. Rep., **336** (1-2), 1 (2000).
- [26] M.J.M. de Jong, C. W. J. Beenakker. *Mesoscopic Electron Transport*, ed. by L. Söhn, L. Kouwenhoven, G. Schön, 345 *NATO ASI Series E*, 225–258 (Kluwer Academic Publishing, Dordrecht, 1997).

Редактор А.Н. Смирнов

High-temperature shot noise in the single-channel Aharonov-Bohm interferometer

R.A. Niyazov^{1,2}, I.V. Krainov¹, D.N. Aristov^{1,2,3}, V.Y. Kachorovskii¹

¹ Ioffe Institute,
194021 St. Petersburg, Russia

² Petersburg Nuclear Physics Institute named
by B.P. Konstantinov of NRC „Kurchatov Institute“,
188300 Gatchina, Russia

³ Department of Physics,
St. Petersburg State University,
199034 St. Petersburg, Russia

Abstract Shot noise is theoretically investigated in Aharonov-Bohm interferometers formed by single-channel spinless quantum wires. Analysis focuses on the experimentally important regime of relatively high temperatures, where thermal energy exceeds the level spacing. It is shown that quantum interference effects dramatically alter current fluctuations even when coherence suppression might be expected. The Fano factor — the ratio of shot noise power to Schottky noise — is demonstrated to exhibit sharp, periodically repeating resonances as a function of magnetic flux. For symmetric interferometers, these resonances occur at half-integer flux quanta, while geometric asymmetry leads to additional features at integer flux values. It is found that interferometers with different contact configurations can possess identical conductance but substantially different noise characteristics, enabling experimental determination of contact properties through combined measurements of conductance and noise. The obtained results allow for direct experimental verification and propose noise spectroscopy and characterization of mesoscopic devices as a powerful tool complementary to conductance measurements.