

Определение оптимальной пространственной ориентации фоторефрактивного кристалла GaAs при встречном четырехволновом взаимодействии

© В.Н. Навныко

Мозырский государственный педагогический университет имени И.П. Шамякина,
Мозырь, Республика Беларусь
e-mail: valnav@inbox.ru

Поступила в редакцию 05.01.2025 г.

В окончательной редакции 21.02.2025 г.

Принята к публикации 21.02.2025 г.

Теоретически исследована зависимость коэффициента отражения при встречном четырехволновом взаимодействии в фоторефрактивном полупроводнике GaAs от его пространственной ориентации. Для расчетов использовались уравнения связанных волн, при составлении которых допускалось, что в кристалле формируются вторичные комбинированные голографические решетки с фазово-амплитудной структурой. В теоретической модели учитывался совместный вклад линейного электрооптического, фотоупругого, обратного пьезоэлектрического эффектов, а также естественное поглощение регистрирующей среды. Установлено, что при использовании полупроводника GaAs максимальная эффективность дифракции при встречном четырехволновом взаимодействии достигается в случае, когда нормаль к плоскости среза кристалла ориентирована вдоль одного из направлений $\langle 234 \rangle$. В случае, когда нормаль к плоскости среза направлена вдоль $\langle 112 \rangle$ и $\langle 111 \rangle$, коэффициент отражения может достигать соответственно 90% и 80% от максимально возможной величины.

Ключевые слова: четырехволновое взаимодействие, обращение волнового фронта, фоторефрактивный кристалл, коэффициент отражения, уравнения связанных волн.

DOI: 10.61011/OS.2025.11.62168.7524-25

Введение

Фоторефрактивные кристаллы (ФРК) широко используются в качестве светочувствительных регистрирующих элементов при создании голографических интерферометров, фильтров оптического излучения, систем голографической памяти и оптических модуляторов [1]. Изучение особенностей распространения и взаимодействия фоторефрактивных оптических пространственных солитонов продемонстрировало перспективность использования ФРК при разработке современных оптических сетей и волноводов [2]. В недавних публикациях [3–5] показана принципиальная возможность использования ФРК при разработке систем искусственного интеллекта и машинного обучения. Авторами в [3] представлен прототип фотонной фоторефрактивной коммутационной матрицы, предназначенной для обучения нейронной сети. Экспериментально подтверждена штатная работа фоторефрактивных компонентов матрицы и успешная передача сигналов через оптический процессор. В [4,5] показано, что солитонные фоторефрактивные нейронные сети, имитирующие функциональное поведение биологической нервной ткани, потенциально могут применяться для побитового запоминания и распознавания информации. Нейронная сеть изменяется и адаптируется к входящим сигналам, запоминая и распознавая их за счет фоторефрактивной нелинейности, которая

функционально используется как аналог биологической нейропластичности. С современными достижениями в области исследований закономерностей дифракции и взаимодействия световых волн на динамических фоторефрактивных решетках, а также технологическими возможностями использования ФРК в оптических приложениях можно ознакомиться в [6,7].

Открытие обращения волнового фронта при четырехволновом взаимодействии (ЧВВ) в динамической среде, которое описано в пионерской работе [8], привело к разработке новых методов управления пространственной структурой световых пучков, оптической обработки и записи информации (см., например, [9]). Использование ФРК в качестве динамической регистрирующей среды при обращении волнового фронта стимулировало создание лазеров на динамических решетках, которые допускают тонкую перестройку частоты излучения при генерации [10]. В настоящее время рядом научных групп продолжаются исследования закономерностей ЧВВ на динамических фоторефрактивных решетках. Особенности теоретического моделирования энергетического обмена между световыми волнами при вырожденном ЧВВ в фоторефрактивной регистрирующей среде изучены в [11]. Авторами исследуются границы применимости приближения неистощимой накачки при анализе особенностей обращения волнового фронта в ФРК методом малых возмущений. В работе [12] авторами изучается

возможность подавления турбулентности для когерентных оптических каналов в свободном пространстве за счет использования эффекта фазового сопряжения при вырожденном ЧВВ. Продемонстрирована возможность автоматического подавления турбулентности в когерентной линии при реализации самонакачивающегося фазового сопряжения в ФРК. Авторами [13] изучаются способы замедления оптических импульсов за счет нелинейной дисперсии при невырожденном по частоте ЧВВ в полупроводнике CdTe. Показано, что конфигурация голографической установки может быть настроена таким образом, что возникающая при ЧВВ фазово-сопряженная волна будет замедляться, а прошедшая волна — ускоряться.

Полупроводник GaAs является одним из широко используемых в оптических приложениях фоторефрактивных материалов, поскольку ему характерна высокая скорость голографической записи и близкая к теоретическому пределу голографическая чувствительность [14]. Привлекательность такого ФРК обусловлена возможностью перехода в инфракрасный диапазон спектра при его использовании в качестве нелинейной регистрирующей среды. Нахождению экстремальных направлений волнового вектора фазовой голографической решетки (далее — решетки) в кристаллографической системе координат, вдоль которых амплитуда модуляции показателя преломления кристалла GaAs достигает наибольших значений, посвящена работа [15]. Показано, что среди кристаллографических направлений $\langle 100 \rangle$, $\langle 110 \rangle$, $\langle 111 \rangle$ и $\langle 112 \rangle$ наиболее близкое к теоретическому максимуму значение модуляции показателя преломления кристалла GaAs может быть достигнуто при ориентации волнового вектора решетки вдоль направления $\langle 110 \rangle$. Однако, как показано в ранней работе [16], для кристалла GaAs характерна запись комбинированных (фазово-амплитудных) решеток, у которых наличие фазовых компонент обусловлено модуляцией диэлектрической проницаемости регистрирующей среды, а наличие амплитудных компонент — модуляцией нелинейного поглощения при появлении в ФРК электрического поля пространственно разделенных зарядов. В [17] показано, что наряду с фазовой компонентой дополнительный учет амплитудной составляющей формирующихся в кристалле GaAs комбинированных решеток приводит к лучшему согласованию результатов теоретических расчетов ориентационной зависимости коэффициента отражения с экспериментальными данными. Вопросы нахождения оптимальных условий при ЧВВ на фазовых решетках в полупроводнике GaAs частично рассматривались в [18]. В работе теоретически проанализирована зависимость коэффициента отражения от ориентационного угла кристалла и его толщины для случая, когда накачивающие и сигнальные волны имеют p - или s -поляризации. Показано, что в отсутствие оптической активности при фиксированных азимутах поляризаций световых волн оптимальные значения ориентационного угла, для которых достигается наибольший коэффици-

ент отражения при ЧВВ, остаются постоянными, если толщина кристалла не превышает 8 mm. Полученные в [18] результаты справедливы только в частном случае, поскольку в работе анализировался кристалл GaAs с фиксированной плоскостью среза и не рассматривался вопрос о нахождении оптимальных значений азимутов поляризаций световых волн, при которых отраженная волна имеет максимальную интенсивность.

При решении задачи об определении наиболее выгодных параметров голографической установки по обращению волнового фронта в ФРК, при которых эффективность дифракции на динамических решетках будет максимальной, в первую очередь следует найти оптимальную пространственную ориентацию кристалла. В случае неудачного выбора пространственной ориентации кристалла амплитудные изменения показателя преломления и коэффициента поглощения комбинированной решетки примут близкие к нулю значения, и эффективность дифракции будет минимальной независимо от величины остальных параметров голографической установки (например, толщина и ориентационный угол кристалла, азимуты поляризации и отношение интенсивностей световых волн, значения углов Брэгга и др.), что следует, например, из [19,20]. При выборе оптимальной пространственной ориентации кристалла посредством изменения параметров голографической установки далее уже можно управлять эффективностью дифракции на динамических решетках, изменяя ее от нуля до максимально возможной. Поскольку в ФРК класса симметрии $43m$ условия дифракции практически не зависят от толщины кристалла ввиду отсутствия оптической активности, длину оптического взаимодействия световых волн можно не учитывать при нахождении оптимальных условий ЧВВ для такого класса нелинейных сред. В дальнейшем среди основных параметров голографической установки ограничимся рассмотрением влияния ориентационного угла кристалла и азимутов поляризации волн на коэффициент отражения при ЧВВ, так как эффективность дифракции на решетках в кубических ФРК очень чувствительна к выбору их значений [21,22].

Задача о нахождении оптимальных пространственных ориентаций фоторефрактивного полупроводника GaAs относительно плоскости падения, для которых достигается наибольшая эффективность дифракции при ЧВВ, а также определение соответствующих таким ориентациям значений коэффициента отражения к настоящему времени, насколько нам известно, не рассматривалась. В большинстве исследований изучаются частные голографические конфигурации или не учитывается фазово-амплитудная структура формируемых в таком кристалле решеток. Решение такой задачи было бы весьма полезным с точки зрения повышения эффективности использования полупроводников GaAs в оптических приложениях за счет оптимальной настройки голографической установки.

Целью настоящего исследования является определение максимальных значений коэффициента отраже-

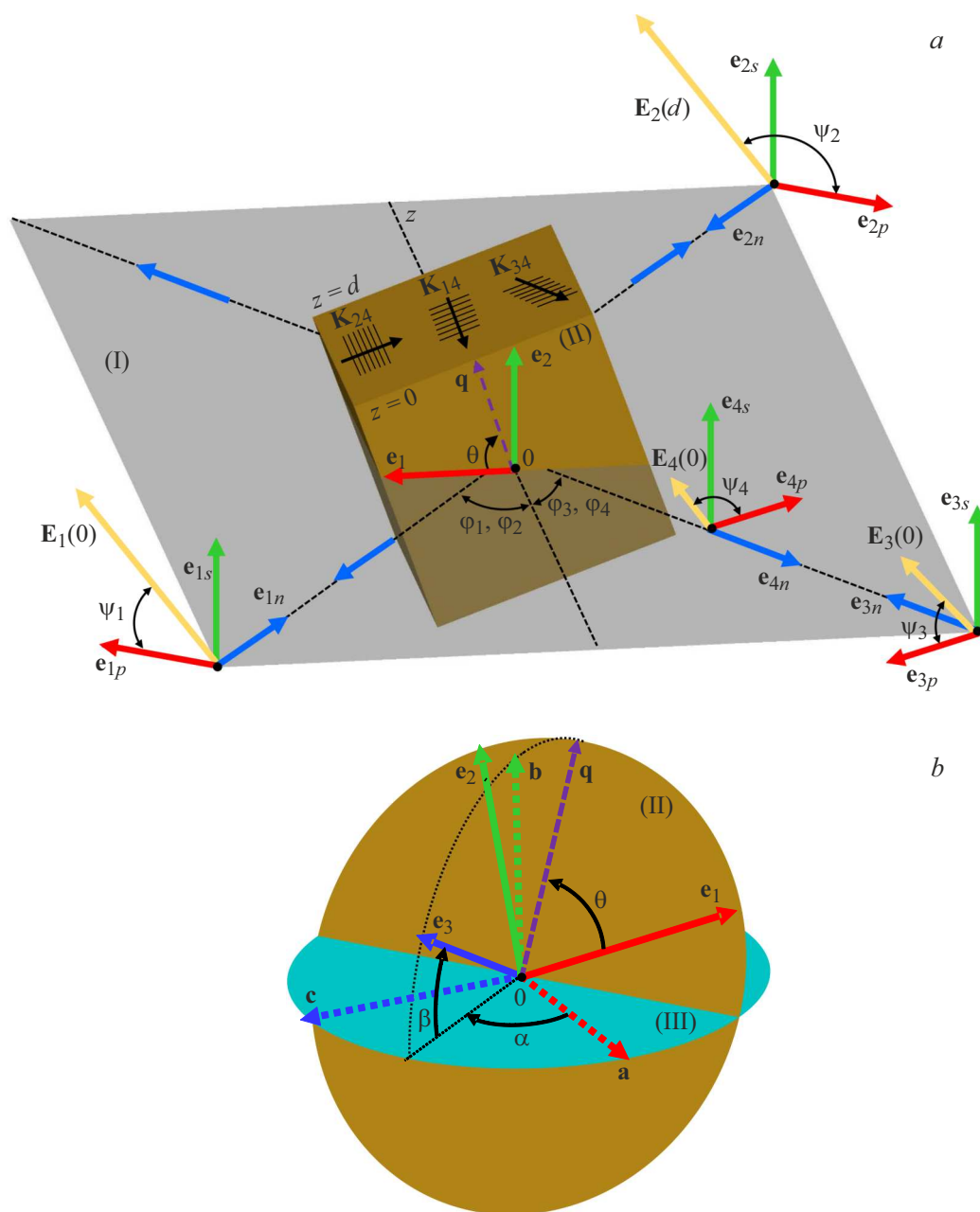


Рис. 1. Геометрическая схема встречного ЧВВ взаимодействия в фоторефрактивном кристалле (a); определение взаимной ориентации кристаллографической и лабораторной систем координат через углы α, β и θ (b).

ния при встречном вырожденном по частоте ЧВВ на комбинированных решетках в фоторефрактивном полупроводнике GaAs и нахождение соответствующих пространственных ориентаций кристалла относительно плоскости падения голографической установки. В теоретической модели будет учтено совместное действие линейного электрооптического, фотоупругого и обратного пьезоэлектрического эффектов, а также естественное поглощение кристалла и изменение интенсивности световых волн при их самодифракции на записываемых решетках. В работе будет также проведен сравнительный анализ между оптимизированными по ориентацион-

ному углу кристалла и азимутам линейной поляризации световых волн значениями коэффициента отражения, рассчитанными для кристаллографических направлений $\langle 100 \rangle$, $\langle 110 \rangle$, $\langle 111 \rangle$ и $\langle 112 \rangle$.

Схема четырехволнового взаимодействия и методика решения задачи

Рассмотрим представленную на рис. 1, a геометрическую схему вырожденного встречного ЧВВ в фото-

рефрактивном полупроводнике GaAs. Линейно поляризованные накачивающие 1, 2 и сигнальная 3 световые волны вызывают первоначальную запись в кристалле одной пропускающей и двух отражательных решеток. В результате рассеяния световых волн на первичных решетках образуется обращенная волна 4, которая является фазово-сопряженной относительно сигнальной волны 3. Попарная интерференция обращенной волны 4 с накачивающими 1, 2 и сигнальной 3 волнами приводит к дополнительной записи вторичных пропускающей и двух отражательных решеток. Таким образом, при встречном ЧВВ голографическая запись в ФРК происходит в два этапа, в результате которой может формироваться до шести решеток [10,14]. Для упрощения дальнейшего анализа закономерностей формирования обращенного волнового фронта ограничимся учетом дифракционных вкладов только трех вторичных решеток. Вторичная пропускающая решетка 24, которой на рис. 1, а соответствует волновой вектор \mathbf{K}_{24} , образуется в результате интерференции обращенной волны 4 с волной накачки 2. Вторичным отражательным решеткам 14 и 34, появляющимся в результате попарной интерференции обращенной волны 4 с волной накачки 1 и сигнальной волной 3, на рис. 1, а соответствуют волновые векторы \mathbf{K}_{14} и \mathbf{K}_{34} . Параллельные сплошные линии, пересекающие векторы \mathbf{K}_{14} , \mathbf{K}_{24} и \mathbf{K}_{34} , условно отображают периодически расположенные рассеивающие плоскости соответствующих решеток. Интенсивность обращенного волнового фронта является результатом энергетического обмена между световыми волнами и определяется когерентным сложением дифракционных вкладов вторичных решеток.

На рис. 1, а ортонормированные базисы (\mathbf{e}_{jp} , \mathbf{e}_{js} , \mathbf{e}_{jn}), где $j = 1, 2, 3, 4$, используются для задания систем координат, в которых определяются направления распространения и состояния поляризации световых волн. Векторы \mathbf{e}_{jp} и \mathbf{e}_{jn} лежат в плоскости падения (I), а векторы \mathbf{e}_{js} перпендикулярны ей. Вектор \mathbf{e}_{jn} совпадает по направлению с волновой нормалью j -й световой волны. Полагаем, что световые волны являются линейно поляризованными, которым соответствуют векторные амплитуды E_j . Азимуты поляризации ψ_j используются для задания направления векторов E_j и отсчитываются от векторов \mathbf{e}_{jp} против часовой стрелки, если смотреть навстречу соответствующим волновым нормальям световых волн. Ортонормированный базис (\mathbf{e}_1 , \mathbf{e}_2 , \mathbf{e}_3) жестко связан с параллельной плоскости падения (I) поверхностью голографического стола и используется для задания лабораторной системы координат. Отметим, что векторы \mathbf{e}_1 и \mathbf{e}_2 лежат в плоскости среза кристалла (II), а вектор \mathbf{e}_3 перпендикулярен этой плоскости. Единичный вектор \mathbf{q} имеет фиксированное направление в кристаллографической системе координат и фиксирован в плоскости среза кристалла (II) под ориентационным углом θ к вектору \mathbf{e}_1 . Толщина d является длиной оптического взаимодействия между световыми волнами и отсчитывается вдоль оси Oz , совпадающей по направлению с вектором \mathbf{e}_3 . Углы Брэгга φ_j отсчи-

тываются в плоскости падения (I) между осью Oz и соответствующими векторами \mathbf{e}_{jn} .

Методика задания пространственной ориентации кристаллической решетки полупроводника относительно лабораторной системы координат проиллюстрирована на рис. 1, б. Единичные векторы ортонормированного базиса (\mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c}) параллельны осям кристаллографической системы координат: $\mathbf{a} \parallel [100]$, $\mathbf{b} \parallel [010]$ и $\mathbf{c} \parallel [001]$. Плоскость (II) на рис. 1, б совпадает с плоскостью среза кристалла (II) на рис. 1, а. Плоскость (III) проходит через точку отсчета и содержит векторы \mathbf{a} и \mathbf{c} . Вектор \mathbf{q} лежит на пересечении плоскости (II) с плоскостью, которая содержит векторы \mathbf{e}_3 и \mathbf{b} . Для нахождения пространственной ориентации кристалла необходимо с использованием углов α , β и θ задать направление единичных векторов (\mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c}) в лабораторной системе координат. Углы α и β фиксируют направление вектора \mathbf{e}_3 в кристаллографической системе координат. Поскольку вектор \mathbf{e}_3 перпендикулярен поверхности (II), заданием углов α и β также определяется и плоскость среза кристалла. Ориентационный угол θ фиксирует угол поворота кристалла относительно вектора \mathbf{e}_3 (ось Oz). Например, для углов $\alpha = 90^\circ$ и $\beta = 135^\circ$ плоскость среза кристалла (II) становится параллельной (110). При этом в случае $\theta = 0^\circ$ вектор \mathbf{q} в плоскости (II) направлен противоположно вектору \mathbf{e}_2 и с увеличением ориентационного угла вращается против часовой стрелки, если смотреть навстречу вектору \mathbf{e}_3 .

Для нахождения поляризационных компонент $E_{4p}(0) = E_4(0) \cos \psi_4$ и $E_{4s}(0) = E_4(0) \sin \psi_4$ векторной амплитуды $E_4(0)$ обращенной волны 4 используются приведенные в [23] уравнения связанных волн. Поскольку задача рассматривается с учетом взаимного влияния записываемых в кристалле комбинированных решеток и записывающих световых волн за счет эффекта самодифракции, при расчетах компоненты $E_{4p}(0)$ и $E_{4s}(0)$ находятся в результате численного решения уравнений связанных волн известным методом пристрелки [24]. В данном случае уравнения связанных волн представляют собой двухточечную граничную задачу с начальными условиями $E_{1p}(0) = E_1 \cos \psi_1$, $E_{1s}(0) = E_1 \sin \psi_1$, $E_{2p}(d) = E_2 \cos \psi_2$, $E_{2s}(d) = E_2 \sin \psi_2$, $E_{3p}(0) = E_3 \cos \psi_3$, $E_{3s}(0) = E_3 \sin \psi_3$, $E_{4p}(0) = E_4 \cos \psi_4$, $E_{4s}(0) = E_4 \sin \psi_4$. Аналитические выражения, используемые для нахождения изменения компонент обратного тензора диэлектрической проницаемости кубического ФРК, которые возникают при записи фазовой решетки, приведены в [25]. Эффективность дифракции при обращении волнового фронта определяется через коэффициент отражения R , который равен отношению [14] $I_4(0)/I_3(0)$, где $I_3(0)$ и $I_4(0)$ — интенсивности сигнальной и обращенной волн при $z = 0$.

Для нахождения пространственных ориентаций кристалла, при которых достигается наибольшая эффективность обращения волнового фронта, необходимо исследовать зависимость оптимизированных по ориента-

ционному углу θ и азимутам поляризаций ψ_1, ψ_2, ψ_3 значений коэффициента отражения R^{opt} от направления вектора \mathbf{e}_3 в кристаллографической системе координат. При фиксированной ориентации вектора \mathbf{e}_3 ($\alpha, \beta = \text{const}$) оптимизированный коэффициент отражения R^{opt} находится в результате определения наибольшей величины из массива значений коэффициента отражения, полученных при переборе физически различных значений ориентационного угла и азимутов поляризаций. При повторении такой процедуры для различных значений углов α и β каждому направлению вектора \mathbf{e}_3 в кристаллографической системе координат можно поставить в соответствие оптимизированный коэффициент отражения R^{opt} . Направления вектора \mathbf{e}_3 , для которых R^{opt} принимает максимальное значение ($R^{\text{opt}} = R^{\text{max}}$), будут соответствовать оптимальным пространственным ориентациям кристалла при ЧВВ. Для визуализации полученных результатов в кристаллографической системе координат строится поверхность $R^{\text{opt}}(\mathbf{e}_3)$ [26], радиус-вектор которой пропорционален значениям R^{opt} в данном направлении вектора \mathbf{e}_3 . По определению коэффициент отражения может принимать только положительные значения, и поэтому все точки поверхности $R^{\text{opt}}(\mathbf{e}_3)$ окрашиваются в один цвет.

При численном решении уравнений связанных волн использовались следующие материальные параметры кристалла GaAs на длине волны $\lambda = 1064 \cdot 10^{-9}$ м: показатель преломления невозмущенного кристалла $n_0 = 3.48$ [16]; электрооптический коэффициент $r_{41} = -1.43 \cdot 10^{-12}$ м/В [16]; коэффициенты упругости $c_1 = 11.88 \cdot 10^{10}$ Н/м², $c_2 = 5.38 \cdot 10^{10}$ Н/м², $c_3 = 5.94 \cdot 10^{10}$ Н/м² [16]; коэффициенты фотоупругости $p_1 = -0.165$, $p_2 = p_3 = -0.14$, $p_4 = -0.072$ [27]; пьезоэлектрический коэффициент $e_{14} = 0.154$ С/м² [16]. Здесь приняты следующие обозначения для ненулевых компонент тензоров линейного электрооптического (\tilde{r}), фотоупругого (\tilde{p}) и обратного пьезоэлектрического (\tilde{e}) эффектов, а также компонент тензора упругости (c^E): $r_{123}^S = r_{132}^S = r_{213}^S = r_{231}^S = r_{312}^S = r_{321}^S \equiv r_{41}$, $e_{123} = e_{132} = e_{213} = e_{231} = e_{312} = e_{321} \equiv e_{14}$, $c_{11}^E = c_{22}^E = c_{33}^E \equiv c_1$, $c_{12}^E = c_{13}^E = c_{23}^E = c_{21}^E = c_{31}^E = c_{32}^E \equiv c_2$, $c_{44}^E = c_{55}^E = c_{66}^E \equiv c_3$, $p_{11}^E = p_{22}^E = p_{33}^E \equiv p_1$, $p_{12}^E = p_{23}^E = p_{31}^E \equiv p_2$, $p_{13}^E = p_{21}^E = p_{32}^E \equiv p_3$, $p_{44}^E = p_{55}^E = p_{66}^E \equiv p_4$. Отметим, что для ФРК класса $\bar{4}3m$ в соответствии с правилами симметрии компоненты p_2 и p_3 равняются друг другу. Коэффициент линейного поглощения кристалла принимается равным $\alpha = 30$ м⁻¹. При расчетах фазовые компоненты комбинированных решеток относительно записывающих интерференционных картин полагаются пространственно смещенными на четверть периода, а амплитудные компоненты — несмещенными. При выборе азимутов поляризаций ψ_j руководствуемся правилом, что векторы напряженности \mathbf{E}_j при распространении волн в кристалле остаются параллельными друг другу, которое справедливо при выполнении условия $\psi_1 = \psi_2 = 180^\circ - \psi_3 = \psi$. Амплитуды напряженности электрического поля пространственно разделенных

зарядов при формировании в ФРК комбинированных решеток принимаются равными 2 кВ/см. Коэффициенты, которые используются в [23] для задания связи между волнами при их дифракции на амплитудных компонентах комбинированных решеток, берутся равными 20 м⁻¹. Угол Брэгга в кристалле при решении уравнений связанных волн принимается равным 5°.

Ввиду высокой голографической чувствительности кристалла GaAs в большинстве исследований при записи решеток использовались световые пучки с плотностями интенсивностей от нескольких десятков до сотен мВт/см² (см., например, [14,16,21]). Представленные в настоящей работе данные получены для такого же интервала плотностей интенсивности, причем интенсивности накачивающих волн на входе в кристалл при расчетах принимаются равными друг другу, а их отношение к начальной интенсивности сигнальной волны составляет 20:1. Приведенные далее результаты оптимизации не зависят от изменения интенсивностей световых волн только в случае сохранения отношений между ними. Если начальные значения интенсивностей выбраны таким образом, что принятые при расчетах отношения между ними нарушаются, то результаты работы следует пересчитать с использованием описанной выше методики.

Результаты и их обсуждение

На рис. 2, а представлена поверхность $R^{\text{opt}}(\mathbf{e}_3)$, иллюстрирующая график зависимости оптимизированных значений коэффициента отражения R^{opt} от пространственной ориентации кристалла GaAs, задаваемой через направление вектора \mathbf{e}_3 . На построении векторами обозначена кристаллографическая система координат: $x_1 \parallel [100]$, $x_2 \parallel [010]$, $x_3 \parallel [001]$. Тонкие сплошные линии, параллельные осям $\langle 100 \rangle$, являются дополнительным построением для отображения шкалы с делениями измеряемой физической величины. Диагональные тонкие сплошные линии, параллельные осям $\langle 111 \rangle$, используются для удобства рассмотрения внешней симметрии построенной поверхности.

Поверхность $R^{\text{opt}}(\mathbf{e}_3)$ представляет собой симметричную фигуру, которая может совместиться сама с собой в результате преобразований симметрии. Внешняя симметрия поверхности $R^{\text{opt}}(\mathbf{e}_3)$ в соответствии с принципом Неймана [26] включает полное сочетание элементов симметрии кристаллического многогранника планального класса кубической сингонии. Вдоль $\langle 100 \rangle$ направлены инверсионные оси симметрии 4-го порядка, поскольку фигура совмещается сама с собой при симметричном преобразовании, включающем поворот на 90° относительно осей и отражения в точке отсчета. Фигура совмещается при повороте на 120° относительно направленных вдоль $\langle 111 \rangle$ поворотных осей симметрии третьего порядка. Внешняя симметрия фигуры также соответствует шести плоскостям симметрии, расположен-

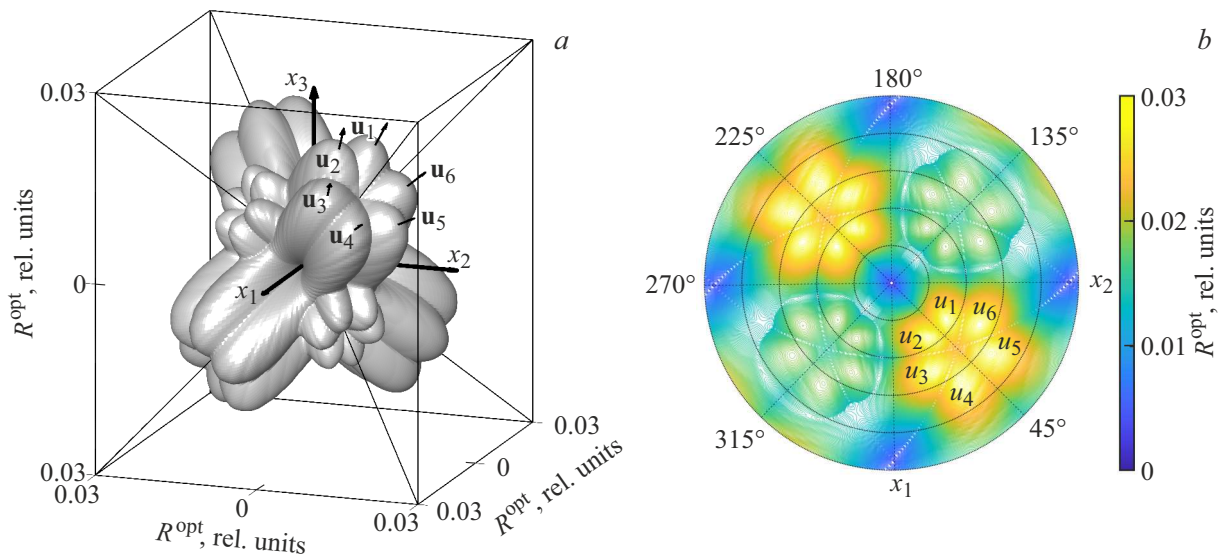


Рис. 2. Указательная поверхность графика зависимости оптимизированных значений коэффициента отражения от пространственной ориентации кристалла (а), указательная поверхность в стереографической проекции на плоскость x_1x_2 (b).

ным параллельно $\{110\}$. Описанные элементы симметрии в полной мере отвечают точечной группе симметрии кристаллического многогранника GaAs.

Как следует из рис. 2, а, экстремальные направления поверхности, для которых выполняется условие $R^{\text{opt}} = R^{\text{max}}$, являются симметрично эквивалентными и отличаются от стандартных кристаллографических направлений $\langle 100 \rangle$, $\langle 110 \rangle$, $\langle 111 \rangle$ и $\langle 112 \rangle$, рассматриваемых в литературе (см., например, [16,19–21,28]). Максимальные значения оптимизированного коэффициента отражения достигаются вдоль комплекса симметрично эквивалентных направлений $\langle 234 \rangle$. В качестве примера на рис. 2, а пучком векторов \mathbf{u}_1 – \mathbf{u}_6 обозначены экстремальные направления ($\mathbf{u}_1 \parallel [234]$, $\mathbf{u}_2 \parallel [324]$, $\mathbf{u}_3 \parallel [423]$, $\mathbf{u}_4 \parallel [432]$, $\mathbf{u}_5 \parallel [342]$ и $\mathbf{u}_6 \parallel [243]$), симметрично расположенные относительно оси $[111]$, вдоль которых оптимизированный коэффициент отражения достигает своего абсолютного максимума $R^{\text{max}} = 2.8 \cdot 10^{-2}$. Направления $\langle 234 \rangle$ являются полярными [26], поскольку отложенные вдоль таких направлений в противоположные стороны радиусы-векторы к точкам поверхности $R^{\text{opt}}(\mathbf{e}_3)$ имеют различные по величине модули и не совмещаются друг с другом преобразованиями симметрии. Например, вдоль направления $[234]$ достигается максимальное значение оптимизированного коэффициента отражения $R^{\text{max}} = 2.8 \cdot 10^{-2}$, а в противоположном направлении $[\bar{2}\bar{3}\bar{4}]$ параметр R^{opt} равен $2 \cdot 10^{-2}$.

Для более точного отображения симметрии рассматриваемой фигуры на рис. 2, b показана стереографическая проекция поверхности $R^{\text{opt}}(\mathbf{e}_3)$ на проходящую через начало кристаллографической системы координат и параллельную (001) плоскость. На построении показаны стереографические проекции векторов \mathbf{u}_1 – \mathbf{u}_6 и направление $[111]$. Из рис. 2, b видно, что для исследуемой

поверхности в окрестности поворотных осей третьего порядка характерно наличие комплекса из шести симметрично расположенных максимумов функции $R^{\text{opt}}(\mathbf{e}_3)$, которые достигаются вдоль экстремальных направлений $\langle 234 \rangle$. При этом, как следует из рис. 2, если с одной стороны параллельной $\langle 111 \rangle$ поворотной оси симметрично расположены шесть абсолютных максимумов ($R^{\text{max}} = 2.8 \cdot 10^{-2}$), то с противоположной стороны — шесть локальных максимумов ($R^{\text{opt}} = 2 \cdot 10^{-2}$). Поскольку разность значений R^{opt} в абсолютных и локальных максимумах поверхности $R^{\text{opt}}(\mathbf{e}_3)$ достигает практически 25%, при настройке голографической установки следует учитывать несимметричность энергетического обмена между световыми волнами при изменении пространственной ориентации кристаллического образца на 180° .

Представленные на рис. 2 данные позволяют определить экстремальные направления и оценить внешнюю симметрию поверхности $R^{\text{opt}}(\mathbf{e}_3)$. Однако для сравнения оптимизированных значений коэффициента отражения, которые достигаются при использовании типичных для экспериментальных исследований пространственных ориентаций кристалла GaAs ($\mathbf{e}_3 \parallel \langle 100 \rangle$, $\langle 110 \rangle$, $\langle 111 \rangle$, $\langle 112 \rangle$), следует проанализировать соответствующие сечения фигуры. На рис. 3, а–б, а показаны взаимные ориентации поверхности и проходящих через начало отсчета секущих плоскостей, которые отображены в виде серых многоугольников. Форма многоугольников соответствует геометрическому месту точек секущих плоскостей, которые находятся внутри объема куба, ограниченного параллельными осям $\langle 100 \rangle$ сплошными линиями. На рис. 3, б–б, б черными сплошными линиями представлены следы соприкосновения поверхности с секущими плоскостями. Для удобства рассмотрения рисунков на них дополнительно векторами показаны

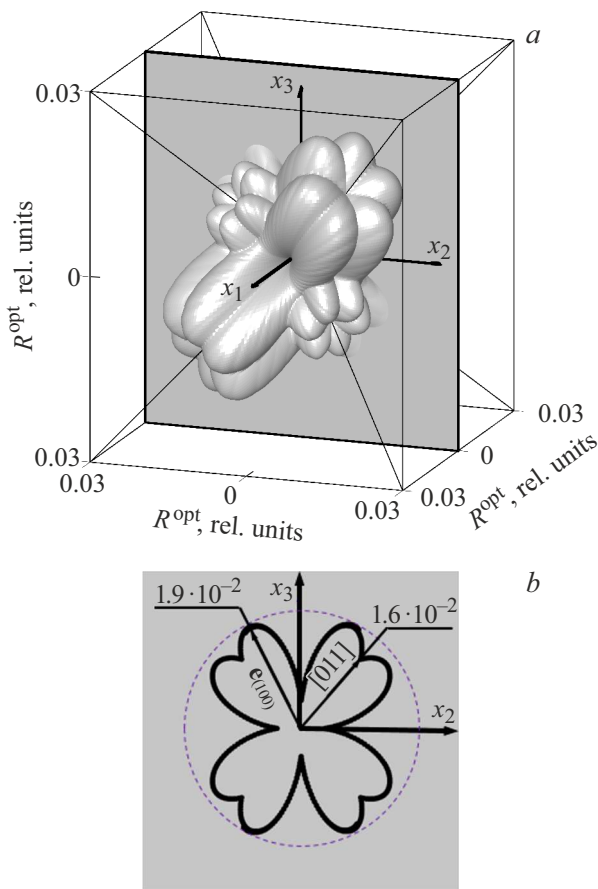


Рис. 3. Взаимное расположение указательной поверхности и параллельной (100) секущей плоскости (a), след указательной поверхности в секущей плоскости (b).

некоторые кристаллографические направления в секущей плоскости. Кроме того, с целью облегчения нахождения экстремальных направлений в секущей плоскости построены штриховые окружности, радиусы которых соответствуют точкам сечения поверхности с наибольшим значением R^{opt} . Радиус-вектор, построенный от точки отсчета к точке касания сечения поверхности с штриховой окружностью, будет являться одним из экстремальных направлений.

На рис. 3 представлен след соприкосновения поверхности $R^{\text{opt}}(\mathbf{e}_3)$ с параллельной (100) секущей плоскостью. Рассмотрение секущей плоскости с такой пространственной ориентацией обусловлено необходимостью сравнительного анализа оптимизированных коэффициентов отражения в голографических конфигурациях, когда вектор \mathbf{e}_3 параллелен направлениям $\langle 100 \rangle$ и $\langle 110 \rangle$. Как видно из рис. 3, b, сечение поверхности $R^{\text{opt}}(\mathbf{e}_3)$ представляет собой плоскую фигуру, которая совмещается сама с собой при повороте на 90° , что в соответствии с принципом Неймана объясняется перпендикулярностью секущей плоскости поворотной оси симметрии четвертого порядка. Кристаллографические направления $\langle 100 \rangle$ и $\langle 110 \rangle$ являются центрально-

симметричными, так как вдоль параллельных таким направлениям прямых достигаются одинаковые значения R^{opt} . В случае, когда плоскость среза (II) кристалла параллельна одной из плоскостей семейства $\{100\}$ ($\mathbf{e}_3 \parallel \langle 100 \rangle$), коэффициент отражения при оптимальных условиях достигает $R^{\text{opt}} = 5 \cdot 10^{-3}$. Втрое большее значение коэффициента отражения может достигнуто в случае, когда плоскость (II) параллельна $\{110\}$, поскольку при ориентации вектора \mathbf{e}_3 вдоль направлений $\langle 110 \rangle$ параметр R^{opt} приблизительно равен $1.6 \cdot 10^{-2}$. Однако направления $\langle 100 \rangle$ и $\langle 110 \rangle$ не являются экстремальными — в параллельной (100) секущей плоскости существуют такие направления, вдоль которых оптимизированный коэффициент отражения достигает своего локального максимума $R^{\text{opt}} = 1.9 \cdot 10^{-2}$. Для нахождения экстремальных направлений следует провести радиус-векторы из точки отсчета к четырем симметрично расположенным точкам касания штриховой окружности с сечением поверхности $R^{\text{opt}}(\mathbf{e}_3)$. Для большей наглядности на рис. 3, b одно из таких экстремальных направлений помечено вектором $\mathbf{e}_{(100)}$, который ориентирован под углом 30° к оси x_3 .

Для сравнения значений R^{opt} , которые можно достичь вдоль направлений $\langle 110 \rangle$ и $\langle 1\bar{1}1 \rangle$, рассмотрим

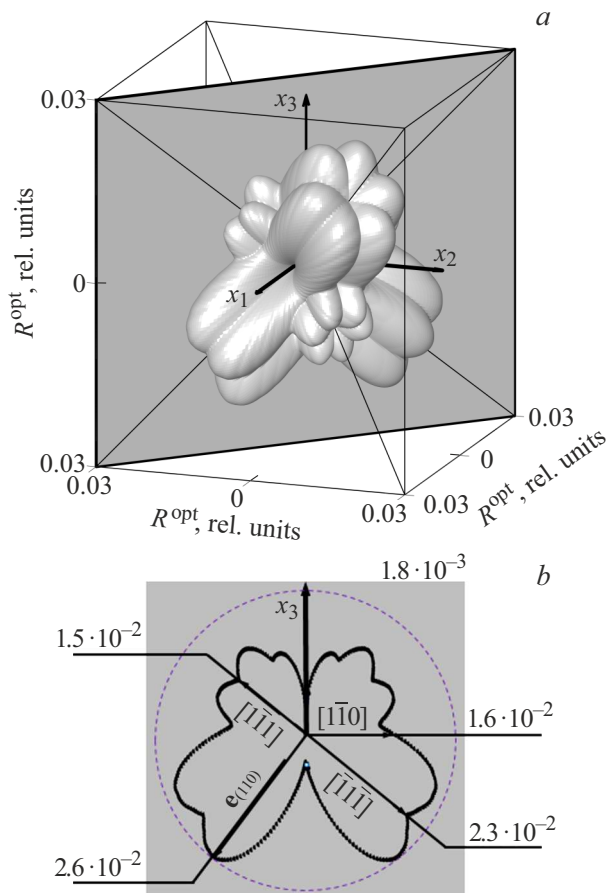


Рис. 4. Взаимное расположение указательной поверхности и параллельной (110) секущей плоскости (a), след указательной поверхности в секущей плоскости (b).

рис. 4 и 5, на которых проиллюстрированы сечения поверхности $R^{\text{opt}}(\mathbf{e}_3)$ плоскостями, параллельными (110) и (112). Как следует из представленных данных, если передняя грань кристалла (II) параллельна одной из комплекса симметрично эквивалентных плоскостей $\{111\}$, что соответствует случаю $\mathbf{e}_3 \parallel \langle 111 \rangle$, то при оптимальных условиях коэффициент отражения может достигать $2.3 \cdot 10^{-2}$. Это приблизительно в 4.6 и 1.35 раза больше, чем для рассмотренных ранее случаев, когда $\mathbf{e}_3 \parallel \langle 100 \rangle$ и $\mathbf{e}_3 \parallel \langle 110 \rangle$ соответственно. Следует отметить, что в отличие от $\langle 100 \rangle$ и $\langle 110 \rangle$ направления $\langle 111 \rangle$ являются полярными и ориентированные вдоль поворотных осей симметрии третьего порядка в противоположные стороны радиусы-векторы, модуль которых равняется R^{opt} , не совмещаются преобразованиями симметрии. Например, на рис. 4, *b* значение R^{opt} в направлении $[\bar{1}\bar{1}1]$ составляет $2.3 \cdot 10^{-2}$, а в вдоль $[1\bar{1}\bar{1}]$ — $1.5 \cdot 10^{-2}$. Ввиду симметричности поверхности $R^{\text{opt}}(\mathbf{e}_3)$ аналогичная разность в оптимизированных значениях коэффициента отражения достигается для направлений $[\bar{1}\bar{1}1]$ и $[11\bar{1}]$ (рис. 5, *b*). Направления $\langle 111 \rangle$ не являются экстремальными на рис. 4, *b* и 5, *b* — в секущих плоскостях существуют та-

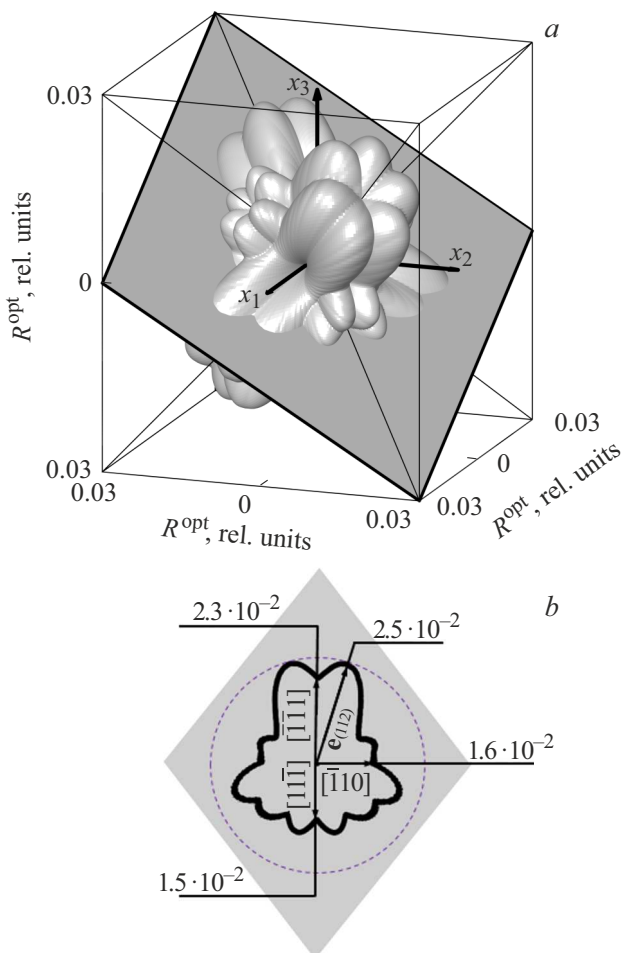


Рис. 5. Взаимное расположение указательной поверхности и параллельной (112) секущей плоскости (*a*), след указательной поверхности в секущей плоскости (*b*).

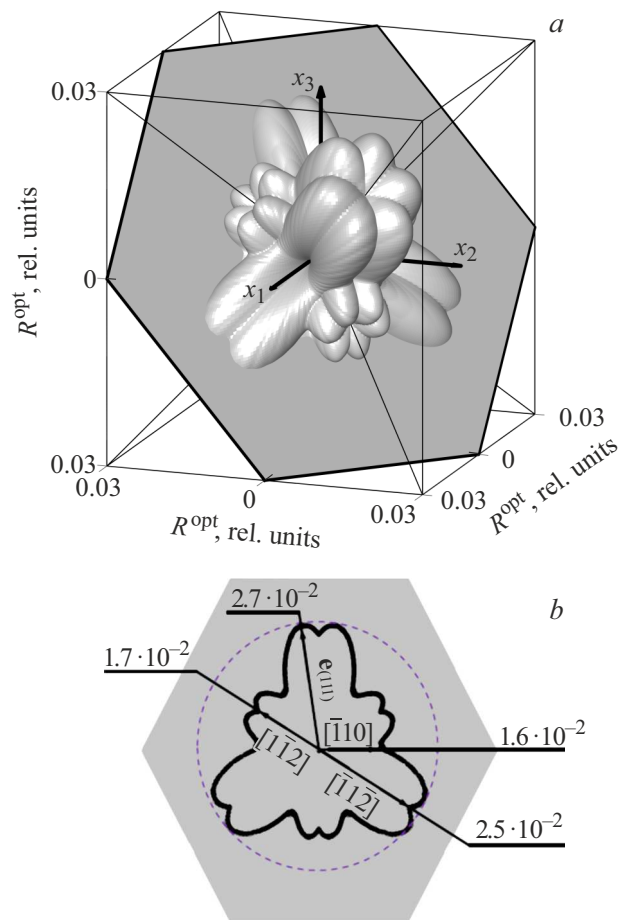


Рис. 6. Взаимное расположение указательной поверхности и параллельной (111) секущей плоскости (*a*), след указательной поверхности в секущей плоскости (*b*).

кие направления, вдоль которых параметр R^{opt} достигает больших значений, чем при $\mathbf{e}_3 \parallel \langle 111 \rangle$. В параллельной (110) секущей плоскости локальный максимум параметра R^{opt} составляет $2.6 \cdot 10^{-2}$ и достигается вдоль двух симметрично расположенных экстремальных направлений, которые образуют с осью x_3 углы 144° . Одно из таких направлений на рис. 4, *b* обозначено вектором $\mathbf{e}_{(110)}$. В параллельной (112) секущей плоскости также можно отметить два экстремальных направления, одно из которых совпадает с вектором $\mathbf{e}_{(112)}$ и составляет с вертикальной осью x_3 угол 16° . В этом случае при ориентации вектора \mathbf{e}_3 вдоль экстремального направления R^{opt} составляет $2.5 \cdot 10^{-2}$.

На рис. 6 представлено сечение поверхности $R^{\text{opt}}(\mathbf{e}_3)$ параллельной (111) плоскостью. Как видно из рис. 6, *b*, след соприкосновения фигуры с секущей плоскостью представляет собой плоскую симметричную фигуру, которая может быть совмещена сама с собой при повороте на 120° , что согласуется с принципом Неймана, так как плоскость сечения перпендикулярна поворотной оси симметрии третьего порядка. Из рис. 6, *b* видно, что направления $\langle 112 \rangle$ также являются полярными и

проходящие через них прямые пересекают поверхность $R^{\text{opt}}(\mathbf{e}_3)$ при $R^{\text{opt}} = 2.5 \cdot 10^{-2}$ и $R^{\text{opt}} = 1.7 \cdot 10^{-2}$. Достижимый в направлении $\langle 112 \rangle$ оптимизированный коэффициент отражения составляет 90% от максимально возможного значения R^{max} и превышает значение R^{opt} , соответствующее направлениям $\langle 111 \rangle$, приблизительно на 10%. Эффективность дифракции на комбинированных решетках при ориентации вектора \mathbf{e}_3 вдоль направлений $\langle 110 \rangle$ существенно меньше, чем вдоль направлений $\langle 112 \rangle$, что следует из разности в 40% между значениями R^{opt} , которые на рис. 6, *b* достигаются вдоль направлений $[\bar{1}\bar{1}2]$ и $[\bar{1}\bar{1}0]$. В секущей плоскости наибольшее значение параметра $R^{\text{opt}} = 2.7 \cdot 10^{-2}$ достигается вдоль шести симметрично расположенных экстремальных направлений, которые не совпадают с $\langle 110 \rangle$ и $\langle 112 \rangle$. На рис. 6, *b* одно из таких направлений обозначено вектором $\mathbf{e}_{(111)}$, который образует угол 98° с $[\bar{1}\bar{1}0]$.

Заключение

Теоретически определены оптимальные пространственные ориентации фоторефрактивного кристалла с материальными параметрами GaAs, при которых достигается наибольшая эффективность обращения волнового фронта на вторичных комбинированных (фазово-амплитудных) решетках. Показано, что оптимизированный по ориентационному углу кристалла и азимутам линейной поляризации световых волн коэффициент отражения R^{opt} при ЧВВ достигает максимального значения ($R^{\text{max}} = 2.8 \cdot 10^{-2}$) в случаях, когда нормальный к плоскости среза кристаллического образца вектор \mathbf{e}_3 направлен вдоль одного из направлений $\langle 234 \rangle$. Среди часто используемых при проведении голографических экспериментов кристаллических образцов, для которых вектор \mathbf{e}_3 ориентирован вдоль одного из направлений $\langle 100 \rangle$, $\langle 110 \rangle$, $\langle 111 \rangle$ или $\langle 112 \rangle$, наиболее выгодным является кристалл GaAs, для которого вектор \mathbf{e}_3 параллелен $\langle 112 \rangle$. В этом случае оптимизированный коэффициент отражения достигает 90% от максимально возможной величины. При ориентации вектора \mathbf{e}_3 вдоль направлений $\langle 111 \rangle$ также может быть достигнута близкая к наибольшей эффективность обращения волнового фронта, поскольку оптимизированный коэффициент отражения достигает 80% от максимальной величины. Выбор пространственной ориентации кристалла GaAs, при которой вектор \mathbf{e}_3 параллелен направлениям $\langle 110 \rangle$, является менее выгодным с точки зрения достижения больших значений интенсивности обращенной волны, так как в этом случае оптимизированный коэффициент отражения составляет около 50% от максимума. Наименьшая эффективность обращения волнового фронта среди типичных пространственных ориентаций кристалла GaAs достигается для направлений $\langle 100 \rangle$, так как коэффициент отражения при ЧВВ не превышает 20% от максимально возможного значения.

Полученные результаты могут применяться для повышения эффективности использования фоторефрактивных полупроводников GaAs в оптических приложениях за счет выбора оптимальной пространственной ориентации кристалла при настройке голографической установки. Вместе с тем при рассмотрении представленных данных следует учитывать, что в случае отклонения значений материальных параметров кристалла или параметров голографической установки от использованных в работе экстремальные направления поверхности $R^{\text{opt}}(\mathbf{e}_3)$, вдоль которых достигаются максимальные значения коэффициента отражения, могут изменяться. Поэтому дальнейшее развитие исследований в этом направлении видится в выполнении аналогичных исследований для полупроводников с параметрами InP, CdTe и кристаллов со структурой силленита $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$, $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$, $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$.

Финансирование работы

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования Республики Беларусь (договор от 22.03.2021 № 1410/2021) в рамках Государственной программы научных исследований „Фотоника и электроника для инноваций“ на 2021–2025 гг.

Конфликт интересов

Автор заявляет, что у него нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] В.М. Петров, А.В. Шамрай. *Интерференция и дифракция для информационной фотоники* (Лань, СПб., 2019), 460 с.
- [2] A. Katti, R.A. Yadav. *Optical spatial solitons in photorefractive materials* (Springer Nature, Singapore, 2021), 169 p. DOI: 10.1007/978-981-16-2550-3
- [3] E.A. Vlieg, L. Talandier, R. Dangel, F. Horst, B.J. Offrein. *Appl. Sci.*, **12**, 4226 (2022). DOI: 10.3390/app12094226
- [4] A. Bile, H. Tari, E. Fazio. *Appl. Sci.*, **12**, 5585 (2022). DOI: 10.3390/app12115585
- [5] A. Bile, H. Tari, R. Pepino, A. Nabizada, E. Fazio. *Biomimetics*, **9**, 231 (2024). DOI: 10.3390/biomimetics9040231
- [6] С.М. Шандаров, В.М. Шандаров, А.Е. Мандель, Н.И. Буримов. *Фоторефрактивные эффекты в электрооптических кристаллах* (ТУСУР, Томск, 2012), 242 с.
- [7] J. Frejlich. *Photorefractive materials for dynamic optical recording: fundamentals, characterization, and technology* (John Wiley & Sons Inc., Hoboken, 2020), 310 p.
- [8] Б.И. Степанов, Е.В. Ивакин, А.С. Рубанов. *ДАН СССР*, **196** (3), 567 (1971).
- [9] И.Г. Даденков, А.Л. Толстик, Ю.И. Миксюк, К.А. Саечников. *Опт. и спектр.*, **128** (9), 1290 (2020). DOI: 10.21883/OS.2020.09.49867.90-20 [I.G. Dadenkov, A.L. Tolstik, Yu.I. Miksyuk, K.A. Saechnikov. *Opt. Spectrosc.*, **128** (9), 1401 (2020). DOI: 10.1134/S0030400X20090052].

- [10] С.Г. Одулов, М.С. Соскин, А.И. Хижняк. *Лазеры на динамических решетках: оптические генераторы на четырехволновом смешении* (Наука, М., 1990), 272 с.
- [11] G.J. de Valcárcel, F. Silva, A. Esteban-Martín, E. Roldán. *J. Opt.*, **25** (7), 075502 (2023). DOI: 10.1088/2040-8986/accfab
- [12] H. Zhou, Y. Duan, H. Song, X. Su, Z. Zhao, K. Zou, H. Song, R. Zhang, R.W. Boyd, M. Tur, A.E. Willner. *Opt. Lett.*, **48** (8), 2194 (2023). DOI: 10.1364/OL.487133
- [13] K. Shcherbin, P. Mathey, A.N. Shumelyuk, D.R. Evans. *JOSA B*, **41** (11), 2502 (2024). DOI: 10.1364/JOSAB.534061
- [14] М.П. Петров, С.И. Степанов, А.В. Хоменко. *Фоторефрактивные кристаллы в когерентной оптике* (Наука, СПб., 1992).
- [15] В.Н. Навныко. *ФТТ*, **66** (2), 198 (2024). DOI: 10.61011/FTT.2024.02.57243.268
- [16] K. Shcherbin, S. Odoulov, R. Litvinov, E. Shandarov, S. Shandarov. *J. Opt. Soc. Am. B*, **13** (10), 2268 (1996). DOI: 10.1364/JOSAB.13.002268
- [17] В.Н. Навныко. *Опт. и спектр.*, **130** (3), 387 (2022). DOI: 10.21883/OS.2022.03.52167.2936-21 [V.N. Naunya. *Opt. Spectrosc.*, **130** (3), 324 (2022). DOI: 10.21883/EOS.2022.03.53557.2936-21].
- [18] V.N. Naunya. *Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics*, **86** (Suppl. 1), S145 (2022). DOI: 10.3103/S1062873822700575
- [19] H.J. Eichler, Y. Ding, B. Smandek. *Phys. Rev. A*, **52** (3), 2411 (1995). DOI: 10.1103/physreva.52.2411
- [20] N.C. Deliolanis, I.M. Kourmoulis, A.G. Apostolidis, E.D. Vanidhis, D.G. Papazoglou. *Phys. Rev. E*, **68**, 056602 (2003). DOI: 10.1103/PhysRevE.68.056602
- [21] Y. Ding, H.J. Eichler. *Opt. Commun.*, **110**, 456 (1994). DOI: 10.1016/0030-4018(94)90449-9
- [22] А.В. Гусельникова, С.М. Шандаров, А.М. Плесовских, Р.В. Ромашко, Ю.Н. Кульчин. *Оптический журнал*, **73** (11), 22 (2006). [A.V. Gusel'nikova, S.M. Shandarov, A.M. Plesovskikh, R.V. Romashko, Yu.N. Kulchin. *J. Opt. Technol.*, **73** (11), 760 (2006). DOI: 10.1364/JOT.73.000760].
- [23] В.Н. Навныко. *ЖТФ*, **94** (11), 1854 (2024). DOI: 10.61011/JTF.2024.11.59103.212-24
- [24] Y.H. Ja. *Opt. and Quant. Electron.*, **15**, 539 (1983). DOI: 10.1007/bf00620022
- [25] С.М. Шандаров, В.В. Шепелевич, Н.Д. Хатьков. *Опт. и спектр.*, **70** (5), 1068 (1991).
- [26] М.П. Шаскольская. *Кристаллография* (Высшая школа, М., 1984), 376 с.
- [27] A. Dargys, J. Kundrotas. *Handbook on physical properties of Ge, Si, GaAs, InP* (Science and Encyclop. Publishers, Vilnius, 1994), 264 p.
- [28] V.P. Kamenov, Y. Hu, E. Shamonina, K.H. Ringhofer, V.Ya. Gayvoronsky. *Phys. Rev. E*, **62** (2), 2863 (2000). DOI: 10.61011/JTF.2024.11.59103.212-24