

03

## Влияние наноразмерных гидрофобных капельных включений на порог кавитации в воде

© С.И. Кошоридзе

Институт прикладной механики РАН,  
125040 Москва, Россия  
e-mail:Koshoridze-semen@yandex.ru

Поступило в Редакцию 14 мая 2025 г.

В окончательной редакции 24 июня 2025 г.

Принято к публикации 5 сентября 2025 г.

Рассмотрено влияние углеводородных жидким нановключений на порог кавитации в воде с учетом зависимости поверхностного натяжения от радиуса кривизны. Получены аналитические выражения для порога кавитации в объеме воды и внутри нанокапель. Показано, что эффект Толмена повышает кавитационную прочность воды, а гидрофобные нановключения в несколько раз понижают ее.

**Ключевые слова:** кавитация, наноразмерная капля, длина Толмена, поверхностное натяжение.

DOI: 10.61011/JTF.2026.01.62034.116-25

### Введение

Вода, находящаяся при отрицательном растягивающем давлении в метастабильном состоянии, переходит в равновесное состояние в процессе кавитации — образовании пузырьков пара [1–3]. Способность жидкости выдерживать механическое напряжение и поддерживать отрицательное давление обусловлено силами сцепления между ее молекулами. Вода является примером такой жидкости благодаря своей исключительно большой когезии, обусловленной водородными связями между молекулами.

Явления кавитации встречаются повсеместно. Схлопывание кавитационных пузырьков имеет огромное значение при струйной печати, ультразвуковой очистке поверхностей, неинвазивных разрушениях камней в почках с помощью акустических ударных волн,sonoхимии, сонолюминесценции, а также при исследовании геотермальных процессов. Напротив, разрушение гидродинамически возникающих кавитационных пузырьков оказывает неблагоприятное воздействие на гидравлические системы, клапаны и лопасти гребных винтов, вызывая износ и эрозию, в то время как образование кавитационных пузырьков может повлиять на характеристики судов на подводных крыльях. В биологии, где температура определяется окружающей средой, метастабильная вода образуется главным образом за счет снижения давления. Схлопывание кавитационных пузырьков создает в папоротниках механизмы, подобные катапульте, и позволяет креветкам оглушать добычу. Наоборот, кавитация создает препятствие при подъеме сока по высоким деревьям, где наблюдается значительное отрицательное давление. В последнем случае отрицательное давление образуется в результате испарения воды из стенок клеток листьев, которое в растениях обычно составляет

около ( $-10 \text{ bar}$ ), а у некоторых пустынных видов может достигать ( $-80 \text{ bar}$ ).

Согласно классической теории нуклеации [4], макроскопический объем абсолютно чистой воды при комнатной температуре должен выдерживать давление между  $-120$  и  $-160 \text{ MPa}$  достаточно длительное время. В реальной ситуации кавитация всегда гетерогенная. Стенки контейнеров, микроскопические примеси, дефекты поверхности или щели, в которых ранее находились пузырьки пара или газа, действуют как зародыши кавитации. Эти зародыши способствуют гетерогенной кавитации и вызывают существенное понижение порогового кавитационного давления от значений, предсказываемых классической теорией нуклеации для идеально чистой воды в больших объемах.

Суровая реальность такова, что добиться абсолютной чистоты жидкостей практически невозможно. Даже применяя современные методы очистки воды, избавиться от микро- и наноразмерных нерастворимых гидрофобных примесей, поникающих порог кавитации вплоть до  $-30 \text{ MPa}$ , не удается [5–7]. Даже в самой чистой воде высочайшего качества содержание общего органического углерода превышает  $1 \mu\text{g/l}$  [8,9]. Следовательно, углеводородные агрегаты неизбежно присутствуют в любом макроскопическом объеме воды. Возникает вопрос — могут ли эти крошечные агрегаты, называемые каплями, даже в минимальных количествах влиять на прочность на разрыв всей водной системы? Ожидается, что присутствие в воде жидких органических нановключений вызывает гомогенную кавитацию внутри самих капель и гетерогенную кавитацию на границе капля–вода. Из-за малости поверхностного натяжения масла по сравнению с водой, значение порогового давления (по модулю), при котором начнется гомогенная кавитация внутри масла, существенно должно снизиться.

В настоящей работе рассматривается влияние наноразмерных углеводородных (масляных) включений в виде жидких капель (даже в очень маленьких количествах) на предел прочности (порог кавитации) в макроскопическом объеме чистой воды. Наш расчет опирается на теорию и численный анализ, проведенный в [3], согласно которой имеет место кавитация как в воде, так и внутри капель. Этот эффект может быть одной из основных причин понижения порога кавитации. К сожалению в [1,3] были допущены ошибки: хорошо известная формула Толмена [10] зависимости поверхностного натяжения на границе двух фаз от радиуса кривизны была записана неправильно, в результате многие основные результаты статьи оказались неверными. Цель настоящей работы рассчитать зависимость порогового давления от среднего времени кавитации и ответить на главный вопрос — способны ли нерастворимые масляные нановключения уменьшать в несколько раз порог кавитации в воде.

Выражения для всех основных характеристик (критического радиуса, порогового барьера и давления кавитации) в отличие от [3] получены в аналитическом виде в приближении, сохраняющем члены первого порядка относительно малого параметра — отношения длины Толмена к радиусу пузырька.

## 1. Теоретическая модель

Кавитация в нашей модели происходит по трем независимым каналам: 1 — гомогенная кавитация в макроскопическом объеме воды  $V_w$ ; 2 — гомогенная кавитация внутри наноразмерного объема  $V_o = \frac{4}{3}\pi R_b^3$  масляной капли ( $R_o$  — первоначальный радиус капли); 3 — гетерогенная кавитация внутри капли на ее стенке (рис. 1).

Рассмотрим сначала гомогенную кавитацию в идеально чистой воде. Это объем воды, находящийся далеко от стенок сосуда, не содержащий микропузырей, капельных и твердых гидрофобных включений и всего того, что может способствовать гетерогенной нуклеации кавитационных пузырьков. В такой воде кавитационные

пузырьки могут образоваться только с помощью гомогенной нуклеации.

Растягивающее отрицательное давление  $p < 0$  вызывает появление пузырьков, заполненных паром (гомогенная кавитация) радиуса  $r$ . Изменение свободной энергии Гиббса (работа образования пузырька) равно

$$G_w(r) = 4\pi\gamma_w \left(1 + \frac{2\delta_w}{r}\right)^{-1} r^2 + \frac{4}{3}\pi r^3 p. \quad (1)$$

Здесь  $\gamma_w$  — поверхностное натяжение на плоской границе вода–пар,  $|\delta_w| \ll r$  — параметр (длина) Толмена для границы вода–пар [10]. Соответственно отношение длины Толмена к радиусу пузырька является параметром малости теории. В работе [10] в рамках теории Гиббса показано, что поверхностное натяжение малой капли воды (или любой жидкости) зависит от его радиуса  $r$  (точнее радиуса поверхности натяжения) по закону  $\gamma_{wr} = \gamma_w \left(1 + \frac{2\delta_d}{r}\right)^{-1}$ . Толмен, исходя из экспериментальных данных, считал, что для капли  $\delta_d$  — положительное число. Если проследить за вычислениями [10], можно убедиться, что для нанопузырька в жидкости будет выполняться условие  $\delta_b < 0$ . Действительно, в выражении (3), (4) в работе [10] написано:

$$\frac{\Gamma}{\gamma' - \gamma''} = \delta_w \left(1 + \frac{\delta_d}{r} + \frac{1}{3} \cdot \frac{\delta_d^2}{r^2}\right).$$

Здесь  $\gamma'$  — плотность жидкости,  $\gamma''$  — плотность ее пара.  $\Gamma$  — избыточная поверхностная плотность массы (система жидкость–пар однокомпонентная) на математической поверхности натяжения капли радиуса  $r$  по Гиббсу. В пределе плоской поверхности раздела  $\frac{\Gamma_d}{\gamma' - \gamma''} = \delta_d$ , и для капли в силу неравенства  $\gamma'' < \gamma'$  получаем, что  $\Gamma_d$  и  $\delta_d$  имеют одинаковые знаки и в силу положительности параметра Толмена для капли, плотность массы для плоской границы жидкость–пар тоже положительна  $\Gamma_d > 0$ . Если рассмотреть нанопузырь, то для его параметра Толмена  $\delta_b$  при нулевой кривизне должно выполняться аналогичное условие  $\frac{\Gamma_b}{\gamma' - \gamma''} = \delta_b$ . Для плоской границы  $\Gamma_b = \Gamma_d$ , поэтому параметр Толмена для пузырька должен быть отрицательным  $\delta_b = -\delta_d$ .

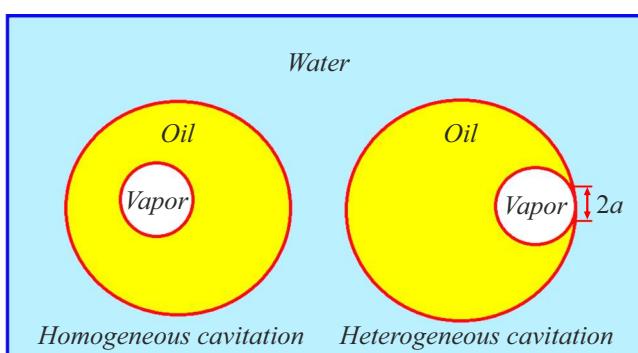
При  $\delta_d \equiv \delta_w < 0$  поверхностное натяжение кавитационного пузырька с уменьшением радиуса должно расти. В работах [1,3] для поверхностного натяжения использовано неверное выражение  $\gamma_{wr} = \gamma_w \left(1 - \frac{2\delta_w}{r}\right)^{-1}$ , а знак был выбран правильно  $\delta_w < 0$ . Получается, что с уменьшением радиуса поверхностное натяжение пузырька падает, что противоречит [10].

Критический радиус  $r_w^*$ , соответствующий максимуму свободной энергии  $G_w^*$ , находится из условия

$$\frac{dG_w(r)}{dr} = 0 \quad (2)$$

и равен с точностью до членов первого порядка малости по  $\delta_w$  величине

$$r_w^* = -\frac{2\gamma_w}{p} - \delta_w. \quad (3)$$



**Рис. 1.** Картинка гомогенной и гетерогенной кавитации внутри наноразмерной гидрофобной масляной капли.

Подставляя найденное значение  $r^*$  в (1), получаем зависимость величины энергетического барьера  $G_w^*$  от давления  $p$  в том же приближении:

$$G_w^* = \frac{16\pi\gamma_w^3}{3p^2} + \frac{16\pi\gamma_w^2\delta_w}{p}. \quad (4)$$

Кавитация — это термически активируемый стохастический процесс, при котором пузырь достигает критического размера. По аналогии с химической реакцией число актов кавитации за единицу времени в единичном объеме  $\kappa$  подчиняется закону Аррениуса:

$$\kappa = \kappa_w \exp\left(\frac{-G_w^*}{k_B T}\right),$$

где  $k_B$  — постоянная Больцмана,  $T$  — абсолютная температура. Величину  $\kappa_w^{-1}$  следует понимать как время, при прошествии которого в единичном объеме жидкости при отсутствии энергетического барьера при данном значении отрицательного давления возникнет кавитация. Таким образом, среднее ожидаемое время  $\tau_w$ , при прошествии которого в метастабильной воде с объемом  $V_w$  произойдет акт кавитации, равно

$$\tau_w = \frac{1}{\kappa_w V_w} \exp\left(\frac{G_w^*}{k_B T}\right), \quad (5)$$

$\kappa_w$  называют частотой „кавитационных попыток“ в расчете на единицу объема воды при отсутствии энергетического барьера. Выражения типа (5) встречаются в очень многих работах по кавитации, а величина  $\kappa_w$  оценивается с помощью компьютерного симулирования молекулярных моделей воды [1–7, 11]. Решая (4) и (5) и оставляя только члены первого порядка малости по  $\delta_w$ , окончательно получаем, что давление, при котором происходит кавитации  $p_w$ , зависит от времени наблюдения  $\tau_w$  в следующем виде:

$$p_w = -\sqrt{\frac{16\pi\gamma_w^3}{3k_B T \ln(\kappa_w V_w \tau_w)}} + \frac{8\pi\gamma_w^2}{k_B T \ln(\kappa_w V_w \tau_w)} \delta_w. \quad (6)$$

Рассмотрим теперь гомогенную кавитацию внутри наноразмерной гидрофобной углеводородной (масляной) капли радиуса  $R_o$  в макроскопическом объеме чистой воды  $V_w$  при отрицательном давлении  $p < 0$ . Изменение свободной энергии Гиббса системы  $G_o(r)$  при гомогенном образовании кавитационного пузырька радиуса  $r$  внутри капли равно

$$G_o = 4\pi\gamma_o \left(1 + \frac{2\delta_o}{r}\right)^{-1} r^2 + 4\pi\gamma_{ow} R_o^2 - 4\pi\gamma_{ow} R_o^2 + \frac{4}{3}\pi r^3 p. \quad (7)$$

Здесь  $\gamma_o$  — поверхностное натяжение на плоской границе масло—пар,  $\delta_o$  — параметр (длина) Толмена для границы масло—пар,  $\gamma_{ow}$  — поверхностное натяжение

на плоской границе масло—вода (размер капли тоже мал, хотя он значительно больше радиуса нанопузырька, так что эффектом Толмена на границе масло—вода будем пренебрегать);  $R$  — конечный радиус капли. Из-за несжимаемости капли выполняется закон сохранения объема:

$$R^3 = R_o^3 + r^3. \quad (8)$$

Из (7), (8) исключается конечный радиус капли и с учетом  $R_o \gg r$  получается приближенно

$$G_o(r) = 4\pi\gamma_o \left(1 + \frac{2\delta_o}{r}\right)^{-1} r^2 + 4\pi\gamma_{ow} R_o^2 + \frac{8}{3}\pi\gamma_{ow} \frac{r^3}{R_o} - 4\pi\gamma_{ow} R_o^2 + \frac{4}{3}\pi r^3 p. \quad (9)$$

Уравнение  $\frac{dG_o(r)}{dr} = 0$  является алгебраическим уравнением четвертой степени относительно  $r$ . После решения данного уравнения и разложения полученного выражения в ряд (детали довольно длинных, но стандартных вычислений опускаем) в линейном приближении относительно длины Толмена  $\delta_o$  получим простое выражение для критического радиуса  $r_o^*$ :

$$r_o^* = -\frac{2\gamma_o}{p + 2\gamma_{ow}/R_o} - \delta_o. \quad (10)$$

Затем подстановкой найденного значения  $r_o^*$  в (9) получаем зависимость величины барьера свободной энергии  $G_o^*$  от давления  $p$  в том же приближении:

$$G_o^* = \frac{16\pi\gamma_o^3}{3(p + 2\gamma_{ow}/R_o)^2} + \frac{16\pi\gamma_o^2\delta_o}{p + 2\gamma_{ow}/R_o}. \quad (11)$$

Если в объеме воды содержится  $N$  масляных капель, то время кавитации уменьшается пропорционально. Зависимость времени кавитации  $\tau_o$  от величины барьера  $G_o^*$  имеет вид, аналогичный (5):

$$\tau_o = \frac{1}{\kappa_o V_o N} \exp\left(\frac{G_o^*}{k_B T}\right), \quad (12)$$

$\kappa_o$  — частота „кавитационных попыток“ в расчете на единицу объема масляной капли объема  $V_o = \frac{4}{3}\pi R_o^3$  при отсутствии энергетического барьера. Решая полученное из (11) и (12) уравнение относительно  $p + \frac{2\gamma_{ow}}{R_o}$ , получается зависимость давления кавитации  $p_o$  от времени наблюдения  $\tau_o$  в линейном приближении по параметру малости  $\delta_o$ :

$$p_o = -\frac{2\gamma_{ow}}{R_o} - \sqrt{\frac{16\pi\gamma_o^3}{3k_B T \ln(\kappa_o V_o \tau_o N)}} + \frac{8\pi\gamma_o^2}{k_B T \ln(\kappa_o V_o \tau_o N)} \delta_o. \quad (13)$$

Третий тип кавитации, который может наблюдаться в воде с гидрофобными масляными включениями в виде нанокапель — это гетерогенная кавитация пузырьков на внутренней границе капли (рис. 1). Круговой участок радиуса  $a$  — это область соприкосновения пузырька

с внутренней поверхностью масляной капли (рис. 1). Величина  $a$  прямо пропорциональна радиусу  $r$  образованного пузырька [3]:

$$a = \lambda r. \quad (14)$$

Коэффициент пропорциональности  $\lambda$  ( $0 \leq \lambda \leq 1$ ) — неизвестный подгоночный параметр теории. Изменение свободной энергии Гиббса при гетерогенной кавитации  $G_{ow}(r)$  получается добавлением к  $G_o$  поверхностной энергии вода–пар кругового (приблизительно) участка радиуса  $a$  и вычитанием поверхностных энергий масла–пар и вода–пар того же участка:

$$G_{ow}(r) = G_o(r) + \pi\lambda^2 r^2 \left[ \gamma_w \left( 1 + \frac{2\delta_w}{r} \right)^{-1} - \gamma_o \left( 1 + \frac{2\delta_o}{r} \right)^{-1} - \gamma_{ow} \right]. \quad (15)$$

Согласно правилу Антонова, межфазное натяжение на границе двух несмешивающихся жидкостей равно разности поверхностных натяжений этих жидкостей на границе с собственным паром [12]:

$$\gamma_w = \gamma_o + \gamma_{ow}. \quad (16)$$

Тогда в нулевом приближении, т.е. без учета эффекта Толмена ( $\delta_w = \delta_o = 0$ ), получается, что работы образования кавитационного пузырька внутри масла при гетерогенной и гомогенной кавитации равны ( $G_{ow}(r) \approx G_o(r)$ ). В выражении для мы пренебрегли влиянием линейного натяжения на границе трех фаз [12]. Подставляя (9) в (15), после стандартных процедур и довольно длинных вычислений для критического зародыша в линейном приближении по малым параметрам  $\delta_w$  и  $\delta_o$  получается выражение

$$r_{ow}^* = -\frac{2\gamma_o}{p + 2\gamma_{ow}/R_o} - \frac{\lambda^2 \gamma_w}{4\gamma_o} \delta_w + \frac{\lambda^2 - 4}{4} \delta_o. \quad (17)$$

При  $\lambda = 0$  гетерогенная кавитация становится гомогенной и (17) переходит в (10). Подставляя (17) в (15) и разлагая выражение в ряд, получается зависимость энергетического барьера  $G_{ow}^*$  от давления:

$$G_{ow}^* = \frac{16\pi\gamma_o^3}{3(p + 2\gamma_{ow}/R_o)^2} - \frac{4\pi\gamma_o^2(\lambda^2 - 4)}{p + 2\gamma_{ow}/R_o} \delta_o + \frac{4\pi\gamma_o\gamma_w\lambda^2}{p + 2\gamma_{ow}/R_o} \delta_w. \quad (18)$$

При  $\lambda = 0$  величина  $G_{ow}^*$  превращаются в  $G_o^*$  (см. (11)). Формула для времени наблюдения гетерогенной кавитации имеет вид

$$\tau_{ow} = \frac{1}{\kappa_{ow} A_o N} \exp\left(\frac{G_{ow}^*}{k_B T}\right), \quad (19)$$

где  $A_o = 4\pi R_o^2$  — площадь поверхности капли,  $\kappa_{ow}$  — частота „кавитационных попыток“ в расчете на единицу площади капли при отсутствии барьера. В итоге из (18), (19) после решения алгебраического уравнения и разложения в ряд получается зависимость давления гетерогенной кавитации  $p_{ow}$  от времени наблюдения  $\tau_{ow}$ :

$$p_{ow} = -\frac{2\gamma_{ow}}{R_o} - \sqrt{\frac{16\pi\gamma_o^3}{3k_B T \ln(\kappa_{ow} A_o \tau_{ow} N)}} - \frac{2\pi\gamma_o^2(\lambda^2 - 4)}{k_B T \ln(\kappa_{ow} A_o \tau_{ow} N)} \delta_o + \frac{2\pi\lambda^2\gamma_o\gamma_w}{k_B T \ln(\kappa_{ow} A_o \tau_{ow} N)} \delta_w. \quad (20)$$

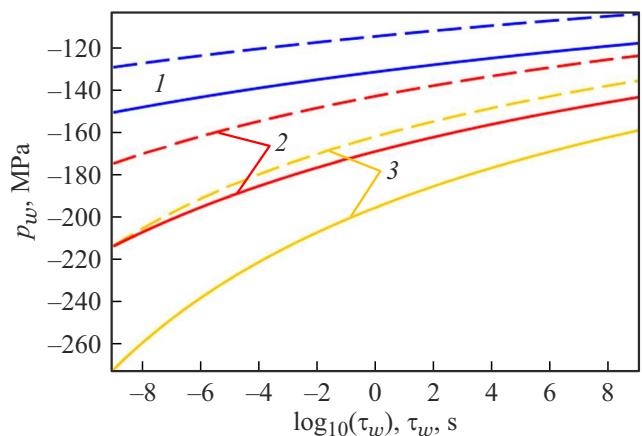
Выражения (6), (13) и (20) являются основными итоговыми уравнениями настоящей работы. Если допустить, что кавитация происходит только по этим трем вышеуказанным каналам, результирующее время ожидания кавитации будет вычисляться по формуле

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_w} + \frac{1}{\tau_o} + \frac{1}{\tau_{ow}}, \quad (21)$$

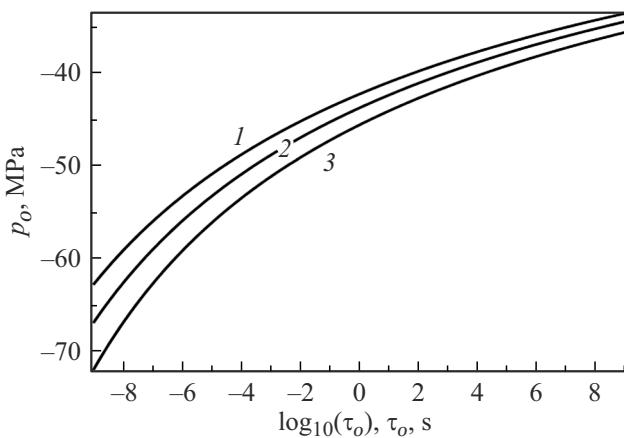
откуда с помощью (5), (6), (11), (12), (18) и (19) можно найти функциональную зависимость  $\tau(p)$ .

## 2. Результаты расчета и выводы

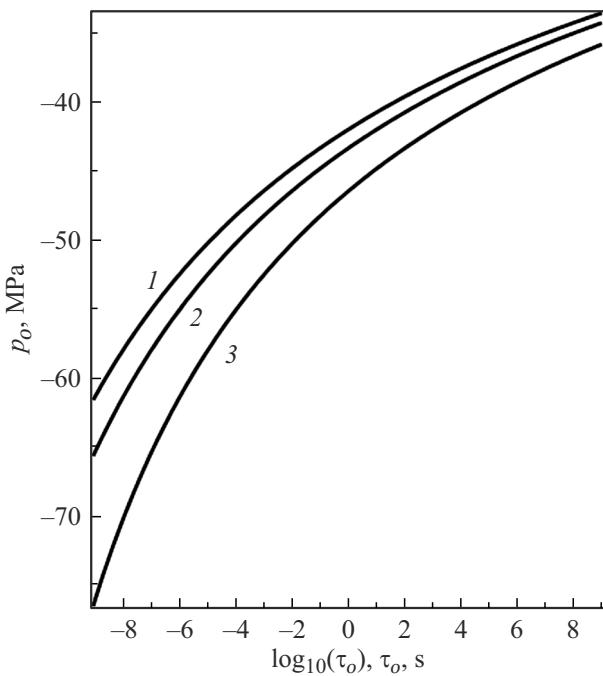
На рис. 2 приведены результаты расчета порогового давления от времени для чистой воды по формуле (6). Наши расчеты показывают, что учет эффекта Толмена увеличивает пороговое давление кавитации. Это ожидаемо, так как с учетом  $\delta_w < 0$ , согласно (3) и (4), в этом случае критический радиус и энергетический барьер возрастают. В [3] из-за ошибки в выражении



**Рис. 2.** Зависимость порогового давления кавитации от ожидаемого времени в идеально чистой воде (не содержащей гидрофобных включений) при трех разных объемах воды (расчет по формуле (6)). Штриховые линии — расчет при отсутствии эффекта Толмена ( $\delta_w = 0$ ), сплошные линии — с учетом эффекта Толмена. Данные [3]:  $T = 300$  K,  $\gamma_w = 68$  mNm<sup>-1</sup>,  $\delta_w = -0.058$  nm,  $\kappa_w = 1.25 \cdot 10^{18}$  s<sup>-1</sup>·nm<sup>-3</sup>. 1 —  $V_w = 1$  L; 2 —  $V_w = 1$  μm<sup>3</sup>; 3 —  $V_w = 1000$  nm<sup>3</sup>.



**Рис. 3.** Зависимость порогового давления гомогенной кавитации внутри масляной капли от времени ожидания при трех разных размерах капли (расчет по (13)). Расчетные данные [3]:  $T = 300\text{ K}$ ;  $\gamma_o = 23\text{ mNm}^{-1}$ ;  $\gamma_{ow} = 45\text{ mNm}^{-1}$ ;  $\delta_o = -0.116\text{ nm}$ ;  $\kappa_o = 5.4 \cdot 10^9\text{ s}^{-1}\cdot\text{nm}^{-3}$ ;  $N = 50$ . 1 —  $R_o = 200$ ; 2 — 100; 3 — 50 nm.



**Рис. 4.** Зависимость порогового давления гомогенной кавитации внутри масляной капли от времени ожидания при трех разных количествах масляных капель в воде (расчет по (13)). Расчетные данные [3]:  $T = 300\text{ K}$ ;  $\gamma_o = 23\text{ mNm}^{-1}$ ;  $\gamma_{ow} = 45\text{ mNm}^{-1}$ ;  $\delta_o = -0.116\text{ nm}$ ;  $\kappa_o = 5.4 \cdot 10^9\text{ s}^{-1}\cdot\text{nm}^{-3}$ ,  $R_o = 100\text{ nm}$ . 1 —  $N = 100$ ; 2 — 100; 3 — 1.

для поверхностного натяжения получили неверный результат — эффект Толмена снижает модуль порогового давления кавитации.

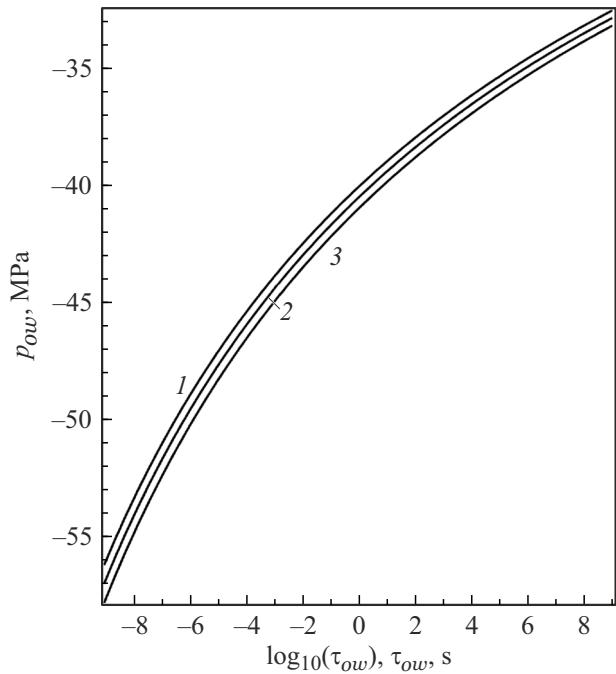
Результаты расчета гомогенной кавитации внутри капель приведены на рис. 3, 4. Сравнение с расчетом на рис. 2 показывает, что гидрофобные включения до-

вольно существенно понижают кавитационное давление. Согласно этим расчетам, с ростом количества капель и их объема пороговое давление падает.

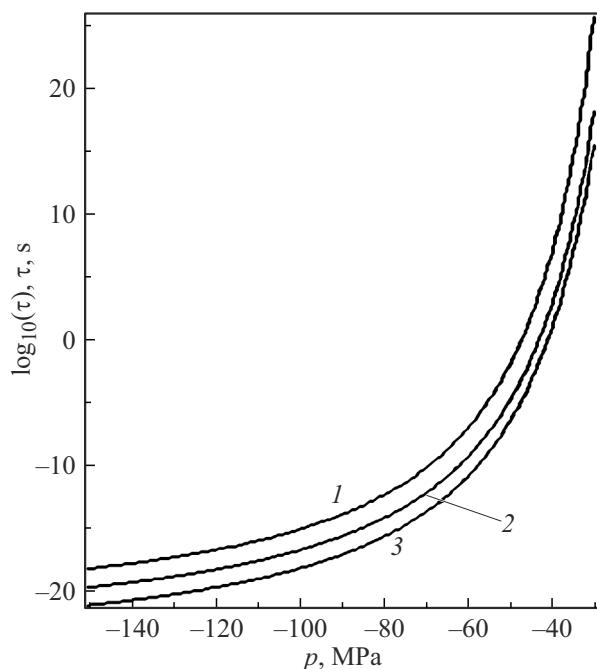
Как отмечалось выше, энергетические барьеры гомогенной и гетерогенной кавитации внутри капли при отсутствии эффекта Толмена (в нулевом приближении) совпадают (см. текст после формулы (16)). В линейном приближении из (15) получаем  $G_{ow}(r) - G_o(r) \approx 2\pi\lambda^2 r(\gamma_o\delta_o - \gamma_w\delta_w)$ . Если подставить численные значения длин Толмена и поверхностного натяжения (см. подпись к рис. 5), то получается, что  $G_{ow}(r) > G_o(r)$ , т. е. гетерогенная кавитация на стенках капли не является энергетически более выгодной, чем гомогенная кавитация. Данный факт иллюстрируется точным расчетом на рис. 5: пороговое давление кавитации  $p_{ow}$  с ростом параметра  $\lambda$ , определяющего площадь соприкосновения пузырька со стенкой, увеличивается.

Отметим также, что величина порога гетерогенной кавитации  $p_{ow}$  не переходит в величину гомогенной кавитации  $p_o$  при  $\lambda = 0$ , что обусловлено разными выражениями для времени наблюдения в этих двух случаях (см. (12) и (19)). Данная нестыковка в теории, однако, несущественна, составляет пару процентов и не влияет на выводы настоящей работы.

На рис. 6 приведен расчет времени кавитации по формуле (21) при различных значениях растягивающего дав-



**Рис. 5.** Зависимость порогового давления гетерогенной кавитации внутри масляной капли от времени ожидания при трех разных значениях параметра  $\lambda$ , определяющего площадь контакта кавитационного пузырька со стенкой (расчет по формуле (20)). Данные [3]:  $T = 300\text{ K}$ ;  $\gamma_o = 23\text{ mNm}^{-1}$ ;  $\gamma_w = 68\text{ mNm}^{-1}$ ;  $\gamma_{ow} = 45\text{ mNm}^{-1}$ ;  $\delta_w = -0.058\text{ nm}$ ;  $\delta_o = -0.116\text{ nm}$ ;  $R_o = 100\text{ nm}$ ;  $\kappa_{ow} = 7.8 \cdot 10^{13}\text{ s}^{-1}\cdot\text{nm}^{-2}$ ;  $N = 100$ . 1 —  $\lambda = 0$ ; 2 — 0.7; 3 — 1.  $R_o = 50\text{ nm}$ .



**Рис. 6.** Зависимость времени ожидания кавитации от растягивающего давления в жидкости  $p$ , рассчитанная по формуле (21) при различных значениях радиуса масляной капли  $R_o$ . Расчетные данные:  $N = 1$ ,  $\lambda = 0.7$ ,  $V_w = 1$  L. Остальные параметры те же. 1 —  $R_o = 30$ , 2 — 150, 3 — 750 nm.

ления. Данный расчет полезен по следующей причине. Если в воде проходит акустическая волна, то амплитуда давления, при которой возникает кавитация, называется порогом Блейка (Blake threshold) [13]. Кавитация наступит, если частота волны удовлетворяет условию  $f < \frac{1}{\tau}$ . Чем больше частота, тем меньше должно быть время ожидания кавитации  $\tau$ , больше модуль порогового давления и соответственно больше порог Блейка.

## Заключение

В работе впервые получены аналитические выражения для порогового давления кавитации для трех случаев: гомогенной кавитации в объеме „чистой воды“ (не содержащей гидрофобных наноразмерных жидким включений) и гомогенной и гетерогенной кавитации внутри масляной нанокапли. Рассчитаны значения давления кавитации в этих случаях и подтверждена гипотеза, что углеводородные гидрофобные нановключения в несколько раз понижают давление кавитации.

Исправлены неверные выражения [3], из которых следовало, что эффект Толмана понижает порог кавитации. Показано, также, что гомогенная кавитации внутри углеводородной капли наступает при меньших отрицательных давлениях, чем гетерогенная, хотя разница очень мала (рис. 5). Для случая акустической кавитации методика позволяет рассчитать так называемый порог Блейка.

## Благодарности

Автор выражает глубокую благодарность рецензентам, критические замечания и пожелания которых помогли значительно улучшить текст статьи.

## Конфликт интересов

Автор заявляет, что у него нет конфликта интересов.

## Список литературы

- [1] M. Kanduč, E. Schneck, P. Loche, S. Jansen, H.J. Schenk, R.R. Netz. Proc. Natl. Acad. Sci. SA, **117** (20), 10733 (2020). DOI: 10.1073/pnas.1917195117
- [2] P. Loche, M. Kanduč, E. Schneck, R.R. Netz. Phys. Fluids, **37**, 024122 (2025). DOI: 10.1063/5.0247610
- [3] M. Šako, R.R. Netz, M. Kanduč. Surf. Interfaces, **62**, 106243 (2025). DOI: org/10.1016/j.surfin.2025.106243
- [4] P.G. Debenedetti. *Metastable Liquids: Concepts and Principles* (Princeton Univer. Press, 1996)
- [5] F. Caupin, E. Herbert. C.R. Physique, **7** (9), 1000 (2006). DOI: 10.1016/j.crhy.2006.10.015
- [6] R.P. Berkelaar, E. Dietrich, G.A. Kip, E.S. Kooij, H.J. Zandvliet, D. Lohse. Soft Matter, **10** (27), 4947 (2014). DOI: 10.1039/C4SM00192A
- [7] E. Herbert, S. Balibar, F. Caupin. Phys. Rev. E, **74** (4), 041603 (2006). DOI: 10.1103/PhysRevE.74.041603
- [8] X. Zhang, Y. Yang, H.H. Ngo, W. Guo, H. Wen, X. Wang, J. Zhang, T. Long. Sci. Total Environ., **785**, 147254 (2021). DOI: 10.1016/j.scitotenv.2021.147254
- [9] Y. Uematsu, D.J. Bonthuis, R.R. Netz. Curr. Opin. Electrochem., **13**, 166 (2019). DOI: 10.1016/j.coelec.2019.09.007
- [10] R.C. Tolman. J. Chem. Phys., **17** (3), 333 (1949). DOI: org/10.1063/1.1747450
- [11] P. Hänggi, P. Talkner, M. Borkovec. Rev. Modern Phys., **62** (2), 251 (1990). DOI: 10.1103/RevModPhys.62.251
- [12] Дж. Роуллинсон, Б. Уайдом. *Молекулярная теория капиллярности* (Мир, М., 1986)
- [13] A.A. Atchley. J. Acoust. Soc. Am., **85**, 152 (1989). DOI: 10.1121/1.397724