

## Поверхностные плазмон-поляритоны в упорядоченных массивах металлических углеродных нанотрубок с диэлектрическим наполнением

© В.А. Зайцев<sup>1</sup>, С.А. Афанасьев<sup>1</sup>, С.Г. Моисеев<sup>1,2</sup>, И.А. Рожлейс<sup>1</sup>, Д.Г. Санников<sup>1,\*</sup>, А.В. Сыса<sup>1,3</sup>, Ю.П. Шаман<sup>1,3</sup>

<sup>1</sup> Ульяновский государственный университет,  
Ульяновск, Россия

<sup>2</sup> УФИРЭ им. В.А. Котельникова РАН,  
Ульяновск, Россия

<sup>3</sup> НПК „Технологический центр“,  
Москва, Россия

\* e-mail: sannikov-dg@yandex.ru

Поступила в редакцию 30.04.2025 г.

В окончательной редакции 12.07.2025 г.

Принята к публикации 24.10.2025 г.

Исследованы дисперсионные характеристики поверхностных плазмон-поляритонов (ППП) терагерцевого диапазона частот в упорядоченном массиве одно- и двустенных углеродных нанотрубок, погруженных в диэлектрическую среду. Аналитически получены дисперсионные соотношения для ППП в уединённой нанотрубке с диэлектрическим окружением, используемые далее для верификации решений, полученных с помощью численного моделирования. Для массивов разной плотности численным моделированием получены частотные зависимости постоянных распространения и затухания, коэффициента замедления ППП. Установлено, что в плотных массивах УНТ постоянные распространения и длина пробега ППП принимают значения меньше, чем в уединённых нанотрубках. Коэффициент замедления возрастает с увеличением диаметра нанотрубок и диэлектрической проницаемости вмещающей среды.

**Ключевые слова:** одностенные и двустенные углеродные нанотрубки, плотный массив нанотрубок, поверхностные плазмон-поляритоны, замедление поверхностной волны.

DOI: 10.61011/OS.2025.10.61950.7957-25

### Введение

К настоящему времени созданы различные технологии получения упорядоченных массивов углеродных нанотрубок (УНТ) с контролируемыми параметрами [1,2]. Одним из способов улучшения функциональных характеристик таких массивов является размещение УНТ в прозрачной диэлектрической матрице из полимерных материалов [3,4]. Такие структуры представляют большой практический интерес для генерации и управления электромагнитным излучением. В частности, УНТ могут поддерживать распространение сверхмедленных (с фазовой скоростью на два порядка величины меньше скорости света в вакууме) поверхностных плазмон-поляритонов (ППП) [5,6]. В условиях, когда фазовая скорость ППП близка к скорости дрейфа свободных носителей заряда, взаимодействие поверхностной волны с током, протекающим по стенкам УНТ, может приводить к её усилению [7]. На основе этого эффекта могут быть созданы компактные источники когерентного терагерцевого излучения [8]. В настоящей работе исследуются дисперсионные характеристики ППП терагерцевого диапазона частот в массивах одно- и двустенных УНТ (ОУНТ и ДУНТ) с учётом омических потерь и

наличия вмещающей диэлектрической среды. В качестве базисной модели выбран упорядоченный массив параллельных нанотрубок с идентичными параметрами.

### Дисперсионное уравнение для поверхностных плазмон-поляритонов в одиночных одно- и двустенных нанотрубках

Решая волноводную электродинамическую задачу, можно получить дисперсионное соотношение, связывающее частоту  $\omega$  ППП с его постоянной распространения (ПР) для одиночных нанотрубок. Для начала рассмотрим более общий случай нанотрубки с двумя стенками (ДУНТ).

Моделью ДУНТ служит система двух коаксиальных цилиндров радиусами  $a_1$  и  $a_2 > a_1$  с типичным расстоянием между стенками 0.34 nm. Полагается, что длина ДУНТ  $L \gg a_{1,2}$ , поэтому она рассматривается как бесконечно протяжённая. Задача решается в цилиндрической системе координат  $(r, \varphi, z)$ , где  $r$  — радиальная координата,  $\varphi$  — азимутальный угол,  $z$  — координатная ось, направленная вдоль оси симметрии ДУНТ. Области

внутри ( $r < a_1$ ) и снаружи ( $r > a_2$ ) нанотрубки в общем случае заполнены прозрачными диэлектриками с проницаемостями  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  соответственно.

В настоящей работе ограничимся анализом фундаментальной ППП моды, для которой отсутствует зависимость компонент волновых полей от азимутального угла  $\varphi$ . В терагерцевом диапазоне частот эта мода не имеет отсечки, и она характеризуется невысокими значениями коэффициента затухания (длина пробега может составлять микрометры) [8,9]. Стенки ДУНТ являются электропроводящими и характеризуются тензором поверхностной проводимости  $\hat{\sigma}_j$  ( $j = 1, 2$  — номер стенки), аксиальная компонента которого имеет следующий вид [6]:

$$\sigma_{zz,j}^{(0)} = \sigma_0 \omega \tilde{\omega} / \Omega, \quad (1)$$

где  $\sigma_0 = 2iV_F e^2 / (\pi^2 \hbar a_j \tilde{\omega})$ ,  $\Omega = \omega \tilde{\omega} - V_F^2 q^2 / 2$ ,  $q$  — ПР поверхностной волны,  $\tilde{\omega} = \omega + i\tau^{-1}$ ,  $\tau$  — время релаксации,  $V_F$  — скорость Ферми ( $V_F = 10^6$  м/с),  $e$  — элементарный заряд,  $\hbar$  — постоянная Планка. Выражение (1) учитывает диссипативные потери и пространственную дисперсию ППП в УНТ [6].

Для нахождения направляемых мод в одиночной ДУНТ решается волноводная электродинамическая задача с учётом граничных условий на её стенках. Решения уравнения Гельмгольца для фундаментальной моды записываются через модифицированные функции Бесселя  $I_0$  и  $K_0$  нулевого порядка. В приближении  $q \gg k_0$  ( $k_0 = \omega/c$ ,  $c$  — скорость света в вакууме) детерминантное уравнение для этой моды имеет следующий вид:

$$\det \begin{pmatrix} \Omega M_{11} - \omega_{p1}^2(q a_1) I_0^2(q a_1) & \Omega M_{12} - \omega_{p1}^2(q a_1) K_0(q a_1) I_0(q a_1) \\ \Omega M_{21} - \omega_{p2}^2(q a_2) I_0(q a_2) K_0(q a_2) & \Omega M_{22} - \omega_{p2}^2(q a_2) K_0^2(q a_2) \end{pmatrix} = 0, \quad (2)$$

где  $\omega_{pj}^2 = 2V_F e^2 / (\pi^2 \hbar \varepsilon_0 a_j^2)$  — квадрат плазменной частоты для стенки радиуса  $a_j$ ,

$$M_{12} = \varepsilon_1 K_0(q a_1) I_0'(q a_1) - I_0(q a_1) K_0'(q a_1),$$

$$M_{21} = K_0(q a_2) I_0'(q a_2) - \varepsilon_2 I_0(q a_2) K_0'(q a_2),$$

$$M_{11} = (\varepsilon_1 - 1) I_0(q a_1) I_0'(q a_1),$$

$M_{22} = (1 - \varepsilon_2) K_0(q a_2) K_0'(q a_2)$ ,  $\varepsilon_0$  — диэлектрическая постоянная. Уравнение (2) сводится к биквадратному уравнению относительно частоты  $\omega$ , два положительных корня которого соответствуют двум ветвям дисперсионной зависимости для ППП в ДУНТ — высокочастотной (ВЧ) и низкочастотной (НЧ).

Аналогично может быть рассмотрен более простой для анализа случай одиночной нанотрубки, содержащей только одну цилиндрическую стенку радиуса  $a$ , обладающую проводимостью вида (1). В отличие от случая ДУНТ дисперсионная зависимость для ОУНТ содержит только одну дисперсионную ветвь, описываемую соотношением

$$\omega \tilde{\omega} = V_F q^2 / 2 + \omega_p^2 q a I_0(q a) K_0(q a) / C. \quad (3)$$

Параметр  $C = C_1 + C_2$  является положительной величиной, поскольку при  $\varepsilon_{1,2} > 0$ ,  $C_1 = \varepsilon_1 I_0'(q a) K_0(q a) > 0$ ,  $C_2 = -\varepsilon_2 I_0(q a) K_0'(q a) > 0$ . Анализ уравнения (3) показывает, что при фиксированном значении  $q$  увеличение  $\varepsilon_1$  или  $\varepsilon_2$  приводит к уменьшению частоты  $\omega$  ППП и, как следствие, увеличению коэффициента замедления  $K_{\text{dec}} = q' / k_0 = q' c / \omega$ , где  $q'$  — действительная часть ПР ППП. На заданной частоте  $\omega$  величина  $K_{\text{dec}}$  минимальна при  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 1$ , т.е. для ОУНТ в воздухе. Следует отметить, что на терагерцевых частотах слагаемое  $C_1$  пренебрежимо мало по сравнению с  $C_2$ , и поскольку  $C_1 \sim \varepsilon_1$  и  $C_2 \sim \varepsilon_2$ , оптические свойства материала внутри ОУНТ практически не влияют на дисперсионные характеристики ППП.

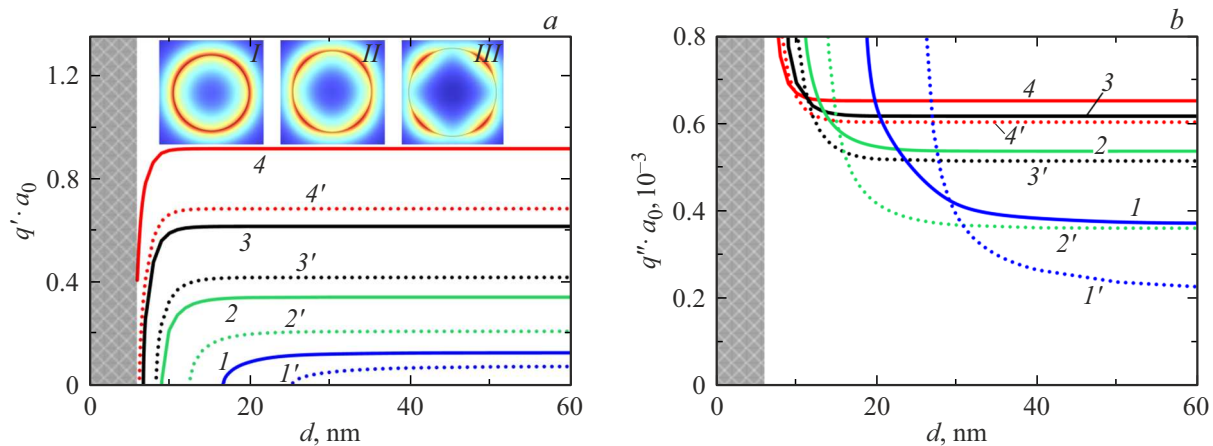
## Дисперсионные характеристики поверхностных плазмон-поляритонов в массивах одно- и двустенных нанотрубок

Рассмотрим бесконечный упорядоченный массив ОУНТ с квадратной элементарной ячейкой, в которой центры соседних нанотрубок равноудалены друг от друга на расстояние  $d$  (период массива). Для расчета дисперсионных характеристик ППП воспользуемся электродинамическим моделированием методом конечных элементов, реализованном в пакете программ Comsol Multiphysics. Для элементарной ячейки со стороной  $d$ , включающей одну нанотрубку, применим периодические граничные условия, что позволяет учесть влияние соседних нанотрубок на характеристики ППП.

Результаты численного моделирования представлены на рис. 1 в виде зависимостей действительной и мнимой компонент ПР  $q = q' + i q''$  фундаментальной моды ППП от периода массива  $d$ . Зависимости построены для массивов ОУНТ в разных вмещающих средах (воздух, полиэтилен) на нескольких частотах терагерцевого диапазона при  $\tau = 10^{-12}$  с [10]. Недопустимые значения межчастичного расстояния  $d$  (менее внешнего диаметра нанотрубки  $2a$ ) показаны заштрихованными областями в левой части графиков. Здесь и далее использованы следующие нормировочные параметры:  $a_0 = 1$  нм,  $\omega_0 = (e / \pi a_0) (2V_F / \varepsilon_0 \hbar)^{1/2} \approx 2.36 \cdot 10^{15}$  с<sup>-1</sup>.

Из представленных зависимостей видно, что для разреженных массивов ( $d \gg 2a$ ) ПР практически не зависит от расстояния между ОУНТ, поскольку поверхностные электромагнитные волны даже соседних нанотрубок взаимодействуют слабо и, как следствие, их дисперсионные характеристики остаются такими же, как в уединённых нанотрубках. В этом случае численные решения, представленные на рис. 1, совпадают с аналитическими решениями уравнения (3), полученными для уединённых ОУНТ.

В случае плотных массивов, для которых  $d < 2(a + \Delta)$ , где  $\Delta \approx 2/q'$  — масштаб затухания эванесцентного поля снаружи нанотрубки, наблюдается



**Рис. 1.** Зависимости действительной (а) и мнимой (б) частей компонент ПР фундаментальной моды ППП от периода массива ОУНТ для разных диэлектрических проницаемостей сред:  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 1$  (воздух) — пунктирные кривые  $I' - 4'$ ,  $\varepsilon_1 = 1$  и  $\varepsilon_2 = 4$  (полиэтилен) — сплошные кривые  $I - 4$ . Пары кривых  $1$  и  $1'$ ,  $2$  и  $2'$ ,  $3$  и  $3'$ ,  $4$  и  $4'$  отвечают частотам  $(0.1, 0.2, 0.3, 0.4) \omega_0$  соответственно. Радиус ОУНТ  $a = 3$  nm. Вставка на панели (а): модуль электрического поля фундаментальной моды на частоте  $0.4\omega_0$  при  $d = 10$  nm ( $I$ ),  $9$  nm ( $II$ ),  $8$  nm ( $III$ ).

изменение дисперсионных характеристик ППП. Вставка на рис. 1, а иллюстрирует процесс трансформации фундаментальной моды в массиве ОУНТ по мере увеличения его плотности, проявляющийся в формировании „лепестковой“ структуры (азимутальной зависимости) распределения волнового поля. При уменьшении  $d$  уменьшается действительная и увеличивается мнимая части ПР, что означает уменьшение коэффициента замедления и длины пробега ППП.

Из рис. 1 также видно, что наличие внешней среды с  $\varepsilon_2 > 1$  приводит к увеличению действительной и мнимой (за исключением очень узкого диапазона значений периода  $d$  вблизи отсечки для массива нанотрубок в воздухе на той же частоте ППП) частей ПР ППП, а также к расширению (в сторону меньших значений) диапазона значений  $d$ , для которых могут существовать ППП в массиве ОУНТ.

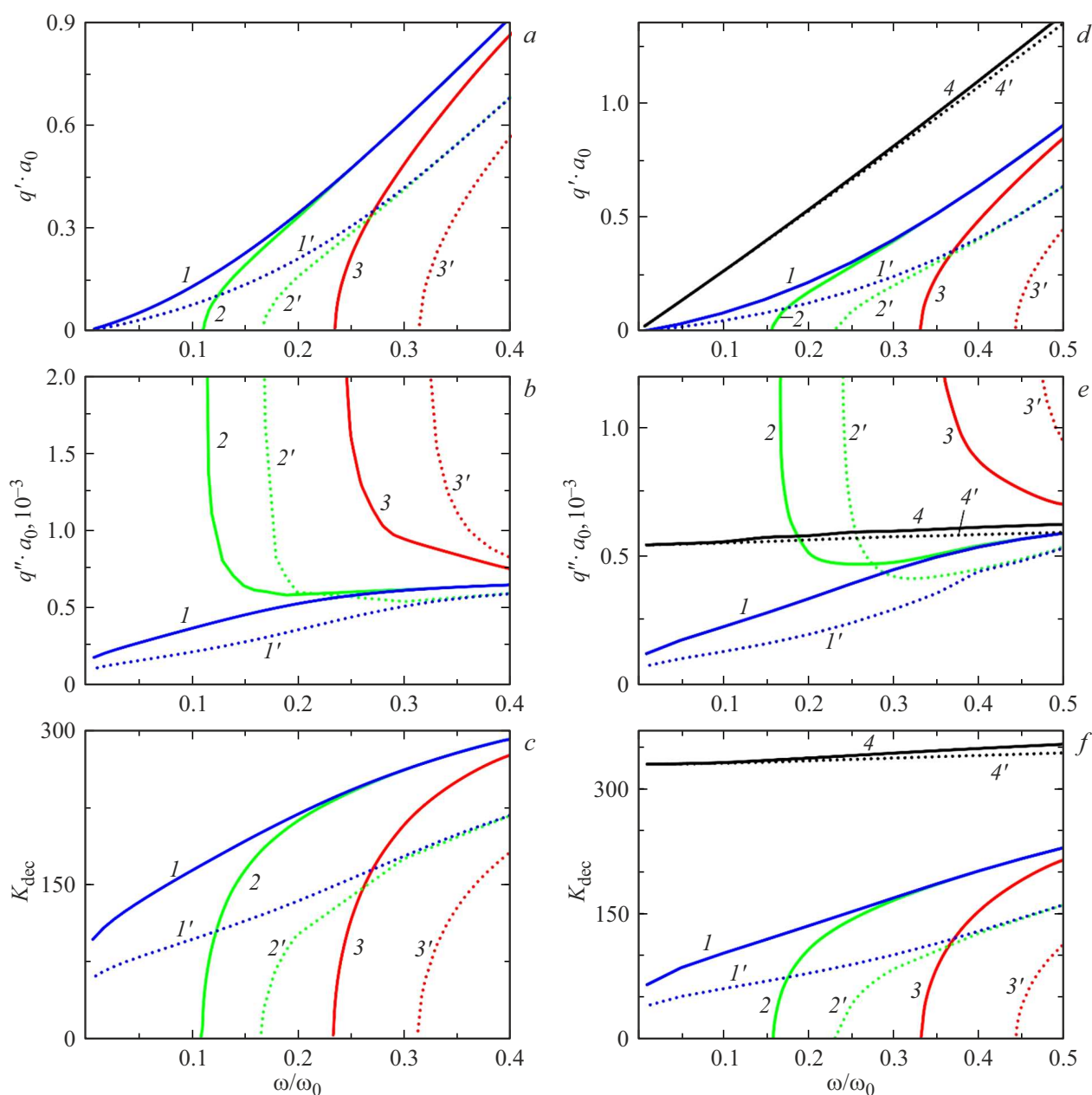
На рис. 2 представлены дисперсионные зависимости ПР и коэффициента замедления  $K_{\text{dec}}$  для фундаментальной ППП моды в массивах ОУНТ и ДУНТ, а также в уединённых нанотрубках (случай  $d \rightarrow \infty$ ). В первую очередь отметим общие черты этих зависимостей для нанотрубок двух типов. В плотных массивах имеются низкочастотные области отсечки (кривые  $2-4$  и  $2'-4'$ ), которые отсутствуют в случае уединённых нанотрубок (кривые  $1$  и  $1'$ ). При наличии вмещающей среды с  $\varepsilon_2 > 1$  частотная область существования ППП расширяется, коэффициент замедления и длина пробега ППП уменьшаются (за исключением узкого диапазона частот вблизи частоты отсечки для массива нанотрубок в воздухе).

Дисперсионные зависимости для массивов ДУНТ (рис. 2,  $d-f$ ) имеют особенности, связанные с наличием двух дисперсионных ветвей. Для ВЧ ветви дисперсионные свойства ППП аналогичны наблюдаемым для

массива ОУНТ, однако коэффициент замедления поверхностной волны в массиве ДУНТ принимает значительно меньшие значения. НЧ ветвь фундаментальной моды характеризуется высокой степенью локализации поля в области между стенками нанотрубки, что приводит к слабой чувствительности её дисперсионных характеристик к плотности массива и диэлектрической проницаемости окружающей среды. Локализация поля моды внутри нанотрубки также приводит к отсутствию отсечки в плотных массивах практически вплоть до минимально возможного значения периода  $d \approx 2a$ . НЧ ветви характеризуются значительно более высоким замедлением ( $K_{\text{dec}} > 300$  в рассматриваемом диапазоне частот), но меньшей длиной пробега по сравнению как с модой массива ОУНТ, так и с ВЧ ветвью массива ДУНТ.

## Заключение

Проведено численное моделирование дисперсионных характеристик ППП в плотных упорядоченных массивах ОУНТ и ДУНТ с учётом взаимного влияния электромагнитных полей нанотрубок. Аналитически получено дисперсионное уравнение для ППП в уединённых нанотрубках, учитывающее диэлектрическую проницаемость вмещающей среды. Для разреженных массивов УНТ показано согласование результатов численного и аналитического расчетов. Установлено, что в плотных массивах нанотрубок взаимодействие посредством эванесцентных полей приводит к уменьшению ПР и длины пробега, а также появлению частотной отсечки для фундаментальной моды ППП. Показано также, что при наличии вмещающей диэлектрической среды фазовая скорость ППП снижается, а ППП могут быть возбуждены в более плотных массивах нанотрубок. В массиве ДУНТ НЧ ветвь фундаментальной моды



**Рис. 2.** Дисперсионные зависимости действительной (a,d), мнимой (b,e) компонент ПР и коэффициента замедления (c,f) для фундаментальной ППП моды в массивах ОУНТ (a,b,c) и ДУНТ (d,e,f) для разных диэлектрических проницаемостей сред:  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 1$  — пунктирные кривые  $1'-4'$ ,  $\varepsilon_1 = 1$  и  $\varepsilon_2 = 2.4$  — сплошные кривые  $1-4$ . Для массива ОУНТ: зависимости для  $d = (\infty, 15, 8)$  nm показаны парами кривых  $1$  и  $1'$ ,  $2$  и  $2'$ ,  $3$  и  $3'$  соответственно. Для массива ДУНТ: ВЧ ветви для  $d = (\infty, 15, 8)$  nm показаны парами кривых  $1$  и  $1'$ ,  $2$  и  $2'$ ,  $3$  и  $3'$  соответственно; НЧ ветви для  $d = 8$  nm — кривыми  $4$  и  $4'$ . Радиус ОУНТ  $a = 3$  nm. Радиус стенок ДУНТ  $a_1 = 2.66$  nm,  $a_2 = 3$  nm.

демонстрирует слабую чувствительность как к плотности массива, так и свойствам вмещающей среды, при этом ВЧ ветвь оказывается чувствительной к изменению электродинамических характеристик окружающей среды. Результаты исследования могут быть полезны для создания сенсоров, модуляторов, а также генераторов ППП на основе массивов УНТ с накачкой дрейфовым током.

### Финансирование работы

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант № 23-19-00880).

### Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

## Список литературы

- [1] Z.J. Dong, B. Sun, H. Zhu, G.M. Yuan, B.L. Li, J.G. Guo, X.K. Li, Y. Cong, J. Zhang. *New Carbon Mater.*, **36** (5), 873 (2021). DOI: 10.1016/S1872-5805(21)60090-2
- [2] M. He, S. Zhang, J. Zhang. *Chem. Rev.*, **120** (22), 12592 (2020). DOI: 10.1021/ACS.CHEMREV.0C00395
- [3] P.S. Goh, A.F. Ismail, B.C. Ng. *Composites. Part A: Applied Science and Manufacturing*, **56**, 103 (2014). DOI: 10.1016/j.compositesa.2013.10.001
- [4] K. Silakaew, P. Thongbai. *RSC Adv.*, **9** (41), 23498 (2019). DOI: 10.1039/c9ra04933a
- [5] G.Y. Slepyan, S.A. Maksimenko, A. Lakhtakia, O. Yevtushenko, A.V. Gusakov. *Phys. Rev. B*, **60** (24), 17136 (1999). DOI: 10.1103/PhysRevB.60.17136
- [6] A. Moradi. *Appl. Phys. A: Mater. Sci. Process.*, **113** (1), 97 (2013). DOI: 10.1007/s00339-013-7854-5
- [7] A.S. Kadochkin, S.G. Moiseev, V.V. Svetukhin, A.N. Saurov, I.O. Zolotovskii. *Ann. Phys.*, **534** (4), 2100438 (2022). DOI: 10.1002/ANDP.202100438
- [8] S.A. Afanas'ev, A.A. Fotiadi, A.S. Kadochkin, E.P. Kitsyuk, S.G. Moiseev, D.G. Sannikov, V.V. Svetukhin, Y.P. Shaman, I.O. Zolotovskii. *Photonics*, **10** (12), 1317 (2023). DOI: 10.3390/PHOTONICS10121317
- [9] С.А. Афанасьев, В.А. Зайцев, С.Г. Моисеев, И.А. Рожлейс, Д.Г. Санников, Г.В. Тертышникова. *ФТП*, **58** (9), 467 (2024). DOI: 10.61011/FTP.2024.09.59302.6326A
- [10] R.A. Jishi, M.S. Dresselhaus, G. Dresselhaus. *Phys. Rev. B*, **47** (24), 16671 (1993). DOI: 10.1103/PhysRevB.47.16671