## Математическое моделирование влияния плазменных и гравитационных неоднородностей на рефракцию космического излучения

© Д.С. Лукьянцев, Н.Т. Афанасьев, А.Б. Танаев

Иркутский государственный университет, 664003 Иркутск, Россия

e-mail: cmeofs1997@mail.ru, spacemaklay@gmail.com, tanaev.ab@yandex.ru

Поступило в Редакцию 1 мая 2025 г. В окончательной редакции 21 июля 2025 г. Принято к публикации 21 июля 2025 г.

На основе лучевого приближения и теории возмущений разработан аппарат численно-аналитического моделирования рефракции космического излучения в поле тяготения массивных объектов в окружении случайных плазменных неоднородностей и гравитационного шума. Распространение излучения в поле тяготения рассмотрено, как процесс в евклидовом пространстве с эффективным показателем преломления вакуума, выраженным через гравитационный потенциал. Приведены результаты расчетов стохастического замывания эффектов гравитационного линзирования в зависимости от пространственного расположения источника и приемника излучения для разных типов случайных неоднородностей космической среды.

**Ключевые слова:** электромагнитное излучение, геометрическая оптика, поле тяготения, гравитационные и плазменные неоднородности.

DOI: 10.61011/JTF.2025.12.61781.223-25

## Введение

Как известно [1-5], массивные астрофизические объекты вносят заметный вклад в рефракцию электромагнитного излучения при распространении в космической среде. Группа гравитационных объектов приводит к формированию сложных распределений электромагнитного поля. Анализируя такие эффекты, можно переходить к решению обратной задачи по восстановлению параметров среды, а также оценивать характеристики объектов, невидимых в электромагнитном диапазоне, но проявляющих себя через гравитационное взаимодействие. Между тем при изучении объектов на космологических расстояниях в структуре принятого излучения могут возникать дополнительные рефракционные эффекты, связанные с влиянием возмущений космической среды. В частности, к таким возмущениям относятся случайные плазменные неоднородности [2,4]. Для детального восстановления возмущающих гравитационных потенциалов скрытых объектов по характеристикам принятого излучения необходимо учитывать не только маскирующее действие космической плазмы, но и присутствие в окружающем пространстве областей стохастических неоднородностей полей тяготения, поскольку последние также могут приводить к частичному замыванию гравитационных эффектов

# 1. Аппарат численно-аналитического моделирования

Для расчета влияния плазменных и гравитационных неоднородностей на рефракцию космического из-

лучения в поле тяготения использовались стохастические лучевые дифференциальные уравнения в форме Лагранжа—Эйлера в специальной сферической системе координат [6], полученные из вариационного принципа Ферма:

$$\begin{split} \frac{dR}{d\varphi} &= R \operatorname{ctg} \beta, \\ \frac{d\beta}{d\varphi} &= (1 + \sin^2 \beta \operatorname{tg}^2 \alpha) \left( \frac{1}{\tilde{n}} \left( \frac{\partial \tilde{n}}{\partial \varphi} \operatorname{ctg} \beta - R \frac{\partial \tilde{n}}{\partial R} \right) - 1 \right), \\ \frac{d\delta}{d\varphi} &= \operatorname{tg} \alpha, \\ \frac{d\alpha}{d\varphi} &= \frac{1}{\tilde{n}} (1 + \cos^2 \alpha \operatorname{ctg}^2 \beta) \left( \frac{\partial \tilde{n}}{\partial \delta} - \frac{\partial \tilde{n}}{\partial \varphi} \operatorname{tg} \alpha \right), \end{split}$$
(1)

где R,  $\delta$ ,  $\phi$  — радиальная и угловые координаты луча соответственно;  $\alpha$ ,  $\beta$  — текущие углы рефракции луча;  $\tilde{n}$  — эффективный показатель преломления, учитывающий случайные неоднородности космической среды и аддитивный вклад гравитационных полей объектов в общее поле тяготения [4,5]:

$$\tilde{n} = n_0 + \tilde{n}_1, \ n_0 = 1 + \frac{R_g}{R} + \sum_{i=1}^N A_i$$

$$\times \exp\left[-b_{\varphi i}(\varphi - \varphi_{Li})^2 - b_{\delta i}(\delta - \delta_{Li})^2 - b_{Ri}(R - R_{Li})^2\right], \tag{2}$$

где  $n_0$  — эффективный показатель преломления регулярного поля тяготения;  $\tilde{n}_1$  — описывает случайные неоднородности космической среды;  $R_g$  — гравитационный радиус основного объекта тяготения; N — число

дополнительных регулярных неоднородностей показателя преломления;  $A_i$ ,  $\varphi_{Li}$ ,  $\delta_{Li}$ ,  $R_{Li}$ ,  $b_{\varphi i}$ ,  $b_{\delta i}$ ,  $b_{Ri}$  — соответственно интенсивность, координаты центра локализации и масштабы i-го регулярного возмущения поля тяготения. Геометрия задачи соответствует рис. 1 работы [5]. В результате решения системы (1) в приближении метода возмущений (при  $\tilde{n}_1 \ll 1$ ) была получена порождающая система уравнений для расчета рефракции излучения в регулярном поле тяготения (система (1) при  $\tilde{n}_1 = 0$ ), а также система уравнений для расчета дисперсий боковых отклонений лучей в картинной плоскости наблюдателя [4,5]:

$$\frac{d\sigma_{\delta}^{2}}{d\varphi} = \frac{\mu}{4} \sqrt{\frac{\pi}{Q}} \left( \frac{DP^{2}}{Q} + 16 \left( D - \frac{K}{Q} \right) (\varphi J_{1} - J_{2}) \right),$$

$$\frac{dJ_{1}}{d\varphi} = P^{2}, \quad \frac{dJ_{2}}{d\varphi} = \varphi P^{2}, \tag{3}$$

где

$$P = \frac{1}{\cos^2 \alpha_0} + \operatorname{ctg}^2 \beta_0, \ \ Q = \frac{1}{\nu_{\varphi}^2} + \frac{1}{\nu_{\delta}^2} \operatorname{tg}^2 \alpha_0 + \frac{R_0^2}{\nu_R^2} \operatorname{ctg}^2 \beta_0,$$

$$K = \left(\frac{1}{\nu_{\varphi}^2} - \frac{1}{\nu_{\delta}^2}\right)^2 \operatorname{tg}^2 \alpha_0;$$

$$\mu = \gamma \mu_0,$$

$$\gamma = \exp\left[-m_R(R - R_L')^2 - m_{\varphi}(\varphi - \varphi_L')^2 - m_{\delta}(\delta - \delta_L')^2\right],$$

 $R_0,\,\delta_0,\,\alpha_0,\,\beta_0$  — рефракционные характеристики луча при  $\tilde{n}_1 = 0$ ;  $\mu_0, \nu_R, \nu_{\varphi}, \nu_{\delta}$  — интенсивность и пространственные радиусы корреляции неоднородностей космической среды;  $R'_L$ ,  $\varphi'_L$ ,  $\delta'_L$ ,  $m_R$ ,  $m_\varphi$ ,  $m_\delta$  — координаты центра и размеры области локализации неоднородностей космической среды. Уравнения (3) получены в предположении, что турбулентность космической среды характеризуется квазиоднородным случайным полем неоднородностей показателя преломления. Для простоты оценок использовалась гауссова форма однородной части корреляционной функции. Отметим, что в общем случае хаотические неоднородности многомасштабной космической среды описываются степенным спектром. Между тем в ряде случаев [7] при расчетах низших моментов флуктуаций направления распространения сигналов просвечивания можно использовать эффективный гауссовый спектр, если в качестве пространственного масштаба неоднородностей считать внешний масштаб космической турбулентности, заданной степенным спектром. Это связано с тем, что высокочастотная часть спектра неоднородностей в большей степени влияет на амплитуду сигнала, чем на его фазу [7].

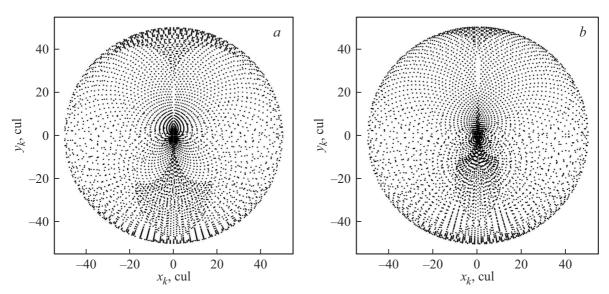
### 2. Результаты расчетов и их обсуждение

На рис. 1-3 представлены результаты расчетов рефракционных характеристик излучения на основе систем

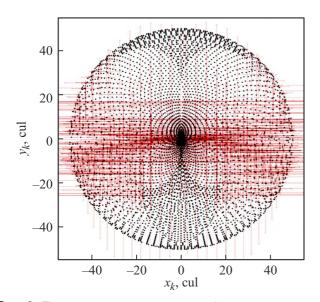
уравнений (1), (3) для случая смещенного точечного источника относительно луча зрения по угловой координате  $\delta$  на фиксированном расстоянии R. Начальные условия составляли  $\varphi_n = 0$ ,  $R_n = 50$  cul (cul — условная единица длины). Для оценки влияния смещения источника излучения от луча зрения на наблюдаемый эффект рассматривалось два положения источника со значениями угловой координаты  $\delta_n=0.3\,\mathrm{rad}$  и  $\delta_n = 0.6$  rad. Прицельный угловой параметр  $\alpha_n$  варьировался в диапазоне (-0.75)-(+0.75) rad, а  $\beta_n$  — в диапазонах (-0.75)-(-0.03) и (+0.03)-(+0.75) rad. Pacчет проводился до радиальной координаты  $R_k = 50 \, \mathrm{cul}$ , где формировалась картинная плоскость наблюдателя (далее — "лучевая картина") с отмеченными на ней конечными угловыми координатами  $(\phi_k; \delta_k)$  луча. На рис. 1 представлена лучевая картина в плоскости наблюдателя при транспорте космического излучения через регулярное поле тяготения одиночного объекта. Для наглядности конечные угловые значения  $(\phi_k; \delta_k)$  здесь показаны в декартовых координатах:  $x_k = R_k \cos \varphi_k \cos \delta_k$ ,  $y_k = R_k \sin \varphi_k \cos \delta_k$ .

Из полученных результатов расчетов видно, что формирование лучевой картины зависит от расположения точечного источника. В верхней части распределения точек прихода лучей в картинную плоскость наблюдателя происходит уплотнение области периферии (формирование дуги) с постепенным уменьшением в размерах. В нижней части распределения возникает смещение линзовой области в центральную часть распределения с уменьшением пространственных масштабов. Также на рис. 1, b следует отметить переход линзового эффекта из верхней периферийной части распределения в нижнюю область лучевой картины. За счет смещения источника излучения в картинной плоскости наблюдателя начинают формироваться дугообразные линзовые эффекты. Также в распределении точек прихода в картинную плоскость следует отметить свечеподобное образование, выраженное заметной структуризацией точек в центральной области выше плоскости луча зрения (относительно  $y_k = 0$ ). Этот эффект соответствует появлению источника излучения в прямой видимости для наблюдателя. Чем выше источник над плоскостью луча зрения, тем более выражена степень структуризации.

Одной из проблем, приводящей к потере информации об источнике излучения, является случайное распределение массы в поле тяготения массивного объекта или на луче зрения (далее — "гравитационный шум"). Расчет влияния гравитационного шума на лучевую картину проводился при следующих параметрах:  $\nu_R=0.1$  cul,  $\nu_{\varphi}=\nu_{\delta}=0.1,$   $R'_L=0$  cul,  $\varphi'_L=\delta'_L=0,$   $\mu_0=10^{-5},$   $m_R=25$  cul $^{-2},$   $m_{\varphi},$   $m_{\delta}\to\infty$ . На рис. 2 представлены результаты моделирования, где боковые красные отрезки соответствуют среднеквадратичным боковым отклонениям лучей в плоскости наблюдателя под влиянием гравитационно-шумового "облака". Чем больше длина отрезка, тем сильнее отклонение луча. Значения длин отрезков боковых отклонений лучей в кар



**Рис. 1.** Лучевая картина в плоскости наблюдателя при транспорте космического излучения вблизи одиночного массивного объекта с различным смещением точечного источника на фиксированном расстоянии R вдоль угловой координаты  $\delta$  от луча зрения:  $\delta_n = 0.3 \, \mathrm{rad} \, (a)$  и  $0.6 \, \mathrm{rad} \, (b)$ , при отсутствии случайных неоднородностей. Отмеченные точки соответствуют лучам, пришедшим на фиксированное расстояние  $R_k$ .

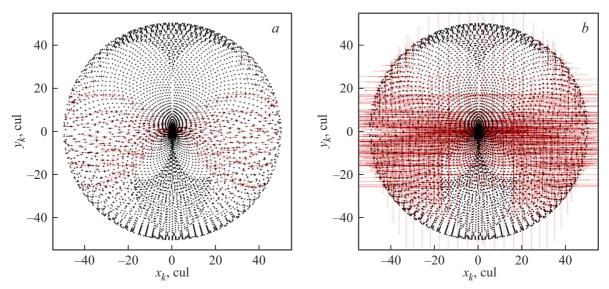


**Рис. 2.** Лучевая картина в плоскости наблюдателя при транспорте космического излучения вблизи одиночного массивного объекта, погруженного в гравитационный шум. Источник излучения расположен при  $\delta_n=0.3\,\mathrm{rad}$ . Красные отрезки соответствуют среднеквадратичным боковым отклонениям лучей в картинной плоскости наблюдателя под влиянием гравитационного шума.

тинной плоскости наблюдателя получены с помощью соотношений  $\sigma_x = \sigma_\delta R_k \cos \varphi_k \sin \delta_k$ ,  $\sigma_y = \sigma_\delta R_k \sin \varphi_k \sin \delta_k$ . Из рис. 2 следует, что при локализации гравитационношумового "облака" вблизи массивного объекта происходит стохастическое замывание центральной части лучевой картины. При увеличении оптического пути

луча при распространении в поле тяготения происходит рост его боковых отклонений в картинной плоскости. В рассмотренном случае дугообразные области гравитационной фокусировки не деформируются под влиянием гравитационного шума вследствие конечных размеров "облака". Однако с увеличением расстояний между источниками и гравитационно-линзовыми объектами даже относительно малое "облако" может привести к замыванию областей фокусировок, что отразится в потере информации об источнике излучения.

Для получения достоверной информации об источнике излучения, расположенного на космологических расстояниях, также необходим учет влияния случайных плазменных неоднородностей. Расчет замывания эффекта гравитационного линзирования в космической плазме проводился в случае равномерного распределения неоднородностей во всей среде, т.е.  $m_R, m_{\varphi}, m_{\delta} \to \infty$ . Интенсивность неоднородностей задавалась в виде  $\mu_0 = \mu_0' (f_{pl}/f)^2$ , где  $f_{pl}$  — плазменная частота, f — частота космического излучения. Параметры задачи составляли:  $\nu_R = 0.1 \, {\rm cul}, \ \nu_{\varphi} = \nu_{\delta} = 0.1,$  $R_L' = 0 \, {
m cul}, \;\; \varphi_L' = \delta_L' = 0, \;\; \mu_0' = 0.01, \;\; f_{pl} = 12 \, {
m MHz}. \;\; {
m Ha}$ рис. 3 представлены результаты расчетов для  $f = 6 \, \mathrm{GHz}$ (рис. 3, a) и  $f = 300 \,\mathrm{MHz}$  (рис. 3, b). Из рис. 3 следует, что, как и в случае рис. 2, наибольший эффект стохастического замывания лучевой картины отмечается в центральной части. Следует отметить, что при частоте излучения 6 GHz (рис. 3, a) эффект замывания несущественен, что приводит к сохранению четкости очертания дугообразных линзовых эффектов. В особенности это касается центральной области фокусировки. При частоте излучения  $300 \, \mathrm{MHz} \; (\mathrm{puc.} \; 3, b)$  лучевая картина подвергается значительному замыванию под влиянием



**Рис. 3.** Замывание гравитационного линзирования в космической плазме. Частоты излучения — 6 GHz (a) и 300 MHz (b). Параметры:  $\mu'_0 = 0.01$ ,  $f_{pl} = 12$  MHz.

плазменных неоднородностей. В этом случае линзовый эффект в центральной части лучевой картины будет размыт, а дуга на периферии сохранится, но с частичным размытием очертания.

#### Заключение

Для расчета влияния плазменных и гравитационных неоднородностей на рефракцию космического излучения в поле тяготения массивных объектов используется лучевое приближение и теория возмущений. Выполнены расчеты рефракционных характеристик излучения в гравитационных полях различной конфигурации. Отмечено, что при смещении источника излучения относительно луча зрения на гравитационно-линзовый объект в лучевой картине формируются две области фокусировок дугообразного типа. Под воздействием случайных гравитационных и плазменных неоднородностей эти эффекты могут подвергаться стохастическому замыванию. Для дуги, локализованной на периферии лучевой картины, эффект будет незначителен, в отличие от центральной области фокусировки. При этом степень замывания лучевой картины также зависит от длины волны излучения, интенсивности и пространственных радиусов корреляции неоднородностей космической среды. Указанные особенности необходимо учитывать при интерпретации данных наблюдений сложных гравитационно-линзовых эффектов.

#### Финансирование работы

Работа выполнена при поддержке Минобрнауки РФ (проекты FZZE-2023-0004, FZZE-2024-0005).

#### Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

#### Список литературы

- [1] П.В. Блиох, А.А. Минаков. Гравитационные линзы (Наукова думка, Киев, 1989)
- [2] G.S. Bisnovatyi-Kogan, O.Yu. Tsupko. Universe, **57** (3), 30 (2017). DOI: 10.3390/universe3030057
- [3] W. Sheu, A. Cikota, Xi. Huang, K. Glazebrook, Ch. Storfer, Sh. Agarwal, D.J. Schlegel, N. Suzuki, T.M. Barone, F. Bian, T. Jeltema, T. Jones, G.G. Kacprzak, J.H. O'Donnell, K.G.C. Vasan. Astrophys. J., 973 (1), 10 (2024). DOI: 10.48550/arXiv.2408.10320
- [4] Д.С. Лукьянцев, Н.Т. Афанасьев, А.Б. Танаев, С.О. Чудаев. Компьютерные исследования и моделирование, 16 (2), 433 (2024).
- [5] Д.С. Лукьянцев, Н.Т. Афанасьев, Е.И. Калашникова, А.Б. Танаев. Математическая физика и компьютерное моделирование, 27 (2), 48 (2024).
- [6] М.А. Колосов, А.В. Шабельников. *Рефракция электромагнитных волн в атмосферах Земли, Венеры и Марса* (Советское радио, М., 1976)
- [7] С.М. Рытов, Ю.А. Кравцов, В.И. Татарский. Введение в статистическую радиофизику. Случайные поля (Наука, М., 1978), ч. 2.