

01

Об ошибочности утверждения о наблюдении боровских квантовых скачков в экспериментах с одиночными атомами

© Э.Г. Сапрыкин, В.А. Сорокин

Институт автоматики и электрометрии СО РАН,
Новосибирск, Россия

e-mail: Saprykin@iae.nsk.su, vladssorokin1957@yandex.ru

Поступила в редакцию 18.09.2024 г.

В окончательной редакции 11.07.2025 г.

Принята к публикации 16.07.2025 г.

В результате ретроспективного анализа работ, сообщающих о наблюдении квантовых скачков в одиночных ионах с 1986 по 2015 гг., показана ошибочность утверждения об обнаружении боровских квантовых скачков и выявлена предполагаемая причина заблуждения. Авторы проанализированных работ приняли за боровские скачки нелинейный интерференционный эффект, проявившийся в их опыте и сопутствующий комбинационному рассеянию излучения, предсказанный россиянами за 10 лет до их работы.

Ключевые слова: ионы бария, одиночные атомы, квантовые скачки, нелинейный интерференционный эффект.

DOI: 10.61011/OS.2025.09.61758.7089-25

1. Введение

В 1986 г. три группы экспериментаторов опубликовали статьи, содержащие в названии слова — „наблюдение „квантовых скачков“ [1–3]. Из статей [1,3] можно было понять природу квантовых скачков, лишь ознакомившись с их текстом. В отличие от них в аннотации работы [2] в качестве основного результата было заявлено наблюдение авторами боровских квантовых скачков, иллюстрированное затем в тексте [2] графиком частотного сканирования, в работах [1–3] отсутствующего.

Квантовые скачки, введенные Бором в 1913 г., были одним из наиболее существенных следствий его квантовой механики [4], исходящей из постулата о невозможности нахождения атома в состояниях, не отвечающих энергии стационарных состояний. Поэтому переход между ними не может быть постепенным, а должен происходить квантовым скачком, во время которого энергия промежуточного состояния не определена, как и момент времени перехода. С течением времени и становлением новой квантовой механики отношение к ним менялось, и на данный момент в квантовой физике их рассматривают как иногда полезный эвристический прием. Современные представления квантовой физики по данному вопросу требуют рассмотрения, выходящего за пределы данной статьи. Поэтому мы изложим представления о боровских скачках, сформировавшиеся в квантовой физике к моменту постановки работ [1–3].

Уже изначально у классиков не было ответа на вопрос: почему при боровском скачке не испускается непрерывный спектр? И далее неоднозначное отношение к ним сохранялось. Так, авторы [2] пишут о квантовых скачках Бора следующее: „их в основном считали в то время и даже позже, своеобразным артефактом модели атома Бо-

ра, чье реальное существование было сомнительным и, во всяком случае, не подлежащим проверке на обычных больших атомных ансамблях“. Те же авторы отметили в работе [5]: „только в больших атомных ансамблях, с которыми имеют дело в обычных экспериментах, предполагалось происходящим непрерывное изменение атомарных переменных во времени. Хотя это следствие, как бы ускользнув от воображения, повлекло суровые сомнения, но ошеломительные успехи квантовой механики Бора вскоре успокоили скептиков“.

Отметим, что к их числу относился и Шредингер, который по результатам дискуссии с Бором вынужден был принять его точку зрения, и в волновую механику были включены боровские скачки, которые называют также боро-шредингеровскими скачками. Но в экспериментальном плане вопрос о скачкообразном или постепенном характере оптических переходов оказался нерешенным. Участники празднования пятилетия новой квантовой механики отмечали, что оно проходило в атмосфере скорого ожидания экспериментальной демонстрации постепенного характера оптических переходов, предсываемого матричной механикой. Но ожидание таких опытов смеялись на следующий век, и выяснение этого вопроса продолжилось в теоретическом плане.

Обе эти ситуации были рассмотрены в 1976 г. в первой монографии по динамике спектроскопических переходов ([6], разд. 4.4). В ней отмечается, что в шредингеровской картине перехода реальными являются только собственные состояния оператора энергии, промежуточные состояния запрещены и наблюдать не могут. Поэтому вычисляемые суперпозиционные состояния энергии, имеют только формальный смысл, заключающийся в том, что они являются решениями уравнения Шредингера, идентифицирующими начальное

и конечное состояния перехода, и квантовые скачки такого типа было предложено автором именовать шредингеровскими скачками. В альтернативной модели постепенных переходов автор [6] (см. с. 125 русского перевода) исходит из предположения, что суперпозиционное состояние является истинным состоянием системы. Точнее, в течении перехода из состояния 1 в состояние 2 система проходит через континuum суперпозиционных состояний столь же „реальных“, что и состояния 1 и 2. Но только при условии, что их собственные значения не являются собственными значениями оператора энергии.¹ Поэтому вмешательство в процесс такого постепенного перехода, например, с попытками измерениями энергии, возмущают систему и ведут к скачкообразному переходу системы в одно из стационарных состояний энергии. Такие скачки им было предложено называть гейзенберговскими скачками. В завершение разд. 4.4 автор обозначил свою позицию в отношении природы квантовых скачков. По его мнению, нет скачкообразных переходов, как их понимал Шредингер, а есть протяженные во времени переходы и прерывающие их гейзенберговские квантовые скачки, вынужденные „неправильным“ типом измерения.

Авторы статьи [7] в ее обзорной части отмечают, что „...с развитием современной квантовой теории боровская концепция квантового скачка была отнесена к гораздо более проблематичному статусу. Как известно, новая теория не описывает прерывистые атомные переходы (скачки), а скорее говорит только о непрерывности эволюции волновой функции“. В данном случае авторы, безусловно, имели в виду волновую механику Шредингера. Но и в матричной механике Гейзенberга ситуация схожая. Здесь также предполагается непрерывность оптических переходов, но присутствует также возможность прерывания перехода внешним возмущением.

Какая ситуация реализуется фактически, должны были показать опыты. Первым опытом, в котором через 73 года после Бора было заявлено о наблюдении боровских квантовых скачков, как раз и была работа [2]. В ней, как и в работах [1,3] уменьшение ансамбля атомов, задействованных в опытах (до 1–3 ионов бария) обеспечивалось малой концентрацией ионов, пленением их в ионных ловушках и дополнительным лазерным охлаждением.

2. Макроскопические квантовые скачки в одноатомной спектроскопии

Неординарность результатов работы [2] в части регистрации боровских скачков диктует необходимость рассмотреть альтернативный механизм порождения квантовых скачков в рамках концепции [8]. Исходной предпосылкой к постановке работ по реализации такого

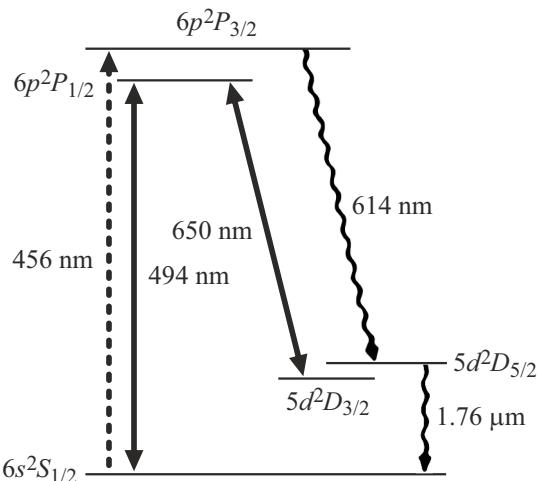


Рис. 1. Схема уровней, задействованных в опытах работ [2,5].

механизма послужила V-схема двойного резонанса в качестве усиительного механизма для детектирования слабых оптических переходов в одноатомной спектроскопии возбужденных ионов, которая была презентована Демельтом в докладе 1975 г. и более детально обоснована в монографии 1981 г. Для реализации предложенного механизма следовало использовать лазерное излучение, контролирующее пребывание иона в основном состоянии $6s^2S_{1/2}$. Лазерное излучение, насыщающее сильный или слабый переходы, действуя по отдельности, стимулировало или интенсивное рассеяние фотонов (флуоресценцию) на сильном переходе $6p^2P_{1/2}$ или исчезающем малом флуоресценции на слабом переходе с метастабильного состояния $5d^2D_{5/2}$ в основное. Однако, если при возбужденном сильном переходе из поля, действующего на слабом переходе с метастабильного состояния в основное, поглотится хотя бы один фотон, то произойдет прерывание интенсивной флуоресценции на сильном переходе, и появится малая флуоресценция, отвечающая слабому переходу. По истечении некоторого времени произойдет обратная ситуация, и возобновится интенсивная флуоресценция на сильном переходе. Такие прерывания (скачки) интенсивной флуоресценции выявляют присутствие слабых переходов. При непрерывном возбуждении обоих переходов возникает режим, называемый „телефрафным“, со случайным распределением во времени и изменчивостью ширин „темных“ провалов, связанных с длительностью флуоресценции метастабильного состояния. О наблюдении таких скачков было сообщено в работах [1–3].

Схема использованных в работах [1,2,5] уровней Ba^+ и возбуждающих их полей приведена на рис. 1. Единственным источником возбуждения уровней Ba^+ в [2] служило излучение „зеленого“ лазера с длиной волны 494 nm, прямо заселяющее уровень $6p^2P_{1/2}$, с последующим спонтанным распадом на метастабильные уровни $5d^2D_{3/2}$ и $5d^2D_{5/2}$. В приоритетной работе [1]

¹ Автор [6] не приводит примеры таких операторов, но одним из них является оператор импульса.

они дополнительно заселялись с уровня $6p^2P_{3/2}$, возбуждаемого бариевой лампой с длиной волны 456 нм. После публикации работы [1] этот метод был использован и в [5]. Помимо этого на переход $6p^2P_{1/2}-5d_2D^{3/2}$ воздействовало излучение „красного“ лазера с длиной волны 650 нм, которое в штатном режиме при отстройке на 300 MHz вниз от центра перехода способствовало дополнительному оптическому охлаждению ионов и регистрации режима „квантового телеграфа“.

В [2] „красный“ лазер сканировался по частоте с целью получения спектральных зависимостей зеленой флуоресценции. При этом „зеленый“ лазер отстраивался от центра линии на -300 MHz, чтобы обеспечить устойчивое оптическое охлаждение. Данный опыт показал, что устойчивое оптическое охлаждение сохраняется, пока отстройка частоты сканируемого лазера также отрицательная. При переходе в антистоксовое крыло линии комбинационного рассеяния (КР) знак отстройки изменяется, охлаждение сменяется нагревом и форма спектра меняется. Это специфика использованной системы лазерного охлаждения. Пример такого сканирования, интерпретированного в [2] как проявление боровских скачков, приведен на рис. 2 работы [2].² Конкретный вид графиков определяется интенсивностями лазеров. В работе они не приводятся. Однако представленный на рис. 2 широкий трек опто-гальванического сигнала, показывает, что полевые эффекты значительны. Ширина этого контура на полувысоте составляет 700 MHz, что задается интенсивностью лазера на 494 nm. Однако и интенсивность лазера на 650 nm дает вклад в интенсивность зеленой флуоресценции, демонстрируя провалы — эффекты переноса населенности с уровня $6p^2P_{1/2}$, на менее заселенный уровень $5d^2D^{3/2}$.

Скачки вниз, отвечающие переходам к уровню $5d^2D_{5/2}$, были приняты авторами [2] за реанимацию боровских скачков, ставшую возможной благодаря переходу от опытов с ансамблями атомов к опытам с одиночными атомами. Неполнота описания параметров схемы и действующих полей, а также отсутствие других спектральных зависимостей (кроме рис. 2 работы [2]), отображающих влияние параметров на форму спектров, не позволяет определить истинную причину появления этих скачков. Однако в годы, предшествующие постановке опытов и публикации [2], физики, участвующие в продвижении темы [8], доступ к такой информации имели (личные контакты, конференции, другие источники) и свое мнение по данному вопросу могли составить.

Начиная с 1975 г. к реализации идеи Демельта о новом способе выявления слабых переходов стали подключаться многие физики. Некоторые из них упомянуты в обзоре Демельта [8], включающем работы

² Только много позднее авторы работы [9], готовя публикацию, выяснили у авторов [2], что этот результат взят ими из серии опытов 1984–1985 годов, ранее не понятых. Именно из статьи [9] следует, что среди участников работ обнаруженные „квантовые скачки“ стали более известными как „макроскопические квантовые скачки“, введенные в [10].

1956–1981 гг., некоторые в обзоре [11], включающем работы 1985–1986 гг. Более широкий список авторов представлен в работе [7] (1995 г.), некоторые ссылки содержатся в последнем (ретроспективном) обзоре 2015 г. [9], представленном участниками опытов. В продвижении темы объединился коллектив квалифицированных физиков.³ Каждый из них потратил несколько лет на реализацию различных аспектов концепции [8], поэтому их мнение по вопросу достоверности или ошибочности заявления авторов [2] о регистрации боровских скачков представляется важным.

Однако попытка выяснить: как отнеслись авторы работ по данной теме, опубликованных после работы [2], к заявлению ее авторов о регистрации боровских скачков в спектральной зависимости рис. 2, показала, что этот результат [2] был коллегами игнорирован, и никто на него не сослался. Имеются ссылки только на результаты [2], которые согласовывались с концепцией [8].

Так, он пропущен в статье [12], цитирующей только эксперименты [1,3], или цитируется общим списком работ, в которых были наблюданы квантовые скачки в V- или Л-конфигурациях [13], или как работы, согласующиеся с теорией подавления квантовых скачков часто повторяющимися измерениями (эффект Зенона) [14], или как работы, демонстрирующие „телеграфный“ режим [15,16].

По-видимому, отсутствие критических ссылок в отношении боровской интерпретации скачков работы [2] связано с тем, что направленные в печать работы [1–3] обсуждались на конференции IQEC-86 в Сан-Франциско до их публикации в июне 1986 г.⁴ При этом в работах [1,3] зарегистрированные эффекты были объяснены без привлечения боровских скачков и вопрос о них был решен на конференции, не выплеснувшись в печать. Поэтому авторы [2] в следующей своей статье [5], направленной в печать в августе 1986 г., о регистрации ими боровских скачков уже не упоминают, толкуя опыты [1–3] в части тушения резонансной флуоресценции только как реализацию идей, обсужденных в 1980–1985 гг., с боровским постулатом никак не связанных. Однако никаких поправок к статье [2] опубликовано не было, возможно, потому, что выход из печати [2] затормозился до октября. В связи с этим многие российские физики далекие от проблематики работ [1–3,8] до сих пор принимают на веру этот артефакт и, исходя из [2], считают, что атомные переходы совершаются скачком. Поэтому далее мы покажем неправомерность применения боровской концепции квантовых скачков при интерпретации результатов [2] с одиночными атомами.

Начиная этот раздел, добавим к перечисленным выше опытам еще 3 опыта, опубликованные в

³ Трое из них стали впоследствии лауреатами нобелевской премии по физике: Х. Демельт (1989 г.), К. Коэн Таннуджи (1997 г.), Д. Уайнленд (2012 г.) [9].

⁴ См. библиографию работы [5], направленной в печать в августе до опубликования работы [2].

1986–1989 гг. [17–19] в других изданиях с использованием не только V-схем с ионными ловушками ([18] $^{24}\text{Mg}^+$), но и Л-схем с пучком атомов [17,19] $^{138}\text{Ba}^+$. Полученные результаты были интересными, но согласовывались с концепцией [8].

Среди работ, опубликованных после 1986 г., выделяется работа [7], которая благодаря большому количеству комментированных ссылок по теме [8] смотрится как обзорная. Дополнительный интерес представляет и то, что ответ на вынесенный в заголовок статьи вопрос „Возникают ли квантовые скачки в определенные моменты времени?“ авторы [7] связывают с наличием или отсутствием боровских квантовых скачков.

Авторы [7], выделив отдельно работу [1], отмечают, что в других работах эксперименты с одиночными атомами часто реферирувались как доказательство чего-то, подозрительно напоминающего боровские скачки, и беспокойство по поводу реанимации боровской концепции сохранялось. В обоснование этого в статье приводятся и доводы, и ссылки на публикации с альтернативными гипотезами. По их мнению, окончательно это беспокойство было рассеяно работами [12,14,20], показавшими как принцип суперпозиции атомных состояний, чуждый старой теории Бора, согласуется с „квантовым телеграфом“.

В своей статье авторы [7] также пришли к выводу, что эксперименты на одиночных атомах не являются доказательством квантовых скачков в старом смысле. Для демонстрации этого они используют мысленный интерференционный эксперимент. Однако при аргументации своего метода они отталкиваются от известной работы Шредингера 1952 г. [21], исходящей из постепенности оптических переходов и признания интерферирующих волн единственной реальностью мира.

3. Боровские квантовые скачки в одноатомной спектроскопии как следствие ошибки в интерпретации экспериментальных данных

Последняя обзорная статья экспериментов 80-х годов прошлого века была опубликована в 2015 г. [9]. Эта ретроспективная работа примечательна тем, что ее авторы в отличие от авторов [7] являются активным участниками экспериментальных работ тех лет по обоснованию и реализации концепции [8]. Именно благодаря историческому экскурсу, предпринятыму ими в 2014 г., нам удалось выяснить истинную причину заблуждения авторов [2], заявивших о регистрации боровских скачков.

Одной из целей работы [9] было показать „...как можно упустить открытия, если непредвиденные, загадочные наблюдения игнорируются, а не исследуются“. В разд. 5.2. обзора [9] был рассмотрен один из примеров такой ситуации, сложившейся в гамбургской группе исследователей [2,5]. Контакты авторов [9] с авторами [2,5]

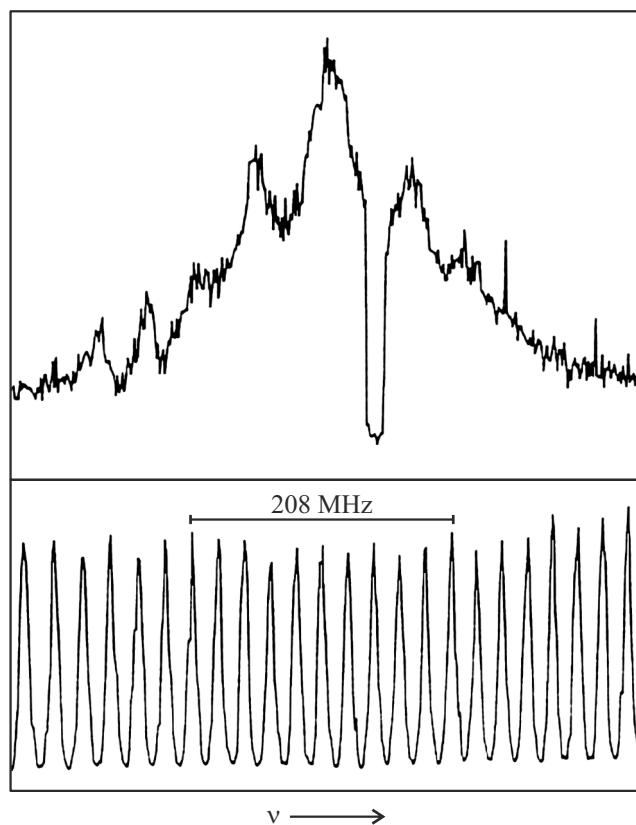


Рис. 2. Ранние данные (1984–1985 гг.) группы Гамбургского университета ([22], рис. 28). Частота лазера на длине волны 650 nm и время увеличиваются слева направо. Количество точек данных 370, время на точку 1 с.

при подготовке обзора [9] в 2014 г. показали, что квантовые скачки были зарегистрированы последними ранее работы [1].⁵ В подтверждение этого они ссылаются на данные своей группы, приведенные в диссертации одного из ее членов и относящиеся к 1984–1985 гг. (рис. 28 в [22]). Из контактов членов групп выяснилось также, что графики рис. 28 из [22] и рис. 2 из [2], взяты из одной серии опытов, но заметно отличаются друг от друга.

При этом в обоих случаях они президентуют графики резонансной флуоресценции ионов Ba^+ на длине волны 494 nm, смещеннной по частоте на -300 MHz ниже центра резонанса в зависимости от частоты лазера с длиной волны 650 nm. Однако в опыте рис. 28 из [22]⁶ задействован всего один ион и проведен эксперимент при существенно меньшей интенсивности лазерных полей. Так, на рис. 2 из [2] ширина опто-гальванического сигнала, определяемая большим полевым уширением, составляет, как уже отмечалась выше, на полувысоте

⁵ Причем, спустя десятилетия, прошедшие после публикации работы [2], они уже не говорят об обнаружении ими боровских квантовых скачков, а имеют в виду макроскопические квантовые скачки, приоритетно зарегистрированные в работе [1].

⁶ Данный график воспроизведен на рис. 2 нашей статьи.

примерно 700 MHz. Именно это обстоятельство позволило авторам выявить резкие структуры, обусловленные вариацией количества ионов, коррелировано участвующих в процессе флуоресценции. В [2] они пишут, что структура на 300 MHz ниже центра линии отвечает двухфотонному стоксову резонансу $^3S_{1/2}-^2D_{3/2}$ (левому крылу графика), а знак шагов вниз отвечает переходам к уровню $^2D_{5/2}$. Однако чрезмерная интенсивность лазерных полей, возбуждающих флуоресценцию, препятствует описанию результатов опыта в рамках простых моделей КР.

В то же время из графика работы [22], воспроизведенного нами на рис. 2, ширина полевой подкладки составляет примерно 200 MHz. Это свидетельствует о малой интенсивности лазера на $\lambda = 494$ nm, неспособной к полевому уширению линии и порождению в ее пределах нелинейных структур в окрестностях –300 MHz. А тот факт, что в сигнале флуоресценции на длине волны 494 nm вблизи центра линии присутствуют разнесенные на интервал около 70 MHz нелинейные структуры КР, свидетельствует о том, что для их порождения достаточно интенсивности лазера на $\lambda = 650$ nm, используемого для сканирования.

Удивительным оказалось то, что при этом изменились знаки стоксова и антистоксова крыльев КР сравнительно со случаем применения интенсивного лазера с длиной волны 494 nm. Действительно, при начале сканирования отстройка частоты лазера сканирования, инициирующего КР, от центра линии максимальная (левое крыло) и уменьшается до нуля в центре линии. В данной ситуации прописывается антистоксово крыло, тогда как в работе [2] эта область перестройки частоты отвечала стоксову крылу. После прохождения максимума линии отстройка меняет знак (правое крыло) и начинает нарастать, оставаясь меньше отстроек частоты лазера сканирования, что отвечает стоксово крылу, тогда как в [2] правое крыло было антистоксовым. В этом заключается принципиальное отличие опытов [2] и [22]. В первом случае сканировалось более слабое поле при фиксированной частоте сильного, во втором — сканировалось более сильное поле при фиксированной частоте слабого.

Именно „непредвиденные“ и непонятые результаты ранних опытов были представлены в 2014 г. как первые экспериментальные свидетельства существования квантовых скачков, в [2] интерпретированных как скачки боровские. Однако они свидетельствуют только о том, что и спустя 30 лет авторы работ [2] и [9] оставались убежденными в том, что в ранних опытах гамбургской группы (1984–1985 гг.) никакой иной интерпретации, кроме квантовых скачков, пусть и не боровских, предположить нельзя. Однако эти опыты демонстрируют совсем иной эффект.

Показать это можно, рассмотрев более чистый опыт рис. 2 (с одним ионом бария и при меньших интенсивностях полей). Широкий пик вблизи максимума контура рис. 2 отображает ступенчатый переход через реальное

состояние $6p^2P_{1/2}$. Глубокий узкий провал справа — это комбинационный переход через виртуальное состояние, смещенное относительно уровня $6p^2P_{1/2}$ настолько, что ступенчатый и комбинационный переходы разнесены и проявляются независимо. Данная ситуация выглядит схожей с демонстрируемой на рис. 3.17.б монографии [23]. Однако в окрестности точного резонанса ($\Omega = 0$) их уже нельзя будет разделить, и ситуация описывается взаимозависимыми перекрывающимися контурами разных знаков и ширин (рис. 3.17.а).

Детальное описание процессов нелинейного интерференционного взаимодействия ступенчатых и комбинационных переходов дано в гл. III, § 8 монографии [23] и в гл. 3 лекций [24]. Само это явление называют нелинейным интерференционным эффектом (НИЭФ), и ни к каким скачкам, ни макроскопическим, ни боровским оно отношения не имеет. Это третий универсальный эффект нелинейной спектроскопии, проявляющийся и в излучении, и в поглощении, и дополняющий известные до этого эффекты расщепления энергетических уровней и насыщения поглощения переходов. В данном случае была зарегистрирована его специфическая модификация.

Поэтому данный пример, подобранный авторами [9] для демонстрации того „как можно упустить открытия“, оказался неудачным, поскольку при выяснении природы непредвиденных наблюдений возобладало ошибочное объяснение формы спектра, породившее заключение о наблюдении боровских квантовых скачков.

4. Заключение

Таким образом, первоначальное заявление авторов работы [2] об обнаружении боровских скачков при исследовании квантовых скачков в одиночных атомах, захваченных ловушками, было ошибочным. Оно не получило поддержки специалистов, занятых в те годы этой проблематикой.

В следующей работе авторов [2] по данной теме (статья [5]) это утверждение уже не фигурировало, но как следует из работы [9], авторы и в 2014 г. верили, что в частотных спектрах своих ранних работ они наблюдали именно квантовые скачки, пусть и не боровские. Но это было следствием неверной интерпретации их ранних опытов, проведенных в 1984–1985 гг., на самом деле отношения к квантовым скачкам не имеющих.

Это были специфические проявления НИЭФ. Однако интерпретация графиков рис. 2 работы [2] с помощью простой модели НИЭФ, основанной на первых нелинейных поправках, была затруднена чрезмерной интенсивностью фиксированного по частоте лазера на длине волны 494 nm, инициирующего НИЭФ на переходе $6s^2S_{1/2}-6p^2P_{1/2}$. Однако график рис. 2 данной статьи, взятый из работы [22], полученный при слабых интенсивностях фиксированного по частоте лазерного поля, удалось качественно интерпретировать при включении в рассмотрение НИЭФ, индуцируемых на пере-

ходе $5d^2D_{3/2}-6p^2P_{1/2}$, перестраиваемом в окрестности длины волн 650 nm лазером умеренной интенсивности.

Благодарности

Авторы признательны Е.Б. Александрову, обратившему в 2006 г. наше внимание на его с соавторами работы 70-х годов по спектроскопии шумов спонтанного излучения, показавшими, что фотон появляется в среде скачком, за последующие обсуждения темы квантовых скачков и замечания по тексту данной статьи.

Финансирование работы

Работа поддержана субсидией на выполнение государственного задания ИАиЭСО РАН (проект № 121031700030-4).

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] W. Nagourney, J. Sandberg, H. Dehmelt. Phys. Rev. Lett., **56**, 2797 (1986).
- [2] Th. Saiter, W. Neuhauser, R. Blatt, P.E. Toschek. Phys. Rev. Lett., **57**, 1696 (1986).
- [3] J.C. Bergquist, R.G. Huler, W.M. Itano, D.J. Wineland. Phys. Rev. Lett., **57**, 1699 (1986).
- [4] N. Bohr. Phil. Mag., **26** (1), 476 (1913).
- [5] Th. Sauter, R. Blatt, W. Neuhauser, P.E. Toschek. Opt. Comm., **60**, 287 (1986).
- [6] J.D. Macomber. *The dynamics of spectroscopic transitions* (New York–London–Sidney–Toronto, 1976). Перевод: Дж.Д. Макомбер. Динамика спектроскопических переходов (Мир, М., 1979).
- [7] G. Greenstein, A.G. Zajong. Am. J. Phys., **63**, (8) 743 (1995).
- [8] H. Dehmelt. Bull. Amer. Soc., **20**, 60 (1975).
- [9] W.M. Itano, J.C. Bergquist, D. Wineland. Int. J. Mas. Spectr., **377**, 403–409 (2015).
- [10] A. Schenzle, R.G. Brewer. Phys. Rev. A, **34**, 3127 (1986).
- [11] R.G. Hulet. Physics today, January 1987, S23.
- [12] M. Porrati, S. Puttermann. Phys. Rev. A, **34**, 939 (1987).
- [13] G.S. Agarwal, S.V. Lawande, R. D’Souza. Phys. Rev. A, **37**, 444 (1988).
- [14] R.J. Cook. Phys. Scr., **121**, 49 (1988).
- [15] D. Pegg, P. Knight. Phys. Rev. A, **37**, 4303 (1988).
- [16] A. Jayarao, R. D’Souza, S.V. Lavande. Phys. Rev. A, **41**, 1533 (1990).
- [17] M.A. Finn, G.W. Greenlees, D.A. Lewis. Opt. Comm., **60**, 149 (1986).
- [18] R.G. Hulet, D.J. Wineland, J.C. Berquist, W. Itano. Phys. Rev. A, **37**, 4544 (1988).
- [19] M.A. Finn, G.W. Greenlees, TW. Hodapp. Phys. Rev. A, **40**, 1704 (1989).
- [20] C. Cohen-Tannoudji, J. Dalibard. Europhys. Lett., **1**, 441–48 (1986).
- [21] E. Schrödinger. British J. Phil. Sci., **3**, 109–123, 233–242 (1952).
- [22] T. Sauter. Ph.D. thesis. University of Hamburg, 1987.
- [23] С.Г. Раутиан, Г.И. Смирнов, А.М. Шалагин. *Нелинейные резонансы в спектрах атомов и молекул* (Новосибирск, Наука, 1979).
- [24] А.М. Шалагин. *Нелинейная спектроскопия* (Новосибирский гос. ун-т, Институт автоматики и электрометрии СО РАН, Новосибирск, 2006). 148 с.