

05,10

# Теория флеш-памяти на основе двумерного вигнеровского кластера

© Мехрдад М. Махмудиан<sup>1,2</sup>, М.М. Махмудиан<sup>1,2</sup>, М.В. Энтин<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Институт физики полупроводников им. А.В. Ржанова СО РАН,  
Новосибирск, Россия

<sup>2</sup> Новосибирский государственный университет,  
Новосибирск, Россия

E-mail: m.makhmudian1@g.nsu.ru, mahmood@isp.nsc.ru, entin@isp.nsc.ru

Поступила в Редакцию 30 июня 2025 г.

В окончательной редакции 13 августа 2025 г.

Принята к публикации 15 августа 2025 г.

Современная флеш-память работает за счет удержания (захвата) электронов на ловушках в диэлектрике, что приводит к изменению сопротивления двумерного канала полупроводника. В данной работе численно изучается структурное упорядочение — вигнеровская кристаллизация локализованных электронов на глубоких ловушках. Угловая функция распределения этих электронов подтверждает их вигнеровскую локализацию.

**Ключевые слова:** вигнеровский кластер, флеш-память, локализованные электроны, угловая функция распределения.

DOI: 10.61011/FTT.2025.09.61635.3-25

## 1. Введение

Вигнеровская кристаллизация свободных электронов была теоретически предсказана в 1934 году Вигнером [1]. Она обусловлена кулоновским отталкиванием свободных электронов и наблюдается в условиях, когда потенциальная энергия электронов превышает их кинетическую энергию. Вигнеровская кристаллизация свободных электронов над поверхностью жидкого гелия была предсказана в работе [2] и экспериментально наблюдалась в работах [3,4]. В работе [5] была теоретически предсказана вигнеровская кристаллизация свободных электронов и дырок в инверсионном слое полупроводника.

Экспериментально вигнеровская кристаллизация электронов наблюдалась в гетероструктуре GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As [6]. Вигнеровская кристаллизация одномерных свободных электронов наблюдалась в карбоновых нанотрубках [7]. Двумерные (2D) вигнеровские кристаллы изучались в 2D газе свободных электронов в магнитных полях [8,9] и наблюдались в муаровых сверхрешетках дихалькогенидов переходных металлов [10–14]. Теоретически двумерные вигнеровские кристаллы свободных электронов изучались в нескольких работах (см. [15] и ссылки там), в том числе изучались кристаллы конечных размеров [16–22].

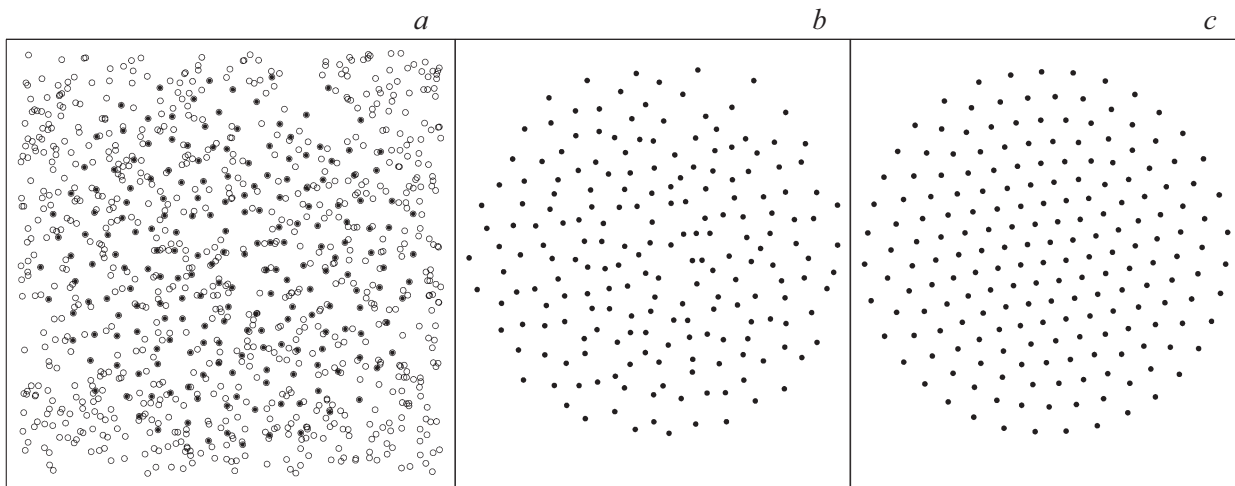
Аморфный нитрид кремния Si<sub>3</sub>N<sub>4</sub> имеет высокую концентрацию электронных и дырочных ловушек и используется в качестве запоминающей среды в современной Charge Trap Flash Memory (CTFM) [23,24]. Локализованные на ловушках в Si<sub>3</sub>N<sub>4</sub> носители индуцируют (логическая 1), или не индуцируют (логический 0) в кремнии проводящий инверсионный канал.

Чем больше концентрация заряженных ловушек в Si<sub>3</sub>N<sub>4</sub>, тем больше разница между логическим нулем и

единицей — окно памяти. В работе [25] была высказана гипотеза о вигнеровской кристаллизации локализованных на ловушках в диэлектрике электронов. С помощью численного моделирования в модели периодической решетки [26] показано, что электроны, локализованные на ловушках в двумерном диэлектрике, образуют упорядоченную структуру.

В связи с миниатюризацией флеш-памяти представляет интерес рассмотрение двумерных вигнеровских кластеров (ДВК) с малым числом электронов. Важно отметить, что нейтральные ловушки, ответственные за эффект памяти в Si<sub>3</sub>N<sub>4</sub>, распределены в пространстве случайным образом. Однако, из-за наличия кулоновского отталкивания локализованных электронов, последние образуют упорядоченную структуру, а с учетом беспорядка — вигнеровское стекло. Конкуренция между кулоновским взаимодействием и беспорядком, обусловленным случайным распределением примесей, ранее изучалась в работе [27]. Аналогичные системы исследовались в рамках модели кулоновской щели Эфроса–Шкловского [28–30]. Пиннинг одномерных и двумерных вигнеровских кристаллов беспорядком изучался в нескольких работах (см. [30] и ссылки там). Наша задача, в отличие от упомянутых работ, состоит в определении основного состояния ДВК электронов, размещенных на ловушках. Мы обращаем внимание на переход между упорядоченным состоянием при малой концентрации электронов и случайным расположением электронов на ловушках, когда их концентрации соизмеримы.

Электроны в диэлектрике флеш-памяти локализуются на глубоких ловушках. Число таких ловушек велико (в 100 раз) по сравнению с числом захваченных электронов. При размещении электронов они стремятся минимизировать кулоновскую энергию взаимодействия. Таким образом, структура кластера определяется ми-



**Рис. 1.** *a* — система из 1000 ловушек (круги) с 200 локализованными электронами (точки), положение которых соответствует минимуму полной энергии системы; *b* — кластер, образованный 200 локализованными электронами; *c* — ДВК из 200 свободных электронов.

нимальностью кулоновской энергии при условии, что электроны размещаются случайным образом на ловушках. Это создает конкуренцию беспорядка в расположении ловушек и упорядоченности из-за кулоновского взаимодействия. Степень беспорядка определяется соотношением плотности нейтральных и заряженных электронов ловушек. Кроме того, конечность размера кластера приводит к влиянию полного числа электронов на их упорядочение [18–22].

В настоящей статье изучается ДВК электронов, локализованных на случайных ловушках в диэлектрике. Для исследования используется численное моделирование. В дальнейшем мы будем рассматривать задачу чисто классически. Квантовые состояния на ловушках могут сводиться к этой задаче, если пренебречь размером состояния и потенциальной многозарядностью ловушки.

Основная задача заключается в исследовании равновесных конфигураций локализованных электронов, их пространственного распределения и фазового состояния (вигнеровский кристалл, стекло) в зависимости от параметров системы: жесткости параболического потенциала, концентрации ловушек и электронов. Важную роль играет конкуренция между стремлением параболического потенциала сконцентрировать электроны в центре системы и кулоновским отталкиванием, которое, наоборот, способствует их равномерному (однородному) распределению. В результате этой конкуренции формируется неоднородное распределение заряда, которое может демонстрировать различные типы упорядочения в зависимости от параметров.

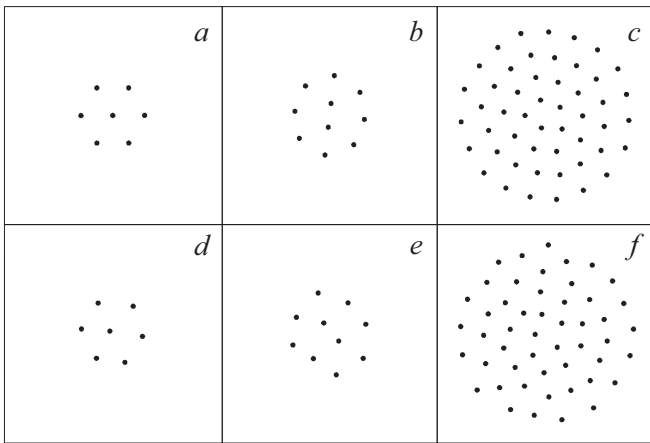
## 2. ДВК электронов, локализованных на ловушках

В качестве диэлектрика рассматривается двумерная система в плоскости  $(x, y)$ , в котором случайным об-

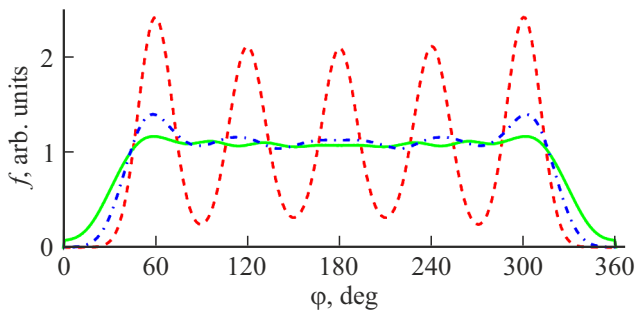
разом распределены нейтральные ловушки — свободные места, на которых могут располагаться электроны. Электроны, попадающие в систему, локализируются на случайных позициях ловушек  $\mathbf{r}_i$ , а размером состояния пренебрегается. В то же время исключаются как многозарядные ловушки, так и незахваченные электроны (последние быстро термализуются и захватываются). Взаимодействие электронов определяется кулоновским отталкиванием, а также внешним параболическим потенциалом, создаваемым полем электрода. Параболический потенциал имеет вид  $U(\mathbf{r}) = kr^2/2$ , ( $k > 0$ ),  $k$  — жесткость параболического потенциала,  $r$  — расстояние от центра системы. Кулоновское взаимодействие между электронами описывается выражением  $V = \sum_{i>j} e^2/\epsilon |\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|$ , где  $e$  — заряд электрона,  $\epsilon$  — диэлектрическая проницаемость окружающей среды. Энергия электронов в системе, измеренная в энергетических единицах  $E_0 = (ke^4/2\epsilon^2)^{1/3}$ , имеет вид  $E = \sum_{i>j} 1/|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j| + \tilde{k} \sum_i r_i^2$ , где  $\tilde{k} = (\sqrt{2}\epsilon/e^2)^{2/3}$ .

Равновесные конфигурации локализованных на ловушках электронов, соответствующие минимуму их полной энергии, находятся с помощью численного моделирования. Результаты анализируются с помощью построения углового распределения электронов  $f$ , а также пространственной конфигурации электронов, что позволяет наглядно наблюдать формирование упорядоченных или неупорядоченных структур.

Результаты численного моделирования, демонстрирующие захват электронов на случайные ловушки, приведены на рис. 1, *a*. На рис. 1, *b* выделен кластер, образованный этими электронами. ДВК свободных электронов представлен на рис. 1, *c*. Параметры удерживающего потенциала в случае захвата электронов на случайных ловушках и для случая свободных электронов выставлены одинаково. Радиусы кластеров в первом и во втором случаях получаются одинаковыми, хотя упорядоченная



**Рис. 2.** Структуры ДВК, образованные 7 (a), 10 (b) и 50 (c) свободными электронами и структуры ДВК, образованные 7 (d), 10 (e) и 50 (f) электронами, локализованными на 5000 случайно расположенных ловушках.



**Рис. 3.** Угловая функция распределения  $f$  для ближайших соседей электронов ДВК из 200 свободных электронов (красная штриховая линия) и системы из 200 электронов, захваченных на 1000 (зеленая сплошная линия) и 5000 (синяя штрихпунктирная линия) ловушках. По горизонтали — угол в градусах, по вертикали — относительные единицы.

структура теряется из-за случайного расположения ловушек.

На рис. 2, a–c приведены структуры ДВК свободных электронов. Наши расчеты показали, что электроны, локализованные на ловушках, образуют похожие упорядоченные структуры (рис. 2, d–f). Чем больше отношение числа ловушек к числу захваченных электронов, тем ближе полученные структуры к структуре ДВК. В нашем случае это соотношение равно 100:1. В отличие от кластера свободных электронов, локализованные на ловушках электроны слабо разупорядочены (рис. 2, e). При увеличении числа электронов свободы для их размещения становится меньше, минимизация полной энергии приводит к образованию неупорядоченного ДВК (вигнеровского стекла) (рис. 1, a, b и рис. 2, f).

Рис. 3 демонстрирует угловую корреляцию в расположении электронов. Он показывает распределение взаимных углов („валентные углы“) между векторами, соединяющими соседние электроны (до 6). Отчетливо

видна периодичность по углу с периодом  $\pi/3$ , что соответствует 6 ближайшим соседям. Как правило, из-за плотной укладки электронов они имеют гексагональное окружение. Отметим, что угловая корреляция с введением ловушек сохраняется лучше, чем пространственная. Причина состоит в нечувствительности угловой корреляции к плотности кластера.

### 3. Обсуждение

Полученные равновесные конфигурации локализованных электронов указывают на образование структур, подобных вигнеровскому кластеру свободных электронов, образующих гексагональную решетку. При этом степень сходства растет с ростом соотношения числа ловушек к числу захваченных электронов. При малом соотношении этих чисел, в отличие от вигнеровского кластера свободных электронов, локализованные на ловушках электроны образуют не строго периодическую, неупорядоченную решетку — вигнеровское стекло.

### 4. Заключение

Мы проследили переход от состояния вигнеровского кластера к неупорядоченному вигнеровскому стеклу, в котором остается только корреляция в первой координационной сфере. Получена зависимость угловой функции распределения и силы кулоновского взаимодействия.

### Финансирование работы

Работа выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда № 25-12-00022.

### Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

### Список литературы

- [1] E. Wigner. Phys. Rev. **46**, 1002–1011 (1934).
- [2] H.M. Van Horn. Phys. Rev. **157**, 342–349 (1967).
- [3] R.S. Crandall, R. Williams. Phys. Lett. A **34**, 404–405 (1971).
- [4] C. Grimes, G. Adams. Phys. Rev. Lett. **42**, 795–798 (1979).
- [5] A.V. Chaplik. Sov. Phys. JETP **35**, 395 (1972).
- [6] E.Y. Andrei, G. Deville, D.C. Glattli, F.I.B. Williams, E. Paris, B. Etienn. Phys. Rev. Lett. **60**, 2765–2768 (1988).
- [7] V.V. Deshpande, M. Bockrath. Nat. Phys. **4**, 314–318 (2008).
- [8] V. Goldman, M. Santos, M. Shayegan, J. Cunningham. Phys. Rev. Lett. **65**, 2189–2192 (1990).
- [9] H. Zhou, H. Polshyn, T. Taniguchi, K. Watanabe, A.F. Young. Nat. Phys. **16**, 154–158 (2020).
- [10] H. Li, Sh. Li, E.C. Regan, D. Wang, W. Zhao, S. Kahn, K. Yumigeta, M. Blei, T. Taniguchi, K. Watanabe, S. Tongay, A. Zettl, M.F. Crommie, F. Wang. Nature **597**, 650–654 (2021).

- [11] E.C. Regan, D. Wang, Ch. Jin, M.I.B. Utama, B. Gao, X. Wei, S. Zhao, W. Zhao, Z. Zhang, K. Yumigeta, M. Blei, J.D. Carlström, K. Watanabe, T. Taniguchi, S. Tongay, M. Crommie, A. Zettl, F. Wang. *Nature* **579**, 359–363 (2020).
- [12] Y. Xu, S. Liu, D.A. Rhodes, K. Watanabe, T. Taniguchi, J. Hone, V. Elser, K.F. Mak, J. Shan. *Nature* **587**, 214–218 (2020).
- [13] X. Huang, T. Wang, Sh. Miao, Ch. Wang, Z. Li, Z. Lian, T. Taniguchi, K. Watanabe, S. Okamoto, D. Xiao, S.-F. Shi, Y.-T. Cui. *Nat. Phys.* **17**, 715–719 (2021).
- [14] H. Li, Z. Xiang, A.P. Reddy, T. Devakul, R. Sailus, R. Banerjee, T. Taniguchi, K. Watanabe, S. Tongay, A. Zettl, L. Fu, M.F. Crommie, F. Wang. *Science* **385**, 86–91 (2024).
- [15] M. Mazars. *EPL* **110**, 26003 (2015).
- [16] C. Yannouleas, U. Landman. *Phys. Rev. Lett.* **82**, 5325 (1999).
- [17] R. Egger, W. Häusler, C.H. Mak, H. Grabert. *Phys. Rev. Lett.* **82**, 3320 (1999).
- [18] V.M. Bedanov, F.M. Peeters. *Phys. Rev. B* **49**, 2667 (1994).
- [19] V.A. Schweigert, F.M. Peeters. *Phys. Rev. B* **51**, 7700 (1995).
- [20] M.M. Mahmoodian, Mehrdad M. Mahmoodian, M.V. Entin. *Письма в ЖЭТФ* **115**, 10, 642–649 (2022).
- [21] Mehrdad Mahmoodian, M.V. Entin. *J. Phys.: Conf. Ser.* **2227**, 012012 (2022).
- [22] Мехрдад М. Махмудиан, М.М. Махмудиан, М.В. Энтин. *ФТТ* **65**, 10, 1769–1776 (2023).
- [23] V.A. Gritsenko. In: *Thin Films on Silicon: Electronic and Photonic Applications*. World Scientific Press (2016). Ch. 6, p. 273.
- [24] A. Goda. *Electronics* **10**, 3156 (2021).
- [25] V.A. Gritsenko. *JETP Lett.* **64**, 525–530 (1996).
- [26] S.S. Shaimeev, V.A. Gritsenko, H. Wong. *Appl. Phys. Lett.* **96**, 263510 (2010).
- [27] R. Chitra, T. Giamarchi, P. Le Doussal. *Phys. Rev. B* **65**, 035312 (2001).
- [28] A.L. Efros, B.I. Shklovskii. *J. Phys. C: Solid State Phys.* **8**, 4, L49 (1975).
- [29] A.L. Efros. *J. Phys. C: Solid State Phys.* 9, 2021 (1976).
- [30] B.I. Shklovskii. *Low Temperature Physics* 50 (12), 1101–1112 (2024).

Редактор А.Н. Смирнов